

2020~2021 学年上海长宁区上海第三女子初级

中学八年级下学期期中数学试卷

(满分: 100 分)

一、选择题(共四题: 共 16 分)

1. 下列关于 x 的方程中, 一定有实数根的是 ().

- A. $\sqrt{x+1}+1=0$ B. $\sqrt{x-3}=2-x$ C. $\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}=9$ D. $\sqrt{x-3}=3-x$

【答案】D

【解析】

【分析】根据算术平方根的定义即可 A 是否有实数根; 根据二次根式有意义和算术平方根的性质确定 x 的取值范围, 可判定 B; 根据二次根式有意义确定 x 的取值, 再检验这个值即可判定 C; 根据二次根式有意义和算术平方根的性质确定 x 的值, 经检验即可判定 D.

【详解】解: A、 $\because \sqrt{x+1} \geq 0, \therefore \sqrt{x+1}+1 \geq 1$, 故本选项不符合题意;

B、 $\because \sqrt{x-3}=2-x, \therefore x-3 \geq 0, 2-x \geq 0$, 此时不等式组 x 无解, 故本选项错误;

C、 $\because \sqrt{x+2}$ 和 $\sqrt{2-x}$ 是非负数, $\therefore$ 它们的和是非负数, 故本选项不符合题意;

D、 $\because \sqrt{x-3}=3-x, \therefore x-3 \geq 0, 3-x \geq 0, \therefore x=3$, 经检验 $x=3$ 是原方程的解, 故本选项符合题意.

故选: D.

【点睛】此题主要考查了解无理方程的方法及二次根式的意义的条件和算术平方根的性质, 熟练掌握二次根式的意义的条件和算术平方根的性质是解题的关键.

2. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线交于点 O , 下列条件中, 能够判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

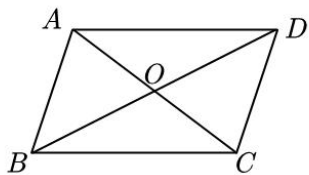
- A. $\angle A = \angle C, AB = CD$ B. $\angle A = \angle C, AB \parallel CD$
C. $OA = OC, AB = CD$ D. $AB \parallel CD, AD = BC$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定定理逐项判断即可得到答案.

【详解】解: 如图,



A、当 $\angle A = \angle C$, $AB = CD$ 时, 不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故此选项不符合题意;

B、 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABD = \angle CDB$,

$\because \angle A = \angle C$, $BD = DB$,

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDB$ (AAS),

$\therefore AB = CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故此选项符合题意;

C、当 $OA = OC$, $AB = CD$ 时, 不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故此选项不符合题意;

D、当 $AB \parallel CD$, $AD = BC$ 时, 不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故此选项不符合题意;

故选: B.

【点睛】 本题考查了平行四边形的判定定理, 两组对边分别平行的四边形是平行四边形; 两组对边分别相等的四边形是平行四边形; 对角线互相平分的四边形是平行四边形; 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形; 两组对角分别相等的四边形是平行四边形, 熟练掌握平行四边形的判定定理是解题的关键.

3. 某市为处理污水, 需要铺设一条长为 4000m 的管道. 为了尽量减少施工对交通所造成的影响, 实际施工时每天比原计划多铺设 10m, 结果提前 20 天完成任务. 设原计划每天铺设管道 x m, 则可得方程 ()

A. $\frac{4000}{x-10} - \frac{4000}{x} = 20$

B. $\frac{4000}{x} - \frac{4000}{x-10} = 20$

C. $\frac{4000}{x+10} - \frac{4000}{x} = 20$

D. $\frac{4000}{x} - \frac{4000}{x+10} = 20$

【答案】 D

【解析】

【详解】 试题分析: 根据等量关系: “原计划用的时间 - 实际用的时间 = 20”列方程即可.

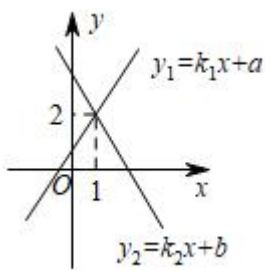
试题解析: 设原计划每天铺设管道 x m, 则实际施工用的时间为: $\frac{4000}{x+10}$, 原计划用的时间为: $\frac{4000}{x}$, 所

以可列方程为: $\frac{4000}{x} - \frac{4000}{x+10} = 20$

故选 D.

考点: 由实际问题抽象出分式方程.

4. 如图, 直线 $y_1 = k_1x + a$ 与 $y_2 = k_2x + b$ 的交点坐标为 $(1, 2)$, 则使 $y_1 < y_2$ 的 x 的取值范围为 ()



A. $x > 1$

B. $x > 2$

C. $x < 2$

D. $x < 1$

【答案】 D

【解析】

【分析】 求使 $y_1 < y_2$ 的 x 的取值范围，即求对于相同的 x 的取值，直线 y_1 落在直线 y_2 的下方时，对应的 x 的取值范围．直接观察图象，可得出结果．

【详解】 解：由图象可知，当 $x < 1$ 时，直线 y_1 落在直线 y_2 的下方，

故使 $y_1 < y_2$ 的 x 的取值范围是： $x < 1$ ．

故选： D．

【点睛】 本题考查了一次函数与不等式（组）的关系及数形结合思想的应用．解决此类问题关键是仔细观察图形，注意几个关键点（交点、原点等），做到数形结合．

二、填空(共十五题：共 30 分)

5. 一次函数 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 与 x 轴的交点坐标是_____．

【答案】 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

【解析】

【分析】 令 $y = 0$ ，得 $-2\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$ ，解之即可得到答案．

【详解】 解：令 $y = 0$ ，得 $-2\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$ ，

解得： $x = \frac{1}{2}$ ，

∴ 一次函数 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 与 x 轴的交点坐标是 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ，

故答案为： $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ．

【点睛】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点问题，准确进行计算是解题的关键.

6. 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，函数 $y = (m+1)x^{2m^2-1} - 5$ 是一次函数.

【答案】 1

【解析】

【分析】 根据一次函数的定义可得 $m+1 \neq 0$ ， $2m^2-1=1$ ，解之即可得到答案.

【详解】 解： $\because$ 函数 $y = (m+1)x^{2m^2-1} - 5$ 是一次函数，

$$\therefore m+1 \neq 0, \quad 2m^2-1=1,$$

解得： $m=1$,

$\therefore$ 当 $m=1$ 时，函数 $y = (m+1)x^{2m^2-1} - 5$ 是一次函数，

故答案为： 1.

【点睛】 本题考查了一次函数的定义，熟练掌握一次函数的定义是解题的关键.

7. 方程 $(x-2)\sqrt{x-3} = 0$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x=3$

【解析】

【分析】 先把无理方程化为 $x-2=0$ 或 $\sqrt{x-3}=0$ ，，分别求解，再检验，即可.

【详解】 解： $\because (x-2)\sqrt{x-3} = 0$ ，

$$\therefore x-2=0 \text{ 或 } \sqrt{x-3}=0,$$

解得： $x=2$ 或 $x=3$,

经检验： $x=3$ 是方程的解， $x=2$ 不是方程的解，

$$\therefore x=3,$$

故答案是： $x=3$.

【点睛】 本题主要考查解无理方程，无理方程要对根进行检验.

8. 解方程 $\frac{x^2}{x+1} - \frac{x+1}{3x^2} = 2$ ，如果设 $\frac{x^2}{x+1} = y$ ，那么得到关于 y 的整式方程是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $y^2 - 2y - \frac{1}{3} = 0$

【解析】

【分析】将 $\frac{x^2}{x+1} = y$ 代入原方程可得 $y - \frac{1}{3y} = 2$ ，再两边同时乘以 y 可得 $y^2 - \frac{1}{3} = 2y$ ，整理即可得到答案.

【详解】解：设 $\frac{x^2}{x+1} = y$ ，

则方程 $\frac{x^2}{x+1} - \frac{x+1}{3x^2} = 2$ 可化为： $y - \frac{1}{3y} = 2$ ，

两边同时乘以 y 可得： $y^2 - \frac{1}{3} = 2y$ ，

整理得： $y^2 - 2y - \frac{1}{3} = 0$ ，

$\therefore$ 得到关于 y 的整式方程是： $y^2 - 2y - \frac{1}{3} = 0$ ，

故答案为： $y^2 - 2y - \frac{1}{3} = 0$.

【点睛】 本题考查了换元法解分式方程，准确进行计算是解题的关键.

9. 一次函数 $y = (k+3)x + k+1$ 的图象不经过第二象限，则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 < k < -1$

【解析】

【分析】 已知中，一次函数 $y = (k+3)x + k+1$ 的图象不经过第二象限，可判断即 $k+3 > 0$ ，且 $k+1 < 0$ ，解之可得 k 的取值范围.

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y = (k+3)x + k+1$ 的图象不经过第二象限，

$$\therefore \begin{cases} k+3 > 0 \\ k+1 < 0 \end{cases}$$

解得： $-3 < k < -1$ ，

故答案为： $-3 < k < -1$.

【点睛】 本题是对一次函数的图象与系数的关系，解不等式组解. 熟练掌握根据一次函数图象经过的象限得出不等式组是解题的关键.

10. 一个多边形的内角和是它的外角和的 5 倍，则这个多边形的边数为_____.

【答案】 12##十二

【解析】

【分析】 根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 与外角和定理列出方程，求解即可得到答案.

【详解】 解： 设这个多边形的边数为 n ，

根据题意得: $(n-2) \times 180^\circ = 5 \times 360^\circ$,

解得: $n = 12$,

故答案为: 12.

【点睛】 本题主要考查了多边形内角和公式, 多边形外角和定理, 解题关键是掌握多边形内角和公式:

$(n-2) \cdot 180^\circ$ 以及多边形的外角和等于 360° .

11. 若关于 x 方程 $\frac{x-2}{x-3} = \frac{m}{x-3} + 2$ 无解, 则 m 的值是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 把原方程去分母化为整式方程, 求出方程的解得到 x 的值, 由分式方程无解得到分式方程的分母为 0, 求出 x 的值, 两者相等得到关于 m 的方程, 求出方程的解即可得到 m 的值.

【详解】 解: 去分母得: $x-2 = m + 2(x-3)$,

去括号得: $x-2 = m + 2x-6$,

移项得: $x-2x = m-6+2$,

合并同类项得: $-x = m-4$,

系数化为 1 得: $x = 4-m$,

$\because$ 关于 x 方程 $\frac{x-2}{x-3} = \frac{m}{x-3} + 2$ 无解,

$\therefore x-3=0$,

$\therefore x=3$,

$\therefore 4-m=3$,

解得: $m=1$,

故答案为: 1.

【点睛】 本题考查了解分式方程、分式方程无解, 熟练掌握解分式方程的步骤以及理解分式方程无解的情况是解题的关键.

12. 已知点 $B(1,3)$ 是直线 $y=kx+b(k<0)$ 上一点, 则 $kx+b>3$ 的解集是_____.

【答案】 $x<1$

【解析】

【分析】 由 $k<0$ 可得 y 随 x 的增大而减小, 由点 $B(1,3)$ 是直线 $y=kx+b(k<0)$ 上一点结合函数图象的性质即可得到答案.

【详解】解：∵直线 $y = kx + b$ 中 $k < 0$,

∴ y 随 x 的增大而减小,

∵点 $B(1, 3)$ 是直线 $y = kx + b (k < 0)$ 上一点,

∴当 $x < 1$ 时, 函数图象在 $y = 3$ 的上方,

∴ $kx + b > 3$ 的解集是: $x < 1$,

故答案为: $x < 1$.

【点睛】本题考查了一次函数与一元一次不等式, 熟练掌握一次函数的图象与性质是解题的关键.

13. 方程组 $\begin{cases} (x+1)(y-4)=0 \\ y=x^2 \end{cases}$ 有_____组解.

【答案】3

【解析】

【分析】由 $(x+1)(y-4)=0$ 可得 $x=-1$ 或 $y=4$, 再分当 $x=-1$ 时和当 $y=4$ 时, 分别进行计算即可得到答案.

【详解】解: ∵ $(x+1)(y-4)=0$,

∴ $x+1=0$ 或 $y-4=0$,

∴ $x=-1$ 或 $y=4$,

当 $x=-1$ 时, $y=x^2=(-1)^2=1$,

$$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases},$$

当 $y=4$ 时, $x^2=4$,

解得: $x=2$ 或 $x=-2$,

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases},$$

∴方程组 $\begin{cases} (x+1)(y-4)=0 \\ y=x^2 \end{cases}$ 的解为: $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$, 共有 3 组解,

故答案为: 3.

【点睛】本题考查了解二元二次方程组, 由 $(x+1)(y-4)=0$ 得出 $x=-1$ 或 $y=4$ 是解题的关键.

14. 一项工程若乙单独做要比甲慢 3 天完成, 现在甲乙合作 5 天, 余下的再由甲单独做 3 天完成, 求甲乙单

独完成此项工程所需的时间，若设乙单独做需要 x 天，可列方程为_____.

【答案】 $\frac{5+3}{x-3} + \frac{1}{x} = 1$

【解析】

【分析】 设乙单独做需要 x 天，则设甲单独做需要 $(x-3)$ 天，根据根据甲队完成的部分+乙队完成的部分=总工程（单位 1），列出方程即可.

【详解】 解：设乙单独做需要 x 天，则设甲单独做需要 $(x-3)$ 天，根据题意，得

$$\frac{5+3}{x-3} + \frac{1}{x} = 1$$

故答案为： $\frac{5+3}{x-3} + \frac{1}{x} = 1$.

【点睛】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

15. 某校去年对实验器材的投资为 2 万元，预计明年的投资为 8 万元，若设该校今明两年在实验器材投资上年平均增长率是 x ，则可列方程为_____.

【答案】 $2(1+x)^2=8$.

【解析】

【详解】 试题分析：设该校这两年在实验器材投资上的平均增长率为 x ，可得今年的投资总额为 $2(1+x)$ ；明年的投资总额为 $2(1+x)^2$ ；又因预计明两年的投资总额为 8 万元，所以可得方程 $2(1+x)^2=8$.

考点：一元二次方程的应用.

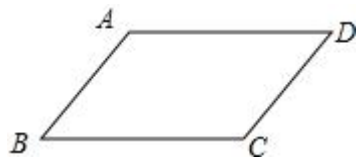
16. 已知平行四边形相邻两个内角相差 40° ，则该平行四边形中较小内角的度数是_____.

【答案】 70°

【解析】

【分析】 由平行四边形的性质得出 $\angle B + \angle C = 180^\circ$ ，由已知条件得出 $\angle C - \angle B = 40^\circ$ ，解答即可.

【详解】 如图所示：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

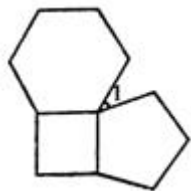
$$\because \angle C - \angle B = 40^\circ,$$

解得： $\angle B = 70^\circ$,

故答案是：70°.

【点睛】考查了平行四边形的性质、平行线的性质；熟练掌握平行四边形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键.

17. 在平面上将边长相等的正方形、正五边形和正六边形按如图所示的位置摆放，则 $\angle 1 =$ _____ 度.



【答案】42

【解析】

【详解】正六边形的内角是： $(6-2) \times 180^\circ \div 6 = 120^\circ$,

正五边形的内角是： $(5-2) \times 180^\circ \div 5 = 108^\circ$,

正方形的内角是 90° ,

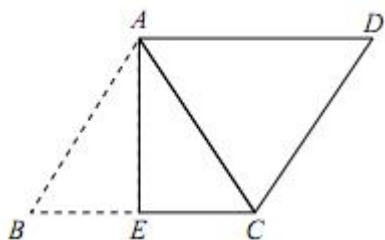
则 $\angle 1 = 360^\circ - 120^\circ - 108^\circ - 90^\circ = 42^\circ$,

故答案为 42.

【点睛】本题主要考查了正多边形的内角， n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，正 n 边形的一个内角为：

$$\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}.$$

18. 如图，在平行四边形 ABCD 中， $AB = \sqrt{13}$ ， $AD = 4$ ，将平行四边形 ABCD 沿 AE 翻折后，点 B 恰好与点 C 重合，则折痕 AE 的长为_____.



【答案】3.

【解析】

【详解】点 B 恰好与点 C 重合，且四边形 ABCD 是平行四边形，

根据翻折的性质，则 $AE \perp BC$ ， $BE = CE = 2$ ，

在 $Rt\triangle ABE$ 中，

由勾股定理得 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{13 - 4} = 3$.

故答案为：3.

19. 已知 $\square ABCD$ 中, $AB=4$, $\angle ABC$ 与 $\angle DCB$ 的角平分线交 AD 边于点 E, F , 且 $EF=3$, 则边 AD 的长为 _____.

【答案】 5 或 11

【解析】

【分析】 由平行四边形的性质和角平分线的定义证出 $\angle ABE = \angle AEB$, 得出 $AE = AB = 4$, 同理: $DF = CD = 4$, 再分两种情况计算即可.

【详解】 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel CB, CD = AB = 4,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CBE$$

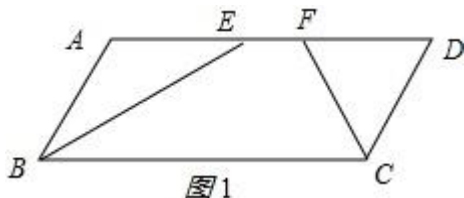
$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AE = AB = 4,$$

同理: $DF = CD = 4$,

分两种情况:

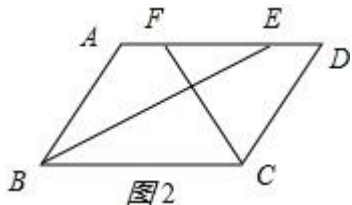
①如图 1 所示:



$$\because EF = 3,$$

$$\therefore AD = AE + EF + DF = 4 + 3 + 4 = 11;$$

②如图 2 所示:



$$\because EF = 4, AE = DF = 4,$$

$$\therefore AF = 1, \therefore AD = AF + DF = 1 + 4 = 5;$$

综上所述: AD 的长为 11 或 5;

故答案为 5 或 11.

【点睛】此题主要考查了角平分线的定义、平行四边形的性质、平行线的性质、等腰三角形的判定等知识；熟练掌握平行四边形的性质，证明三角形是等腰三角形是解决问题的关键.

三、简答题(共五题: 共 30 分)

20. 解关于 x 的方程: $bx^2 - 1 = 1 - x^2$ ($b \neq -1$).

【答案】 $b > -1$, $\pm \frac{\sqrt{2(b+1)}}{b+1}$; $b < -1$, 方程无解.

【解析】

【详解】方程整理后, 利用平方根定义开方即可求出解.

解: 方程整理得: $(b+1)x^2 = 2$,

即 $x^2 = \frac{2}{b+1}$ ($b \neq -1$, 即 $b+1 \neq 0$),

若 $b+1 > 0$, 即 $b > -1$, 开方得: $x = \pm \sqrt{\frac{2}{b+1}} = \pm \frac{\sqrt{2(b+1)}}{b+1}$;

若 $b+1 < 0$, 即 $b < -1$, 方程无解.

21. $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{-4}{x^2-4} + 1$.

【答案】 $x = 4$

【解析】

【分析】先去分母将方程化为整式方程, 再解整式方程, 检验即可得到答案.

【详解】解: 去分母得: $x+2+x-2 = -4+x^2-4$,

移项合并同类项得: $x^2 - 2x - 8 = 0$,

$\therefore (x-4)(x+2) = 0$,

解得: $x_1 = 4$, $x_2 = -2$,

当 $x = 4$ 时, $(x+2)(x-2) = 6 \times 2 = 12 \neq 0$,

$\therefore x = 4$ 是原方程的解,

当 $x = 2$ 时, $(x+2)(x-2) = 4 \times 0 = 0$, 不符合题意,

$\therefore x = 2$ 不是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解为 $x = 4$.

【点睛】本题主要考查了解分式方程, 熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键, 注意要检验.

22. 解方程组
$$\begin{cases} \frac{4}{x+y} + \frac{6}{x-y} = 3 \\ \frac{9}{x-y} - \frac{1}{x+y} = 1 \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$

【解析】

【分析】 令 $\frac{1}{x+y}=a$, $\frac{1}{x-y}=b$, 则原方程组化为: $\begin{cases} 4a+6b=3 \\ 9b-a=1 \end{cases}$, 求出 a 、 b 的值, 再代入求出 x 、 y

即可.

【详解】 令 $\frac{1}{x+y}=a$, $\frac{1}{x-y}=b$,

则原方程组化为 $\begin{cases} 4a+6b=3 \\ 9b-a=1 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=\frac{1}{6} \end{cases}$,

则有 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=6 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$,

经检验 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$ 是原方程的解,

则原方程的解为: $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$.

【点睛】 本题考查了解分式方程组和解二元一次方程组, 能正确换元是解此题的关键.

23. $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=1$.

【答案】 $x=5$

【解析】

【分析】 移项得 $\sqrt{3x+1}=1+\sqrt{x+4}$, 两边同时平方并整理得 $x-2=\sqrt{x+4}$, 两边再同时平方并整理可得

$x^2-5x=0$, 解之并检验即可得到答案.

【详解】 解: $\because \sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=1$,

$\therefore \sqrt{3x+1}=1+\sqrt{x+4}$,

两边同时平方得: $3x+1=1+2\sqrt{x+4}+x+4$,

整理得: $x-2=\sqrt{x+4}$,

两边同时平方得: $x^2-4x+4=x+4$,

整理得: $x^2-5x=0$,

解得: $x_1=0$, $x_2=5$,

当 $x=0$ 时, $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=\sqrt{1}-\sqrt{4}=1-2=-1$, 不符合题意,

当 $x=5$ 时, $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x+4}=\sqrt{3\times 5+1}-\sqrt{5+4}=4-1=1$, 符合题意,

$\therefore$ 原无理方程的解为 $x=5$.

【点睛】 本题考查了解无理方程, 采用方程两边同时平方的方法将无理方程化为整式方程是解题的关键, 注意要检验.

24. 解方程组
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ (x-y)^2 - 2(x-y) - 3 = 0 \end{cases}.$$

【答案】 方程组的解为
$$\begin{cases} x_1 = \frac{5}{3} \\ y_1 = -\frac{4}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 0 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 把 $(x-y)^2 - 2(x-y) - 3 = 0$ 用因式分解法化为 $x-y=3$ 或 $x-y=-1$, 从而即可得到两个新的方程组 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x-y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x-y=-1 \end{cases}$, 解之即可得到答案.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \text{ ①} \\ (x-y)^2 - 2(x-y) - 3 = 0 \text{ ②} \end{cases},$$

由②得: $(x-y-3)(x-y+1)=0$,

$\therefore x-y=3$ 或 $x-y=-1$,

$\therefore$ 原方程组可以化为 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x-y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x-y=-1 \end{cases}$,

$$\text{解} \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \text{得}, \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = -\frac{4}{3} \end{cases},$$

$$\text{解} \begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x - y = -1 \end{cases} \text{得}, \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x_1 = \frac{5}{3} \\ y_1 = -\frac{4}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 0 \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了解二元二次方程组，将 $(x-y)^2 - 2(x-y) - 3 = 0$ 用因式分解法化为 $x-y=3$ 或

$x-y=-1$ ，从而即可得到两个新的方程组 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x - y = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$ 是解题的关键.

四、解答题(共三题：共 24 分)

25. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 $y=2x-\sqrt{3}$ 平行，并且经过点 $A(2,3)$.

(1) 求一次函数的解析式；

(2) 若一次函数的图象上点 P 到 x 轴的距离是到 y 轴距离的 2 倍，求点 P 的坐标.

【答案】 (1) $y=2x-1$

(2) $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$

【解析】

【分析】 (1) 根据一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 $y=2x-\sqrt{3}$ 平行，并且经过点 $A(2,3)$ 得到 $\begin{cases} k=2 \\ 2k+b=3 \end{cases}$ ，解

之即可得到答案；

(2) 设 $P(m, 2m-1)$ ，根据一次函数的图象上点 P 到 x 轴的距离是到 y 轴距离的 2 倍，得到 $|2m-1|=2|m|$ ，

解之即可得到答案.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 $y=2x-\sqrt{3}$ 平行，并且经过点 $A(2,3)$ ，

$$\therefore \begin{cases} k=2 \\ 2k+b=3 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=2 \\ b=-1 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=2x-1$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 点 P 在一次函数 $y=2x-1$ 图象上,

$\therefore$ 设 $P(m, 2m-1)$,

$\because$ 一次函数的图象上点 P 到 x 轴的距离是到 y 轴距离的 2 倍,

$$\therefore |2m-1| = 2|m|,$$

当 $2m-1 \geq 0$, 即 $m \geq \frac{1}{2}$ 时, $2m-1=2m$, 此时无解,

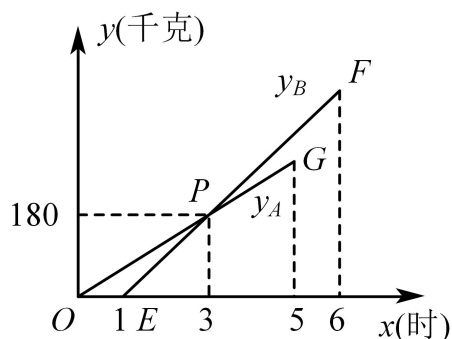
当 $0 \leq m < \frac{1}{2}$ 时, $1-2m=2m$, 解得 $m=\frac{1}{4}$, $2m-1=2 \times \frac{1}{4}-1=-\frac{1}{2}$, 此时 $P\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$,

当 $m < 0$ 时, $1-2m=-2m$, 此时无解,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$.

【点睛】 本题考查了求一次函数的解析式, 点到坐标轴的距离, 一次函数的图象与性质, 熟练掌握以上知识点是解题的关键.

26. 某物流公司引进 A, B 两种机器人用来搬运某种货物, 这两种机器人充满电后可以连续搬运 5 小时, A 种机器人于某日 0 时开始搬运, 过了 1 小时, B 种机器人也开始搬运, 如图, 线段 OG 表示 A 种机器人的搬运量 y_A (千克) 与时间 x (时) 的函数图象, 线段 EF 表示 B 种机器人的搬运量 y_B (千克) 与时间 x (时) 的函数图象. 根据图象提供的信息, 解答下列问题:



(1) 求 y_B 关于 x 的函数解析式;

(2) 如果 A, B 两种机器人连续搬运 5 个小时, 那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了多少千克?

【答案】(1) y_B 关于 x 的函数解析式为: $y_B = 90x - 90$

(2) 如果 A, B 两种机器人连续搬运 5 个小时, 那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克

【解析】

【分析】(1) 设 y_B 关于 x 的函数解析式为: $y_B = kx + b (k \neq 0)$, 将 $(1, 0)$, $(3, 180)$ 代入解析式得:

$$\begin{cases} k + b = 0 \\ 3k + b = 180 \end{cases}, \text{解之即可得到答案;}$$

(2) 先利用待定系数法求出 y_A 关于 x 的函数解析式为: $y_A = 60x$, 在 $y_A = 60x$ 中, 当 $x = 5$ 时,
 $y_A = 60 \times 5 = 300$ (千克), 在 $y_B = 90x - 90$ 中, 当 $x = 6$ 时, $y_B = 90 \times 6 - 90 = 450$ (千克), 再作差即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 设 y_B 关于 x 的函数解析式为: $y_B = kx + b (k \neq 0)$,

将 $(1, 0)$, $(3, 180)$ 代入解析式得: $\begin{cases} k + b = 0 \\ 3k + b = 180 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} k = 90 \\ b = -90 \end{cases}$,

$\therefore y_B$ 关于 x 的函数解析式为: $y_B = 90x - 90$;

【小问 2 详解】

解: 设 y_A 关于 x 的函数解析式为: $y_A = k_1x (k_1 \neq 0)$,

将 $(3, 180)$ 代入解析式得: $3k_1 = 180$,

解得: $k_1 = 60$,

$\therefore y_A$ 关于 x 的函数解析式为: $y_A = 60x$,

在 $y_A = 60x$ 中, 当 $x = 5$ 时, $y_A = 60 \times 5 = 300$ (千克),

$\therefore A$ 种机器人于某日 0 时开始搬运, 过了 1 小时, B 种机器人也开始搬运,

$\therefore$ 在 $y_B = 90x - 90$ 中, 当 $x = 6$ 时, $y_B = 90 \times 6 - 90 = 450$ (千克),

$\therefore 450 - 300 = 150$,

$\therefore$ 如果 A, B 两种机器人连续搬运 5 个小时, 那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克.

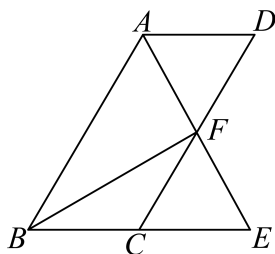
【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数的解析式, 一次函数的实际应用, 理解题意, 正确求出一次函

数的解析式是解题的关键.

27. 如图, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\angle BAD$ 的角平分线 AE 交 CD 于点 F , 交 BC 的延长线于点 E ,

(1) 求证: $BE=CD$;

(2) 连接 BF , 若 $BF \perp AE$, $\angle BEA=60^\circ$, $AB=4$, 求平行四边形 $ABCD$ 的面积.



【答案】(1) 详见解析; (2) $4\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】(1) 由平行四边形的性质和角平分线易证 $\angle BAE = \angle BEA$, 根据等腰三角形的性质可得 $AB = BE$;

(2) 易证 $\triangle ABE$ 是等边三角形, 根据等边三角形的性质可得 $AE = AB = 4$, $AF = EF = 2$, 由勾股定理求出 BF , 再由 AAS 证明 $\triangle ADF \cong \triangle ECF$, 即 $\triangle ADF$ 的面积 = $\triangle ECF$ 的面积, 因此平行四边形 $ABCD$ 的面积 = $\triangle ABE$ 的面积 = $\frac{1}{2} AE \cdot BF$, 即可得出结果.

【详解】(1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD, AB = CD,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ, \angle AEB = \angle DAE,$$

$\because AE$ 是 $\angle BAD$ 的平分线,

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = BE, \therefore BE = CD;$$

(2) 解: $\because AB = BE, \angle BEA = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,

$$\therefore AE = AB = 4,$$

$$\because BF \perp AE,$$

$$\therefore AF = EF = 2,$$

$$\therefore BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle D = \angle ECF, \angle DAF = \angle E,$$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ECF$ 中,

$$\begin{cases} \angle D = \angle ECF \\ \angle DAF = \angle E, \\ AF = EF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ECF$ (AAS),

$\therefore \triangle ADF$ 的面积 $=\triangle ECF$ 的面积,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的面积 $=\triangle ABE$ 的面积 $=\frac{1}{2}AE \cdot BF = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查全等三角形的判定与性质和平行四边形的性质.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能