

2021-2022 学年上海市嘉定区民办桃李园实验学校八年级（下）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，共 18 分）

1. 下列各点在直线 $y = -2x + 1$ 上的是（ ）

- A. (1,0) B. (2,0) C. (0,1) D. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

【答案】C

【解析】

【分析】将各点的坐标代入一次函数中，若左右两边相等即该点在图象上.

【详解】解：A. 将(1,0)代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore 0 \neq -2 + 1$, 故(1,0)不在图象上;

B. 将(2,0)代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore 0 \neq -4 + 1$, 故(2,0)不在图象上;

C. 将(0,1)代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore 1 = 0 + 1$, 故(0,1)在图象上;

D. 将 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore \frac{1}{2} \neq 0 + 1$, 故 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 不在图象上;

故选：C.

【点睛】本题考查一次函数图象上的点的坐标特征，解题的关键是将点的坐标代入一次函数解析式中，本题属于基础题型.

2. 已知一次函数 $y = kx + b$, $k < 0$, $b > 0$, 那么下列判断中，正确的是（ ）

- A. 图象不经过第一象限 B. 图象不经过第二象限
C. 图象不经过第三象限 D. 图象不经过第四象限

【答案】C

【解析】

【分析】由一次函数 $y = kx + b$, $k < 0$, $b > 0$, 根据一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的性质得到图象经过第二、四象限, 并且图象与 y 轴的交点在 x 轴的上方, 因此图象经过第一、二、四象限.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$, $k < 0$,
 $\therefore$ 一次函数的图象经过第二、四象限,
又 $\because b > 0$,
 $\therefore$ 一次函数的图象与 y 轴的交点在 x 轴的上方,
 $\therefore$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、二、四象限.
故选 C.

【点睛】本题考查了一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的性质: 当 $k > 0$, 图象经过第一、三象限; 当 $k < 0$, 图象经过第二、四象限; 当 $b > 0$, 图象与 y 轴的交点在 x 轴的上方; 当 $b = 0$, 图象过原点; 当 $b < 0$, 图象与 y 轴的交点在 x 轴的下方.

3. 以下方程是无理方程的是 ()

- A. $\sqrt{5}x + \sqrt{2}x^2 - 1 = 0$ B. $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}}{x} = 0$
- C. $\frac{\sqrt{2}}{x} + \sqrt{5} = 1$ D. $\sqrt{x} + x = 1$

【答案】D

【解析】

【分析】无理方程就是根号下含有未知数的方程.

【详解】解: 根据无理方程的概念可知: 选项 D 为无理方程,
故选: D.

【点睛】本题考查无理方程的概念, 解题的关键是正确理解无理方程的概念, 本题属于基础题型.

4. 下列说法正确的是 ()

- A. $x^2 + y = \sqrt{2}$ 是二元二次方程 B. $x^2 - x = 0$ 是二项方程
- C. $\frac{x^2 - x}{3} = 2$ 是分式方程 D. $\frac{x^2 - x}{x} = \sqrt{2}$ 是无理方程

【答案】A

【解析】

【分析】利用无理方程、高次方程、分式方程、二项方程的定义分别进行判断即可得到答案.

【详解】解: A、含有两个未知数, 且未知数的最高次数是 2, 故是二元二次方程, 故正确;

B、 $x^2 - x = 0$ 是二次方程，故错误；

C、分母里不含未知数，不是分式方程，故错误；

D、被开方数不含未知数，不是无理方程，故错误，

故选：A.

【点睛】本题考查了无理方程、高次方程、分式方程、二项方程的定义，解题的关键是熟悉这些方程的定义.

5. 下列方程中，有实数根的方程是（ ）

A. $2x^4 + 1 = 0$ B. $x^3 + 1 = 0$ C. $\sqrt{x-1} + 3 = 0$ D. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用高次方程、无理方程及分式方程的定义分别判断后即可确定正确的选项.

【详解】解：A. 整理得： $x^4 = -\frac{1}{2}$ ，故该方程无解，不符合题意；

B. 整理得 $x^3 = -1$ ，解得： $x = -1$ ，符合题意；

C. 整理得 $\sqrt{x-1} = -3$ ，无解，不符合题意；

D. 去分母后得 $x = 1$ ，代入最简公分母 $x - 1 = 0$ ，故该方程无实数根，不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查了高次方程、无理方程及分式方程的定义的知识，解题的关键是了解有关的定义，难度不大.

6. 下列命题中不正确的是（ ）

A. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形

B. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

C. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形

D. 对角线相等的四边形是平行四边形

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定方法逐一进行判断即可.

【详解】解：A、两组对角分别相等的四边形是平行四边形，故选项正确，不符合题意；

B、两组对边分别相等的四边形是平行四边形，故选项正确，不符合题意；

C、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，故选项正确，不符合题意；

D、对角线互相平分的四边形是平行四边形，故选项错误，符合题意.

故选: D.

【点睛】 本题主要考查平行四边形的判定方法, 熟记平行四边形的判定方法是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 共 36 分)

7. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $A(0, -2)$, 并与直线 $y = 3x$ 平行, 那么这个一次函数解析式是_____.

【答案】 $y = 3x - 2$ ## $y = -2 + 3x$

【解析】

【分析】 根据两条直线平行, k 值相等, 即可求出 k , 再根据与 y 轴的交点坐标即可求解.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与直线 $y = 3x$ 平行,

$\therefore k = 3$, 即 $y = 3x + b$,

$\because$ 图象经过点 $A(0, -2)$,

$\therefore -2 = b$, 即 $b = -2$,

$\therefore$ 这个一次函数的解析式是: $y = 3x - 2$.

故答案为: $y = 3x - 2$.

【点睛】 本题考查了求解一次函数解析式的知识, 掌握根据两条直线平行, 其解析式的 k 值相等, 是解答本题的关键.

8. 将一次函数 $y = 2x - 3$ 的图象向上平移____个单位后, 图象过原点.

【答案】 3

【解析】

【分析】 根据直线 $y = kx + b$ 向上平移 m ($m > 0$) 个单位所得直线解析式为 $y = kx + b + m$ 求解.

【详解】 解: 因为一次函数 $y = 2x - 3$ 的图象向上平移 3 个单位后 $y = 2x - 3 + 3 = 2x$, 图象过原点;

故答案为: 3.

【点睛】 本题考查了一次函数的平移, 解题的关键是掌握图像平移的性质进行解题.

9. 方程 $x^3 - x^2 - 2x = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -1$

【解析】

【分析】 先把方程的左边分解因式, 即可得出三个一元一次方程, 再求出方程的解即可.

【详解】 解: $x^3 - x^2 - 2x = 0$,

$$x(x^2 - x - 2) = 0,$$

$$x(x-2)(x+1) = 0,$$

$$x = 0 \text{ 或 } x - 2 = 0 \text{ 或 } x + 1 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 0, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -1,$$

$$\text{故答案为: } x_1 = 0, \quad x_2 = 2, \quad x_3 = -1.$$

【点睛】 本题考查了解高次方程，能把高次方程转化成一元二次方程或一元一次方程是解此题的关键.

10. 方程 $\sqrt{x+2} = x$ 的根是_____.

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 先把方程两边平方，使原方程化为整式方程 $x+2 = x^2$ ，解此一元二次方程得到 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -1$ ，结合二次根式的性质，去掉增根，即可得到答案.

【详解】 方程两边平方得: $x+2 = x^2$

$$\therefore x_1 = 2, \quad x_2 = -1$$

$$\because \sqrt{x+2} \geq 0$$

$$\therefore \sqrt{x+2} = x \geq 0$$

$$\therefore x_2 = -1 \text{ 不符合题意, 故舍去}$$

$$\therefore \text{原方程的根为 } x = 2$$

$$\text{故答案为: } x = 2.$$

【点睛】 本题考查了一元二次方程、二次根式的知识；解题的关键是熟练掌握一元二次方程、二次根式的性质，从而完成求解.

11. 用换元法解分式方程 $\frac{x-2}{x} - \frac{3x}{x-2} - 2 = 0$ 时，如果设 $\frac{x-2}{x} = y$ ，则原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - 2y - 3 = 0$;

【解析】

【分析】 如果设 $\frac{x-2}{x} = y$ ，那么 $\frac{x}{x-2} = \frac{1}{y}$ ，原方程变为: $y - \frac{3}{y} - 2 = 0$ ，方程两边乘最简公分母 y ，可以

把分式方程转化为整式方程.

【详解】解: 设 $\frac{x-2}{x} = y$,

原方程变为 $y - \frac{3}{y} - 2 = 0$,

方程两边都乘 y 得 $y^2 - 2y - 3 = 0$.

故原方程可化为关于 y 的整式方程是 $y^2 - 2y - 3 = 0$.

故答案为 $y^2 - 2y - 3 = 0$.

【点睛】本题考查用换元法使分式方程简便. 换元后再在方程两边乘最简公分母可以把分式方程转化为整式方程. 应注意换元后的字母系数.

12. 一次函数 $y = (k+1)x - 2$ 的函数值 y 随自变量 x 的增大而减小, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < -1$

【解析】

【分析】根据一次函数的增减性与系数的关系求解即可.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = (k+1)x - 2$ 的函数值 y 随自变量 x 的增大而减小,

$\therefore k+1 < 0$,

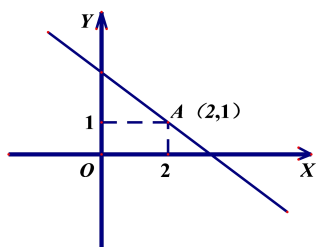
解得: $k < -1$.

$\therefore k$ 的取值范围是 $k < -1$.

故答案为: $k < -1$.

【点睛】本题考查了一次函数的性质, 在一次函数 $y = kx + b$ 中, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

13. 已知, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 A (2,1) (如下图所示), 当 $y \geq 1$ 时, x 的取值范围是_____



【答案】 $x \leq 2$

【解析】

【分析】由于 $y \geq 1$, 结合图象可知满足条件的点在 A 点以及 A 点的左侧, 由此即可确定 x 的取值范围.

【详解】根据题意和图示可知，当 $y \geq 1$ 时，即直线在点 A 的上方时， $x \leq 2$ ，

故答案为 $x \leq 2$ 。

【点睛】本题主要考查了一次函数的图象性质，熟练掌握一次函数的性质、运用数形结合思想是解题的关键。

14. 某超市去年12月份的销售额为100万元，今年2月份的销售额为121万元。若去年12月份到今年2月份销售额的增长百分率 x 相同，则根据题意可列方程_____。

【答案】 $100(1+x)^2 = 121$

【解析】

【分析】设这两个月平均每月增长的百分率是 x ，12月份是100万元，1月份是： $100(1+x)$ ，2月份是： $100(1+x)(1+x)$ ，由此列方程求解。

【详解】解：设这两个月平均每月增长的百分率是 x ，依题意，得

$$100(1+x)^2 = 121,$$

故答案为： $100(1+x)^2 = 121$ 。

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用。解此类题目时常常要先解出前一个月份的销售额，再列出所求月份的销售额的方程，令其等于已知的条件即可。

15. 设关于 x 的一次函数 $y = a_1x + b_1$ 与 $y = a_2x + b_2$ ，则称函数 $y = m(a_1x + b_1) + n(a_2x + b_2)$ (其中 $m + n = 1$ ， $mn \neq 0$) 为此两个函数的生成函数。写出一个 $y = x + 1$ 和 $y = 2x$ 的生成函数：_____。

【答案】 $y = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{2} \times (2x)$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据题意可以写出一个符合要求的生成函数，本题得以解决，本题答案不唯一。

【详解】解：由题意可得，

$$y = x + 1 \text{ 和 } y = 2x \text{ 的生成函数是 } y = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{2} \times (2x),$$

故答案为： $y = \frac{1}{2}(x+1) + \frac{1}{2} \times (2x)$ (答案不唯一)。

【点睛】本题考查一次函数，解答本题的关键是明确题意，写出符合题意的函数，注意本题答案不唯一，这是一道开放性题目。

16. 多边形从一个顶点出发可引出6条对角线，这个多边形的内角和为_____。

【答案】 1260° ## 1260 度

【解析】

【分析】根据从多边形的一个顶点可以作对角线的条数公式 $(n-3)$ 求出边数，然后根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 列式进行计算即可得解.

【详解】解：∵多边形从一个顶点出发可引出6条对角线，

$$\therefore n-3=6,$$

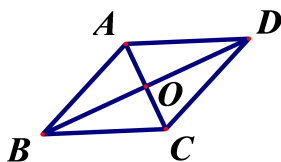
解得： $n=9$ ，

$$\therefore \text{这个多边形的内角和为：} (9-2) \times 180^\circ = 1260^\circ.$$

故答案为： 1260° .

【点睛】本题主要考查了多边形的内角和公式，多边形的对角线的公式，求出多边形的边数是解题的关键.

17. 如图，在平行四边形 ABCD 中，对角线 $AC \perp BD$ ， $AC=10$ ， $BD=24$ ，则 $AD=$ _____



【答案】13

【解析】

【分析】根据平行四边形对角线互相平分先求出 AO、OD 的长，再根据 $AC \perp BD$ ，在 $Rt\triangle AOD$ 中利用勾股定理进行求解即可.

【详解】∵四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore OA = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5, \quad OD = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 24 = 12,$$

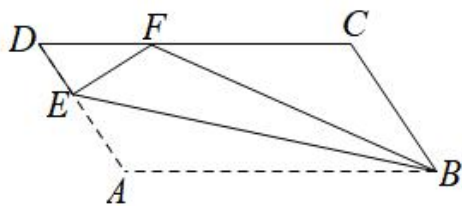
又∵ $AC \perp BD$ ， $\therefore \angle AOD = 90^\circ$ ，

$$\therefore AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = 13,$$

故答案为 13.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，勾股定理，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

18. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上，以 BE 为折痕，将 $\triangle ABE$ 向上翻折，点 A 正好落在 CD 上的点 F 处. 若 FDE 的周长为 5， $\triangle FCB$ 的周长为 17，则 FC 的长为_____.



【答案】6

【解析】

【分析】根据翻折变换的性质、平行四边形的性质证明 $AB + BC = 11$ ，此为解题的关键性结论；运用 $\triangle FCB$ 的周长为17，求出 FC 的长，即可解决问题.

【详解】解：如图， $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$$\therefore AD = BC, \quad AB = DC;$$

由题意得： $AE = FE, \quad AB = BF$ ；

$\because \triangle FDE$ 的周长为5， $\triangle FCB$ 的周长为17，

$$\therefore DE + DF + EF = 5, \quad CF + BC + BF = 17,$$

$$\therefore (DE + EA) + (DF + CF) + BC + AB = 22,$$

$$\text{即 } 2(AB + BC) = 22,$$

$$\therefore AB + BC = 11, \quad \text{即 } BF + BC = 11;$$

$$\therefore FC = 17 - 11 = 6,$$

故答案为：6.

【点睛】该题主要考查了翻折变换的性质、平行四边形的性质等几何知识点及其应用问题，解题的方法是准确找出图形中隐含的等量关系；解题的关键是灵活运用翻折变换的性质、平行四边形的性质等几何知识点来分析、判断、解答.

三、解答题（本大题共7小题，共66分）

19. 解关于 y 的方程： $a(y-1) = 3(y+1)$

【答案】 $y = \frac{3+a}{a-3}$

【解析】

【分析】根据解一元一次方程的一般步骤，可得答案.

【详解】解：去括号，得：

$$ay - a = 3y + 3,$$

移项，得：

$$ay - 3y = 3 + a,$$

合并同类项，得：

$$(a-3)y = 3+a,$$

系数化为1，得：

$$y = \frac{3+a}{a-3}.$$

【点睛】 本题考查了解一元一次方程，掌握解一元一次方程的一般步骤是解题关键.

20. 解方程： $\frac{1}{1-x} = \frac{2}{x+1} - 1.$

【答案】 $x=0$ 或 $x=3$.

【解析】

【分析】 把原方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到原方程的解.

【详解】 解： 两边乘以 $(1+x)(1-x)$ 并整理得：

$$x^2 - 3x = 0,$$

解之可得： $x=0$ 或 $x=3$,

经检验 $x=0$, $x=3$ 都是原方程的解.

【点睛】 本题考查分式方程的综合应用，熟练掌握分式方程的解题步骤和方法、一元二次方程的解法是解题关键.

21. 解方程： $3 - \sqrt{2x-3} = x$

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 先移项，两边平方，然后整理求得 x 的值，最后进行检验即可.

【详解】 解： 原方程化为： $3 - x = \sqrt{2x-3}$

两边平方，得 $(3-x)^2 = 2x-3$,

整理，得 $x^2 - 8x + 12 = 0$,

解得 $x_1 = 2, x_2 = 6$,

经检验： $x_1 = 2$ 是原方程的根， $x_2 = 6$ 是原方程的增根，

$\therefore$ 原方程的根为 $x = 2$.

【点睛】 本题主要考查解一元二次方程，二次根式的性质，解此题的关键在于熟练掌握其知识点.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 0 & \text{①} \\ x^2 - xy + 4 = 0 & \text{②} \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -4 \end{cases}.$$

【解析】

【分析】 首先对方程①进行因式分解，经分析得： $2x + y = 0$ 或 $2x - y = 0$ ，然后与方程②重新组合成两个方程组，解这两个方程组即可.

【详解】 解：由方程①，得 $2x + y = 0$ 或 $2x - y = 0$.

将它们与方程② 分别组成方程组，得

$$(1) \begin{cases} 2x + y = 0 & \text{③} \\ x^2 - xy + 4 = 0 & \text{②} \end{cases} \text{ 或 } (2) \begin{cases} 2x - y = 0 & \text{④} \\ x^2 - xy + 4 = 0 & \text{②} \end{cases}.$$

由③得， $y = -2x$ ， ⑤

把⑤代入②得， $x^2 + 2x^2 + 4 = 0$ ，

整理得 $3x^2 + 4 = 0$ ，

∴ 方程组 (1) 无实数解；

由④得， $y = 2x$ ， ⑥

把⑥代入②得， $x^2 - 2x^2 + 4 = 0$ ，

整理得， $x^2 = 4$ ，

解得 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -2$ ，

把 $x_1 = 2$ ， $x_2 = -2$ 分别代入⑥得， $y_1 = 4$ ， $y_2 = -4$ ，

∴ 方程组 (2) 的解是
$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -4 \end{cases}.$$

所以原方程组的解是
$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -4 \end{cases}.$$

【点睛】 本题主要考查解二元二次方程组，关键在于正确的对原方程组的第一个方程进行因式分解.

23. 某校青年教师准备捐款 3600 元为敬老院的老年人购买一台电脑，这笔钱大家平均承担. 实际捐款时又多了 2 名教师，因为购买电脑所需的总费用不变，于是每人少捐 90 元. 问共有多少人参加捐款？原计划每

人捐款多少元？.

【答案】共有 10 人参加捐款，原计划每人捐款 450 元.

【解析】

【分析】设实际共有 x 人参加捐款，那么原来有 $(x-2)$ 人参加捐款，根据：原来捐款的平均数-实际捐款平均数=90，列分式方程求解.

【详解】解：设实际共有 x 人参加捐款，那么原来有 $(x-2)$ 人参加捐款，实际每人捐款 $\frac{3600}{x}$ (元)，原计划每

人捐款 $\frac{3600}{x-2}$ (元)，

依据题意，得 $\frac{3600}{x-2} - \frac{3600}{x} = 90$ ，

即 $\frac{40}{x-2} - \frac{40}{x} = 1$ ，

两边同乘以 $x(x-2)$ ，再整理，得 $x^2 - 2x - 80 = 0$ ，

解得 $x_1 = 10$ ， $x_2 = -8$ ，

经检验， $x_1 = 10$ ， $x_2 = -8$ 都是原方程的根，

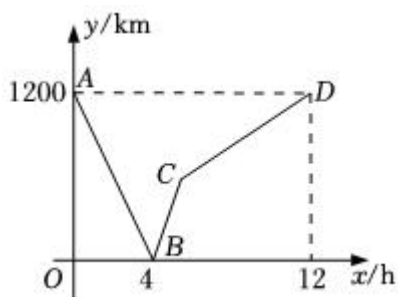
但人数不能为负数，所以取 $x = 10$ ，

当 $x = 10$ 时， $\frac{3600}{x-2} = \frac{3600}{10-2} = 450$ (元)，

答：共有 10 人参加捐款，原计划每人捐款 450 元.

【点睛】本题考查了分式方程的应用. 利用分式方程解应用题时，一般题目中会有两个相等关系，这时要根据题目所要解决的问题，选择其中的一个相等关系作为列方程的依据，而另一个则用来设未知数.

24. 一列快车从甲地驶往乙地，一列慢车从乙地驶往甲地，两车同时出发，设慢车行驶的时间为 x (h)，两车之间的距离为 y (km)，图中的折线表示 y 与 x 之间的函数关系.



(1) 甲、乙两地之间的距离为 _____ km；

(2) 请解释图中的点 B 的实际意义；

(3) 求慢车和快车的速度；

(4) 求线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

【答案】 (1) 1200

(2) 点 B 的实际意义是慢车行驶 $4h$ 时, 慢车和快车相遇

(3) 快车的速度为 200km/h , 慢车的速度为 100km/h

(4) $y = 300x - 1200$, 自变量 x 的取值范围是 $4 \leq x \leq 6$

【解析】

【分析】 (1) 由函数图象可以直接求出甲乙两地之间的距离;

(2) 由函数图象的数据就可得出;

(3) 由函数图象的数据, 根据速度 = 路程 $\div$ 时间就可以得出慢车的速度, 由相遇问题求出速度和就可以求出快车的速度进而得出结论;

(4) 由快车的速度求出快车走完全程的时间就可以求出点 C 的横坐标, 由两车的距离 = 速度和 $\times$ 时间就可以求出 C 点的纵坐标, 由待定系数法就可以求出结论.

【小问 1 详解】

由图象得: 甲、乙两地之间的距为 1200km .

故答案为: 1200;

【小问 2 详解】

根据题意知: 点 B 的实际意义是慢车行驶 $4h$ 时, 慢车和快车相遇;

【小问 3 详解】

由题意得: 快车与慢车的速度和为: $1200 \div 4 = 300$ (km/h),

慢车的速度为: $1200 \div 12 = 100$ (km/h),

快车的速度为: $300 - 100 = 200$ (km/h).

答: 快车的速度为 200km/h , 慢车的速度为 100km/h ;

【小问 4 详解】

由题意, 得快车走完全程的时间为: $1200 \div 200 = 6$ (h),

$6h$ 时两车之间的距离为: $300 \times (6 - 4) = 600\text{km}$.

$\therefore C(6, 600)$,

设线段 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 由题意得:

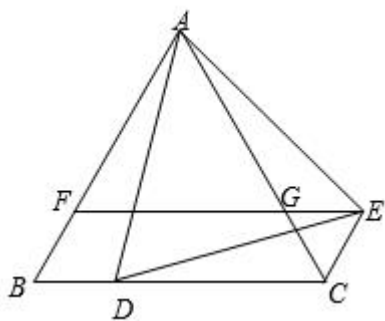
$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ 6k + b = 600 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k = 300 \\ b = -1200 \end{cases}$,

$\therefore y = 300x - 1200$, 自变量 x 的取值范围是 $4 \leq x \leq 6$.

【点睛】本题考查了行程问题的数量关系路程 $\div$ 时间=速度的运用, 待定系数法求一次函数的解析式的运用, 相遇问题的数量关系的运用, 解答时求出一一次函数的解析式是关键.

25. 已知等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 8$, 点 D 为边 BC 上一动点, 以 AD 为边作等边 $\triangle ADE$, 且点 E 与点 D 在直线 AC 的两侧, 过点 E 作 $EF \parallel BC$, EF 与 AB 、 AC 分别相交于点 F 、 G .



- (1) 求证: 四边形 $BCEF$ 是平行四边形;
- (2) 设 $BD = x$, $FG = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 当 AD 的长为7时, 求线段 FG 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $y = 8 - x (0 < x < 8)$

(3) 3 或 5

【解析】

【分析】(1) 由三角形 ABC 与三角形 ADE 都为等边三角形, 得到 $\angle BAC = \angle DAE = 60^\circ$, 利用等式的性质得到 $\angle BAD = \angle CAE$, 再由 $AB = AC$, $AD = AE$, 利用SAS得到三角形 ABD 与三角形 ACE 全等, 利用全等三角形的对应角相等得到 $\angle ACE = \angle ABC = 60^\circ$, 进而确定出同旁内角互补, 得到 CE 与 FB 平行, 再由 EF 与 BC 平行, 即可得到四边形 $BCEF$ 为平行四边形;

(2) 由三角形 ABD 与三角形 ACE 全等, 得到 $BD = CE$, 再由四边形 $BCEF$ 为平行四边形得到 $BF = CE$, 等量代换得到 $BF = BD = x$, 由 FG 与 BC 平行, 由平行得比例, 即可列出 y 关于 x 的函数解析式, 求出 x 的范围得到定义域;

(3) 过 A 作 $AM \perp BC$ 交 BC 于 M , 可得 M 为 BC 的中点, 即 $BM = CM = 4$, 在直角三角形 ABM 中, 利用勾股定理求出 AM 的长, 而 $MD = 4 - x$, 在直角三角形 ADM 中, 利用勾股定理列出关于 x 的方程, 求出方程的解得到 x 的值, 代入(2)的解析式中求出 y 的值, 即为 FG 的长.

【小问1 详解】

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$$\therefore AB = AC$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ,$$

$\because \triangle ADE$ 是等边三角形

$$\therefore AD = AE$$

$$\therefore \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC \quad \text{即 } \angle BAD = \angle CAE$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \quad (\text{SAS})$$

$$\therefore BD = EC$$

$$\therefore \angle ACE = \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BCE = \angle ACB + \angle ACE = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BCE = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel EC$$

$$\because EF \parallel BC$$

$\therefore$ 四边形 $BCEF$ 是平行四边形

【小问 2 详解】

$$\because EF \parallel BC$$

$$\therefore \angle CGE = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle CGE = \angle ACE = 60^\circ$$

$$\therefore GE = EC$$

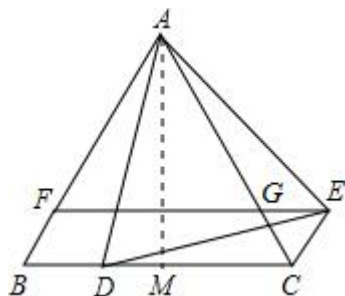
$$\therefore GE = EC = BD = x$$

$$\therefore FG = FE - GE$$

$$\therefore y = 8 - x (0 < x < 8)$$

【小问 3 详解】

作 $AH \perp BC$, 垂足为 H



在 $Rt\triangle AHB$ 中, $\angle AHD = 90^\circ$,

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$\therefore AH^2 + 4^2 = 8^2$$

$$\therefore AH = 4\sqrt{3}$$

在 $Rt\triangle ADH$ 中, $\angle AHD = 90^\circ$,

$$\therefore AH^2 + DH^2 = AD^2$$

即 $(4\sqrt{3})^2 + (4-x)^2 = 7^2$, 解得 $x = 5$ 或 $x = 3$;

$$\therefore FG = 8 - x$$

$\therefore FG$ 的长为 3 或 5

【点睛】 此题考查了相似三角形的判定与性质, 全等三角形的判定与性质, 等边三角形的性质, 平行四边形的判定与性质, 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>)
致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群
出品的《老师请开讲》私享直播课等
增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>)
是学科网旗下智能题库，拥有小初高全
学科超千万精品试题，提供智能组卷、
拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能