

2020~2021 学年上海崇明县东门中学

八年级下学期期中数学试卷

(满分: 100 分)

一、选择题 (共六题: 共 18 分)

1. 下列函数中, 是一次函数的是 ()

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = \frac{1}{x} - 2$ C. $y = 2x + 3$ D. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)

数)

【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数的定义逐项分析即可.

【详解】A. $y = x^2 + 1$ 中自变量的次数是 2, 故不是一次函数;

B. $y = \frac{1}{x} - 2$ 中自变量在分母上, 故不是一次函数;

C. $y = 2x + 3$ 是一次函数;

D. 当 $k=0$ 时, $y = kx + b$ (k 、 b 是常数) 不是一次函数.

故选 C.

【点睛】本题考查了一次函数的定义, 一般地, 形如 $y=kx+b$, (k 为常数, $k \neq 0$) 的函数叫做一次函数.

2. 下列方程中, 是二项方程的为 ()

- A. $x^2 + 2x = 1$ B. $x^2 + x = 0$ C. $x^3 - 8 = 0$ D. $x = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】二项方程的左边只有两项, 其中一项含未知数 x , 另一项是常数项; 方程的右边是 0, 结合选项进行判断即可.

【详解】解: A. 不是二项方程, 方程右边不等于 0, 不符合题意;

B. 不是二项方程, 方程左边没有常数项, 不符合题意;

C. 是二项方程, 符合题意;

D. 不是二项方程, 方程左边只有一项, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查二项方程的定义, 注意二项方程的左边只有两项, 一项含未知数, 一项是常数, 右边为 0, 熟练掌握二项方程的定义是解决问题的关键.

3. 用换元法解分式方程 $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{x-1} + 1 = 0$ 时, 如果设 $\frac{x-1}{x} = y$, 将原方程化为关于 y 的整式方程, 那么这个整式方程是 ()

- A. $y^2 + y - 3 = 0$ B. $y^2 - 3y + 1 = 0$ C. $3y^2 - y + 1 = 0$ D. $3y^2 - y - 1 = 0$

【答案】A

【解析】

【分析】换元法即是整体思想的考查, 解题的关键是找到这个整体, 此题的整体是 $\frac{x-1}{x}$, 设 $\frac{x-1}{x} = y$,

换元后整理即可求得.

【详解】解: 把 $\frac{x-1}{x} = y$ 代入方程 $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{x-1} + 1 = 0$,

得: $y - \frac{3}{y} + 1 = 0$.

方程两边同乘以 y 得: $y^2 + y - 3 = 0$.

故选: A.

【点睛】用换元法解分式方程时常用方法之一, 它能够把一些分式方程化繁为简, 化难为易, 对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点, 寻找解题技巧.

4. 一个多边形的内角和是外角和的1.5倍, 则这个多边形是 ()

- A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 八边形

【答案】B

【解析】

【分析】多边形的外角和是 360° , 则内角和是 $1.5 \times 360^\circ = 540^\circ$. 设这个多边形是 n 边形, 内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 这样就得到一个关于 n 的方程组, 从而求出边数 n 的值.

【详解】解: 设这个多边形是 n 边形, 根据题意, 得

$$(n-2) \times 180^\circ = 1.5 \times 360^\circ,$$

解得: $n=5$.

即这个多边形为五边形.

故选 B.

【点睛】本题考查多边形的内角和与外角和、方程的思想. 关键是记住内角和的公式与外角和的特征: 任何多边形的外角和都等于 360° , n 边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$.

5. 四边形 $ABCD$ 的四个角 $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D$ 满足下列哪一条件时, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ()

A. 1:2:2:1

B. 2:1:1:1

C. 1:2:3:4

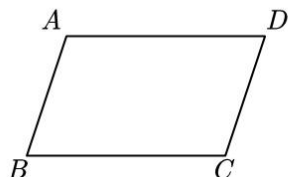
D. 2:1:2:1

【答案】D

【解析】

【分析】由于 $\angle A$ 和 $\angle C$ 是对角， $\angle B$ 和 $\angle D$ 是对角，再根据两组对角分别相等的四边形是平行四边形，得到对角的度数相等，逐项判断即可得到答案.

【详解】解：如图，



A、 $\because \angle A:\angle B:\angle C:\angle D=1:2:2:1$,

$\therefore \angle A=\angle D$, $\angle C=\angle B$, 不满足两组对角分别相等，故 A 不符合题意；

B、 $\because \angle A:\angle B:\angle C:\angle D=2:1:1:1$,

$\therefore \angle C=\angle B=\angle D$, 不满足两组对角分别相等，故 B 不符合题意；

C、 $\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=1:2:3:4$, 不满足两组对角分别相等，故 C 不符合题意；

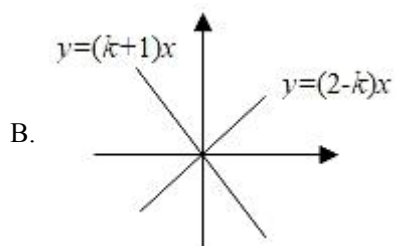
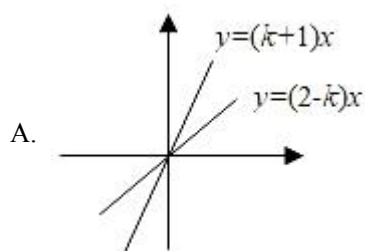
D、 $\because \angle A:\angle B:\angle C:\angle D=2:1:2:1$,

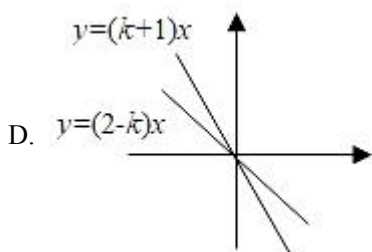
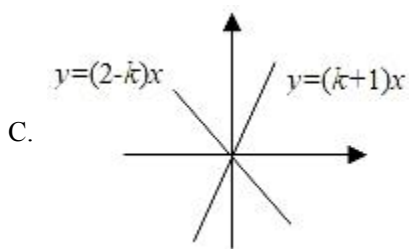
$\therefore \angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$, 满足两组对角分别相等，故 D 符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定，熟练掌握两组对角分别相等的四边形是平行四边形是解题的关键.

6. 已知正比例函数 $y=(k+1)x$ 与 $y=(2-k)x$, 则它们图象的大致位置不可能的是 ()





【答案】D

【解析】

【分析】分三种情况讨论两函数图象，与选项中图象对照，不符合的即为正确答案.

【详解】解：当 $k < -1$ 时，正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象过原点、二、四象限，正比例函数 $y = (2-k)x$ 的图象经过原点，一、三象限，B 符合；

当 $-1 < k < 2$ 时，正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象过原点、一、三象限，正比例函数 $y = (2-k)x$ 的图象经过原点，一、三象限，A 符合；

当 $k > 2$ 时，正比例函数 $y = (k+1)x$ 的图象过原点、一、三象限，正比例函数 $y = (2-k)x$ 的图象经过原点，二、四象限，C 符合；

综上，它们图象的大致位置不可能的是 D，

故选：D.

【点睛】本题考查了两条直线相交或平行问题，熟练掌握一次函数的性质是解题的关键.

二、填空题（共十二题：共 24 分）

7. 直线 $y = -2(x-1)$ 在 y 轴上截距为_____.

【答案】2

【解析】

【分析】根据截距的定义，令 $x = 0$ 即可解答.

【详解】解：令 $x = 0$ ，得 $y = -2(0-1) = 2$ ，

故答案为：2.

【点睛】本题考查了一次函数的性质，熟知截距的概念是解题的关键.

8. 已知函数 $f(x) = 2x + 1$, 则 $f(0) =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 将 $x = 0$ 代入求解即可.

【详解】 $\because f(x) = 2x + 1$

$$\therefore f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1.$$

故答案为: 1.

【点睛】 本题侧重考查知函数值, 掌握函数值的计算是解题的关键.

9. 若一次函数 $y = 5x + m$ 的图像不经过第四象限, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq 0$

【解析】

【分析】 根据已知条件和一次函数的性质得不等式, 求出不等式的解集即可.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = 5x + m$ 的图像不经过第四象限,

$$\therefore m \geq 0,$$

故答案为: $m \geq 0$.

【点睛】 本题考查了一次函数的性质、一次函数的图象与系数的关系, 能得出关于 m 的不等式是解此题的关键.

10. 关于 x 的方程 $a(x - 3) = 1$ ($a \neq 0$) 的解为_____.

【答案】 $x = \frac{1}{a} + 3$

【解析】

【分析】 根据解一元一次方程的步骤解方程即可

【详解】 解: $\because a(x - 3) = 1$ ($a \neq 0$)

$$\therefore x - 3 = \frac{1}{a}$$

$$\therefore x = \frac{1}{a} + 3;$$

故答案为: $x = \frac{1}{a} + 3$

【点睛】 本题考查了解一元一次方程, 熟练掌握解方程的步骤是解题的关键

11. 若关于 x 的方程 $\frac{x+a}{x-1} + 1 = 0$ 有增根, 则 a 的值为_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根. 所以应先确定增根的可能值, 让最简公分母 $x-1=0$, 得到 $x=1$, 然后代入去分母后的整式方程算出 a 的值.

【详解】解: 由分式方程的最简公分母是 $x-1$,

$\therefore x-1=0$, 解得 $x=1$,

$\therefore$ 分式方程的增根是 $x=1$.

分式方程转化成整式方程为 $x+a+x-1=0$,

把 $x=1$ 代入 $x+a+x-1=0$ 得: $1+a+1-1=0$,

解得 $a=-1$.

故答案为: -1.

【点睛】本题考查了分式方程的增根, 根据题意求出 x 的值后代入整式方程中进行计算是解题的关键.

12. 方程的 $(2x-5)\sqrt{x-3}=0$ 根是_____.

【答案】 $x=3$

【解析】

【分析】先把无理方程化为 $2x-5=0$ 或 $\sqrt{x-3}=0$, 分别求解, 再检验, 即可.

【详解】解: $\because (2x-5)\sqrt{x-3}=0$,

$\therefore 2x-5=0$ 或 $\sqrt{x-3}=0$,

解得: $x=\frac{5}{2}$ 或 $x=3$,

$\because x-3 \geq 0$,

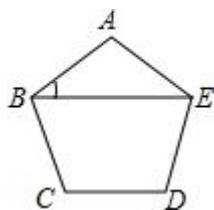
$\therefore x \geq 3$

检验: $x=3$ 为方程的根, $x=\frac{5}{2}$ 不是方程的根,

故答案为: $x=3$.

【点睛】本题主要考查解无理方程, 无理方程要对根进行检验.

13. 如图, BE 为正五边形 $ABCDE$ 的一条对角线, 则 $\angle ABE =$ _____.



【答案】 36°

【解析】

【分析】 根据正五边形的性质求出 $\angle A$ ，再根据 $AB=AE$ 即可求出 $\angle ABE$ 。

【详解】 解： $\because$ 五边形 $ABCDE$ 是正五边形，

$$\therefore \angle A = (5-2) \times 180^\circ \times \frac{1}{5} = 108^\circ, \quad AB=AE,$$

$$\therefore \angle ABE = (180^\circ - 108^\circ) \times \frac{1}{2} = 36^\circ.$$

故答案为： 36°

【点睛】 本题考查了多边形的内角和，正多边形的定义与性质，根据求出 $\angle A$ 的度数是解题关键。

14. 已知平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A : \angle D = 3 : 2$ ，则 $\angle C =$ _____ 度。

【答案】 108

【解析】

【分析】 根据平行四边形邻角互补的性质可求解。

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ.$$

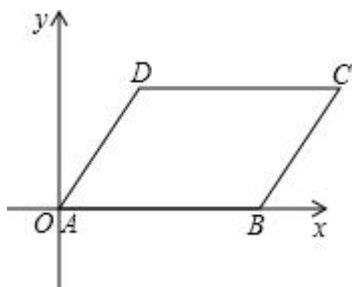
$$\because \angle A : \angle D = 3 : 2,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 180^\circ \times \frac{3}{5} = 108^\circ.$$

故答案为： 108.

【点睛】 主要考查了平行四边形的基本性质，并利用性质解题。平行四边形基本性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分。

15. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 、 D 的坐标分别是 $A(0, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $D(1, \sqrt{2})$ ，则顶点 C 的坐标是_____。



【答案】 $C(5, \sqrt{2})$

【解析】

【分析】直接利用平行四边形的性质得出 AB 的长，进而得出顶点 C 的坐标.

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $A(0, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、

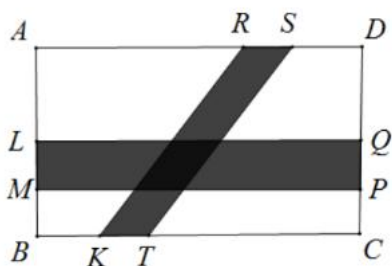
$$\therefore DC = AB = 4,$$

$$\therefore D(1, \sqrt{2}),$$

$$\therefore C(5, \sqrt{2}).$$

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质，正确得出 AB 的长是解题关键.

16. 如图在一块长为 22 米, 宽为 17 米的矩形地面上, 要修建一条长方形道路 $LMPQ$ 及一条平行四边形道路 $RSTK$, 剩余部分种上草坪, 使草坪面积为 300 平方米, 若 $LM = RS = x$ 米, 则根据题意可列出方程为 _____



【答案】 $(22-x)(17-x)=300$.

【解析】

【分析】将每条道路平移到矩形的一边处，表示出新矩形的长和宽，利用矩形的面积的计算方法得到方程即可.

【详解】根据题意得： $(22-x)(17-x)=300$;

故答案为 $(22-x)(17-x)=300$.

【点睛】此题考查由实际问题抽象出一元二次方程，解题关键在于理解题意列出方程.

17. 已知平行四边形 $ABCD$ 的周长是 28cm, AC 和 BD 交于 O , $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长小 2cm, 则 $AB =$ _____.

【答案】6cm

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质可得 $AB + BC = 14\text{cm}$, $OA = OC$, 再根据 $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长小 2cm, 即可求得.

【详解】解：∵ 平行四边形 $ABCD$ 的周长为 28cm,

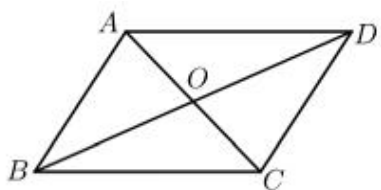
$$\therefore AB + BC = 14\text{cm}, \quad OA = OC,$$

∵ $\triangle OAB$ 的周长比 $\triangle OBC$ 的周长小 2cm,

$$\therefore (OB + OC + BC) - (OA + OB + AB) = BC - AB = 2\text{cm},$$

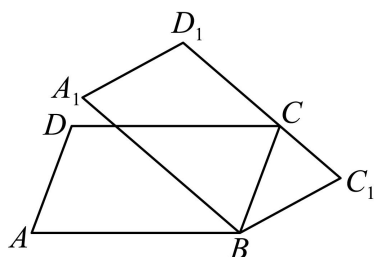
$$\therefore AB = 6\text{cm}, BC = 8\text{cm}.$$

故答案为：6cm.



【点睛】 本题考查了平行四边形的性质，三角形的周长，利用二元一次方程组求解，采用方程思想是解决本题的关键.

18. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ，将平行四边形 $ABCD$ 绕顶点 B 顺时针旋转到平行四边形 $A_1BC_1D_1$ ，当 C_1D_1 首次经过顶点 C 时，旋转角 $\angle ABA_1 =$ _____ $^\circ$.



【答案】 40

【解析】

【分析】 由旋转的性质可知：平行四边形 $ABCD$ 全等于平行四边形 $A_1BC_1D_1$ ，得出 $BC = BC_1$ ，由等腰三角形的性质得出 $\angle BCC_1 = \angle C_1$ ，由旋转角 $\angle ABA_1 = \angle CBC_1$ ，根据等腰三角形的性质计算即可.

【详解】 $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 绕顶点 B 顺时针旋转到平行四边形 $A_1BC_1D_1$,

$$\therefore BC = BC_1,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1,$$

$$\because \text{在平行四边形 } ABCD \text{ 中, } \angle A = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle A = \angle C_1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle CBC_1 = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ABA_1 = \angle CBC_1 = 40^\circ,$$

故答案为：40.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质、旋转的性质、等腰三角形的判定和性质以及三角形的内角和定理，解题的关键是证明三角形 CBC_1 是等腰三角形.

三、简答题 (共四题: 共 24 分)

19. 解方程: $\frac{1}{1-x} = \frac{2}{x+1} - 1$.

【答案】 $x=0$ 或 $x=3$.

【解析】

【分析】 把原方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到原方程的解.

【详解】 解：两边乘以 $(1+x)(1-x)$ 并整理得：

$$x^2 - 3x = 0,$$

解之可得: $x=0$ 或 $x=3$,

经检验 $x=0$, $x=3$ 都是原方程的解.

【点睛】 本题考查分式方程的综合应用，熟练掌握分式方程的解题步骤和方法、一元二次方程的解法是解题关键.

20. 解方程: $2\sqrt{x-3} + 6 = x$.

【答案】 $x=12$

【解析】

【分析】 两边平方，求得一元二次方程的解，进一步利用 $x-3 \geq 0$ 和 $x-6 \geq 0$ 验证得出答案即可.

【详解】 $2\sqrt{x-3} + 6 = x$

$$\therefore 2\sqrt{x-3} = x-6$$

$$4(x-3) = x^2 - 12x + 36$$

整理得 $x^2 - 16x + 48 = 0$

解得: $x_1 = 4$, $x_2 = 12$

$$\therefore x-3 \geq 0, \text{ 即 } x \geq 3$$

$$\therefore 2\sqrt{x-3} = x-6 \geq 0$$

$$\therefore x-6 \geq 0, \text{ 解得 } x \geq 6$$

$$\therefore x_1 = 4 \text{ 应舍去,}$$

$$\therefore \text{原方程的解为 } x=12.$$

【点睛】此题考查解无理方程，利用等式的性质把方程转化为整式方程求得答案即可.

21. 解方程组
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{6}{x-y} = 3 \\ \frac{9}{x-y} - \frac{1}{x+y} = 1 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】令 $\frac{1}{x+y} = a$, $\frac{1}{x-y} = b$, 则原方程组化为: $\begin{cases} 4a + 6b = 3 \\ 9b - a = 1 \end{cases}$, 求出 a 、 b 的值, 再代入求出 x 、 y 即可.

【详解】令 $\frac{1}{x+y} = a$, $\frac{1}{x-y} = b$,

则原方程组化为
$$\begin{cases} 4a + 6b = 3 \\ 9b - a = 1 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{6} \end{cases},$$

则有
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 6 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases},$$

经检验 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ 是原方程的解,

则原方程的解为:
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}.$$

【点睛】本题考查了解分式方程组和解二元一次方程组, 能正确换元是解此题的关键.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 8 \textcircled{1} \\ x^2 - 5xy - 6y^2 = 0 \textcircled{2} \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = -8 \\ y_2 = 8 \end{cases}$$

【解析】

【分析】由①可得， $x=8-2y$ ③，代入将③代入②得 $y^2-9y+8=0$ ，求出 $y_1=1$ ， $y_2=8$ ，然后 $x=8-2y$ ③代入求解即可.

【详解】
$$\begin{cases} x+2y=8 \text{ ①} \\ x^2-5xy-6y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$$

由①可得， $x=8-2y$ ③

将③代入②得， $(8-2y)^2-5\times(8-2y)y-6y^2=0$

整理得， $y^2-9y+8=0$

$$(y-1)(y-8)=0$$

$$y-1=0 \text{ 或 } y-8=0$$

解得 $y_1=1$ ， $y_2=8$

将 $y_1=1$ 代入③得， $x_1=8-2y=6$ ；

将 $y_2=8$ 代入③得， $x_2=8-2y=-8$.

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x_1=6 \\ y_1=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2=-8 \\ y_2=8 \end{cases}.$$

【点睛】本题考查了二元二次方程组解法，解题关键是通过因式分解将二元一次方程组转化为两个二元一次方程组解答.

四、解答题 (共三题: 共 24 分)

23. 新定义 $[a,b]$ 为一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$, a, b 为实数)的“关联数”.

(1) 若“关联数” $[2, 3-k]$ 的一次函数为正比例函数, 求 k 的值.

(2) 已知直角坐标系中点 $A(1,3)$, 点 $B(5,1)$, 求图象过 A, B 两点的一次函数的关联数.

【答案】(1) 3 (2) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$

【解析】

【分析】(1) 根据“关联数”的概念和正比例函数的性质得到 $3-k=0$, 进而求解即可;

(2) 利用待定系数法将 $A(1,3)$, $B(5,1)$ 代入 $y=ax+b$ 求出 a, b 的值, 然后根据“关联数”的概念求解

即可.

【小问 1 详解】

$\therefore$ “关联数” $[2, 3-k]$ 的一次函数为正比例函数,

$$\therefore 3-k=0$$

解得 $k=3$;

【小问 2 详解】

$\therefore$ 将 $A(1,3)$, $B(5,1)$ 代入 $y=ax+b$

$$\text{得, } \begin{cases} a+b=3 \\ 5a+b=1 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{7}{2} \end{cases}$$

$\therefore$ 图象过 A 、 B 两点的一次函数的关联数为 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$.

【点睛】 本题属于新定义和正比例函数的定义, 待定系数法求一次函数解析式, 解答的关键运用新定义和正比例函数的概念确定 k 的值.

24. 甲、乙两家便利店到批发站采购一批饮料, 共 25 箱, 由于两店所处的地理位置不同, 因此甲店的销售价格比乙店的销售价格每箱多 10 元. 当两店将所进的饮料全部售完后, 甲店的营业额为 1000 元, 比乙店少 350 元, 求甲、乙两店各进货多少箱饮料?

【答案】 甲、乙两店各进货 10 箱和 15 箱

【解析】

【分析】 设甲店进货 x 箱, 乙店进货 $(25-x)$ 箱, 根据“甲店的销售价格比乙店的销售价格每箱多 10 元”列出方程解题即可.

【详解】 解: 设甲店进货 x 箱, 乙店进货 $(25-x)$ 箱, 列方程得:

$$\frac{1000}{x} = \frac{1000+350}{25-x} + 10,$$

解得: $x_1=10$ 或 $x_2=-260$ (舍去),

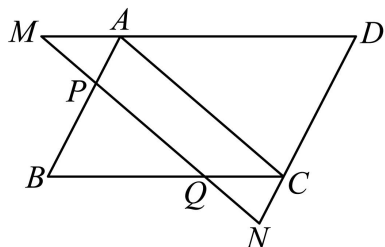
经检验: $x=10$ 是原方程的解,

$\therefore$ 乙店进货 $25-x=15$ (箱)

答：甲、乙两店各进货10箱和15箱.

【点睛】 本题考查分式方程解应用题，注意分式方程需要验根，解题的关键是分析题意出列方程.

25. 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AC 的平行线 MN 分别交 DA 、 DC 的延长线于点 M 、 N ，交 AB 、 BC 于点 P 、 Q ，求证： $QN = MP$.



【答案】 见解析.

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质得出 $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，又 $MN \parallel AC$ 则可证四边形 $APNC$ 是平行四边形，四边形 $AMQC$ 是平行四边形，再根据性质可证 $MQ = PN$ ，最后通过线段和差即可求证.

【详解】 证明： $\because$ 四边形是 $ABCD$ 平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore MN \parallel AC,$$

$\therefore$ 四边形 $APNC$ 是平行四边形，四边形 $AMQC$ 是平行四边形，

$$\therefore AC = MQ, AC = PN,$$

$$\therefore MQ = PN,$$

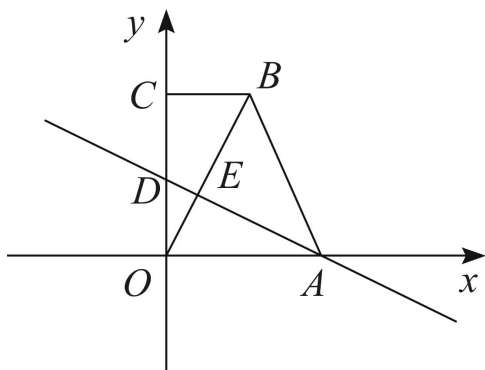
$$\therefore MP + PQ = PQ + QN,$$

$$\therefore QN = MP.$$

【点睛】 此题考查了平行四边形的性质与判定，解题的关键是熟练掌握性质与判定的应用.

五、解答题 (共一题：共 10 分)

26. 如图，平面直角坐标系中，直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(2, 0)$ 、 $D(0, 1)$ ，点 B 是第一象限的点且 $AB = \sqrt{5}$ ，过点 B 作 $BC \perp y$ 轴，垂足为 C ， $CB = 1$.



- (1) 求直线 $y = kx + b$ 的解析式和点 B 的坐标;
- (2) 试说明: $AD \perp BO$;
- (3) 若点 M 是直线 AD 上的一个动点, 在 x 轴上存在另一个点 N , 且以 O 、 B 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形, 请直接写出点 N 的坐标.

【答案】 (1) $y = -\frac{1}{2}x + 1$, $B(1, 2)$; (2) 详见解析; (3) $N_1(3, 0)$, $N_2(-3, 0)$, $N_3(7, 0)$

【解析】

- 【分析】** (1) 将 A 、 B 坐标代入可得直线解析式, 设 $B(1, m)$, 由 $AB = \sqrt{5}$ 得 $1 + m^2 = 5$, 解之可得答案;
- (2) 利用边角边证明 $\triangle AOD$ 与 $\triangle OCB$ 全等, 从而得到 $\angle OAD = \angle COB$, 根据 $\angle COB + \angle AOB = 90^\circ$ 可得 $\angle OAD + \angle AOB = 90^\circ$, 从而得到 $\angle AEO = 90^\circ$, 得证;
- (3) 根据平行四边形的对边平行且相等可得 $BM \parallel AN$ 且 $BM = AN$, 令 $y = 2$ 求出点 M 的坐标, 从而得到 BM 的长度, 再分点 N 在点 O 的左边与右边、点 N 关于 A 的对称点三种情况讨论求出点 N 的坐标.

【详解】 解: (1) 把 $A(2, 0)$, $D(0, 1)$ 代入 $y = kx + b$

$$\text{得} \begin{cases} 2k + b = 0 \\ b = 1 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\because BC = 1, BC \perp y \text{ 轴}$$

$$\text{设 } B(1, m)$$

$$\because AB = \sqrt{5}, A(2, 0)$$

$$\therefore 1 + m^2 = 5, m = \pm 2 \text{ (负值舍去)}$$

$$\therefore B(1, 2);$$

$$(2) \because AO = 2, DO = 1, BC = 1, OC = 2$$

$$\therefore OA = OC, \quad BC = OD$$

$$\because \angle BCO = \angle AOD = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle OCB (SAS)$$

$$\therefore \angle COB = \angle OAD$$

$$\because \angle COB + \angle BOA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAD + \angle BOA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AEO = 90^\circ,$$

$$\therefore AO \perp BO;$$

(3) $\because$ 点 N 在 x 轴上, O、B、M、N 为顶点的四边形是平行四边形,

$$\therefore BM \parallel x \text{ 轴, 且 } BM = ON,$$

根据 (1), 点 B 的坐标为 (1, 2),

$$\therefore -\frac{1}{2}x + 1 = 2,$$

解得 $x = -2$,

$$\therefore \text{点 M 的坐标为 } (-2, 2),$$

$$\therefore BM = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3,$$

① 点 N 在点 O 的左边时, $ON = BM = 3$,

$$\therefore \text{点 N 的坐标为 } (-3, 0),$$

② 点 N 在点 O 的右边时, $ON = BM = 3$,

$$\therefore \text{点 N 的坐标为 } (3, 0),$$

③ 作 N (-3, 0) 关于 A 对称的点 N', 则 N' 也符合,

点 N' 的坐标是 (7, 0),

综上所述, 点 N 的坐标为 (-3, 0) 或 (3, 0) 或 (7, 0).

【点睛】 本题是对一次函数的综合考查, 主要有坐标与图形的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理的应用, 平行四边形的性质, 解题的关键是仔细分析题目, 理清数量关系.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>)
致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群
出品的《老师请开讲》私享直播课等
增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>)
是学科网旗下智能题库，拥有小初高全
学科超千万精品试题，提供智能组卷、
拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能