

2023 学年第二学期八年级数学学科期中质量调研

练习时间 90 分钟，总分 100 分

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

【下列各题的四个结论中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列方程中是二项方程的是（ ）

A. $x^4 + x = 0$

B. $x^5 = 0$

C. $x^3 + x = 1$

D. $\frac{1}{2}x^3 + 8 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】如果一元 n 次方程的一边只有含未知数的一项和非零的常数项，另一边是零，那么这样的方程就叫做二项方程. 据此可以判断.

【详解】 $x^4 + x = 0$ ，有 2 个未知数项，故 A 选项不合题意；

$x^5 = 0$ ，没有非 0 常数项，故 B 选项不合题意；

$x^3 + x = 1$ ，有 2 个未知数项且等号另一端不为 0，故 C 选项不合题意；

$\frac{1}{2}x^3 + 8 = 0$ ，D 选项符合题意.

故选 D.

【点睛】本题考核知识点：二项方程，解题关键点为理解二项方程的定义.

2. 下列方程中，在实数范围内有解的是（ ）

A. $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$

B. $\sqrt{x-1} + 2 = 0$

C. $x^3 + 1 = 0$

D. $x^2 - x + 1 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据分式方程分母不能为零判定 A，根据二次根式的性质判断 B，根据立方根求解 C，根据根的判别式判定 D.

【详解】解：A. 求解方程得 $x=1$ ，经检验 $x=1$ 为分式方程的增根，故原方程无解；

B. $\sqrt{x-1}+2=0$, 得 $\sqrt{x-1}=-2$, 故原方程无解;

C. 求解得 $x=-1$, 故原方程有解;

D. $x^2-x+1=0$, $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$, 故原方程无解.

故选 C.

【点睛】 本题主要考查分式方程无解, 二次根式的性质, 一元二次方程根的判别式等, 解此题的关键在于熟练掌握其知识点.

3. 已知一次函数 $y=x+b$ 的图象经过第一、三、四象限, 则 b 的值可以是()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象的性质, 根据题意可得 $b < 0$, 即可求解.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y=x+b$ 的图象经过第一、三、四象限,

$\therefore b < 0$, 四个选项中只有 -1 符合条件.

故选 A.

4. 已知点 $(-4, y_1)$, $(2, y_2)$ 都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 上, 则 y_1, y_2 大小关系是 ()

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1=y_2$

C. $y_1 < y_2$

D. 不能比较

【答案】 A

【解析】

【分析】 由一次函数 $k=-\frac{1}{2} < 0$, 可得 y 随 x 的增大而减小, 比较已知点的横坐标即可求解.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 中, $k=-\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

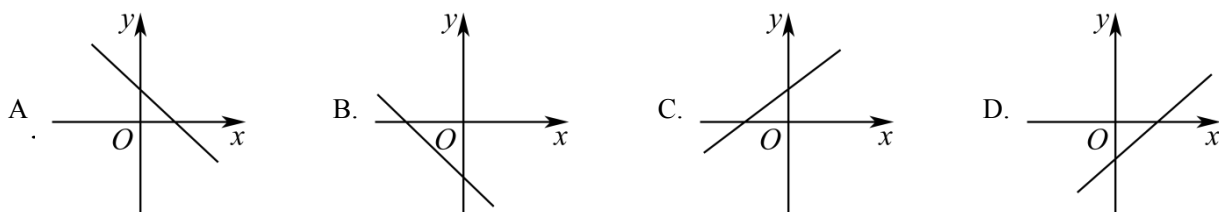
$\because -4 < 2$,

$\therefore y_1 > y_2$.

故选 A.

【点睛】 本题考查的是一次函数的性质, 熟知一次函数的增减性是解答此题的关键.

5. 已知一次函数 $y=kx+b$, y 随着 x 的增大而减小, 且 $kb < 0$, 则在直角坐标系内它的大致图象是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】利用一次函数的性质进行判断.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$, y 随着 x 的增大而减小,

$$\therefore k < 0,$$

$$\text{又} \because kb < 0,$$

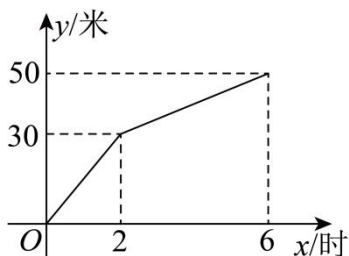
$$\therefore b > 0,$$

$\therefore$ 此一次函数图象过第一, 二, 四象限.

故选: A.

【点睛】本题考查了一次函数的性质. $k > 0$, 图象过第一, 三象限; $k < 0$, 图象过第二, 四象限. $b > 0$, 图象与 y 轴正半轴相交; $b = 0$, 图象过原点; $b < 0$, 图象与 y 轴负半轴相交.

6. 如图是反映某工程队所挖河渠长度 y (米) 与挖掘时间 x (时) 之间关系的部分图像. 下列说法正确的是 ()



A. 该工程队每小时挖河渠 $\frac{25}{3}$ 米

B. 该河渠总长为 50 米

C. 该工程队挖了 30 米之后加快了挖掘速度

D. 开挖到 30 米时, 用了 2 小时

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查函数图像的理解与运用, 从函数图像上获取所需信息成为解题的关键.

先根据函数图像获取信息, 然后再根据行程问题进行解答即可.

【详解】解：根据图像：

- A、应为该工程队平均每小时挖河渠 $\frac{25}{3}$ 米，故 A 选项不符合题意；
B、不知工程完成与否，不能确定河渠总长度，故 B 选项不符合题意；
C、应为该工程队挖了 30 米之后放慢了挖掘速度，故 B 选项不符合题意；
D、开挖到 30 米时，用了 2 小时，故 D 选项符合题意。

故选 D.

二、填空题（本大题共 12 题，每小题 2 分，满分 24 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 一次函数 $y = x - 1$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的性质、截距的定义等知识点，熟记截距的定义是解题关键.

令求 $x = 0$ 时 y 的值，再根据截距的定义即可解答.

【详解】解：当 $x = 0$ 时， $y = 0 - 1 = -1$ ，即此一次函数与 y 轴的交点的坐标为 $(0, -1)$ ，则所求的截距为 -1.

故答案为： -1.

8. 方程 $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-3} = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】 根据题意，得 $x - 1 = 0$ 或 $x - 3 = 0$ ，然后根据算术平方根的性质可得答案.

【详解】解：依题意得， $x - 1 = 0$ 或 $x - 3 = 0$ ，

$\therefore x = 1$ 或 $x = 3$ ，

当 $x = 1$ 时， $x - 3 < 0$ ，

$\therefore x = 1$ 不合题意，舍去，

$\therefore x = 3$ ，

故答案为： $x = 3$.

【点睛】 此题考查的是无理方程，掌握其非负数的性质是解决此题的关键.

9. 关于 x 的方程 $bx = x + 1$ ($b \neq 1$) 的根是_____.

【答案】 $\frac{1}{b-1}$

【解析】

【分析】移项，合并同类项，系数化为1，据此即可求解.

【详解】解：移项，得： $bx - x = 1$,

即 $(b - 1)x = 1$,

$\because b \neq 1$ 时,

$\therefore b - 1 \neq 0$

$\therefore$ 方程的解为： $x = \frac{1}{b-1}$.

故答案是： $\frac{1}{b-1}$.

【点睛】本题主要考查了解一元一次方程，去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1，这仅是解一元一次方程的一般步骤，针对方程的特点，灵活应用，各种步骤都是为使方程逐渐向 $x = a$ 形式转化.

10. 如果函数 $y = (m - 2)x - 1$ 是一次函数，那么 m 的取值范围为_____.

【答案】 $m \neq 2$

【解析】

【分析】根据一次函数的定义得到： $m - 2 \neq 0$ ，由此求得 m 的值.

【详解】解：依题意得： $m - 2 \neq 0$,

解得 $m \neq 2$.

故答案为： $m \neq 2$.

【点睛】本题考查了一次函数的定义. 关键是掌握正比例函数的比例系数不等于0.

11. 已知： $f(x) = -2x + 1$ ，如果 $f(a) = 1$ ，那么 $a =$ _____.

【答案】0

【解析】

【分析】根据函数值求自变量的值的方法即可求解.

【详解】解： $\because f(x) = -2x + 1$,

$\therefore f(a) = 1 = -2a + 1$,

$\therefore a = 0$,

故答案为：0.

【点睛】本题主要考查一次函数求值的方法，掌握函数中自变量与函数值的计算方法是解题的关键.

12. 一次函数的图象过点 $(1, 3)$ 且与直线 $y = -2x + 1$ 平行，那么该函数解析式为_____.

【答案】 $y = -2x + 5$

【解析】

【分析】 根据两直线平行，可设 $y = -2x + b$ ，把点 $(1, 3)$ 代入，即可求出解析式.

【详解】 解： $\because$ 一次函数图像与直线 $y = -2x + 1$ 平行，

$\therefore$ 设一次函数为 $y = -2x + b$ ，

把点 $(1, 3)$ 代入方程，得：

$$-2 \times 1 + b = 3,$$

$$\therefore b = 5,$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为： $y = -2x + 5$ ；

故答案为： $y = -2x + 5$.

【点睛】 本题考查了一次函数的图像和性质，解题的关键是掌握两条直线平行，则斜率相等.

13. 如果关于 x 的方程的有增根，那么 $\frac{x}{x-3} = 2 - \frac{k}{3-x}$ 则 k 的值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式方程的增根，掌握解决增根问题的步骤是解题的关键.

先将分式方程化为整式方程，然后再确定增根的值，再将增根代入化为整式方程的方程求出 k 的值即可.

【详解】 解： $\frac{x}{x-3} = 2 - \frac{k}{3-x}$

方程两边同乘以 $x-3$ ，得： $x = 2(x-3) + k$ ，

$\because$ 方程有增根，

$$\therefore x - 3 = 0, \text{ 解得: } x = 3,$$

把 $x = 3$ 代入 $x = 2(x-3) + k$ 中可得： $k = 3$.

故答案为： 3 .

14. 已知方程 $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{x}{x^2+1} = 3$ ，如果设 $\frac{x}{x^2+1} = y$ ，那么原方程可以变形为_____.

【答案】 $\frac{1}{2y} - y = 3$.

【解析】

【分析】由题意得：设 $\frac{x}{x^2+1} = y$ ，则 $\frac{x^2+1}{2x} = \frac{1}{2y}$ ，代入即可解答出.

【详解】解：根据题意得：设 $\frac{x}{x^2+1} = y$ ，

$$\text{则 } \frac{x^2+1}{2x} = \frac{1}{2y},$$

$$\therefore \text{原方程可变为 } \frac{1}{2y} - y = 3;$$

$$\text{故答案为 } \frac{1}{2y} - y = 3.$$

【点睛】此题主要考查利用整体代入法对方程进行换元，解题的关键是正确理解整体代入法.

15. 多边形从一个顶点出发可引出 6 条对角线，这个多边形的内角和为_____.

【答案】 1260° ## 1260 度

【解析】

【分析】根据从多边形的一个顶点可以作对角线的条数公式 $(n-3)$ 求出边数，然后根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 列式进行计算即可得解.

【详解】解： $\because$ 多边形从一个顶点出发可引出 6 条对角线，

$$\therefore n-3=6,$$

$$\text{解得： } n=9,$$

$$\therefore \text{这个多边形的内角和为： } (9-2) \times 180^\circ = 1260^\circ.$$

故答案为： 1260° .

【点睛】本题主要考查了多边形的内角和公式，多边形的对角线的公式，求出多边形的边数是解题的关键.

16. 某超市一月份的营业额是 100 万元，月平均增加的百分率相同，三月份的营业额是 364 万元，若设月平均增长的百分率是 x ，那么可列出的方程是_____.

【答案】 $100(1+x)^2 = 364$

【解析】

【分析】本题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系、正确列出一元二次方程是解题的关键.

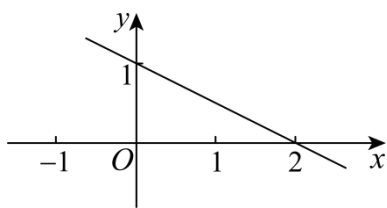
设月平均增长的百分率是 x ，则某超市一月份的营业额是 100 万元，三月份的营业额是 364 万元，据此列出关于 x 的一元二次方程即可.

【详解】解：设月平均增长的百分率是 x ，则该超市二月份的营业额为 $100(1+x)$ 万元，三月份的营业额为 $100(1+x)^2$ 万元，

依题意可得： $100(1+x)^2 = 364$.

故答案为： $100(1+x)^2 = 364$.

17. 如图，一次函数 $y = kx + b$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的图像与 x 轴交于点 $(2, 0)$ ，与 y 轴交于点 $(0, 1)$ ，那么使 $y < 0$ 成立的 x 的取值范围为_____.



【答案】 $x > 2$

【解析】

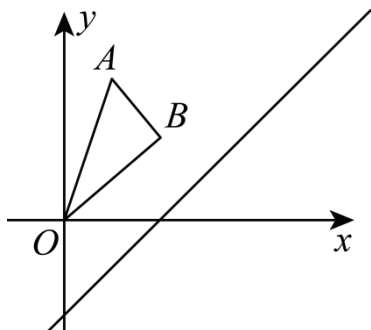
【分析】本题主要考查了一次函数与一元一次不等式的关系，掌握一次函数 $y = ax + b$ 的值小于 0 的自变量 x 的取值范围即为直线 $y = kx + b$ 在 x 轴下方部分所有的点的横坐标的取值范围成为解题的关键.

观察图像，找出直线落在 x 轴的下方所对应的 x 的取值范围即可.

【详解】解：根据图像可得：当 $x > 2$ 时， $y < 0$.

故答案是： $x > 2$.

18. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(1, 3)$ ， $\triangle OAB$ 沿坐标轴方向平移后得到 $\triangle O'A'B'$ (点 O 、 A 、 B 的对应点分别为 O' 、 A' 、 B')，如果点 A' 是直线 $y = x - 2$ 上一点，那么线段 $O'A$ 的长为_____.



【答案】 $3\sqrt{2}$ 或 $5\sqrt{2}$ 或 $5\sqrt{2}$ 和 $3\sqrt{2}$

【解析】

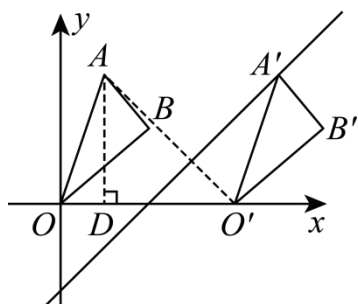
【分析】根据 $\triangle OAB$ 沿轴平移到 $\triangle O'A'B'$ ，点A与点A'对应，点A'是直线 $y = x - 2$ 上一点，可分类讨论，
 设当 $A'(a, 3)$ ，即 $\triangle OAB$ 沿x轴向右平移，且点A'是直线 $y = x - 2$ 上一点；设当 $A'(1, b)$ ，即 $\triangle OAB$ 沿x轴
 向下平移，且点A'是直线 $y = x - 2$ 上一点；根据平移的性质，勾股定理即可求解.

【详解】解：点 $A(1, 3)$ ， $\triangle OAB$ 沿轴平移到 $\triangle O'A'B'$ ，点A与点A'对应，

$\therefore$ 设当 $A'(a, 3)$ ，即 $\triangle OAB$ 沿x轴向右平移，且点A'是直线 $y = x - 2$ 上一点，

$\therefore a - 2 = 3$ ，解得， $a = 5$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 沿x轴向右平移4个单位长度到 $\triangle O'A'B'$ ，如图所示，过点A作 $AD \perp x$ 轴于点D，连接 $O'A$ ，



$\therefore O'(4, 0)$ ，

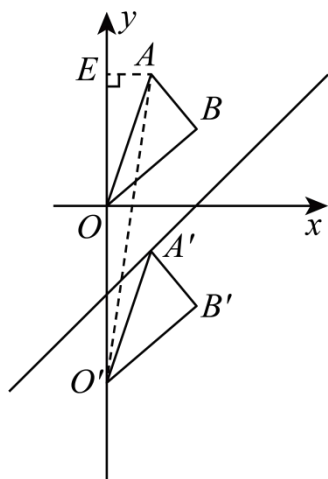
$\therefore O'D = 4 - 1 = 3$ ， $AD = 3$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AO'D$ 中， $O'A = \sqrt{AD^2 + O'D^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$ ；

设当 $A'(1, b)$ ，即 $\triangle OAB$ 沿x轴向下平移，且点A'是直线 $y = x - 2$ 上一点，

$\therefore b = 1 - 2 = -1$ ，即 $A'(1, -1)$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 沿x轴向下平移4个单位长度到 $\triangle O'A'B'$ ，如图所示，过点A作 $AE \perp y$ 轴于点E，连接 $O'A$ ，



$$\therefore O'(0,4),$$

$$\therefore O'E = OE + O'O = 3 + 4 = 7, \quad AE = 1,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEO' \text{ 中, } O'A = \sqrt{AE^2 + O'E^2} = \sqrt{1^2 + 7^2} = 5\sqrt{2};$$

综上所述, 线段 $O'A$ 的长为 $3\sqrt{2}$ 或 $5\sqrt{2}$,

故答案为: $3\sqrt{2}$ 或 $5\sqrt{2}$.

【点睛】 本题主要考查平面直角坐标系中几何图形的变换, 掌握图形平移的规律, 勾股定理的运用是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 5 题, 每小题 6 分, 满分 30 分)

19. 解方程: $x - \sqrt{2x-5} = 4$.

【答案】 $x = 7$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解无理方程, 掌握解无理方程的技巧和解一元二次方程是解题的关键.

先将无理方程转化为一元二次方程, 然后解一元二次方程即可, 最后根据无理方程的特点要进行检验即可.

【详解】 解: $\sqrt{2x-5} = x-4$,

$$2x-5 = (x-4)^2,$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0,$$

$$\therefore x_1 = 7, \quad x_2 = 3,$$

经检验 $x = 3$ 时, 不符合题意, 舍去.

$\therefore$ 原方程的解为 $x = 7$.

20. 解分式方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{1}{x+2} = \frac{16}{x^2-4}$

【答案】 $x = -5$

【解析】

【分析】 先方程两边同时乘以最简公分母 $(x-2)(x+2)$, 整理得到关于 x 的一元二次方程, 然后求解方程得到 x 的值, 再进行检验即可.

【详解】 解: 方程两边同时乘以 $(x-2)(x+2)$, 得

$$(x+2)^2 - (x-2) = 16,$$

整理，得： $x^2 + 3x - 10 = 0$ ，

因式分解得： $(x-2)(x+5) = 0$ ，

解这个整式方程得： $x_1 = 2, x_2 = -5$ ，

经检验知 $x_1 = 2$ 是原方程的增根， $x_2 = -5$ 是原方程的根。

则原方程的根是 $x = -5$ 。

【点睛】 本题主要考查解分式方程与一元二次方程，解此题的关键在于熟练掌握解方程的方法，需要注意的是最后一定要验根。

21. 解方程组：
$$\begin{cases} x + 2y = 2 \text{ ①} \\ x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ y_1 = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3} \\ y_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 将方程②因式分解，得到两个新的方程，原方程组转化为两个新的方程组，求解即可。

【详解】 由②得： $(x-y)(x-4y) = 0$ ，

$$x - y = 0 \text{ 或 } x - 4y = 0,$$

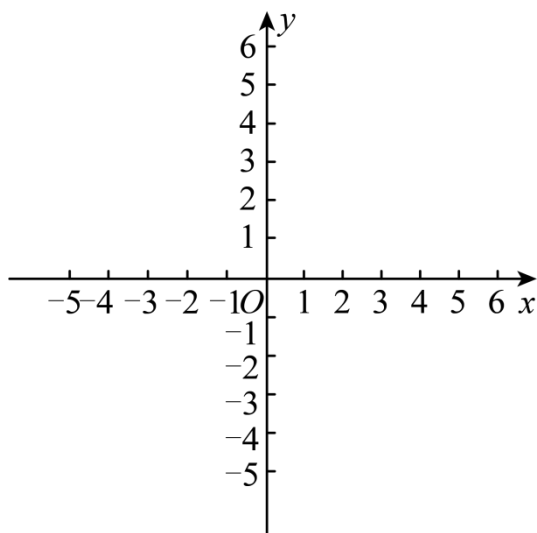
因此，原方程组可以化为两个二元一次方程组

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x + 2y = 2 \\ x - 4y = 0 \end{cases}.$$

分别解这两个方程组，得原方程组的解是
$$\begin{cases} x_1 = \frac{2}{3} \\ y_1 = \frac{2}{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2 = \frac{4}{3} \\ y_2 = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查二元一次方程组，因式分解；注意将②式因式分解转化为两个方程是本题关键。

22. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知函数 $y = 2x$ 的图像和反比例函数的在第一象限交于 A 点，其中点 A 的横坐标是 1.



(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 把直线 $y = 2x$ 平移后与 y 轴相交于点 B , 且 $AB = OB$, 求平移后直线的解析式.

【答案】 (1) $y = \frac{2}{x}$; (2) $y = 2x + \frac{5}{4}$

【解析】

【分析】 (1) 将点 A 的横坐标代入 $y = 2x$ 中, 得到点 A 的纵坐标, 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 再将点 A 的坐标代入解答;

(2) 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于 C , 则 $AC = 1$, $OC = 2$, 根据 $AB = OB$, 得到直线 $y = 2x$ 向上平移, 设平移后的直线解析式为 $y = 2x + b$, 则 $OB = b$, 根据勾股定理得到 $1^2 + (2 - b)^2 = b^2$, 求出 $b = \frac{5}{4}$, 即可得到函数解析式.

【详解】 (1) 将点 A 的横坐标 1 代入 $y = 2x$ 中, 得 $y = 2$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(1, 2)$,

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 将点 A 的坐标代入, 得到 $k = 2$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{2}{x}$;

(2) 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于 C , 则 $AC = 1$, $OC = 2$,

$\because AB = OB$,

$\therefore$ 直线 $y = 2x$ 向上平移,

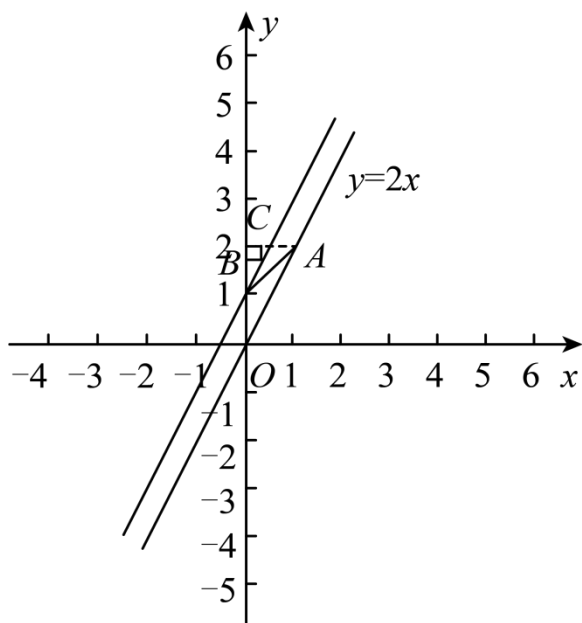
设平移后的直线解析式为 $y = 2x + b$, 则 $OB = b$,

$\because AC^2 + BC^2 = AB^2$,

$\therefore 1^2 + (2 - b)^2 = b^2$,

解得 $b = \frac{5}{4}$,

$\therefore$ 平移后的解析式为: $y = 2x + \frac{5}{4}$.



【点睛】此题考查一次函数的性质，点坐标与直线解析式，直线平移的性质.

23. 一个多边形的内角和是它的外角和的 4 倍，求这个多边形的边数.

【答案】10

【解析】

【分析】根据多边形的外角和为 360° ，内角和公式为: $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，由题意可得到方程 $(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ \times 4$ ，解方程即可得解.

【详解】解：设这个多边形是 n 边形，由题意得：

$$(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ \times 4,$$

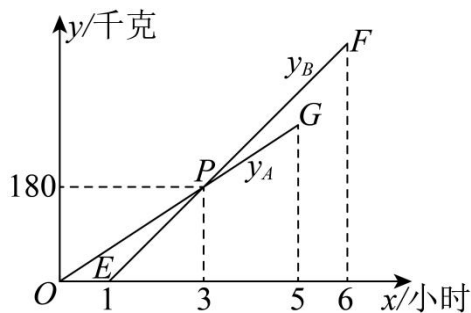
解得: $n = 10$.

答：这个多边形的边数是 10.

【点睛】此题主要考查了多边形的外角和与内角和公式，做题的关键是正确把握内角和公式为: $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，外角和为 360° .

四、解答题（本大题共 3 题，24、25 题每题 8 分，26 题 12 分，满分 28 分）

24. 某物流公司引进 A，B 两种机器人用来搬运某种货物，这两种机器人充满电后可以连续搬运 5 小时，A 种机器人于某日 0 时开始搬运，过了 1 小时，B 种机器人也开始搬运，如图，线段 OG 表示 A 种机器人的搬运量 y_A （千克）与时间 x （时）的函数图象，线段 EF 表示 B 种机器人的搬运量 y_B （千克）与时间 x （时）的函数图象，根据图象提供的信息，解答下列问题：



(1) 求 y_B 关于 x 的函数解析式;

(2) 如果 A、B 两种机器人连续搬运 5 个小时, 那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了多少千克?

【答案】 (1) $y_B = 90x - 90$ ($1 \leq x \leq 6$); (2) B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克.

【解析】

【分析】 (1) 设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = k_1x + b$, 把 E、P 的坐标代入即可得到结论;

(2) 设 y_A 关于 x 的函数解析式为 $y_A = k_2x$, 把 P 的坐标代入即可得到 y_A 的表达式, 令 $x=6$, 代入 y_B , 令 $x=5$, 代入 y_A , 两者相减即可得到结论.

【详解】 (1) 设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$),

由线段 EF 过点 $E(1,0)$ 和点 $P(3,180)$,

$$\text{得} \begin{cases} k_1 + b = 0 \\ 3k_1 + b = 180 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = 90 \\ b = -90 \end{cases},$$

所以 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = 90x - 90$ ($1 \leq x \leq 6$);

(2) 设 y_A 关于 x 的函数解析式为 $y_A = k_2x$ ($k_2 \neq 0$), 由题意, 得 $180 = 3k_2$, 即 $k_2 = 60$,

$$\therefore y_A = 60x;$$

$$\text{当 } x=5 \text{ 时, } y_A = 5 \times 60 = 300 \text{ (千克),}$$

$$\text{当 } x=6 \text{ 时, } y_B = 90 \times 6 - 90 = 450 \text{ (千克),}$$

$$450 - 300 = 150 \text{ (千克).}$$

答: 如果 A、B 两种机器人各连续搬运 5 小时, 那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克.

25. 随着 5G 通信技术的迅猛发展, 5G 手机越来越受到消费者的青睐. 5G 手机信息传输的速度更快, 每

秒比4G手机多下载95MB. 下载一部1000MB的电影, 5G手机比4G手机要快190秒, 求5G手机的下载速度.

【答案】5G手机的下载速度为100MB/秒

【解析】

【分析】本题主要考查了分式方程的应用, 根据题意正确列出分式方程成为解题的关键.

设5G手机的下载速度为 x MB/秒, 则4G手机的下载速度为 $(x-95)$ MB/秒, 然后根据题意列分式方程求解即可.

【详解】解: 设5G手机的下载速度为 x MB/秒, 则4G手机的下载速度为 $(x-95)$ MB/秒,

$$\frac{1000}{x-95} - \frac{1000}{x} = 190,$$

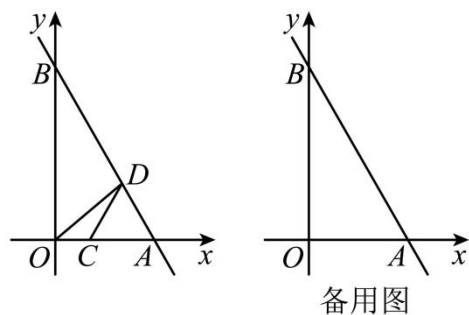
$$x^2 - 95x - 500 = 0,$$

$$x_1 = 100, x_2 = -5,$$

经检验: $x_1 = 100, x_2 = -5$ 都为方程的解, 但 $x_2 = -5$ 不符合实际, 舍去.

答: 5G手机的下载速度为100MB/秒.

26. 已知一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于 A, B 两点.



(1) 求点 A, B 的坐标和 $\angle BAO$ 的度数.

(2) 点 C, D 分别是线段 OA, AB 上一动点, 且 $CD = DA$, 如果 $S_{\triangle OCD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求点 C 的坐标.

(3) 点 C, D 分别是射线 OA, BA 上一动点, 且 $CD = DA$, 当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时, 直接写出 C 点坐标.

【答案】(1) $A(3, 0), B(0, 3\sqrt{3}), \angle BAO = 60^\circ$

(2) 点 C 的坐标为 $(1, 0)$ 或 $(2, 0)$

(3) 当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时, 点 C 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(3\sqrt{3} - 3, 0)$ 或 $(6, 0)$

【解析】

【分析】(1) 根据一次函数与坐标轴的交点坐标的计算方法可求出点 A, B 的坐标, 根据直角三角形中勾股定理可求出 $AB = 2OA$, 由此可求出 $\angle BAO$ 的度数;

(2) 如图所示, 过点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E , 设 $D(d, -\sqrt{3}d + 3\sqrt{3})$, 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 根据含 30° 角的直角三角形的特点可求出 AC, AD, OC 的, 根据 $S_{\triangle OCD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 列式求解即可;

(3) 根据等腰三角形的判定和性质, 动点的运动规律, 分类讨论: ① $DB = DC$, $\triangle ODB$ 为等腰三角形; ② 如图所示, $BO = BD = 3\sqrt{3}$, $\triangle OBD$ 是等腰三角形; ③ 如图所示, $OB = OD = 3\sqrt{3}$, $\triangle OBD$ 是等腰三角形; 根据等腰三角形的性质, 含特殊角的直角三角形的性质, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于 A, B 两点,

$\therefore$ 令 $x=0$ 时, $y=3\sqrt{3}$; 令 $y=0$ 时, $x=3$;

$$\therefore A(3,0), \quad B(0,3\sqrt{3}),$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

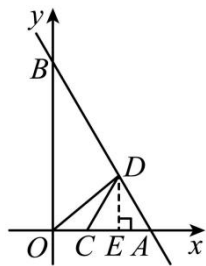
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AOB$, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6$, 即 $AB = 2OA$,

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 60^\circ.$$

【小问 2 详解】

解: 如图所示, 过点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E ,



$\therefore$ 点 D 在一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 的图像上, 设 $D(d, -\sqrt{3}d + 3\sqrt{3})$,

$$\therefore DE = -\sqrt{3}d + 3\sqrt{3},$$

$$\therefore DE \perp OA, \quad OB \perp OA,$$

$\therefore DE \parallel OB$, 则 $\angle EDA = \angle OBA = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $DE = \sqrt{3}AE$, $AD = 2AE$,

$$\therefore AE = \frac{\sqrt{3}}{3}DE = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-\sqrt{3}d + 3\sqrt{3}) = 3 - d, \quad AD = 2AE = 2 \times (3 - d) = 6 - 2d,$$

$\because CD = DA$, 即 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 且 $DE \perp AC$,

$\therefore$ 点 E 是 AC 中点,

$$\therefore AE = CE = 3 - d, \quad \text{则 } AC = 2AE = 2 \times (3 - d) = 6 - 2d, \quad \text{且 } A(3, 0),$$

$$\therefore OC = OA - AC = 3 - (6 - 2d) = 2d - 3, \quad \text{则 } \triangle ACD \text{ 是等边三角形, 即 } AC = AD = CD = 6 - 2d,$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OC \cdot DE = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (2d - 3) \times (-\sqrt{3}d + 3\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{整理得 } 2d^2 - 9d + 10 = (d - 2)(2d - 5) = 0,$$

$$\therefore d_1 = 2, \quad d_2 = \frac{5}{2},$$

$$\text{当 } d = 2 \text{ 时, } AC = 6 - 2d = 6 - 2 \times 2 = 2, \quad \text{则 } OC = OA - AC = 3 - 2 = 1,$$

$$\therefore C(1, 0);$$

$$\text{当 } d = \frac{5}{2} \text{ 时, } AC = 6 - 2d = 6 - 2 \times \frac{5}{2} = 1, \quad \text{则 } OC = OA - AC = 3 - 1 = 2,$$

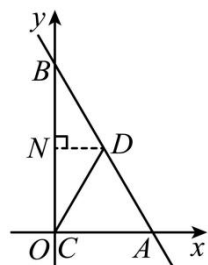
$$\therefore C(2, 0);$$

综上所述, 点 C 的坐标为 $(1, 0)$ 或 $(2, 0)$.

【小问 3 详解】

解: 由 (1) 可知, $B(0, 3\sqrt{3})$, 则 $OB = 3\sqrt{3}$,

$\because$ 点 C 、 D 分别是射线 OA 、 BA 上一动点, 如图所示,



① $DB = DC$, $\triangle ODB$ 为等腰三角形,

取 OB 的中点 N ，则 $N\left(0, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ，过点 N 作 $ND \parallel OA$ ，交 AB 与点 D ，

$\therefore DN$ 是 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的中位线，

$\therefore OD$ 是 AD 的中点，则 $DO = DB$ ，即 $\triangle OBD$ 是等腰三角形，

$\therefore DN$ 是中位线，且 $OA = 3$ ， $AB = 6$ ， $CD = DA$ ，

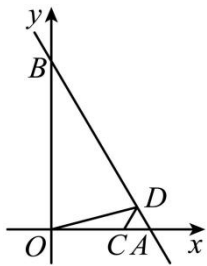
$\therefore DN = \frac{1}{2}OA = \frac{3}{2}$ ，则 $D\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ，

$\therefore$ 根据 (2) 中的证明过程可得， $\triangle ACD$ 是等边三角形，

$\therefore AC = AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ，

$\therefore$ 点 C 与原点重合，即 $C(0,0)$ ；

② 如图所示， $BO = BD = 3\sqrt{3}$ ， $\triangle OBD$ 是等腰三角形，

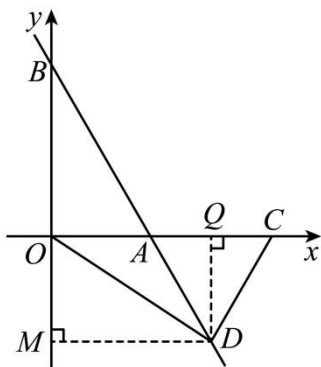


$\therefore AC = AD = AB - BD = 6 - 3\sqrt{3}$ ，

$\therefore OC = OA - AC = 3 - (6 - 3\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 3$ ，

$\therefore C(3\sqrt{3} - 3, 0)$ ；

③ 如图所示， $OB = OD = 3\sqrt{3}$ ， $\triangle OBD$ 是等腰三角形，过点 D 作 $DM \perp y$ 轴于点 M ，作 $DQ \perp x$ 轴于点 Q ，



$\therefore \angle OBD = \angle ODB = 30^\circ$ ， $\angle OAB = \angle MDB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ODM = 30^\circ$ ，且 $OD = OB = 3\sqrt{3}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ODM$ 中， $OD = 2OM$ ， $MD = \sqrt{3}OM$ ，

$$\therefore OM = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \quad MD = \sqrt{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2},$$

$$\therefore D\left(\frac{9}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right),$$

$\therefore OM \perp x$ 轴， $DQ \perp x$ 轴， $DM \perp y$ 轴，

$\therefore$ 四边形 $OMDQ$ 是矩形，则 $DQ = OM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，且 $\triangle ACD$ 是等边三角形，即 $\angle CAD = 60^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADQ$ 中， $DQ = \sqrt{3}AQ$ ，

$$\therefore AQ = \frac{\sqrt{3}}{3}DQ = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}, \quad \text{则 } AC = 2AQ = 2 \times \frac{3}{2} = 3,$$

$$\therefore OC = AO + AC = 3 + 3 = 6,$$

$$\therefore C(6, 0);$$

综上所述，当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时，点 C 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(3\sqrt{3} - 3, 0)$ 或 $(6, 0)$ 。

【点睛】 本题主要考查平面直角坐标系中几何图形的变换，掌握一次函数图像的性质，勾股定理，几何图形的性质，等腰三角形的判定和性质等知识是解题的关键。