

2022-2023 月浦实验八下期中考数学试卷

本试卷共有 28 道试题，满分 100 分，考试时间 90 分钟

一、填空题（本大题共 15 题，每题 2 分，满分 30 分）

1. 方程 $x^3 + 8 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】 根据等式的性质以及立方根的意义求解即可.

【详解】 移项，得 $x^3 = -8$,

$$\therefore (-2)^3 = -8,$$

$$\therefore x = -2,$$

故答案为: $x = -2$.

【点睛】 本题考查了立方根和等式的基本性质，熟练掌握立方根的意义是解决问题的前提.

2. 一次函数 $y = -3x - 6$ 的图象与 x 轴的交点坐标是 _____.

【答案】 $(-2, 0)$

【解析】

【分析】 在解析式中，令 $y=0$ ，即可求得横坐标，则与 x 轴的交点坐标即可求得.

【详解】 令 $y=0$ ，得: $-3x - 6 = 0$ ，解得: $x = -2$,

则图象与 x 轴的交点坐标是: $(-2, 0)$.

故答案为: $(-2, 0)$.

【点睛】 本题考查了函数图象与坐标轴的交点的求法，是需要熟记的内容.

3. 已知一次函数 $y = (2m + 1)x - 1$ ，且 y 的值随着 x 的值增大而减小，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < -\frac{1}{2}$ ## $m < -0.5$

【解析】

【分析】 利用一次函数的性质可得出关于 m 的一元一次不等式，解之即可得出 m 的取值范围.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = (2m + 1)x - 1$ 的 y 值随着 x 值的增大而减小，

$$\therefore 2m + 1 < 0,$$

$$\therefore m < -\frac{1}{2}.$$

故答案为: $m < -\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了一次函数的性质, 牢记“ $k > 0$, y 随 x 的增大而增大; $k < 0$, y 随 x 的增大而减小”是解题的关键.

4. 已知一次函数 $f(x) = kx + 1$, 如果 $f(-1) = 0$, 那么 $f(1) =$ _____.

【答案】2

【解析】

【分析】根据 $f(-1) = 0$ 求得 k 的值, 然后将 $x = 1$ 代入即可求解 $f(1)$ 的值.

【详解】根据 $f(-1) = 0$ 得, $0 = -k + 1$,

解得 $k = 1$,

将 $x = 1$ 代入解析式, 得 $f(1) = 1 + 1 = 2$,

故答案为 2.

【点睛】本题考查了一次函数的基本性质, 仅仅是改变了解的形式, 要熟记逢解必代入.

5. 一个多边形的所有内角中, 锐角最多可能有_____个.

【答案】3

【解析】

【分析】多边形的内角与其相邻的外角互为邻补角, 利用多边形的外角和是 360 度即可求出答案.

【详解】解: 因为多边形的外角和是 360 度, 在外角中最多有三个钝角, 如果超过三个则和一定大于 360 度,

多边形的内角与其相邻外角互为邻补角, 则外角中最多有 3 个钝角, 内角中就最多有 3 个锐角.

故答案为: 3.

【点睛】本题考查了多边形的内角与外角, 由于内角和不是定值, 不容易考虑, 而外角和是 360 度, 因而内角的问题可以转化为外角的问题.

6. 当 $m =$ _____, 方程 $\frac{3}{x} + \frac{6}{x-1} = \frac{x+m}{x(x-1)}$ 会产生增根.

【答案】-3 或 5

【解析】

【分析】用含 m 的代数式表示 x 的值, 通过 $x = 0$ 或 $x = 1$ 时为增根求 m 的值.

【详解】解：方程两边同时乘以 $x(x-1)$ 得，

$$3(x-1) + 6x = x + m,$$

∵ 方程有增根，

$$\therefore x = 0 \text{ 或 } x = 1,$$

$$\text{把 } x = 0 \text{ 代入 } 3(x-1) + 6x = x + m,$$

$$\text{解得 } m = -3,$$

$$\text{把 } x = 1 \text{ 代入 } 3(x-1) + 6x = x + m,$$

$$\text{解得 } m = 5,$$

故答案为：-3 或 5.

【点睛】本题考查分式方程增根问题，解题关键是将原式化简，分别代入 x 为增根的值.

7. 方程 $\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{1-x} = 0$ 的根是_____.

$$\text{【答案】 } x_1 = -3, \quad x_2 = 1$$

【解析】

【分析】化为有理方程，再解出有理方程，最后检验即可得答案.

$$\text{【详解】由题意可得 } \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{1-x} = 0, \text{ 方程两边同时平方得： } (x+3)(1-x) = 0,$$

$$\therefore x+3=0 \text{ 或 } 1-x=0,$$

$$\text{解得 } x=-3 \text{ 或 } x=1,$$

经检验， $x=-3$ 或 $x=1$ 都是原方程的解，

则原方程的根为 $x_1 = -3, \quad x_2 = 1$.

【点睛】本题考查了解无理方程，利用两边平方将无理方程化为有理方程是解题的关键.

8. 如果 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 是方程 $mx^2 + y^2 = xy$ 的一个解，那么 $m =$ _____.

$$\text{【答案】 } -\frac{3}{4}$$

【解析】

【分析】依据方程的解的概念，将 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 代入 $mx^2 + y^2 = xy$ 进行计算即可.

【详解】解：把方程的解 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 代入方程 $mx^2 + y^2 = xy$ ，可得

$$4m + 1 = -2,$$

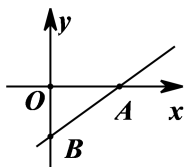
$$\therefore 4m = -3,$$

$$\text{解得 } m = -\frac{3}{4},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{3}{4}.$$

【点睛】 本题考查了方程的解的概念，方程的解就是满足方程的未知数的值，把解代入方程即可.

9. 如图，已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $A(5, 0)$ 与 $B(0, -4)$ ，那么关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是_____.



$$\text{【答案】 } x < 5$$

【解析】

【分析】 首先利用图象可找到图象在 x 轴下方时 $x < 5$ ，进而得到关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x < 5$.

【详解】 由题意可得：一次函数 $y = kx + b$ 中， $y < 0$ 时，图象在 x 轴下方， $x < 5$ ，

则关于 x 的不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x < 5$ ，

故答案为： $x < 5$.

【点睛】 本题主要考查了一次函数与一元一次不等式，关键是掌握数形结合思想. 认真体会一次函数与一元一次不等式之间的内在联系.

10. 一个多边形的内角和是它的外角和的 3 倍，则从这个多边形的一个顶点出发共有_____条对角线.

$$\text{【答案】 } 5$$

【解析】

【分析】 首先设这个多边形有 n 条边，由题意得方程 $(n-2) \times 180 = 360 \times 3$ ，再解方程可得到 n 的值，然后根据 n 边形从一个顶点出发可引出 $(n-3)$ 条对角线可得答案.

【详解】 解：设这个多边形有 n 条边，由题意得：

$$(n-2) \times 180 = 360 \times 3,$$

$$\text{解得 } n = 8,$$

从这个多边形的一个顶点出发的对角线的条数是 $8-3=5$ ，

故答案为： 5.

【点睛】 此题主要考查了多边形的内角和外角，以及对角线，关键是掌握多边形的内角和公式.

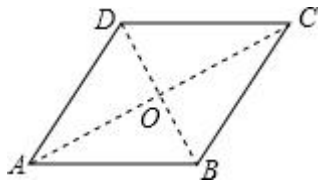
11. 已知菱形的面积为 120，一条对角线的长为 10，则菱形的边长为_____.

【答案】13

【解析】

【分析】根据菱形的面积求出另一条对角线的长，再由对角线互相垂直且平分，可得直角三角形，利用勾股定理可得出边长.

【详解】解：如图， $BD = 10$,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形

$\therefore AC \perp BD$, $BO = DO = \frac{1}{2}BD = 5$, $AB = AD = CD = BC$,

$\therefore AC = AC$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC$ (SSS)

$\therefore$ 菱形的面积为 120,

$\therefore$ 菱形的面积 $= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times \frac{1}{2} \times AC \times OD = 120$

$\therefore AC = 24$,

$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = 12$

在 $Rt\triangle AOD$ 中, $AD = \sqrt{AO^2 + DO^2} = 13$,

$\therefore$ 菱形的边长为 13

故答案为: 13.

【点睛】本题考查菱形的性质、勾股定理等知识，关键是利用菱形的面积求出 AO 的长.

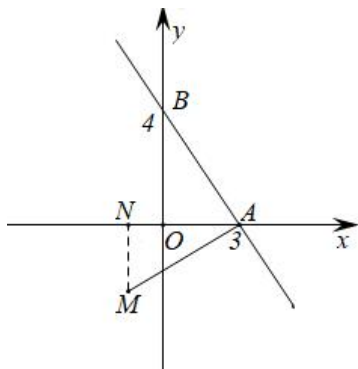
12. 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 将线段 AB 绕 A 点逆时针旋转 90° , 使 B 点落在 M 点上, 则 M 点的坐标为_____.

【答案】 $(-1, -3)$

【解析】

【分析】由一次函数的性质可得点 $A(3, 0)$, 点 $B(0, 4)$, 可得 $AO = 3$, $BO = 4$, 由旋转的性质可得 $AB = AM$, $\angle BAM = 90^\circ$, 由 “AAS” 可证 $\triangle AOB \cong \triangle MNA$, 可得 MN 、 AN , 即可求点 M 坐标.

【详解】解：如图，过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ,



∵ 一次函数 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，

∴ 点 $A(3,0)$ ，点 $B(0,4)$ ，

∴ $AO = 3$ ， $BO = 4$ ，

∵ 将线段 AB 绕 A 点逆时针旋转 90° ，

∴ $AB = AM$ ， $\angle BAM = 90^\circ$ ，

∴ $\angle BAO + \angle MAN = 90^\circ$ ，且 $\angle BAO + \angle ABO = 90^\circ$ ，

∴ $\angle ABO = \angle MAN$ ，且 $AB = AM$ ， $\angle AOB = \angle MNA = 90^\circ$ ，

∴ $\triangle AOB \cong \triangle MNA (AAS)$ ，

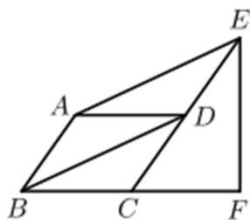
∴ $MN = AO = 3$ ， $BO = AN = 4$ ，

∴ $NO = 1$ ，

∴ 点 M 坐标 $(-1, -3)$ ，故答案为： $(-1, -3)$ 。

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，全等三角形的判定和性质，旋转的性质等知识，证明 $\triangle AOB \cong \triangle MNA$ 是本题的关键。

13. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ， E 、 F 分别在 CD 和 BC 的延长线上， $AE \parallel BD$ ， $EF \perp BC$ ， $EF = 3\sqrt{3}$ ，则 AB 的长是_____。



【答案】3

【解析】

【分析】首先根据平行四边形的判定及性质，可证得 D 为 CE 中点， $\angle CEF = 30^\circ$ ，再设 $CE = 2x$ ， $CF = x$ ，根据勾股定理即可求得 $CE = 6$ ，据此即可求得。

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel DC, AB=CD,$$

$$\therefore AE \parallel BD,$$

∴ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形，

$$\therefore AB=DE,$$

$$\therefore AB=DE=CD, \text{ 即 } D \text{ 为 } CE \text{ 中点},$$

$$\therefore EF \perp BC,$$

$$\therefore \angle EFC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD=120^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD=120^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF=60^\circ, \angle CEF=30^\circ,$$

故设 $CE=2x$, $CF=x$, 在 $Rt\triangle CEF$ 有: $CE^2 = EF^2 + CF^2$

$$(3\sqrt{3})^2 + x^2 = (2x)^2,$$

解得 $x=3$,

$$\therefore CE=6,$$

$$\therefore AB = CD = \frac{1}{2}CE = 3,$$

故答案为: 3.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定及性质，勾股定理，采用方程思想是解决此类题的关键.

14. 我们把对角线与一边垂直的平行四边形叫做“优美平行四边形”. 如果一个“优美平行四边形”的一组邻边长为 $2\sqrt{2}$ 和 4, 那么它的最大的内角为_____度.

【答案】135

【解析】

【分析】由勾股定理求出 $AC=2$, 得出 $\angle B=30^\circ$, 求出 $\angle BAD=150^\circ$ 即可.

【详解】解: 如图所示:

在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $AB = 2\sqrt{2}$, $BC=4$ 时, $\angle BAD$ 最大, 由勾股定理得:

$$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AC = AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCA,$$

$$\therefore \angle B + \angle BCA = 90^\circ,$$

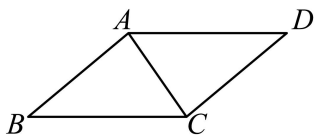
$$\therefore \angle B = 45^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

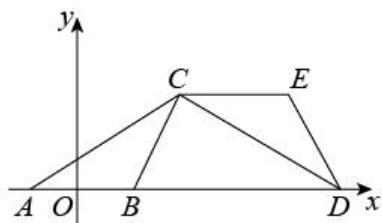
$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - \angle B = 135^\circ.$$

故答案为: 135.



【点睛】 本题考查了平行四边形的性质、“优美平行四边形”、勾股定理、直角三角形的性质；熟练掌握“优美平行四边形”的性质，求出 $\angle B = 45^\circ$ 是解题的关键.

15. 如图，在直角坐标平面内， $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,0)$ ，点 B 与点 A 关于原点对称， $AB = BC$ ， $\angle CAB = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转，使点 A 落在 x 轴上的点 D 处，点 B 落在点 E 处，那么 BE 所在直线的解析式为_____.



【答案】 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】 如图，过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F ，根据关于原点对称的点的坐标特征可得点 B 坐标，根据等腰三角形的性质可得 $AB = BC = 2$ ，利用外角性质可得 $\angle CBF = 60^\circ$ ，利用含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理可得 CF 、 BF 的长，利用旋转的性质可得 $AB = CE = 2$ ， $AC = CD$ ， $\angle ECD = \angle ACB = 30^\circ$ ，根据等腰三角形的性质可得 $\angle CDA = \angle CAD = 30^\circ$ ，可得 $CE \parallel AD$ ，可得点 E 坐标，利用待定系数法即可得答案.

【详解】 如图，过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F ，

$\because \triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,0)$ ，点 B 与点 A 关于原点对称，

$$\therefore B(1,0),$$

$$\therefore AB = BC = 2.$$

$$\because \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle CAB + \angle ACB = 60^\circ, \quad \angle BCF = 30^\circ,$$

$$\therefore BF = \frac{1}{2} BC = 1, \quad CF = \sqrt{BC^2 - BF^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore C(2, \sqrt{3}).$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转, 使点 A 落在 x 轴上的点 D 处, 点 B 落在点 E 处,

$$\therefore AB = CE = 2, \quad AC = CD, \quad \angle CDA = \angle CAD = 30^\circ, \quad \angle ECD = \angle ACB = 30^\circ,$$

$$\therefore CE \parallel AD,$$

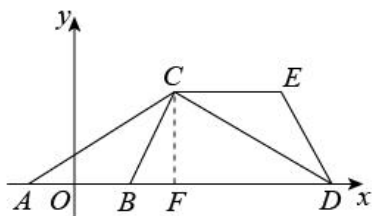
$$\therefore E(4, \sqrt{3}).$$

设直线 BE 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\therefore \begin{cases} k + b = 0 \\ 4k + b = \sqrt{3} \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

$$\therefore BE \text{ 所在直线的解析式为: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



故答案为: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

【点睛】 本题考查关于原点对称的点的坐标特征, 旋转的性质、等腰三角形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理, 30° 角所对的直角边等于斜边的一半; 图形旋转前后的对应边相等、对应角相等; 熟练掌握相关性质及定理是解题关键.

二、选择题 (本大题共 5 题, 每题 3 分, 满分 15 分)

16. 如果 $ab < 0$, $ac < 0$, 则直线 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】 B

【解析】

【分析】根据 $ab < 0$, $ac < 0$, 可以 $-\frac{a}{b} > 0$, 且 b, c 同号, 从而可以判断一次函数 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 的图象经过哪几个象限, 不经过哪个象限, 本题得以解决.

【详解】解: $\because ab < 0$, $ac < 0$,

$\therefore a, b$ 异号, a, c 异号,

$\therefore -\frac{a}{b} > 0$, 且 b, c 同号,

$\therefore -\frac{c}{b} < 0$,

一次函数 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 的图象经过第一、三、四象限, 不经过第二象限.

故选 B

【点睛】本题考查一次函数的性质, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数的性质解答.

17. 下列方程中, 有实数根的方程是 ()

A. $x^4 + 16 = 0$

B. $x^2 + 2x + 3 = 0$

C. $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$

D. $\sqrt{x} + \sqrt{x - 1} = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】利用在实数范围内, 一个数的偶数次幂不能为负数对 A 进行判断; 利用判别式的意义对 B 进行判断; 利用分子为 0 且分母不为 0 对 C 进行判断; 利用非负数的性质对 D 进行判断.

【详解】解: A、因为 $x^4 = -16 < 0$, 所以原方程没有实数解, 所以 A 选项错误;

B、因为 $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$, 所以原方程没有实数解, 所以 B 选项错误;

C、 $x^2 - 4 = 0$ 且 $x - 2 \neq 0$, 解得 $x = -2$, 所以 C 选项正确;

D、由于 $x = 0$ 且 $x - 1 = 0$, 所以原方程无解, 所以 D 选项错误.

故选 C.

【点睛】此题考查判别式的意义, 分式有意义的条件, 二次根式, 解题关键在于掌握运算法则

18. 点 A、B、C、D 在一个平面内, 若从① $AB \parallel CD$; ② $AB = CD$; ③ $BC \parallel AD$; ④ $BC = AD$. 这四个条件中选两个, 但不能推导出四边形 ABCD 是平行四边形的选项是 ()

A. ①②

B. ①④

C. ②④

D. ①③

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形的判定方法逐一分析即可.

【详解】解: 两组对边分别平行的四边形是平行四边形, 可选①③; 故 D 不符合题意;

两组对边分别相等的四边形是平行四边形，可选②④；故 C 不符合题意；

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，可选①②或③④；故 A 不符合题意；

一组对边平行另一组对边相等的四边形不一定是平行四边形，故 B 符合题意；

故选 B.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定，熟练掌握判定定理是解题的关键. 平行四边形共有五种判定方法，记忆时要注意技巧；这五种方法中，一种与对角线有关，一种与对角有关，其他三种与边有关.

19. 某区为残疾人办实事，在一道路改造工程中，为盲人修建一条长 3000 米的盲道，在实际施工中，由于增加了施工人员，每天可以比原计划多修建 250 米，结果提前 2 天完成工程，设实际每天修建盲道 x 米，根据题意可得方程 ()

A. $\frac{3000}{x-250} - \frac{3000}{x} = 2$

B. $\frac{3000}{x+250} - \frac{3000}{x} = 2$

C. $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{x-250} = 2$

D. $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{x+250} = 2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题属于工程问题，未知量是工作效率：实际每天修建盲道 x 米. 题目告诉了工作总量：3000 米，那么根据工作时间来列等量关系. 等量关系为：原计划工作时间 - 现在工作时间 = 2 天，据此列出方程.

【详解】解：实际每天修建盲道 x 米，则原计划每天修 $(x-250)$ 米.

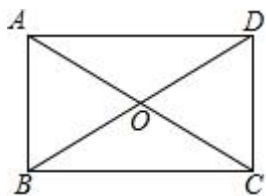
由题意，知原计划用的时间为 $\frac{3000}{x-250}$ 天，实际用的时间为： $\frac{3000}{x}$ 天，

故所列方程为： $\frac{3000}{x-250} - \frac{3000}{x} = 2$.

故选 A.

【点睛】本题考查用分式方程解决工程问题，工程问题的基本关系式为：工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效率. 找到关键描述语，得到等量关系是解决问题的关键.

20. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ， $\angle BAD = 90^\circ$ ， $BO = DO$ ，那么下列条件中不能判定四边形 $ABCD$ 是矩形的是 ()



A. $\angle ABC = 90^\circ$

B. $\angle BCD = 90^\circ$

C. $AB = CD$

D. $AB \parallel CD$

【答案】C

【解析】

【分析】根据矩形的判定定理：有一个角是直角的平行四边形是矩形，对角线相等的平行四边形是矩形分别进行分析即可．

【详解】解：A、 $\because \angle BAD=90^\circ$ ， $BO=DO$ ，

$$\therefore OA=OB=OD,$$

$$\therefore \angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore AO=OB=OD=OC,$$

即对角线平分且相等，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，正确，不符合题意；

B、 $\because \angle BAD=90^\circ$ ， $BO=DO$ ，

$$\therefore OA=OB=OD,$$

$$\therefore \angle BCD=90^\circ,$$

$$\therefore AO=OB=OD=OC,$$

即对角线平分且相等，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，正确，不符合题意；

C、 $\because \angle BAD=90^\circ$ ， $BO=DO$ ， $AB=CD$ ，

无法得出 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$ ，

故无法得出四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

进而无法得出四边形 $ABCD$ 是矩形，错误，符合题意；

D、 $\because AB \parallel CD$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADC=90^\circ,$$

$$\therefore BO=DO,$$

$$\therefore OA=OB=OD,$$

$$\therefore \angle DAO=\angle ADO,$$

$$\therefore \angle BAO=\angle ODC,$$

$$\therefore \angle AOB=\angle DOC,$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC,$$

$$\therefore AB=CD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle BAD=90^\circ,$$

$\therefore \square ABCD$ 是矩形，正确，不符合题意；

故选：C．

【点睛】此题主要考查了矩形的判定，关键是熟练掌握矩形的判定定理.

三、简答题（本大题共 3 题，每题 5 分，满分 15 分）

21. 解分式方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{16}{x^2-4}$

【答案】 $x = -5$

【解析】

【分析】先方程两边同时乘以最简公分母 $(x-2)(x+2)$ ，整理得到关于 x 的一元二次方程，然后求解方程得到 x 的值，再进行检验即可.

【详解】解：方程两边同时乘以 $(x-2)(x+2)$ ，得

$$(x+2)^2 - (x-2) = 16,$$

整理，得: $x^2 + 3x - 10 = 0$,

因式分解得: $(x-2)(x+5) = 0$,

解这个整式方程得: $x_1 = 2, x_2 = -5$,

经检验知 $x_1 = 2$ 是原方程的增根, $x_2 = -5$ 是原方程的根.

则原方程的根是 $x = -5$.

【点睛】本题主要考查解分式方程与一元二次方程，解此题的关键在于熟练掌握解方程的方法，需要注意的是最后一定要验根.

22. 解方程: $\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3} = 4$.

【答案】原方程无解

【解析】

【分析】先移项，再两边平方，再整理可得 $\sqrt{x-3} = -1$ ，从而可得原方程无解.

【详解】解: $\because \sqrt{x+5} - \sqrt{x-3} = 4$,

$$\therefore \sqrt{x+5} = \sqrt{x-3} + 4,$$

两边平方得: $x+5 = x-3+16+8\sqrt{x-3}$,

整理得: $\sqrt{x-3} = -1$, 而 $\sqrt{x-3} \geq 0$,

$\therefore$ 原方程无解.

【点睛】本题考查的是无理方程的解法，掌握解无理方程的方法与步骤是解本题的关键.

23. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 9 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = -3 \\ y_1 = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = -4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_3 = -5 \\ y_3 = -4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = 0 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 将第二个方程分解因式, 降次后得到两个方程, 将它们重新组合成两组方程组, 解出组合后的方程组即可得答案.

【详解】 解: $\because x^2 - 4xy + 4y^2 = 9,$

$$\therefore (x-2y)^2 = 3^2,$$

$$\therefore x-2y = -3 \text{ 或 } x-2y = 3,$$

$\therefore$ 原方程组等价于下列两个方程组:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \text{ ①} \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ x - 2y = 3 \end{cases} \text{ ②},$$

解方程组①得到两组解:
$$\begin{cases} x_1 = -3 \\ y_1 = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 4 \end{cases},$$

解方程组②得到另两组解:
$$\begin{cases} x_3 = -5 \\ y_3 = -4 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = 0 \end{cases},$$

故方程组的解为:

$$\begin{cases} x_1 = -3 \\ y_1 = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = -4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_3 = -5 \\ y_3 = -4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = 0 \end{cases}$$

【点睛】 本题考查解二元二次方程组, 将其中一个方程因式分解, 达到“降次”的目的, 然后重组方程组, 化为两个二元二次方程组, 每个二元二次方程组中有一个方程是一次方程. “降次”是解题的关键.

四、解答题 (本大题共 5 题, 满分 40 分)

24. 已知一次函数的图象与直线 $y = -2x + 3$ 平行, 且与直线 $y = 4x - 5$ 交于点 $(2, m)$. 求此一次函数的解析式.

【答案】 $y = -2x + 7$

【解析】

【分析】 先设一次函数的解析式为 $y = kx + b$, 利用两条直线平行确定出 k , 再利用两条直线的交点求出 b 即可.

【详解】解：设一次函数解析式为： $y=kx+b$,

$\therefore$ 与直线 $y=-2x+3$ 平行,

$\therefore k=-2$,

又 $\therefore$ 与直线 $y=4x-5$ 交于点 $(2, m)$,

$\therefore$ 将点 $(2, m)$ 代入 $y=4x-5$ 得： $m=4\times 2-5=3$,

将点 $(2, 3)$ 代入 $y=kx+b$, 其中 $k=-2$,

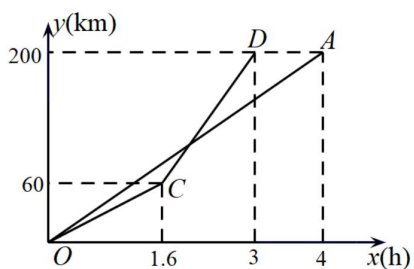
得： $3=-2\times 2+b$,

解得： $b=7$,

$\therefore$ 一次函数解析式为： $y=-2x+7$.

【点睛】此题考查一次函数所表示得两条直线平行和相交问题，关键是根据平行确定 k 的值.

25. 甲、乙两地相距 200km ，一辆货车和一辆轿车同时从甲地出发驶向乙地，如图：线段 OA 表示货车离甲地的距离 $y(\text{km})$ 与时间 $x(\text{h})$ 之间的函数关系，折线 OCD 表示轿车离甲地的距离 $y(\text{km})$ 与 $x(\text{h})$ 之间的函数关系. 请根据图象解答下列问题.



- (1) 当 $0 \leq x \leq 1.6$ 时，轿车行驶速度为_____千米/小时；
- (2) 轿车到达乙地后，货车距乙地_____千米；
- (3) 直接写出线段 CD 对应的函数表达式及定义域_____；
- (4) 出发后经过_____小时轿车可以追上货车.

【答案】(1) $\frac{75}{2}$

(2) 50

(3) $y=100x-100(1.6 \leq x \leq 3)$

(4) 2

【解析】

【分析】(1) 根据速度=路程 $\div$ 时间，即可得到答案；

(2) 根据函数图象中的数据, 可以计算出货车的速度, 然后即可计算出轿车到达乙地后, 货车距乙地多少千米;

(3) 根据函数图象中的数据, 可以计算出线段 CD 对应的函数表达式, 写出定义域;

(4) 根据函数图象中的数据, 可以计算出 OA 段对应的函数解析式, 然后令 OA 段对应的函数值等于 CD 段对应的函数值, 求出相应的 x 的值即可.

【小问 1 详解】

解: $60 \div 1.6 = \frac{75}{2}$ (千米/小时);

故答案为: $\frac{75}{2}$;

【小问 2 详解】

由图象可得, 货车的速度为 $200 \div 4 = 50$ (km/h),

$$50 \times (4 - 3)$$

$$= 50 \times 1$$

$$= 50 \text{ (千米)},$$

即轿车到达乙地后, 货车距乙地 50 千米,

故答案为: 50;

【小问 3 详解】

设线段 CD 对应的函数表达式为 $y = kx + b$,

$\because$ 点 $(1.6, 60)$, $(3, 200)$ 在该函数图象上,

$$\therefore \begin{cases} 1.6k + b = 60 \\ 3k + b = 200 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 100 \\ b = -100 \end{cases},$$

即线段 CD 对应的函数表达式是 $y = 100x - 100$ ($1.6 \leq x \leq 3$);

故答案为: $y = 100x - 100$ ($1.6 \leq x \leq 3$);

【小问 4 详解】

设 OA 段对应的函数解析式为 $y = ax$,

∵ 点 $(4, 200)$ 在该函数图象上,

$$\therefore 200 = 4a, \text{ 得 } a = 50,$$

$$\therefore OA \text{ 段对应的函数解析式为 } y = 50x,$$

$$\therefore CD \text{ 段对应的函数解析式为 } y = 100x - 100,$$

$$\therefore \text{令 } 50x = 100x - 100,$$

$$\text{解得 } x = 2,$$

答: 轿车在货车出发后经过 2 小时可以追上货车,

故答案为 2.

【点睛】 本题考查一次函数的应用, 利用数形结合的思想解答是解答本题的关键.

26. 本区某住宅小区物业欲购买杨树、香樟树两种树苗共 600 棵, 已知杨树每棵树苗 40 元, 香樟树每棵树苗 50 元.

(1) 设购买香樟树苗为 x 棵, 购买树苗的总费用为 y 元, 求出 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出 x 的取值范围.

(2) 某植树队负责种植这些树苗, 如果现计划每天比原计划多种植 10 棵, 那么可提前 3 天完成种植任务, 求现计划平均每天种植树苗的棵数.

$$\text{【答案】 (1) } y = 10x + 24000 (0 \leq x \leq 600)$$

$$(2) 50 \text{ 棵}$$

【解析】

【分析】 (1) 根据购买树苗的费用 = 购买香樟树的费用 + 购买杨树的费用, 列出关系式即可;

(2) 设现计划平均每天种植树苗 a 棵, 然后 根据如果现计划每天比原计划多种植 10 棵, 那么可提前 3 天完成种植任务, 列出方程求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: 由题意可得, } y = 50x + (600 - x) \times 40 = 10x + 24000,$$

$$\text{即 } y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式是: } y = 10x + 24000 (0 \leq x \leq 600).$$

【小问 2 详解】

解: 设现计划平均每天种植树苗 a 棵,

$$\text{由题意得: } \frac{600}{a} + 3 = \frac{600}{a - 10},$$

$$\text{解得, } a = 50 \text{ 或 } a = -40 \text{ (舍去),}$$

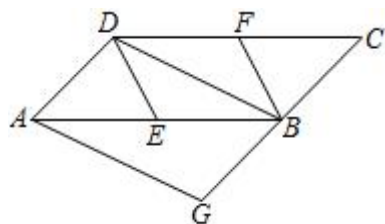
检验：当 $a = 50$ 时， $a(a-10) \neq 0$ ，

故原分式方程的解是 $a = 50$ ，

答：现计划平均每天种植 50 棵。

【点睛】本题主要考查了列函数关系式和分式方程的实际应用，正确理解题意，列出方程和关系式是解题的关键。

27. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别为边 AB 、 CD 的中点， BD 是对角线，过 A 点作 $AG \parallel DB$ 交 CB 的延长线于点 G 。



(1) 求证： $DE \parallel BF$ 。

(2) 若 $\angle G = 90^\circ$ ，求证：四边形 $DEBF$ 是菱形。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据平行四边形的性质可知 $DF \parallel BE$ ， $DC = AB$ 。由 E 、 F 分别为边 AB 、 CD 的中点可推出 $DF = BE$ 。即可利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形，证明四边形 $DEBF$ 是平行四边形，即得出 $DE \parallel BF$ 。

(2) 由 $\angle G = 90^\circ$ ， $AG \parallel DB$ 可推出 $\angle DBC = 90^\circ$ ，根据直角三角形斜边中线的性质，可推出 $BF = DF = CF = \frac{1}{2}CD$ ，所以平行四边形 $DEBF$ 是菱形。

【小问 1 详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $DC \parallel AB$ ， $DC = AB$ ，

$\because E$ 、 F 分别为边 AB 、 CD 的中点，

$\therefore DF = BE$ ， $DF \parallel BE$ 。

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形，

$\therefore DE \parallel BF$ 。

【小问 2 详解】

$\because AG \parallel DB$ ， $\angle G = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC = 90^\circ$ 。

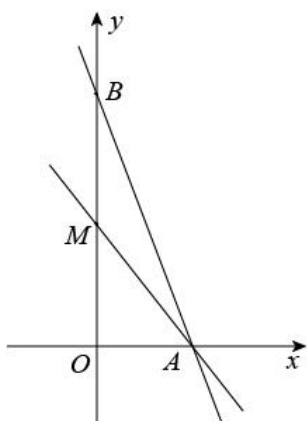
又 $\because F$ 分别为边 CD 的中点,

$$\therefore BF = \frac{1}{2}CD = DF.$$

$\therefore$ 平行四边形 $DEBF$ 是菱形.

【点睛】 本题考查平行四边形的判定和性质, 直角三角形斜边中线的性质, 菱形的判定. 熟练掌握特殊四边形的判定方法是解题的关键.

28. 如图, 在平面直角坐标系中, 函数 $y = -\frac{8}{3}x + 8$ 的图象分别交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点, 过点 A 的直线交 y 轴的正半轴于点 M , 且点 M 为线段 OB 的中点.



(1) 求直线 AM 的函数解析式.

(2) 如果在直线 AM 上有一点 P , 使得 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOM}$, 请求出点 P 的坐标.

(3) 在坐标平面内是否存在点 N , 使以 A 、 B 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 请直接写出所有点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $y = -\frac{4}{3}x + 4$

(2) $(0, 4)$ 或 $(6, -4)$

(3) $(-3, 12)$, $(3, -4)$ 或 $(3, 4)$.

【解析】

【分析】 利用一次函数图象上点的坐标特征可求得点 A 、 B 的坐标, 由点 M 是线段 OB 的中点可得出点 M 的坐标, 根据 A 、 M 的坐标, 利用待定系数法即可求得直线 AM 的解析式;

设点 P 的坐标为 $\left(x, -\frac{4}{3}x + 4\right)$, 利用三角形的面积公式结合 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOM}$, 即可得到关于 x 的含绝对值符号的一元一次方程, 解之即可求得点 P 的坐标;

设点 N 的坐标为 (m, n) , 分别以 $\triangle ABM$ 的三边为对角线, 利用平行四边形的对角线互相平分即可得到关于 m 、 n 的方程, 解之即可求解.

【小问 1 详解】

解：当 $x=0$ 时， $y = -\frac{8}{3} \times 0 + 8 = 8$ ，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 8)$ ；

当 $y=0$ 时， $-\frac{8}{3}x + 8 = 0$ ，解得 $x=3$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(3, 0)$ ，

$\because$ 点 M 是线段 OB 的中点，

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(0, 4)$ 。

设直线 AM 的函数解析式为 $y = kx + b$ ，

将 $A(3, 0)$ ， $M(0, 4)$ 代入 $y = kx + b$ 得

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AM 的函数解析式为 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 。

【小问 2 详解】

解： $\because$ 点 P 在直线 AM 上，

$\therefore$ 设点 P 的坐标为 $\left(x, -\frac{4}{3}x + 4\right)$ ，

$$\because S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOM},$$

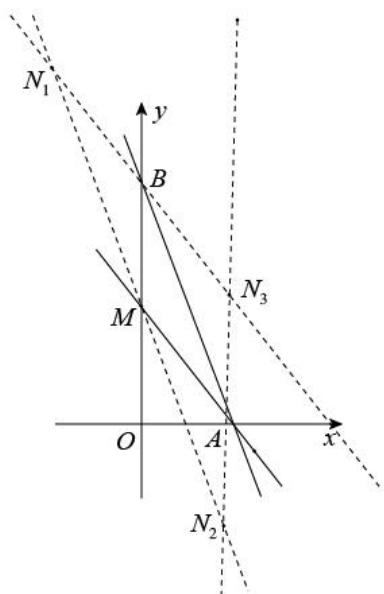
$$\therefore \frac{1}{2} BM \cdot |x_P - x_A| = \frac{1}{2} OA \cdot OM,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 4 \times |x - 3| = \frac{1}{2} \times 3 \times 4, \text{ 解得 } x_1 = 0, \quad x_2 = 6,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, 4)$ 或 $(6, -4)$ 。

【小问 3 详解】

解：设点 N 的坐标为 (m, n) ，分三种情况，如图所示：



当 BM 为平行四边形的对角线时，由中点坐标公式得

$$\begin{cases} \frac{3+m}{2} = \frac{0+0}{2} \\ \frac{n+0}{2} = \frac{8+4}{2} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = -3 \\ n = 12 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 N_1 的坐标为 $(-3, 12)$;

当 AM 为对角线时，由中点坐标公式得

$$\begin{cases} \frac{3+0}{2} = \frac{0+m}{2} \\ \frac{4+0}{2} = \frac{8+n}{2} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = 3 \\ n = -4 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 N_2 的坐标为 $(3, -4)$;

当 AB 为对角线时，由中点坐标公式得

$$\begin{cases} \frac{3+0}{2} = \frac{0+m}{2} \\ \frac{8+0}{2} = \frac{4+n}{2} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m = 3 \\ n = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 N_3 的坐标为 $(3, 4)$,

综上所述，在坐标平面内是存在点 N ，使以 A 、 B 、 M 、 N 为顶点的四边形是平行四边形，点 N 得到坐标为 $(-3, 12)$ ， $(3, -4)$ 或 $(3, 4)$.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、待定系数法求一次函数的解析式、三角形的面积、解含有绝对值符号的一元一次方程以及平行四边形的性质，解题的关键是理解题意，采用分类讨论的方法解

决问题.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能