

2021-2022 学年上海市杨浦区国和中学八年级（下）期中数学试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 以下函数中，属于一次函数的是（ ）

A. $y = \frac{x}{2}$

B. $y = \frac{2}{x}$

C. $y = c$ (c 为常数)

D. $y = kx + b$ (k, b 为常数)

【答案】A

【解析】

【分析】根据一次函数的概念：形如 $y = kx + b$ ($k \neq 0, k, b$ 均是常数)，对四个选项逐一进行判断即可。

【详解】A、 $y = \frac{x}{2}$ 中， $k = \frac{1}{2} \neq 0$ ，是一次函数，故该选项符合题意；

B、 $y = \frac{2}{x}$ 是反比例函数，故该选项不符合题意；

C、 $y = c$ (c 是常数) 是常函数，故该选项不符合题意；

D、当 $k=0$ 时， $y = kx + b$ 就不是一次函数，故该选项不符合题意；

故选：A.

【点睛】此题考查一次函数的概念，熟练掌握一次函数的概念是解此题的关键。

2. 一个多边形的内角和不可能是（ ）.

A. 1800°

B. 540°

C. 720°

D. 810°

【答案】D

【解析】

【分析】 n 边形的内角和是 $(n-2) \times 180^\circ$ ，即多边形的内角和一定是 180 的正整数倍，依此即可解答。

【详解】解： 810° 不能被 180° 整除，

故选：D.

【点睛】本题主要考查了多边形的内角和定理，对于定理的理解是解决本题的关键。

3. 用换元法解分式方程 $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{x-1} + 1 = 0$ 时，如果设 $\frac{x-1}{x} = y$ ，将原方程化为关于 y 的整式方程，那么

这个整式方程是（ ）

A. $y^2 + y - 3 = 0$

B. $y^2 - 3y + 1 = 0$

C. $3y^2 - y + 1 = 0$

D. $3y^2 - y - 1 = 0$

【答案】A

【解析】

【分析】换元法即是整体思想的考查，解题的关键是找到这个整体，此题的整体是 $\frac{x-1}{x}$ ，设 $\frac{x-1}{x} = y$ ，

换元后整理即可求得.

【详解】解：把 $\frac{x-1}{x} = y$ 代入方程 $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{x-1} + 1 = 0$ ，

得： $y - \frac{3}{y} + 1 = 0$.

方程两边同乘以 y 得： $y^2 + y - 3 = 0$.

故选：A.

【点睛】用换元法解分式方程时常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，化难为易，对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点，寻找解题技巧.

4. 下列方程中，有实数根的是（ ）

A. $x^2 - x + 2 = 0$

B. $x^4 - 1 = 0$

C. $\sqrt{x-2} = -1$

D. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程根的判别式、偶次方的意义、算术平方根的意义、以及分式方程的解逐项分析即可.

【详解】A、 $\Delta = 1 - 8 = -7 < 0$ ，故没有实数根，故错误，不符合题意；

B、 $x^4 - 1 = 0$ 存在实数根 1 和 -1，故正确，符合题意；

C、任何数的算术平方根一定是非负数，故错误，不符合题意；

D、此方程化为整式方程的根为 $x = 1$ ，而分母 $x - 1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ ，所以此方程无解，不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查了一元二次方程根的判别式的应用，乘方的意义，算术平方根的意义，分式方程有意义的条件，熟练掌握各知识点是解答本题的关键.

5. 下列事件是必然事件的是（ ）

A. 疫情期间参加聚会会感染新冠病毒

B. 抛掷一枚硬币，落地后正面朝上

C. 打开的电视机正在播放新闻

D. 13 个同学中至少有两个同学同一个月生日

【答案】D

【解析】

【分析】 根据事件发生的可能性大小判断即可.

【详解】 解: A、疫情期间参加聚会会感染新冠病毒, 是随机事件, 则此项不符合题意;

B、抛掷一枚硬币, 落地后正面朝上, 是随机事件, 则此项不符合题意;

C、打开的电视机正在播放新闻, 是随机事件, 则此项不符合题意;

D、因为一年有 12 个月, 所以 13 个同学中至少有两个同学同一个月生日, 是必然事件, 则此项符合题意;

故选: D.

【点睛】 本题考查的是必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下, 一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下, 一定不发生的事件, 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

6. 下列条件不能判定一个四边形是矩形的是 ()

A. 四个内角都相等

B. 四条边都相等

C. 对角线相等且互相平分

D. 对角线相等的平行四边形

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据矩形的判定方法逐一判断即可.

【详解】 解: A、四个内角都相等的四边形是矩形, 故选项 A 不符合题意;

B、四条边都相等的四边形是菱形, 故选项 B 符合题意;

C、对角线相等且互相平分的四边形是矩形, 故选项 C 不符合题意;

D、对角线相等的平行四边形是矩形, 故选项 D 不符合题意;

故选: B.

【点睛】 本题考查的是矩形的判定, 掌握“矩形的判定方法”是解本题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 一次函数 $y = 3x + b$ 的图像过坐标点 $(-2, 4)$, 则该函数的截距为 _____.

【答案】 10

【解析】

【分析】 将点 $(-2, 4)$ 代入一次函数解析式可求 b 的值, 然后令 $x=0$, 求 y 的值即该函数在 y 轴上的截距.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y = 3x + b$ 的图像过点 $(-2, 4)$,

$$\therefore 4 = 3 \times (-2) + b,$$

$$\therefore 4 = -6 + b,$$

$$\therefore b = 10,$$

$\therefore$ 该函数的截距为 10.

故答案为: 10.

【点睛】此题考查了一次函数的截距问题, 掌握待定系数法与求直线截距的方法是解此题的关键.

8. 从长度为 2、3、5、7 的四条线段中任意选取三条, 这三条线段能够构成三角形的概率是_____

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】三角形的任意两边的和大于第三边, 任意两边之差小于第三遍, 本题只要把三边代入, 看是否满足即可, 把满足的个数除以 4 即可

【详解】长度为 2、3、5、7 的四条线段中任意选取三条共有: 2、3、5; 2、3、7; 3、5、7; 2、5、7, 共 4 种情况, 能够构成三角形的只有 3、5、7 这一种, 所以概率是 $\frac{1}{4}$

【点睛】本题结合三角形三边关系与概率计算知识点, 掌握好三角形三边关系是解题关键

9. 已知一次函数 $y = kx + k - 1$ (其中 k 为常数且 $k \neq 0$) 的图像不经过第二象限, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $0 < k \leq 1$

【解析】

【分析】根据一次函数 $y = kx + k - 1$ 不经过第二象限, 一次函数 $y = kx + k - 1$ 经过第一、三象限或经过第一、三、四象限, 由此求解即可.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = kx + k - 1$ 不经过第二象限,

$\therefore$ 一次函数 $y = kx + k - 1$ 经过第一、三象限或经过第一、三、四象限,

当一次函数 $y = kx + k - 1$ 经过第一、三象限时, $\begin{cases} k > 0 \\ k - 1 = 0 \end{cases}$,

解得 $k = 1$;

当一次函数 $y = kx + k - 1$ 经过第一、三、四象限时,

$$\begin{cases} k > 0 \\ k - 1 < 0 \end{cases},$$

解得 $0 < k < 1$,

$$\therefore 0 < k \leq 1,$$

故答案为: $0 < k \leq 1$.

【点睛】 本题主要考查了根据一次函数经过的象限求参数取值范围，熟知一次函数图像与参数之间的关系是解题的关键.

10. 二项方程 $\frac{1}{2}x^4 - 8 = 0$ 的实数根是_____.

【答案】 $x = \pm 2$

【解析】

【分析】 先求 x^2 的解，再求实数根即可.

【详解】 解： $\frac{1}{2}x^4 - 8 = 0$.

$$\therefore \frac{1}{2}(x^2)^2 = 8.$$

$$\therefore x^2 = 4 \text{ (负值舍去).}$$

$$\therefore x = \pm 2.$$

故答案为： $x = \pm 2$.

【点睛】 本题考查高次方程的解法，关键在于降次，利用开平方即可降次是关键.

11. 方程 $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ 的解是_____.

【答案】 $x = -1$

【解析】

【分析】 根据分式方程的性质求解，即可得到答案.

$$\text{【详解】 } \because \frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

$$\therefore x^2 = 1$$

$$\therefore x = \pm 1$$

$\therefore x = 1$ 时， $x - 1 = 0$ ，即分母为 0，故舍去

$$\therefore x = -1$$

故答案为： $x = -1$.

【点睛】 本题考查了分式方程、一元二次方程的知识；解题的关键是熟练掌握分式方程的性质，从而完成求解.

12. 方程 $\sqrt{1-x} (x-2) = 0$ 的根是 _____.

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】 这是一道无理方程，两个因式的积为零，则两个因式均有可能为零，分别求出方程的解后一定要

进行检验，代入原方程是否有意义.

【详解】 $\because \sqrt{1-x}(x-2)=0$,

$\therefore \sqrt{1-x}=0$ 或 $x-2=0$,

解得: $x_1=1$ 或 $x_2=2$,

经检验 $x=1$ 是原方程的根, $x=2$ 不是原方程的根,

即原方程的根是 $x=1$,

故答案为: $x=1$.

【点睛】此题考查无理方程的解法, 记得检验是解此题的一个关键.

13. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-4} = \frac{6+x}{4-x}$ 有增根, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -10

【解析】

【分析】方程两边都乘 $x-4$, 化为整式方程, 解整式方程, 根据方程有增根, 可得 $x=4$, 即可求得 m 的值.

【详解】方程两边都乘 $x-4$,

得 $m = -6 - x$

$\therefore$ 原方程有增根,

$\therefore$ 最简公分母 $x-4=0$,

解得 $x=4$,

当 $x=4$ 时, $m = -10$,

故答案为: -10 .

【点睛】此题主要考查了分式方程的增根, 解答此题的关键是要明确: (1) 化分式方程为整式方程; (2) 把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

14. 方程组 $\begin{cases} x+y=11 \\ xy=24 \end{cases}$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$ ## $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases}$

【解析】

【详解】解: $\begin{cases} x+y=11 \text{ ①} \\ xy=24 \text{ ②} \end{cases}$

由①得 $x=11-y$ ③, 将③代入②得 $(11-y)y=24$

$$\text{即 } y^2 - 11y + 24 = 0$$

$$\text{即 } (y-3)(y-8) = 0$$

$$\text{解得 } y_1 = 3, y_2 = 8$$

$$\text{当 } y = 3 \text{ 时, } x = 8,$$

$$\text{当 } y = 8 \text{ 时, } x = 3,$$

$$\therefore \text{原方程组的解为: } \begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$$

$$\text{故答案为: } \begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$$

【点睛】 本题考查了二元二次方程组，正确的计算是解题的关键.

15. 把方程 $x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$ 化为两个二元一次方程，它们是_____和_____.

【答案】 ①. $x - 3y = 0$ ②. $x + y = 0$

【解析】

【分析】 先把方程 $x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$ 左边分解得到 $(x-3y)(x+y) = 0$ ，则原方程可转化为 $x-3y = 0$ 或 $x+y = 0$.

【详解】 解： $\because x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$,

$$\therefore (x-3y)(x+y) = 0,$$

$$\therefore x-3y = 0 \text{ 或 } x+y = 0.$$

故答案为： $x-3y = 0$ ； $x+y = 0$.

【点睛】 本题考查了解一元二次方程的因式分解法，解题的关键是通常利用换元法或因式分解法把高次方程化为一元二次方程求解.

16. 在平行四边形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle BAD$ 交直线 BC 于点 E ， $BE: EC = 2: 1$ ，且 $AB = 6$ ，那么这个四边形的周长是_____.

【答案】 30 或 18

【解析】

【分析】 首先根据题意作图，由 AE 平分 $\angle BAD$ 交直线 BC 于点 E ，可知点 E 在边 BC 上或者在其延长线上；分别求解即可求得答案.

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

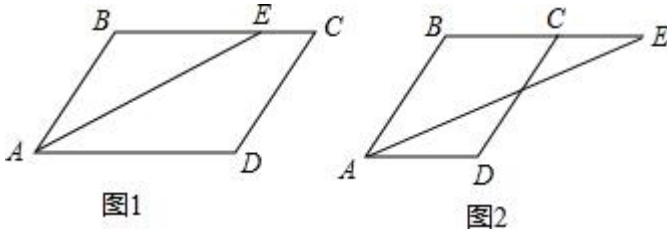
$$\therefore \angle AEB = \angle DAE,$$

$$\therefore AE \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB,$$

$$\therefore BE = AB = 6,$$



如图 1, $\because BE: EC = 2: 1$,

$$\therefore EC = 3,$$

$$\therefore AD = BC = 9, AB = CD = 6,$$

$$\therefore \text{这个四边形的周长是: } 9+6+9+6 = 30;$$

如图 2, $\because BE: EC = 2: 1$,

$$\therefore EC = 3,$$

$$\therefore AD = BC = 3, AB = CD = 6,$$

$$\therefore \text{这个四边形的周长是: } 3+6+3+6 = 18;$$

$$\therefore \text{这个四边形的周长是: } 30 \text{ 或 } 18.$$

故答案为: 30 或 18.

【点睛】此题主要考查了平行四边形的有关性质，熟练掌握平行四边形的有关性质是解题的关键，易错点是容易忽略 E 在边 BC 延长线这种情况.

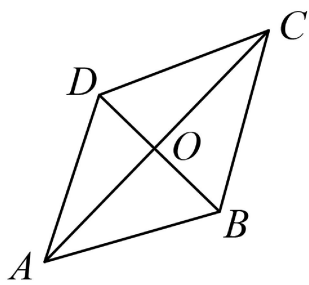
17. 菱形的边长为 10 厘米，一条对角线为 16 厘米，它的面积是 _____ 平方厘米.

【答案】 96

【解析】

【分析】根据菱形的性质得到以及勾股定理求出另一条对角线的长，然后根据菱形的面积公式计算求值.

【详解】解：如图，



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AB = 10, AC = 16$,

$\therefore AC \perp BD, OA = OC = 8, OD = OB, AB = BC$,

$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - AO^2} = 6, BD = 12$,

所以菱形的面积为 $S = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96$ (平方厘米),

故答案为: 96.

【点睛】 本题主要菱形的性质和面积公式, 掌握“菱形对角线互相垂直平分及勾股定理来解决问题”是解本题的关键.

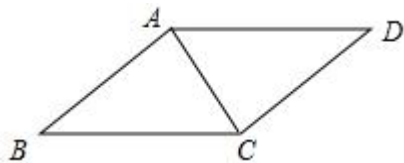
18. 如果把对角线与一边垂直的平行四边形成为“联想平行四边形”, 现有一个“联想平行四边形”的一组邻边长为 4 和 $2\sqrt{3}$, 那么它的最小内角为 ____度.

【答案】 30

【解析】

【分析】 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 4$ 时, $\angle B$ 最小, 根据含 30° 角的直角三角形的性质即可求解.

【详解】 如图所示:



在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 4$ 时, $\angle B$ 最小,

由勾股定理得: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$,

$\therefore AC = \frac{1}{2} AB$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 30^\circ$,

故答案为: 30.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质、“联想平行四边形”、勾股定理、含 30° 角的直角三角形的性质;

熟练掌握“联想平行四边形”的性质，根据含 30° 角的直角三角形的性质求出 $\angle B = 30^\circ$ ，是解题的关键.

三、简答题（本大题共 6 题，每题 6 分，满分 0 分）

19. $\frac{2}{x-3} - \frac{4}{x} = 1.$

【答案】原方程的解为： $x_1 = 4$ ， $x_2 = -3$

【解析】

【分析】方程两边同乘 $x(x-3)$ ，得到一个一元二次方程，利用因式分解法即可求解.

【详解】方程两边同乘 $x(x-3)$ ，得 $2x - 4(x-3) = x(x-3)$ ，

整理，得 $x^2 - x - 12 = 0$ ，即 $(x-4)(x+3) = 0$ ，

解得 $x_1 = 4$ ， $x_2 = -3$ ，

经检验，当 $x = 4$ 或 $x = -3$ 时， $x(x-3) \neq 0$ ，

$\therefore$ ，原方程的解为： $x_1 = 4$ ， $x_2 = -3$.

【点睛】本题主要考查了解可化为一元二次方程的分式方程，熟练掌握一元二次方程的因式分解法是解答本题的关键. 解分式方程时，注意对所得的根进行检验.

20. 解方程： $\sqrt{x+1} + 2x = 1.$

【答案】 $x = 0$

【解析】

【分析】移项后两边平方，然后解关于 x 的一元二次方程，再检验即可.

【详解】解：移项，得 $\sqrt{x+1} = 1 - 2x$ ，

两边平方，得 $x+1 = 1 - 4x + 4x^2$ ，

解得： $x_1 = 0$ ， $x_2 = \frac{5}{4}$ ，

经检验 $x = 0$ 是原方程的解， $x = \frac{5}{4}$ 不是原方程的解，

所以原方程的解是 $x = 0$.

【点睛】本题考查了解无理方程，各类方程的解法不尽相同，但是它们有一个共同的基本数学思想——转化，把未知转化为已知.

21. 解方程组：
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x^2 + 4xy + 4y^2 = 1 \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_3 = \frac{1}{3} \\ y_3 = \frac{1}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -\frac{1}{3} \\ y_4 = -\frac{1}{3} \end{cases}$

【解析】

【分析】 先把两个方程分别因式分解，再分类讨论即可.

【详解】 原方程组可以化为： $\begin{cases} (x+y)(x-y)=0 \cdots \textcircled{1} \\ (x+2y)^2=1 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

由方程①得： $x+y=0$ 或 $x-y=0$

当 $x+y=0$ 时， $x=-y$ ，代入方程②得： $(-y+2y)^2=1$

解得 $y=\pm 1$

此时方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1 \end{cases}$

当 $x-y=0$ 时， $x=y$ ，代入方程②得： $(y+2y)^2=1$

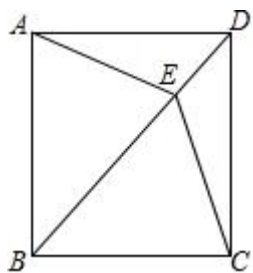
解得 $y=\pm \frac{1}{3}$

此时方程组的解为 $\begin{cases} x_3 = \frac{1}{3} \\ y_3 = \frac{1}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -\frac{1}{3} \\ y_4 = -\frac{1}{3} \end{cases}$

综上所述方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_3 = \frac{1}{3} \\ y_3 = \frac{1}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -\frac{1}{3} \\ y_4 = -\frac{1}{3} \end{cases}$

【点睛】 本题考查二元二次方程组的解法，解题的关键是先利用因式分解处理方程组，转换成我们熟悉的一次方程，需要注意分类讨论不重不漏.

22. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ADC=90^\circ$ ， $AD=CD$ ， E 是对角线 BD 上一点，且 $EA=EC$. 求证：四边形 $ABCD$ 是正方形.



【答案】见解析

【解析】

【分析】先证明 $\triangle ADE \cong \triangle CDE$ (SSS)，可得 $\angle ADE = \angle CDE$ ，进而可得 $\angle ADB = \angle CDB = 45^\circ$ ，根据 $AD \parallel BC$ ，可得 $\angle ADB = \angle DBC = 45^\circ$ ，即有 $\angle CDB = \angle CBD = 45^\circ$ ， $CD = CB$ ，则有 $AD = CB$ ，即可证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，结合 $\angle ADC = 90^\circ$ ，可得四边形 $ABCD$ 是矩形，问题随之得证.

【详解】在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDE$ 中，

$$\begin{cases} DA = DC \\ DE = DE, \\ AE = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE \text{ (SSS),}$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = 45^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = \angle CBD = 45^\circ,$$

$$\therefore CD = CB,$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore AD = CB,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是平行四边形,}$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形,}$$

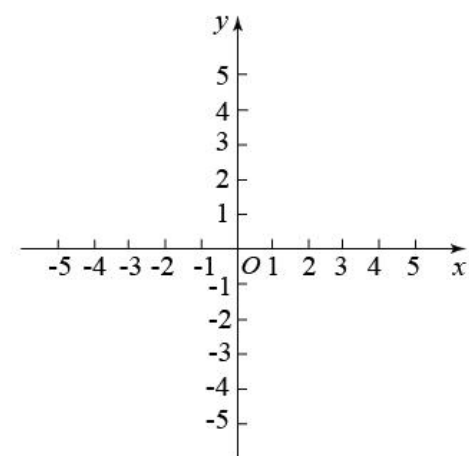
$$\therefore AD = DC,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是正方形.}$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质，平行线的性质，平行四边形的判定与性质，矩形的判定与

性质以及正方形的判定等知识，证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，是解答本题的关键.

23. 已知在直角坐标系中，菱形 $ABDC$ ，顶点 $A(0, 4)$ ， $B(-3, 0)$ ，点 D 在 x 轴负半轴，求：



(1) 求点 D 的坐标，

(2) 求经过点 C 的反比例函数解析式.

【答案】 (1) $D(-8, 0)$

(2) 经过点 C 的反比例函数解析式为 $y = -\frac{20}{x}$

【解析】

【分析】 (1) 由点 A 和点 B 的坐标结合勾股定理即可得出 $AB=5$ ，再根据菱形的性质可求出 $DB=5$ ，从而可求出 $OD=5+3=8$ ，进而即得出 $D(-8, 0)$ ；

(2) 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴. 由题意易得出 $C(-5, 4)$. 再利用待定系数法即可求出反比例函数解析式.

【小问 1 详解】

如图，

$\because$ 顶点 $A(0, 4)$ ， $B(-3, 0)$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$$\therefore DB = AB = 5,$$

$$\therefore OD = 5 + 3 = 8,$$

$$\therefore D(-8, 0);$$

【小问 2 详解】

如图，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴.

$\because$ 在菱形 $ABDC$ 中， $CE = OA = 4$ ， $OE = AC = 5$ ，

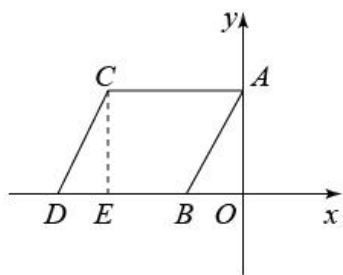
$\therefore$ 点 $C(-5, 4)$.

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$\therefore$ 点 $C(-5, 4)$ 在反比例函数上,

$$\therefore k = xy = -20,$$

$\therefore$ 经过点 C 的反比例函数解析式为 $y = -\frac{20}{x}$.



【点睛】本题考查坐标与图形，菱形的性质，勾股定理，求反比例函数解析式．利用数形结合的思想是解题关键．

24. 甲、乙两个施工队共同完成居民小区“阳光绿化改造工程”，乙队先单独完成单独做 2 天后，再由两队合作 10 天就能完成全部工程，已知乙队单独完此项工程比甲队单独完成此项工程少用 5 天，求甲、乙两个施工队单独完成此项工程各需多少天？

【答案】甲队单独完成此项工程需 25 天，乙队单独完成此项工程需 20 天．

【解析】

【分析】根据题意，根据工作总量来列等量关系．等量关系为：乙 2 天的工作量+甲乙合作 10 天的工作量=1．

【详解】解：设甲队单独完成此项工程需 x 天，则乙队单独完成此项工程需 $(x-5)$ 天．

由题意，得：
$$\frac{2}{x-5} + \frac{10}{x} + \frac{10}{x-5} = 1,$$

化简得：
$$x^2 - 27x + 50 = 0,$$

解得：
$$x_1 = 25, x_2 = 2;$$

经检验： $x_1 = 25$ ， $x_2 = 2$ 都是方程的根；但 $x_2 = 2$ 不符合题意，舍去．

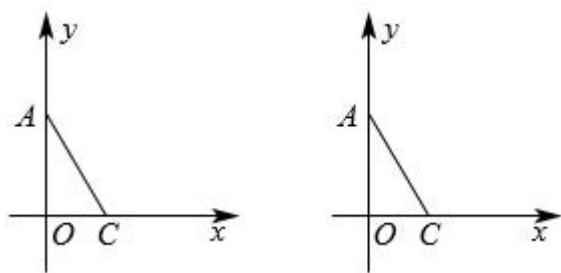
$\therefore x = 25$ ，则 $x - 5 = 25 - 5 = 20$ ；

$\therefore$ 甲队单独完成此项工程需 25 天，乙队单独完成此项工程需 20 天．

【点睛】本题考查分式方程的应用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键．

四、解答题 (本题 10 分)

25. 如图, 已知点 $A(0, 6)$, 点 $C(3, 0)$, 将线段 AC 绕点 C 顺时针旋转 90° , 点 A 落在点 B 处, 点 D 是 x 轴上一动点.



- (1) 求直线 BC 的解析式;
- (2) 联结 B, D . 若 $BD \parallel AC$, 求点 D 的坐标;
- (3) 联结 A, D 交线段 BC 于点 Q , 且 $\angle OAC = \angle CAQ$. 求 $\triangle BCD$ 的面积.

【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$;

(2) $D\left(\frac{21}{2}, 0\right)$.

(3) $S_{\triangle BCD} = \frac{15}{2}$

【解析】

【分析】(1) 过 B 点作 $BM \perp x$ 轴交于 M , 证明 $\triangle ACO \cong \triangle CBM$ (AAS), 求出 $B(9, 3)$, 再由待定系数法求函数的解析式即可;

(2) 求出直线 AC 的解析式, 由 $BD \parallel AC$, 可设直线 BD 的解析式为 $y = -2x + f$, 将点 $B(9, 3)$ 代入求解, 从而可得答案;

(3) 作 O 点关于直线 AC 的对称点 E , 连接 AE 与 x 轴交于 D , 与线段 BC 交于 Q , 设 $CD=y$, $ED=x$, 由勾股定理得, $36 + (3+y)^2 = (6+x)^2$ ①, $y^2 = 9 + x^2$ ②, 联立①②可得 $x=4$, $y=5$, 即可求 $D(8, 0)$, 再求三角形的面积即可.

【小问 1 详解】

解: 如图, 过 B 点作 $BM \perp x$ 轴交于 M ,

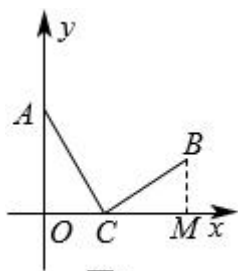


图1

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO + \angle BCM = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACO + \angle OAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = \angle OAC,$$

$$\because AC = BC, \angle AOC = \angle CMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle CBM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BM = OC, CM = AO,$$

$$\because A(0, 6), C(3, 0),$$

$$\therefore BM = 3, CM = 6,$$

$$\therefore B(9, 3),$$

设直线 CB 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 9k + b = 3 \\ 3k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2};$$

【小问2详解】

设直线 AC 的解析式为 $y = mx + n$,

$$\therefore \begin{cases} n = 6 \\ 3m + n = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -2 \\ n = 6 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 6,$$

$$\because BD \parallel AC,$$

设直线 BD 的解析式为 $y = -2x + f$,

$$\because B(9, 3),$$

$$\therefore -18 + f = 3,$$

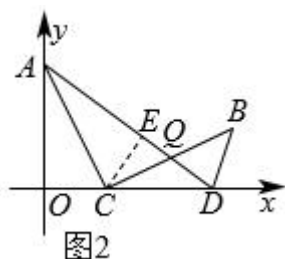
解得 $f = 21$,

$$\therefore y = -2x + 21,$$

$$\therefore D\left(\frac{21}{2}, 0\right).$$

【小问3详解】

作 O 点关于直线 AC 的对称点 E , 连接 AE 与 x 轴交于 D , 与线段 BC 交于 Q ,



由对称性可知, $\angle OAC = \angle CAQ$,

$$\because A(0, 6), C(3, 0),$$

$$\therefore OA = AE = 6, OC = CE = 3,$$

设 $CD = y$, $ED = x$,

$$\therefore \begin{cases} 36 + (3 + y)^2 = (6 + x)^2 \\ y^2 = 9 + x^2 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}, \text{ (不合题意的根舍去)}$$

$$\therefore CD = 5,$$

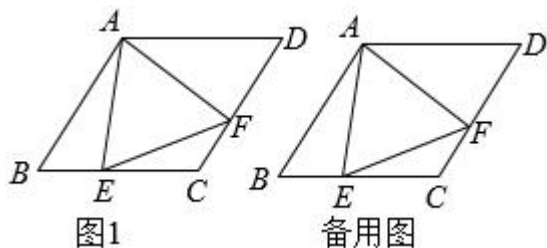
$$\therefore D(8, 0),$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}.$$

【点睛】 本题考查一次函数的图象及性质, 熟练掌握一次函数的图象及性质, 三角形全等的判定及性质, 角平分线的性质, 勾股定理, 一元二次方程的解法, 二元二次方程组的解法是解题的关键.

五.综合应用题 (本题 12 分)

26. 已知：如图菱形 $ABCD$ ，点 E, F 分别为边 BC, CD 上的动点（不与端点重合），且 $\angle EAF = \angle B = 60^\circ$ 。



- (1) 求证： $AE=AF$ ；
- (2) 如果 $AB=8$ ，设 $BE=x$ ， $AE=y$ ，求 y 与 x 的函数关系式和定义域；
- (3) 在 (2) 的基础上，当 x 取何值时， $S_{\triangle AEF}$ 与 $S_{\triangle CEF}$ 面积比值为 7.

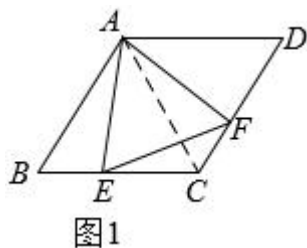
【答案】 (1) 见解析 (2) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 64}$ ($0 < x < 8$)

(3) 当 $x = 4 \pm 2\sqrt{2}$ 时， $S_{\triangle AEF}$ 与 $S_{\triangle CEF}$ 面积比值为 7

【解析】

【小问 1 详解】

证明：如图 1，连接 AC ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，
 $\therefore AB=BC=CD=AD$ ， $\angle B = \angle D = 60^\circ$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 是等边三角形，
 $\therefore AB=AC$ ， $\angle B = \angle ACD = 60^\circ = \angle BAC$ ，
 $\therefore \angle EAF = \angle BAC = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAE = \angle CAF$ ，

在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle CAF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CAF \\ AB = AC \\ \angle B = \angle ACF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAF$ (ASA),

$\therefore AE=AF$;

【小问 2 详解】

解：如图 2，过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H ，

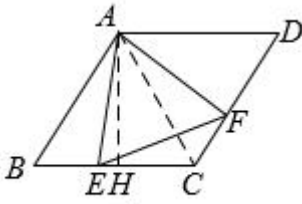


图2

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形， $AH \perp BC$ ， $AB=8=BC$ ，

$\therefore BH=CH=4$ ， $\angle BAH=30^\circ$ ，

$\therefore AH=4\sqrt{3}$ ，

$\therefore AE^2 = AH^2 + EH^2$ ，

$\therefore y^2 = 48 + (4-x)^2$ ，

$\therefore y = \sqrt{x^2 - 8x + 64}$ ($0 < x < 8$)；

【小问 3 详解】

解：由 (1) 可知： $\triangle ABE \cong \triangle CAF$ ，

$\therefore BE=CF=x$ ， $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CAF}$ ，

$\therefore S_{\triangle CEF} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACF} - S_{\triangle ACF} - S_{\triangle AFE}$ ，

$\therefore S_{\triangle CEF} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times AB^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times AE^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (64 - x^2 + 8x - 64) = \frac{\sqrt{3}}{4} (8x - x^2)$ ，

$\therefore S_{\triangle AEF}$ 与 $S_{\triangle CEF}$ 面积比值为 7，

$\therefore S_{\triangle AEF} = 7S_{\triangle CEF}$ ，

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} (x^2 - 8x + 64) = 7 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (8x - x^2)$ ，

$\therefore x = 4 \pm 2\sqrt{2}$ ，

$\therefore$ 当 $x = 4 \pm 2\sqrt{2}$ 时， $S_{\triangle AEF}$ 与 $S_{\triangle CEF}$ 面积比值为 7。

【点睛】 本题考查了全等三角形的性质与判定，勾股定理，函数关系式，解一元二次方程，掌握以上知识是解题的关键。

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>)
致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群
出品的《老师请开讲》私享直播课等
增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>)
是学科网旗下智能题库，拥有小初高全
学科超千万精品试题，提供智能组卷、
拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能