

2020~2021 学年上海市闵行区民办复旦万科实验学校

八年级下学期期中数学试卷

(满分: 100 分)

一、选择题 (共六题: 共 18 分)

1. 下列方程中, 有实数根的是 () .

A. $x^2 - x + 1 = 0$

B. $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = 0$

C. $\sqrt{x-1} + 4 = 0$

D. $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】利用根的判别式, 解分式方程、算术平方根的非负性, 二次根式有意义的条件求解方程依次来判断.

【详解】解: A、 $x^2 - x + 1 = 0$, $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$, 故没有实数根, 不符合题意;

B、 $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = 0$, 方程两边都乘以 $x-1$ 得: $x=1$, 检验: 当 $x=1$ 时, 分式的分母为 0, 所以此方程没有解, 不符合题意;

C、由 $\sqrt{x-1} + 4 = 0$, 得 $\sqrt{x-1} = -4$, 因为算术平方根的结果是非负数, 所以此方程无解, 不符合题意;

D、由 $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 0$, 得 $\sqrt{x-1} = -\sqrt{1-x}$, 两边平方得 $x-1 = 1-x$, 解得 $x=1$, 经检验是原方程的解, 故有实数根, 符合题意;

故选: D.

【点睛】本题考查了方程的根的问题, 解题的关键是掌握根的判别式, 会解分式方程, 算术平方根的非负性.

2. 已知点 $(-4, y_1)$, $(2, y_2)$ 都在直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 上, 则 y_1, y_2 大小关系是 ()

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_1 < y_2$

D. 不能比较

【答案】A

【解析】

【分析】由一次函数 $k = -\frac{1}{2} < 0$, 可得 y 随 x 的增大而减小, 比较已知点的横坐标即可求解.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 中, $k = -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小.

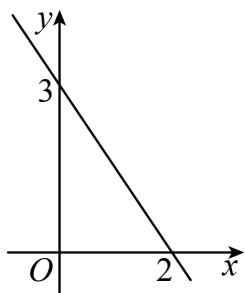
$$\because -4 < 2,$$

$$\therefore y_1 > y_2.$$

故选 A.

【点睛】 本题考查的是一次函数的性质，熟知一次函数的增减性是解答此题的关键.

3. 一次函数的图象如图所示，当 $y > 3$ 时， x 的取值范围是 ()



A. $x < 0$

B. $x > 0$

C. $x < 2$

D. $x > 2$

【答案】 A

【解析】

【分析】 直接根据函数图象即可得出结论.

【详解】 解： 由函数图象可知， 当 $x < 0$ 时， $y > 3$.

故选： A.

【点睛】 本题考查的是一次函数的性质， 能利用数形结合求解是解题的关键.

4. 下列方程中， 是二元二次方程的为 ()

A. $2x^2 + 3x - 4 = 0$

B. $y^2 + 2x = 0$

C. $x^2 + \sqrt{3-y} - 7 = 0$

D. $y^2 + \frac{1}{x-3} = 0$

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据一元二次方程、二元二次方程、无理方程和分式方程的定义对各选项进行判断.

【详解】 A. $2x^2 + 3x - 4 = 0$ 是一元二次方程.

B. $y^2 + 2x = 0$ 是二元二次方程,

C. $x^2 + \sqrt{3-y} - 7 = 0$ 是无理方程.

D. $y^2 + \frac{1}{x-3} = 0$ 是分式方程.

故选:B.

【点睛】本题根据二元二次方程的定义解答. 二元二次方程必须满足四个条件:

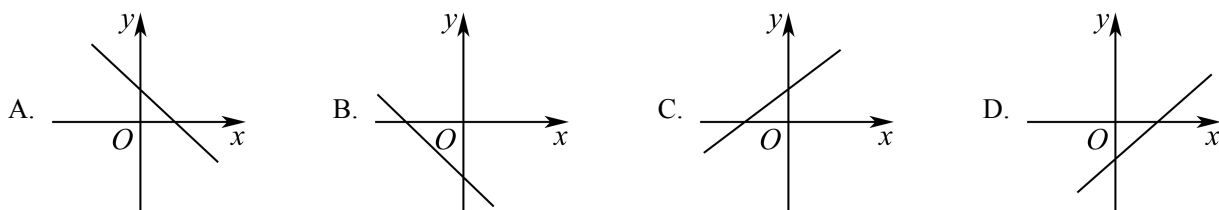
(1) 未知数的最高次数是 2;

(2) 二次项系数不为 0;

(3) 是整式方程;

(4) 含有两个未知数. 由这四个条件对四个选项进行验证, 满足这四个条件者为正确答案.

5. 已知一次函数 $y = kx + b$, y 随着 x 的增大而减小, 且 $kb < 0$, 则在直角坐标系内它的大致图象是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】利用一次函数的性质进行判断.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$, y 随着 x 的增大而减小,

$$\therefore k < 0,$$

$$\text{又} \because kb < 0,$$

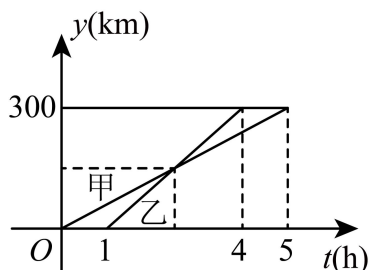
$$\therefore b > 0,$$

$\therefore$ 此一次函数图象过第一, 二, 四象限.

故选: A.

【点睛】本题考查了一次函数的性质. $k > 0$, 图象过第一, 三象限; $k < 0$, 图象过第二, 四象限. $b > 0$, 图象与 y 轴正半轴相交; $b = 0$, 图象过原点; $b < 0$, 图象与 y 轴负半轴相交.

6. 甲、乙两车从 A 城出发匀速行驶至 B 城, 在整个行驶过程中, 甲、乙两车离开 A 城的距离 $y(\text{km})$ 与甲车行驶的时间之间的函数关系式如图所示.



有下列结论: ① A、B 两城相距 300km; ②乙车比甲车晚出发 1h, 却早到 1h; ③乙车出发后 2.5h 追上甲;

④当甲、乙两车相距 50km 时, 甲车行驶了 $\frac{5}{4}$ h. 其中正确的结论有 ().

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意用待定系数法分别求出甲、乙的函数关系，图形结合分析即可求解。

【详解】解：根据题意可知，设甲车行驶的时间与离开A城的距离 $y(\text{km})$ 的函数关系为 $y_1 = k_1 t (k_1 \neq 0)$,

$$\therefore \text{当 } t = 5 \text{ 时, } y_1 = 300, \text{ 则 } k_1 = \frac{y_1}{t} = \frac{300}{5} = 60,$$

$$\therefore \text{甲的函数关系式为 } y_1 = 60t,$$

设乙车行驶的时间与离开A城的距离 $y(\text{km})$ 的函数关系为 $y_2 = k_2 t + b (k_2 \neq 0)$,

$$\therefore \text{当 } t = 1 \text{ 时, } y_2 = 0; \text{ 当 } t = 4 \text{ 时, } y_2 = 300;$$

$$\therefore \begin{cases} k_2 + b = 0 \\ 4k_2 + b = 300 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} k_2 = 100 \\ b = -100 \end{cases},$$

$$\therefore \text{乙的函数关系式为 } y_2 = 100t - 100,$$

$\therefore$ 结论①A、B两城相距300km,

根据图示可得，结论①正确；

结论②乙车比甲车晚出发1h，却早到1h，

根据图示可得，结论②正确；

结论③乙车出发后2.5h追上甲，

$$\text{令 } y_1 = y_2, \text{ 则 } \begin{cases} y = 60t \\ y = 100t - 100 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} t = 2.5 \\ y = 150 \end{cases},$$

$$\therefore \text{当 } t = 2.5 \text{ 时, 甲乙相遇, 乙行驶的时间为 } 2.5 - 1 = 1.5 \text{ (h)},$$

$\therefore$ 乙车出发后1.5h追上甲，故结论③错误；

结论④当甲、乙两车相距50km时，甲车行驶了 $\frac{5}{4}$ h，

$$\text{令 } y_1 - y_2 = 50, \text{ 则 } 60t - (100t - 100) = 50, \text{ 解得, } t = \frac{5}{4},$$

$\therefore$ 当 $t = 2.5$ 时，甲乙相遇，

$$\text{令相遇后 } y_2 - y_1 = 50, \text{ 则 } 100t - 100 - 60t = 50, \text{ 解得, } t = \frac{15}{4},$$

$\therefore$ 当 $y_1 = 50$ 时， $t = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} < 1$ ，此时乙还未出发；当 $t = 4$ 时，乙已经到达B地，甲离B地的路程为

$$60 \times 4 = 240(\text{km}), \text{ 若甲、乙相距 } 50(\text{km}), \text{ 则甲需要行驶到 } y_1 = 250 \text{ 时, 则 } t = \frac{250}{60} = \frac{25}{6},$$

∴ 当 $t = \frac{5}{4}$ 或 $t = \frac{15}{4}$ 或 $t = \frac{5}{6}$ 或 $t = \frac{25}{6}$ 时，甲、乙相距 50km，故结论④错误；

综上所述，正确的有①②，

故选：B.

【点睛】 本题主要考查一次函数与行程的综合运用，掌握待定系数法求一次函数解析式，图形结合分析是解题的关键.

二、填空题（共十二题：共 23 分）

7. 如果函数 $y = (m-2)x - 1$ 是一次函数，那么 m 的取值范围为_____.

【答案】 $m \neq 2$

【解析】

【分析】 根据一次函数的定义得到： $m-2 \neq 0$ ，由此求得 m 的值.

【详解】 解：依题意得： $m-2 \neq 0$ ，

解得 $m \neq 2$.

故答案为： $m \neq 2$.

【点睛】 本题考查了一次函数的定义. 关键是掌握正比例函数的比例系数不等于 0.

8. 直线 $y = -x - \frac{3}{2}$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 $-\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 代入 $x = 0$ 求出 y 值，此题得解.

【详解】 解：当 $x = 0$ 时， $y = -0 - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$ ，

∴ 直线 $y = -x - \frac{3}{2}$ 在 y 轴上的截距是 $-\frac{3}{2}$.

故答案为： $-\frac{3}{2}$.

【点睛】 本题考查了一次函数的截距，坐标轴上截距的求法是解题的关键.

9. 直线 $y = \frac{3}{4}x - 3$ 与直线 $y = kx + 3$ 平行，那么 $k =$ _____.

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 根据两条直线相互平行可得一次函数解析中，一次项系数相等，由此即可求解.

【详解】解：直线 $y = \frac{3}{4}x - 3$ 与直线 $y = kx + 3$ 平行，

$$\therefore k = \frac{3}{4},$$

故答案为： $\frac{3}{4}$.

【点睛】本题主要考查一次函数图像的性质，掌握两条直线平行的条件是解题的关键.

10. 已知： $f(x) = -2x + 1$ ，如果 $f(a) = 1$ ，那么 $a =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】根据函数值求自变量的值的方法即可求解.

【详解】解： $\because f(x) = -2x + 1$ ，

$$\therefore f(a) = 1 = -2a + 1,$$

$$\therefore a = 0,$$

故答案为： 0 .

【点睛】本题主要考查一次函数求值的方法，掌握函数中自变量与函数值的计算方法是解题的关键.

11. 如果直线 $y = (2 - k)x + k$ 不经过第二象限，那么 k 的取值范围 _____.

【答案】 $k \leq 0$

【解析】

【分析】一次函数图像不经过第二象限可知一次函数的一次项系数大于零，一次函数中常数项小于零，再根据不等式的取值方法即可求解.

【详解】解：直线 $y = (2 - k)x + k$ 不经过第二象限，

①当 $2 - k = 0$ 时，即 $k = 2$ ，

$\therefore$ 直线 $y = (2 - k)x + k = 0 \times x + 2 = 2$ ，经过第二象限，不符合题意，

$$\therefore k \neq 2;$$

②当 $2 - k \neq 0$ 时，即 $k \neq 2$ ，直线 $y = (2 - k)x + k$ 不经过第二象限，

$$\therefore \begin{cases} 2 - k > 0 \\ k \leq 0 \end{cases}, \text{ 解得, } k \leq 0;$$

综上所述， $k \leq 0$ ，

故答案为： $k \leq 0$.

【点睛】 本题主要考查一次函数图像的性质，不等式组的取值方法，掌握以上知识是解题的关键.

12. 写出一个关于 x 的一元二次方程，此方程可以为_____.

【答案】 $x^2 - 1 = 0$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的定义，写出方程，即可求解.

【详解】 解：此方程可以为 $x^2 - 1 = 0$.

故答案为： $x^2 - 1 = 0$ (答案不唯一)

【点睛】 本题主要考查了一元二次方程，熟练掌握含有一个未知数，且未知数的最高次数 2 的整式方程是一元二次方程是解题的关键.

13. 方程 $(x+1)\sqrt{x-2} = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x=2$

【解析】

【详解】 试题解析： $(x+1)\sqrt{x-2} = 0$,

$\therefore x+1=0$ 或 $\sqrt{x-2} = 0$.

解得： $x=-1$ 或 $x=2$.

当 $x=-1$ 时， $\sqrt{x-2}$ 不成立，故舍去.

故答案为 $x=2$.

14. 方程 $x^4 - 16 = 0$ 的根是_____.

【答案】 ± 2

【解析】

【分析】 根据平方根的定义,很容易求解,或者把方程左边因式分解,通过降次的方法也可以求解.

【详解】 $\because x^4 - 16 = 0$,

$\therefore (x^2+4)(x+2)(x-2) = 0$,

$\therefore x = \pm 2$,

$\therefore$ 方程 $x^4 - 16 = 0$ 的根是 $x = \pm 2$,

故答案为 ± 2 .

【点睛】 该题为高次方程，因此解决该题的关键，是需要把方程左边因式分解，从而达到降次的目的，把高次方程转化为低次方程，从而求解.

15. 用换元法解方程 $\frac{x^2-2}{x} + \frac{x}{x^2-2} = 3$, 如果设 $y = \frac{x^2-2}{x}$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程为_____.

【答案】 $y^2 - 3y + 1 = 0$

【解析】

【分析】 设 $y = \frac{x^2-2}{x}$, 则 $\frac{x}{x^2-2} = \frac{1}{y}$, 根据换元法解答即可, 注意最后的形式是整式方程.

【详解】 解: 设 $y = \frac{x^2-2}{x}$, 则原方程可变形为: $y + \frac{1}{y} = 3$,

即为 $y^2 - 3y + 1 = 0$;

故答案为: $y^2 - 3y + 1 = 0$

【点睛】 本题考查了换元法解方程, 正确变形是关键.

16. 如果一个多边形的每一个外角都等于 20° , 那么这个多边形的内角和为_____度.

【答案】 2880

【解析】

【分析】 首先根据外角和与外角的度数可得多边形的边数, 再根据多边形内角和公式计算出答案.

【详解】 解: $\because$ 多边形的每一个外角都等于 20° ,

$\therefore$ 它的边数为: $360^\circ \div 20^\circ = 18$,

$\therefore$ 它的内角和: $180^\circ \times (18 - 2) = 2880$

故答案为: 2880.

【点睛】 本题主要考查了多边形的内角与外角, 关键是正确计算出多边形的边数.

17. 接种新冠疫苗是提高社会集体免疫最有效的途径. 按照“应种尽种、加快推进”原则, 切实保障市民健康, 发挥公共卫生健康疫苗接种示范引领作用, 上海市加快推进市民疫苗接种. 上海市市民新冠疫苗接种率一月份为 21%, 四月份提高到 70%. 如果每个月的接种增长率相同为 x , 那么可列方程为_____.

【答案】 $21\%(1+x)^3 = 70\%$

【解析】

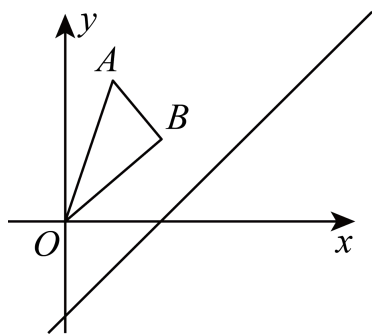
【分析】 根据每个月的接种增长率相同为 x , 一月份为 21%, 四月份提高到 70% 进行列方程即可.

【详解】 解: 由题意得: $21\%(1+x)^3 = 70\%$,

故答案为: $21\%(1+x)^2 = 70\%$.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用, 找出合适的等量关系是解题的关键.

18. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(1, 3)$, $\triangle OAB$ 沿坐标轴方向平移后得到 $\triangle O'A'B'$ (点 O 、 A 、 B 的对应点分别为 O' 、 A' 、 B'), 如果点 A' 是直线 $y = x - 2$ 上一点, 那么线段 $O'A$ 的长为_____.



【答案】 $3\sqrt{2}$ 或 $5\sqrt{2}$ 和 $3\sqrt{2}$

【解析】

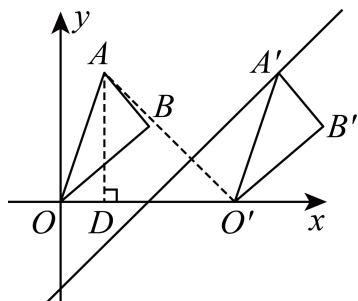
【分析】 根据 $\triangle OAB$ 沿轴平移到 $\triangle O'A'B'$, 点 A 与点 A' 对应, 点 A' 是直线 $y = x - 2$ 上一点, 可分类讨论, 设当 $A'(a, 3)$, 即 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移, 且点 A' 是直线 $y = x - 2$ 上一点; 设当 $A'(1, b)$, 即 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向下平移, 且点 A' 是直线 $y = x - 2$ 上一点; 根据平移的性质, 勾股定理即可求解.

【详解】 解: 点 $A(1, 3)$, $\triangle OAB$ 沿轴平移到 $\triangle O'A'B'$, 点 A 与点 A' 对应,

$\therefore$ 设当 $A'(a, 3)$, 即 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移, 且点 A' 是直线 $y = x - 2$ 上一点,

$\therefore a - 2 = 3$, 解得, $a = 5$,

$\therefore \triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移 4 个单位长度到 $\triangle O'A'B'$, 如图所示, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 连接 $O'A$,



$\therefore O'(4, 0)$,

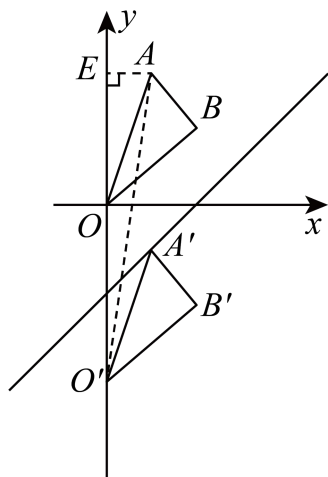
$\therefore O'D = 4 - 1 = 3$, $AD = 3$,

在 $\text{Rt}\triangle AO'D$ 中, $O'A = \sqrt{AD^2 + O'D^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$;

设当 $A'(1, b)$, 即 $\triangle OAB$ 沿 x 轴向下平移, 且点 A' 是直线 $y = x - 2$ 上一点,

$\therefore b = 1 - 2 = -1$, 即 $A'(1, -1)$,

$\therefore \triangle OAB$ 沿 x 轴向下平移 4 个单位长度到 $\triangle O'A'B'$, 如图所示, 过点 A 作 $AE \perp y$ 轴于点 E , 连接 $O'A$,



$\therefore O'(0, 4)$,

$\therefore O'E = OE + O'O = 3 + 4 = 7$, $AE = 1$,

在 $\text{Rt}\triangle AEO'$ 中, $O'A = \sqrt{AE^2 + O'E^2} = \sqrt{1^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}$;

综上所述, 线段 $O'A$ 的长为 $3\sqrt{2}$ 或 $5\sqrt{2}$,

故答案为: $3\sqrt{2}$ 或 $5\sqrt{2}$.

【点睛】 本题主要考查平面直角坐标系中几何图形的变换, 掌握图形平移的规律, 勾股定理的运用是解题的关键.

三、解方程 (组) (共四题: 共 24 分)

19. 解关于 x 方程: $a(x-1) = 2(x+1)$.

【答案】 当 $a \neq 2$ 时, 方程的根是 $x = \frac{a+2}{a-2}$; 当 $a = 2$, 方程没有实数根

【解析】

【分析】 先解方程得到 x 用 a 表示出来, 再分 $a \neq 2$, $a = 2$ 两种情况讨论即可.

【详解】 解: $a(x-1) = 2(x+1)$,

$$ax - a = 2x + 2,$$

$$ax - 2x = a + 2,$$

$$(a-2)x = a+2,$$

当 $a-2 \neq 0$ 时, $x = \frac{a+2}{a-2}$;

当 $a-2 = 0$ 时, 方程无实数解,

$\therefore$ 当 $a \neq 2$ 时, 方程的根是 $x = \frac{a+2}{a-2}$;

当 $a = 2$, 方程没有实数根.

【点睛】 本题主要考查解方程以及分式有意义的条件, 解此题的关键在于根据题意分情况进行讨论.

20. 方程: $\frac{1}{x-2} = \frac{4}{x^2-4} + 1$.

【答案】 原分式方程的解为 $x = -1$

【解析】

【分析】 根据解分式方程的方法即可求解.

【详解】 解: $\frac{1}{x-2} = \frac{4}{x^2-4} + 1$

$$\because x^2 - 4 = (x+2)(x-2),$$

$$\therefore \text{分式的最简公分母为 } (x+2)(x-2),$$

$$\therefore \text{原分式方程去分母, 方程两边同时乘以 } (x+2)(x-2) \text{ 得, } x+2 = 4 + (x^2-4),$$

$$\therefore \text{整理得, } x^2 - x - 2 = 0,$$

$$\therefore (x+1)(x-2) = 0,$$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 2,$$

检验: 当 $x = -1$ 时, 原分式方程的分母为 $x-2 = -1-2 = -3 \neq 0$, $x^2-4 = (-1)^2-4 = -3 \neq 0$, 原分式方程有意义,

$\therefore x = -1$ 是原分式方程的解;

当 $x = 2$ 时, 原分式方程的分母为 $x-2 = 2-2 = 0$, 原分式方程无意义,

$\therefore x = 2$ 不是原分式方程的解;

综上所述, 原分式方程的解为 $x = -1$.

【点睛】 本题主要考查解分式方程, 把分式方程化为整式方程是解题的关键.

21. 解方程: $x - \sqrt{x-2} = 4$

【答案】 $x = 6$

【解析】

【分析】用换元法求解，设 $\sqrt{x-2}=y$ ，先求 y ，再求 x ，结果需检验.

【详解】解：将原方程变形为：

$$x-2-\sqrt{x-2}-2=0,$$

$$\text{设 } \sqrt{x-2}=y,$$

$$\text{原方程化为 } y^2-y-2=0,$$

$$\text{解得 } y_1=2, y_2=-1,$$

$$\text{当 } y=2 \text{ 时, } \sqrt{x-2}=2, \text{ 得 } x=6,$$

$$\text{当 } y=-1 \text{ 时, } \sqrt{x-2}=-1 \text{ 无解.}$$

检验：把 $x=6$ 代入原方程，适合.

$\therefore$ 原方程的解是 $x=6$.

【点睛】本题考查了无理方程，在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法，本题用了换元法.

$$22. \text{ 解方程组: } \begin{cases} x^2-9y^2=0 & \text{①} \\ x^2-2xy+y^2=4 & \text{②} \end{cases}$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x=-\frac{3}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}, \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】首先把①、②分别进行因式分解，可分别得到两个二元一次方程，即可得到四个二元一次方程组，解方程组，即可分别求解.

【详解】解：方程①可变形为 $(x+3y)(x-3y)=0$.

得 $x+3y=0$ 或 $x-3y=0$.

方程②可变形为 $(x-y)^2=4$.

得 $x-y=2$ 或 $x-y=-2$.

因此，原方程组可组成以下四个二元一次方程组：

$$\begin{cases} x+3y=0 \\ x-y=2 \end{cases}, \begin{cases} x+3y=0 \\ x-y=-2 \end{cases}, \begin{cases} x-3y=0 \\ x-y=2 \end{cases}, \begin{cases} x-3y=0 \\ x-y=-2 \end{cases}.$$

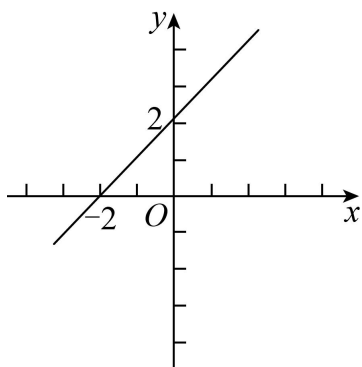
分别解这四个方程组，得原方程组的解是

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}, \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了解二元二次方程组，熟练掌握和运用解二元二次方程组的方法是解决本题的关键.

四、解答题 (共四题: 共 35 分)

23. 如图是一次函数 $y = kx + b$ 的图象.



- (1) 根据图象, 求 k 、 b 的值.
- (2) 在图中画出函数 $y = -2x + 2$ 的图象.
- (3) 当 $y = kx + b$ 的函数值小于 $y = -2x + 2$ 的函数值时, x 的取值范围是什么?
- (4) 求直线 $y = kx + b$ 、直线 $y = -2x + 2$ 与坐标轴围成的三角形的面积.

【答案】 (1) $\begin{cases} k = 1 \\ b = 2 \end{cases}$

(2) 见解析 (3) $x < 0$

(4) 3

【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法即可求出 k 、 b 的值;

(2) 先求出一次函数 $y = -2x + 2$ 过点 $(0, 2)$ 和 $(1, 0)$, 然后描点、连线即可;

(3) 找出 $y = kx + b$ 的图象在 $y = -2x + 2$ 的图象下方时对应的 x 的取值范围即可;

(4) 根据两条直线与坐标轴的交点坐标直接进行计算即可.

【小问 1 详解】

解: 由函数图象得: $y = kx + b$ 过点 $(-2, 0)$, $(0, 2)$,

把 $(-2,0)$ ， $(0,2)$ 代入得：
$$\begin{cases} -2k+b=0 \\ b=2 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} k=1 \\ b=2 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

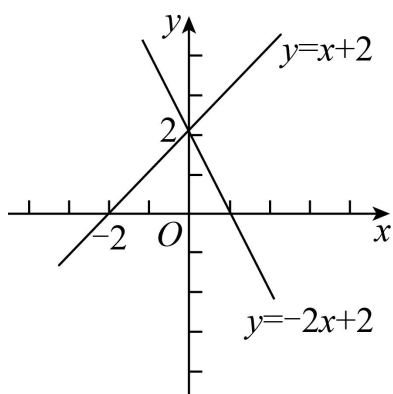
在一次函数 $y=-2x+2$ 中，

当 $x=0$ 时， $y=2$ ，

当 $y=0$ ，即 $-2x+2=0$ 时，解得 $x=1$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y=-2x+2$ 过点 $(0,2)$ 和 $(1,0)$ ，

函数图象如图：



【小问 3 详解】

由函数图象得：当 $y=kx+b$ 的函数值小于 $y=-2x+2$ 的函数值时， x 的取值范围是 $x<0$ ；

【小问 4 详解】

由(1)(2)可知，直线 $y=kx+b$ 、直线 $y=-2x+2$ 与坐标轴有三个交点，分别为 $(-2,0)$ ， $(0,2)$ 和 $(1,0)$ ，

$\therefore$ 围成的三角形的底边长为 $1-(-2)=3$ ，高为2，

$\therefore$ 围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$ 。

【点睛】本题考查了待定系数法求函数解析式，画一次函数图象，一次函数的图象和性质，一次函数的应用等知识，熟练掌握基础知识是解题的关键，难度不大。

24. 威宁彝族回族苗族自治县，隶属于贵州省毕节市，是中国最贫困县之一，也是脱贫攻坚精准扶贫县。威宁县土地资源丰富，加上日照强、温差大的气候特点，很适宜发展高山冷凉蔬菜种植。蔬菜成熟季，威宁县冷冻蔬菜种植作业大队紧锣密鼓地开展采摘工作。据评估，如果甲乙两个作业队合作采摘，那么12天可完成，如果甲队先做10天后，剩下的采摘任务由乙单独承担，还需15天才能完成。问甲乙两个作业队单独完成此项采摘工作各需多少天？

【答案】甲队单独完成此项采摘工作需 30 天，乙队单独完成此项采摘工作需 20 天

【解析】

【分析】根据题意，设甲的工作效率为 x ，乙的工作效率为 y ，由题目中的数量关系列二元一次方程组求解即可.

【详解】解：设甲的工作效率为 x ，乙的工作效率为 y ，

$$\therefore \begin{cases} 12(x+y)=1 \\ 10x+15y=1 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} x=\frac{1}{30} \\ y=\frac{1}{20} \end{cases},$$

$\therefore$ 甲队单独完成此项采摘工作需 30 天，乙队单独完成此项采摘工作需 20 天.

【点睛】本题主要考查二元一次方程组的实际运用，理解题目中的数量关系，掌握工程问题与二元一次方程组的综合运用是解题的关键.

25. 本市城镇居民年度生活天然气收费标准如下表所示：

阶段	使用量（立方米）	单价（元/立方米）
第一阶段	0—310（含）	3.00
第二阶段	310—520（含）	3.30
第三阶段	超过 520	4.20

根据表格信息回答问题：

（1）一同学家 2021 年度截止到 4 月已使用 328 立方米天然气，求至 2021 年 4 月，此同学家中使用燃气总共花费多少钱？

（2）试写出缴纳燃气总费用 y （元）关于燃气使用量 x （立方米）（ $310 < x \leq 520$ ）的函数解析式.

（3）如果该同学家 2020 年度天然气总缴费 1665 元，求该同学家 2020 年度天然气使用总量.

【答案】（1）此同学家中使用燃气总共花费 989.4 元

（2） $y = 3.3x - 93$ （ $310 < x \leq 520$ ）

（3）该同学家 2020 年度天然气使用总量为 530 立方米

【解析】

【分析】（1）根据表格中的收费标准直接列式计算即可；

（2）根据第一阶段和第二阶段的收费标准列函数关系式即可；

（3）首先求出天然气使用量是 520 立方米时的费用，可得该同学家 2020 年度天然气总使用量超过了 520

立方米，然后求出第三阶段天然气使用量再加上 520 即可得到答案.

【小问 1 详解】

解：由题意得： $310 \times 3 + (328 - 310) \times 3.3 = 989.4$ (元),

答：此同学家中使用燃气总共花费 989.4 元;

【小问 2 详解】

解：由题意得： $y = 310 \times 3 + (x - 310) \times 3.3 = 3.3x - 93 (310 < x \leq 520)$;

【小问 3 详解】

解：由 (2) 知， $y = 3.3x - 93 (310 < x \leq 520)$,

当 $x = 520$ 时， $y = 3.3x - 93 = 1623$,

$\therefore 1665 > 1623$,

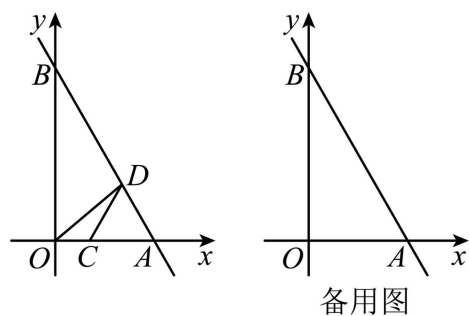
$\therefore$ 该同学家 2020 年度天然气总使用量超过了 520 立方米,

$(1665 - 1623) \div 4.2 + 520 = 530$ (立方米),

答：该同学家 2020 年度天然气使用总量为 530 立方米.

【点睛】 本题考查了一次函数的实际应用，正确理解收费标准，列出函数关系式是解题的关键.

26. 已知一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于 A, B 两点.



(1) 求点 A, B 的坐标和 $\angle BAO$ 的度数.

(2) 点 C, D 分别是线段 OA, AB 上一动点，且 $CD = DA$ ，如果 $S_{\triangle OCD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，求点 C 的坐标.

(3) 点 C, D 分别是射线 OA, BA 上一动点，且 $CD = DA$ ，当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时，直接写出 C 点坐标.

【答案】 (1) $A(3, 0)$, $B(0, 3\sqrt{3})$, $\angle BAO = 60^\circ$

(2) 点 C 的坐标为 $(1, 0)$ 或 $(2, 0)$

(3) 当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时, 点 C 的坐标为 $(0,0)$ 或 $(3\sqrt{3}-3,0)$ 或 $(6,0)$

【解析】

【分析】(1) 根据一次函数与坐标轴的交点坐标的计算方法可求出点 A, B 的坐标, 根据直角三角形中勾股定理可求出 $AB = 2OA$, 由此可求出 $\angle BAO$ 的度数;

(2) 如图所示, 过点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E , 设 $D(d, -\sqrt{3}d + 3\sqrt{3})$, 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 根据含 30° 角的直角三角形的特点可求出 AC, AD, OC 的, 根据 $S_{\triangle OCD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 列式求解即可;

(3) 根据等腰三角形的判定和性质, 动点的运动规律, 分类讨论: ① $DB = DC$, $\triangle ODB$ 为等腰三角形; ② 如图所示, $BO = BD = 3\sqrt{3}$, $\triangle OBD$ 是等腰三角形; ③ 如图所示, $OB = OD = 3\sqrt{3}$, $\triangle OBD$ 是等腰三角形; 根据等腰三角形的性质, 含特殊角的直角三角形的性质, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于 A, B 两点,

$\therefore$ 令 $x = 0$ 时, $y = 3\sqrt{3}$; 令 $y = 0$ 时, $x = 3$;

$\therefore A(3,0), B(0,3\sqrt{3})$,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$,

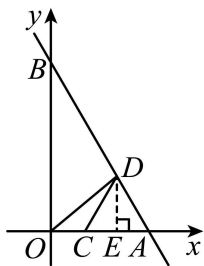
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AOB$, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6$, 即 $AB = 2OA$,

$\therefore \angle ABO = 30^\circ$,

$\therefore \angle BAO = 60^\circ$.

【小问 2 详解】

解: 如图所示, 过点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E ,



$\therefore$ 点 D 在一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 的图像上, 设 $D(d, -\sqrt{3}d + 3\sqrt{3})$,

$\therefore DE = -\sqrt{3}d + 3\sqrt{3}$,

$\therefore DE \perp OA, OB \perp OA$,

$\therefore DE \parallel OB$, 则 $\angle EDA = \angle OBA = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $DE = \sqrt{3}AE$, $AD = 2AE$,

$$\therefore AE = \frac{\sqrt{3}}{3}DE = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-\sqrt{3}d + 3\sqrt{3}) = 3 - d, \quad AD = 2AE = 2 \times (3 - d) = 6 - 2d,$$

$\because CD = DA$, 即 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 且 $DE \perp AC$,

$\therefore$ 点 E 是 AC 中点,

$\therefore AE = CE = 3 - d$, 则 $AC = 2AE = 2 \times (3 - d) = 6 - 2d$, 且 $A(3, 0)$,

$\therefore OC = OA - AC = 3 - (6 - 2d) = 2d - 3$, 则 $\triangle ACD$ 是等边三角形, 即 $AC = AD = CD = 6 - 2d$,

$$\because S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OC \cdot DE = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times (2d - 3) \times (-\sqrt{3}d + 3\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 整理得 } 2d^2 - 9d + 10 = (d - 2)(2d - 5) = 0,$$

$$\therefore d_1 = 2, \quad d_2 = \frac{5}{2},$$

当 $d = 2$ 时, $AC = 6 - 2d = 6 - 2 \times 2 = 2$, 则 $OC = OA - AC = 3 - 2 = 1$,

$\therefore C(1, 0)$;

当 $d = \frac{5}{2}$ 时, $AC = 6 - 2d = 6 - 2 \times \frac{5}{2} = 1$, 则 $OC = OA - AC = 3 - 1 = 2$,

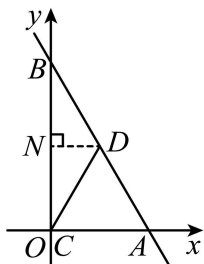
$\therefore C(2, 0)$;

综上所述, 点 C 的坐标为 $(1, 0)$ 或 $(2, 0)$.

【小问 3 详解】

解: 由 (1) 可知, $B(0, 3\sqrt{3})$, 则 $OB = 3\sqrt{3}$,

$\because$ 点 C 、 D 分别是射线 OA 、 BA 上一动点, 如图所示,



① $DB = DC$, $\triangle ODB$ 为等腰三角形,

取 OB 的中点 N ，则 $N\left(0, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ，过点 N 作 $ND \parallel OA$ ，交 AB 与点 D ，

$\therefore DN$ 是 $\text{Rt}\triangle AOB$ 的中位线，

$\therefore OD$ 是 AD 的中点，则 $DO = DB$ ，即 $\triangle OBD$ 是等腰三角形，

$\therefore DN$ 是中位线，且 $OA = 3$ ， $AB = 6$ ， $CD = DA$ ，

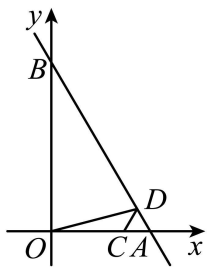
$\therefore DN = \frac{1}{2}OA = \frac{3}{2}$ ，则 $D\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ，

$\therefore$ 根据 (2) 中的证明过程可得， $\triangle ACD$ 是等边三角形，

$\therefore AC = AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ，

$\therefore$ 点 C 与原点重合，即 $C(0,0)$ ；

② 如图所示， $BO = BD = 3\sqrt{3}$ ， $\triangle OBD$ 是等腰三角形，

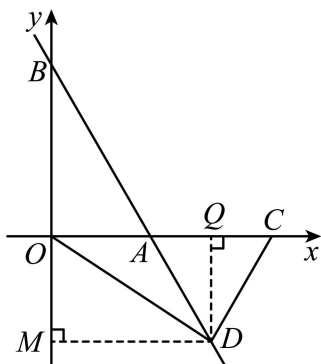


$\therefore AC = AD = AB - BD = 6 - 3\sqrt{3}$ ，

$\therefore OC = OA - AC = 3 - (6 - 3\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 3$ ，

$\therefore C(3\sqrt{3} - 3, 0)$ ；

③ 如图所示， $OB = OD = 3\sqrt{3}$ ， $\triangle OBD$ 是等腰三角形，过点 D 作 $DM \perp y$ 轴于点 M ，作 $DQ \perp x$ 轴于点 Q ，



$\therefore \angle OBD = \angle ODB = 30^\circ$ ， $\angle OAB = \angle MDB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ODM = 30^\circ$ ，且 $OD = OB = 3\sqrt{3}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ODM$ 中， $OD = 2OM$ ， $MD = \sqrt{3}OM$ ，

$$\therefore OM = \frac{1}{2}OD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}, \quad MD = \sqrt{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{2},$$

$$\therefore D\left(\frac{9}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right),$$

$\therefore OM \perp x$ 轴， $DQ \perp x$ 轴， $DM \perp y$ 轴，

$\therefore$ 四边形 $OMDQ$ 是矩形，则 $DQ = OM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，且 $\triangle ACD$ 是等边三角形，即 $\angle CAD = 60^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADQ$ 中， $DQ = \sqrt{3}AQ$ ，

$$\therefore AQ = \frac{\sqrt{3}}{3}DQ = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}, \quad \text{则 } AC = 2AQ = 2 \times \frac{3}{2} = 3,$$

$$\therefore OC = AO + AC = 3 + 3 = 6,$$

$$\therefore C(6, 0);$$

综上所述，当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时，点 C 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(3\sqrt{3} - 3, 0)$ 或 $(6, 0)$ 。

【点睛】 本题主要考查平面直角坐标系中几何图形的变换，掌握一次函数图像的性质，勾股定理，几何图形的性质，等腰三角形的判定和性质等知识是解题的关键。

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能