

2020~2021 学年上海宝山区刘行新华实验学校八年级下学期期中数学

试卷

(满分: 120 分)

一、选择题 (共六题: 共 18 分)

1. 下列函数中, 是一次函数的是 ()

A. $y = \frac{1}{x} + 1$

B. $y = -2x$

C. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)

D. $y = x^2 + 2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据形如 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的函数为一次函数判断即可.

【详解】A、 $y = \frac{1}{x} + 1$ 不是一次函数, 不符合题意;

B、 $y = -2x$ 是一次函数, 符合题意;

C、 $y = kx + b$ (k 、 b 是常数), 当 $k = 0$ 时, 不是一次函数, 不符合题意;

D、 $y = x^2 + 2$ 不是一次函数, 不符合题意;

故选 B.

【点睛】本题考查了一次函数的定义, 熟练掌握定义是解题的关键.

2. 下列关于 x 的方程中, 有实数根的是 ()

A. $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 0$

B. $x^3 + 2 = 0$

C. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

D. $\sqrt{x+2} + 3 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】先解每个方程, 求出相应的 x 的值, 再进行检验即可.

【详解】A. $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-2} = 0$,

$$\sqrt{x+2} = -\sqrt{x-2},$$

平方得: $x+2=x-2$,

$$2=-2,$$

此方程无解, 故本选项不符合题意;

B. $x^3 + 2 = 0$,

$$x^3 = -2,$$

$x = -\sqrt[3]{2}$, 此方程有解, 故本选项符合题意;

$$C. \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1},$$

方程两边都乘以 $x-1$ 得: $x=1$,

检验: 当 $x=1$ 时, $x-1=0$, $\therefore$ 此方程无解, 故本选项不符合题意;

$$D. \sqrt{x+2} + 3 = 0$$

$$\sqrt{x+2} = -3,$$

$\therefore$ 算术平方根的结果是非负数,

$\therefore$ 此方程无解, 故本选项不符合题意,

故选: B.

【点睛】此题考查分式方程的解, 高次方程及无理方程, 正确解方程是解题的关键.

3. 下列命题正确的是 ()

A. 平行四边形的对角线相等

B. 一组邻边相等, 一组对边平行的四边形是平行四边形

C. 平行四边形的内角和与外角和相等

D. 平行四边形相邻的两个内角相等

【答案】C

【解析】

【详解】试题解析: A. 平行四边形的对角线互相平分, 不一定相等. 故错误.

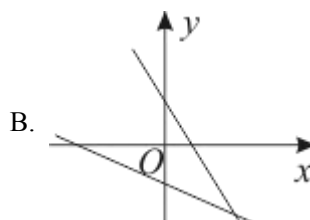
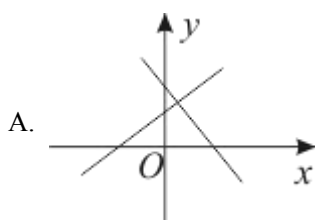
B. 一组邻边相等, 一组对边平行的四边形可能是等腰梯形. 故错误.

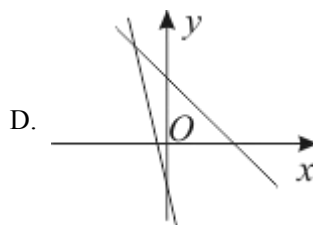
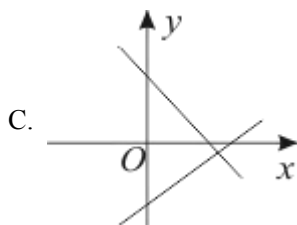
C. 平行四边形的内角和和外角和都是 360° , 故相等. 正确.

D. 平行四边形相邻的两个内角互补. 故错误.

故选 C.

4. 一次函数 $y_1 = ax + b$ 与 $y_2 = bx + a$ 在同一坐标系中的图像可能是 ()





【答案】C

【解析】

【分析】可用排除法，对各选项中函数图象的特点逐一分析即可.

【详解】A.由 y_1 的图象可知 $a < 0$, $b > 0$; 由 y_2 的图象可知 $a > 0$, $b > 0$, 两结论相矛盾, 故错误;

B.由 y_1 的图象可知 $a < 0$, $b > 0$; 由 y_2 的图象可知 $a = 0$, $b < 0$, 两结论相矛盾, 故错误;

C. 正确;

D.由 y_1 的图象可知 $a > 0$, $b > 0$; 由 y_2 的图象可知 $a < 0$, $b < 0$, 两结论相矛盾, 故错误;

故选: C.

【点睛】此题考查一次函数的图象, 熟记一次函数的图象与 k 及 b 值的关系是解题的关键.

5. 平行四边形 $ABCD$ 的周长为 16, $5AB=3BC$, 则对角线 AC 的取值范围为()

A. $2 < AC < 8$

B. $3 < AC < 8$

C. $5 < AC < 8$

D. $3 < AC < 5$

【答案】A

【解析】

【详解】试题解析: $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长 16, $5AB=3BC$,

$$\therefore 2(AB + BC) = 2\left(\frac{3}{5}BC + BC\right) = 16,$$

$$\therefore BC = 5,$$

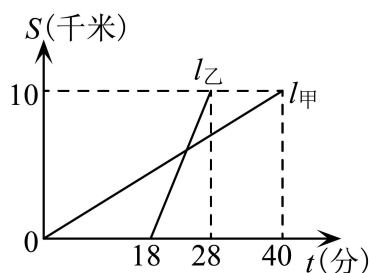
$$\therefore AB = 3,$$

$$\therefore BC - AB < AC < BC + AB, \text{ 即 } 2 < AC < 8.$$

故选 A.

点睛: 三角形的三边关系: 三角形任意两边之和大于第三边.

6. 甲、乙两人以相同路线前往距离单位 10 km 的培训中心参加学习. 图中 $l_{\text{甲}}, l_{\text{乙}}$ 分别表示甲、乙两人前往目的地所走的路程 $s \text{ km}$ 随时间(分)变化的函数图象. 以下说法: ①乙比甲提前 12 分钟到达; ②甲的平均速度为 15 千米/小时; ③乙走了 8 km 后遇到甲; ④乙出发 6 分钟后追上甲. 其中正确的有 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 此题考查的是读函数的图象，首先要理解横纵坐标表示的含义，函数的横坐标表示时间，纵坐标表示路程，理解问题叙述的过程，能够通过图象知道函数是随自变量的增大而增大，然后根据图象上特殊点的意义进行解答：

【详解】 ①乙在 28 分时到达，甲在 40 分时到达，所以乙比甲提前了 12 分钟到达；故①正确；

②根据甲到达目的地时的路程和时间知：甲的平均速度 $=10 \div 40 \div 60 = 15$ 千米/时；

③设乙出发 x 分钟后追上甲，则有： $\frac{10}{28-18} \times x = \frac{10}{40} \times (18+x)$ ，解得 $x=6$ ，乙第一次遇到甲时，所走的距离为： $6 \times \frac{10}{28-18} = 6\text{km}$ ，故③错误；

④由③得知正确.

因此正确的结论有三个：①②④. 故选 B

考点：函数的图像.

二、填空题（共十二题：共 36 分）

7. 一次函数 $y = 2 - kx$ 中 y 随 x 的增大而增大，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < 0$

【解析】

【分析】 根据一次函数的性质： $k > 0$ 时 y 随 x 的增大而增大解答即可.

【详解】 $\because y = 2 - kx = -kx + 2$ ，且 y 随 x 的增大而增大，

$$\therefore -k > 0,$$

$$\therefore k < 0,$$

故答案为： $k < 0$.

【点睛】 此题考查一次函数的性质： $k > 0$ 时 y 随 x 的增大而增大， $k < 0$ 时 y 随 x 的增大而减小.

8. 直线 $y = -8x - 6$ 可以由直线 $y = -8x$ 向_____平移_____个单位得到.

【答案】 ①. 下 ②. 6 (或左, $\frac{3}{4}$)

【解析】

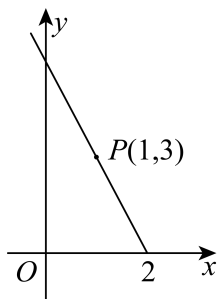
【详解】 试题解析: 直线 $y = -8x$, 当 $x = 0$ 时, $y = 0$,

直线 $y = -8x - 6$, 当 $x = 0$ 时, $y = -6$,

直线 $y = -8x - 6$ 可以由直线 $y = -8x$ 向下平移 6 个单位得到.

故答案为下, 6.

9. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过 $(1, 3)$, $(2, 0)$ 两点, 那么当 $y > 3$ 时, x 的取值范围是_____.



【答案】 $x < 1$

【解析】

【分析】 根据函数图象, 找出当 $y > 3$ 时, 自变量的取值范围即可.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过 $(1, 3)$,

$\therefore$ 由图可知, 当 $x < 1$ 时, $y > 3$,

故答案为: $x < 1$.

【点睛】 本题主要考查了一次函数的性质, 解题的关键是掌握根据函数图象写出不等式解集的方法.

10. 一次函数 $y = mx - 3 - m$ 的图象经过第二、三、四象限, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 < m < 0$

【解析】

【分析】 根据一次函数 $y = mx - 3 - m$ 的图象经过第二、三、四象限, 得到 $\begin{cases} m < 0 \\ -3 - m < 0 \end{cases}$, 解不等式组即可.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y = mx - 3 - m$ 的图象经过第二、三、四象限,

$$\therefore \begin{cases} m < 0 \\ -3 - m < 0 \end{cases},$$

解得 $-3 < m < 0$,

故答案为: $-3 < m < 0$.

【点睛】 本题考查了一次函数图像的分布, 不等式组的解法, 熟练掌握图像的分布是解题的关键.

11. 关于 x 的方程 $ax - 6 = x$ 有解的条件是_____.

【答案】 $a \neq 1$

【解析】

【分析】 根据一元一次方程的解的定义得出即可.

【详解】 解: 由 $ax - 6 = x$ 可得 $ax - x = 6$,

$$\therefore (a-1)x = 6,$$

$$\therefore \text{当 } a \neq 1 \text{ 时, 方程的解为: } x = \frac{6}{a-1},$$

$\therefore$ 关于 x 的方程 $ax - 6 = x$ 有解的条件是 $a \neq 1$,

故答案为: $a \neq 1$.

【点睛】 本题考查了一元一次方程的解的定义, 能熟记一元一次方程的解的定义的内容是解此题的关键.

12. 方程 $x^3 = 4x$ 的实数根是_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$

【解析】

【分析】 先移项, 再提取公因式后因式分解, 即可得到方程的解.

【详解】 $x^3 = 4x$

$$x^3 - 4x = 0$$

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x(x-2)(x+2) = 0$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2.$$

故答案为: $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = -2$.

【点睛】 此题考查解方程, 根据方程的特点, 利用提取公因式, 再因式分解法解方程, 注意首先应将方程化为一般形式.

13. 方程 $(x+1)\sqrt{x-2} = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x=2$

【解析】

【详解】试题解析： $(x+1)\sqrt{x-2}=0$,

$$\therefore x+1=0 \text{ 或 } \sqrt{x-2}=0.$$

解得： $x=-1$ 或 $x=2$.

当 $x=-1$ 时， $\sqrt{x-2}$ 不成立，故舍去.

故答案为 $x=2$.

14. 用换元法解方程 $\frac{3x}{x^2-1} + \frac{x^2-1}{x} = -\frac{7}{2}$ 时，如果设 $y = \frac{x^2-1}{x}$ ，那么原方程可化成关于 y 的整式方程，这个

整式方程是_____.

【答案】 $2y^2+7y+6=0$

【解析】

【分析】根据题意，用含 y 的式子表示出方程并整理方程即可

【详解】解：设 $y = \frac{x^2-1}{x}$ ，则 $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{y}$

所以原方程可变形为： $\frac{3}{y} + y = -\frac{7}{2}$,

方程的两边都乘以 $2y$ ，得

$$6+2y^2=-7y$$

$$\text{即 } 2y^2+7y+6=0$$

故答案为 $2y^2+7y+6=0$

【点睛】本题考查了换元法．换元法解方程一般四步：设元(未知数)，换元，解元，还元.

15. 一个多边形的内角和等于它外角和的 7 倍，则这个多边形的边数为_____.

【答案】 16

【解析】

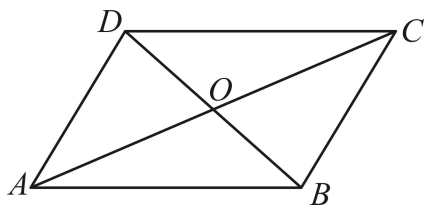
【详解】设多边形的边数为 n ，依题意，得：

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 7 \times 360^\circ,$$

解得 $n=16$,

故答案为 16.

16. 如图, 已知 $ABCD$ 的周长是 $26cm$, AC 和 BD 相交于点 O , $\triangle OBC$ 的周长比 $\triangle OAB$ 的周长小 $2cm$, 那么 $AD =$ _____ cm .



【答案】 $\frac{11}{2}$

【解析】

【分析】根据平行四边形性质得出 $OA=OC$ ， $AB=CD$ ， $AD=BC$ ，求出 $AB+BC=13$ ， $AB-BC=2$ ，两式相减即可求出 BC ，从而求得 AD 。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $OA=OC$ ， $AB=CD$ ， $AD=BC$ ，

∵ $ABCD$ 的周长是 26cm ，

∴ $2AB+2BC=26$ ，

∴ $AB+BC=13$ ①，

∵ $\triangle OBC$ 的周长比 $\triangle OAB$ 的周长小 2cm ，

∴ $(AB+OA+OB) - (BC+OC+OB) = 2$ ，

∴ $AB-BC=2$ ②，

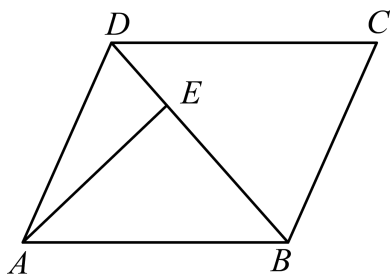
∴ ①-②得： $2BC=11$ ，

∴ $AD=BC=\frac{11}{2}\text{cm}$ 。

故答案为： $\frac{11}{2}$ 。

【点睛】本题考查平行四边形的性质，关键是能根据题意得出 $AB+BC=13$ ， $AB-BC=2$ 。

17. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $DB=DC$ ， $\angle C=70^\circ$ ， $AE \perp BD$ 于 E ，则 $\angle DAE =$ _____ 度。



【答案】 20

【解析】

【分析】利用等腰三角形的性质可得 $\angle DBC = \angle C = 70^\circ$ ，由平行四边形的性质可得 $\angle ADB = \angle DBC = \angle C = 70^\circ$ ，再利用直角三角形中两锐角互余即可求解。

【详解】解：∵ $DB=DC$ ， $\angle C=70^\circ$ ，

$$\therefore \angle DBC = \angle C = 70^\circ,$$

$$\because AD \parallel BC, AE \perp BD,$$

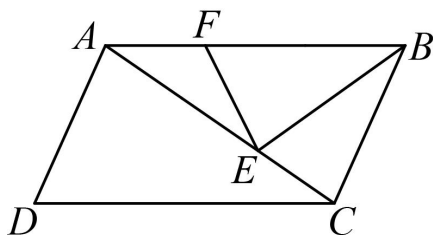
$$\therefore \angle ADB = \angle DBC = \angle C = 70^\circ, \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ,$$

故答案为: 20.

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质, 平行四边形的性质及直角三角形两锐角互余, 熟练掌握其性质是解题的关键.

18. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 在 AC 上, $AE = 2EC$, F 在 AB 上, $BF = 2AF$, 如果 $\triangle BEF$ 的面积为 2, 则平行四边形 $ABCD$ 的面积是_____.



【答案】9

【解析】

【分析】由线段之间的关系分别求出几个小三角形的面积的关系, 再利用平行四边形的性质即可求解.

【详解】解: $\because BF = 2AF$,

$$\therefore BF = \frac{2}{3}AB,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{3}{2}S_{\triangle BEF} = 3,$$

$$\text{又} \because AE = 2EC,$$

$$\therefore AC = \frac{3}{2}AE,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}S_{\triangle ABE} = \frac{3}{2} \times 3 = \frac{9}{2},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore S_{\square ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times \frac{9}{2} = 9,$$

故答案为: 9.

【点睛】本题考查平行四边形的性质, 根据题意得出三角形面积之间的关系是解题的关键.

三、解方程 (共三题: 共 20 分)

19. 解方程: $\frac{3x-x^2}{x^2-1} = 2 - \frac{1}{1-x}$

【答案】 $x = -\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 先把分式方程转化成整式方程，求出方程的解，再进行检验即可.

【详解】 解: $\frac{3x-x^2}{x^2-1} = 2 - \frac{1}{1-x}$

变形得: $\frac{3x-x^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{1-2x}{1-x}$

方程两边同时乘以 $(x+1)(x-1)$ 得: $3x-x^2 = (2x-1)(x+1)$

即方程为: $3x^2-2x-1=0$

$\therefore (x-1)(3x+1)=0$

解得: $x_1=1, x_2=-\frac{1}{3}$

把 $x_1=1, x_2=-\frac{1}{3}$ 分别代入原分式方程中, $x_1=1$ 代入进去时分母为 0 即不是方程的解, $x_2=-\frac{1}{3}$ 代入方程左右两边相等是方程的解

故原方程的解为 $x = -\frac{1}{3}$.

【点睛】 本题主要考查了解分式方程, 解题的关键在于能够熟练掌握解分式方程的步骤.

20. 解方程: $\left(\frac{x}{2x+1}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{2x+1}\right) - 3 = 0$

【答案】 $x = -\frac{1}{3}$ 或 $x = -\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】 设 $y = \frac{x}{2x+1}$, 将原方程变形为 $y^2 - 2y - 3 = 0$, 求出解后代回 $y = \frac{x}{2x+1}$ 中, 求出 x 值.

【详解】 解: 设 $y = \frac{x}{2x+1}$,

则原方程变形为 $y^2 - 2y - 3 = 0$.

解这个方程, 得 $y_1 = -1, y_2 = 3$.

$\therefore \frac{x}{2x+1} = -1$ 或 $\frac{x}{2x+1} = 3$.

解得 $x = -\frac{1}{3}$ 或 $x = -\frac{3}{5}$.

经检验: $x = -\frac{1}{3}$ 或 $x = -\frac{3}{5}$ 都是原方程的解.

$\therefore$ 原方程的解是 $x = -\frac{1}{3}$ 或 $x = -\frac{3}{5}$.

【点睛】此题考查特殊法解分式方程, 根据方程的特点所含未知数是较为复杂的代数式时, 可利用另外设未知数的方程解方程.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0. \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

【解析】

【详解】 $x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$

$$(x-y)^2 - 4y^2 = 0$$

又因: $x-y=2$ 代入上式

$$4 - 4y^2 = 0$$

$$y = 1 \text{ 或 } y = -1$$

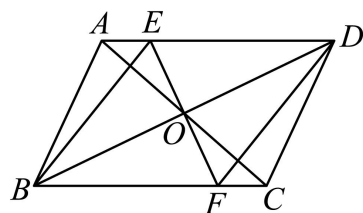
再将 $y=1$ 、 $y=-1$ 分别代入 $x-y=2$

$$\text{则 } x=1, x=3$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

四、解答题 (共四题: 共 46 分)

22. 已知: 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线与 AD , BC 分别相交于点 E , F .



(1) 求证: $OE = OF$;

(2) 连接 BE , DF , 求证: $BE = DF$.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据平行四边形的性质得出 $OB = OD$, $AD \parallel BC$, 则 $\angle ODE = \angle OBF$, $\angle OED = \angle OFB$,

证明 $\triangle ODE \cong \triangle OBF$ (AAS), 即可求证 $OE = OF$;

(2) 根据全等三角形的性质得出 $DE = BF$, 推出四边形 $BFDE$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质, 即可求证.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OB = OD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OBF, \angle OED = \angle OFB,$$

在 $\triangle ODE$ 和 $\triangle OBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ODE = \angle OBF \\ \angle OED = \angle OFB, \\ OB = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ODE \cong \triangle OBF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OE = OF;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because \triangle ODE \cong \triangle OBF$ (AAS),

$$\therefore DE = BF,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

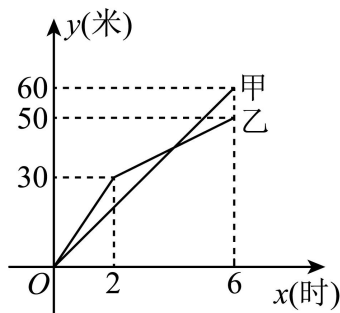
$$\therefore DE \parallel BF,$$

$\therefore$ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,

$$\therefore BE = DF.$$

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 解题的关键是掌握平行四边形对边平行且相等, 对角线互相平分; 有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形; 全等三角形对应边相等.

23. 在创建文明城区的活动中, 有两段长度相等的彩色道砖铺设任务, 分别交给甲、乙两个施工队同时进行施工. 如图是反映所铺设彩色道砖的长度 y (米) 与施工时间 x (时) 之间关系的部分图像. 请解答下列问题:



(1) 甲队在 $0 \leq x \leq 6$ 的时段内的速度是_____米/时，乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内的速度是_____米/时.

(2) 如果铺设的彩色道砖的总长度为 150 米，开挖 6 小时后，甲队、乙队均增加人手，提高了工作效率，此后乙队平均每小时比甲队多铺 5 米，结果乙反而比甲队提前 1 小时完成总铺设任务. 求提高工作效率后甲队、乙队每小时铺设的长度分别为多少?

【答案】 (1) 10, 5

(2) 甲队每小时铺设 15 米，则乙队每小时铺设 20 米

【解析】

【分析】 (1) 根据工作效率=工作总量÷时间，即可解答；

(2) 设求提高工作效率后甲队每小时铺设 a 米，则乙队每小时铺设 $(a+5)$ 米，根据“乙反而比甲队提前 1 小时完成总铺设任务”列出方程，求解即可.

【小问 1 详解】

解：由题意得：

甲队在 $0 \leq x \leq 6$ 的时段内的速度： $60 \div 6 = 10$ (米/时)，

乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内的速度： $(50 - 30) \div (6 - 2) = 5$ (米/时)，

故答案为：10, 5；

【小问 2 详解】

解：设求提高工作效率后甲队每小时铺设 a 米，则乙队每小时铺设 $(a+5)$ 米，

$$\frac{150 - 60}{a} - 1 = \frac{150 - 50}{a + 5},$$

解得： $a_1 = -30$ (舍)， $a_2 = 15$ ，

经检验， $a = 15$ 是原方程的解，

$$\therefore a + 5 = 20,$$

答：甲队每小时铺设 15 米，则乙队每小时铺设 20 米.

【点睛】 本题主要考查了根据函数图象获取信息，分式方程的实际应用，解一元二次方程，解题的关键是熟练掌握相关知识点，根据题意找出等量关系.

$$\therefore AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore$ 将 $\triangle DAB$ 沿直线 AD 折叠得到 $\triangle DAC$,

$$\therefore AC = AB = 5,$$

$$\therefore OC = OA + AC = 3 + 5 = 8,$$

$$\therefore C(8, 0);$$

【小问 2 详解】

解: $\because \triangle ACP$ 的面积等于 5,

$$\therefore \frac{1}{2} AC |y_P| = 5,$$

$$\therefore AC = 5,$$

$$\therefore |y_P| = 2, \text{ 则 } y_P = 2 \text{ 或 } y_P = -2,$$

$$\text{把 } y = 2 \text{ 代入 } y = -\frac{4}{3}x + 4 \text{ 得: } 2 = -\frac{4}{3}x + 4,$$

$$\text{解得: } x = \frac{3}{2},$$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 2\right),$$

$$\text{把 } y = -2 \text{ 代入 } y = -\frac{4}{3}x + 4 \text{ 得: } -2 = -\frac{4}{3}x + 4,$$

$$\text{解得: } x = \frac{9}{2},$$

$$\therefore P\left(\frac{9}{2}, -2\right),$$

$$\text{综上: } P\left(\frac{3}{2}, 2\right) \text{ 或 } P\left(\frac{9}{2}, -2\right);$$

【小问 3 详解】

解: 设 $OD = t$, 则 $BD = OD + OB = t + 4$,

$\therefore$ 将 $\triangle DAB$ 沿直线 AD 折叠得到 $\triangle DAC$,

$$\therefore BD = CD = t + 4,$$

根据勾股定理可得: $OD^2 + OC^2 = CD^2$,

$$\text{即 } t^2 + 8^2 = (t + 4)^2,$$

$$\text{解得: } t = 6,$$

$$\therefore D(0, -6),$$

设直线 CD 的解析式为 $y = kx + b$,

把 $C(8, 0)$, $D(0, -6)$ 代入得:

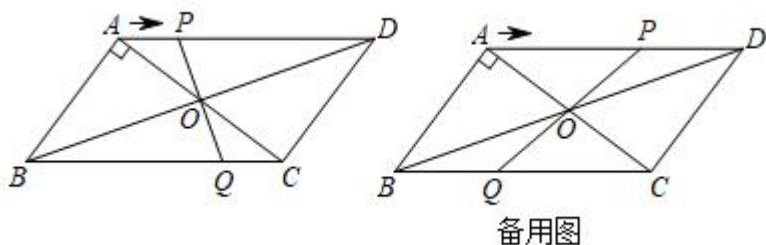
$$\begin{cases} 0 = 8k + b \\ -6 = b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = -6 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 的解析式为 } y = \frac{3}{4}x - 6.$$

【点睛】本题主要考查了一次函数的图象和性质，折叠的性质，勾股定理，解题的关键是掌握求一次函数与坐标轴交点坐标，一次函数图象上点的坐标特征，用待定系数法求解一次函数解析式的方法，成轴对称的两个图形对应边相等，以及勾股定理的内容。

25. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC , BD 相交于点 O , $AB \perp AC$, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$. 点 P 从 A 点出发沿 AD 方向匀速运动，速度为 1cm/s . 连接 PO 并延长交 BC 于点 Q , 设运动时间为 $t(0 < t < 5)$.

- (1) 当 t 为何值时，四边形 $ABQP$ 是平行四边形？
- (2) 设四边形 $OQCD$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$, 求 y 与 t 之间的函数关系式；
- (3) 是否存在某一时刻 t , 使点 O 在线段 AP 的垂直平分线上？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由。



【答案】(1) 当 $t = \frac{5}{2}$ 时，四边形 $ABQP$ 是平行四边形；(2) $y = \frac{3}{5}t + 3$ ；(3) 存在，当 $t = \frac{16}{5}$ 时，点 O 在线段 AP 的垂直平分线上

【解析】

【分析】(1) 根据 ASA 证明 $\triangle APO \cong \triangle CQO$, 再根据全等三角形的性质得出 $AP = CQ = t$, 则 $BQ = 5 - t$, 再根据平行四边形的判定定理可知当 $AP \parallel BQ$, $AP = BQ$ 时，四边形 $ABQP$ 是平行四边形，即 $t = 5 - t$, 求出 t 的值即可求解；

(2) 过 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H , 过 O 作 $OG \perp BC$ 于点 G , 根据勾股定理求出 $AC = 4$, 由 $Rt\triangle ABC$ 的面积计算可求得 $AH = \frac{12}{5}$, 利用三角形中位线定理可得 $OG = \frac{6}{5}$, 再根据四边形 $OQCD$ 的面积 $y = S_{\triangle OCD} + S_{\triangle OCQ} =$

$\frac{1}{2} OC \cdot CD + \frac{1}{2} CQ \cdot OG$, 代入数值计算即可得 y 与 t 之间的函数关系式;

(3) 如图 2, 若 OE 是 AP 的垂直平分线, 可得 $AE = \frac{1}{2} AP = \frac{t}{2}$, $\angle AEO = 90^\circ$, 根据勾股定理可得 $AE^2 + OE^2 = AO^2$, 由(2)知: $AO = 2$, $OE = \frac{6}{5}$, 列出关于 t 的方程, 解方程即可求出 t 的值.

【详解】解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore OA = OC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle PAO = \angle QCO$.

又 $\because \angle AOP = \angle COQ$,

$\therefore \triangle APO \cong \triangle CQO$,

$\therefore AP = CQ = t$.

$\because BC = 5$,

$\therefore BQ = 5 - t$.

$\because AP \parallel BQ$,

当 $AP = BQ$ 时, 四边形 $ABQP$ 是平行四边形,

即 $t = 5 - t$,

$\therefore t = \frac{5}{2}$,

$\therefore$ 当 $t = \frac{5}{2}$ 时, 四边形 $ABQP$ 是平行四边形;

(2) 如图 1, 过 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H , 过 O 作 $OG \perp BC$ 于点 G .

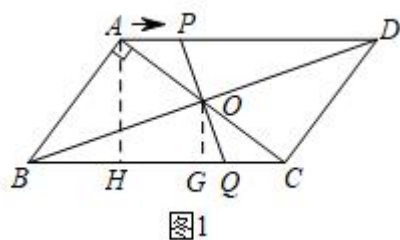


图1

在 $Rt\triangle ABC$ 中,

$\because AB = 3$, $BC = 5$, $\therefore AC = 4$,

$\therefore CO = \frac{1}{2} AC = 2$,

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} BC \cdot AH$,

$\therefore 3 \times 4 = 5AH$,

$\therefore AH = \frac{12}{5}$.

$$\because AH \parallel OG, OA = OC,$$

$$\therefore GH = CG,$$

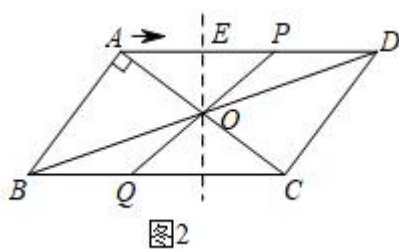
$$\therefore OG = \frac{1}{2}AH = \frac{6}{5},$$

$$\therefore y = S_{\triangle OCD} + S_{\triangle OCQ} = \frac{1}{2}OC \cdot CD + \frac{1}{2}CQ \cdot OG,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times t \times \frac{6}{5} = \frac{3}{5}t + 3;$$

(3) 存在.

如图 2,



$\because OE$ 是 AP 的垂直平分线,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AP = \frac{t}{2}, \angle AEO = 90^\circ,$$

$$\text{由(2)知: } AO = 2, OE = \frac{6}{5},$$

由勾股定理得: $AE^2 + OE^2 = AO^2$,

$$\therefore \left(\frac{1}{2}t\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2 = 2^2,$$

$$\therefore t = \frac{16}{5} \text{ 或 } -\frac{16}{5} \text{ (舍去)},$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{16}{5}$ 时, 点 O 在线段 AP 的垂直平分线上.

故答案为 (1) 当 $t = \frac{5}{2}$ 时, 四边形 $ABQP$ 是平行四边形 (2) $y = \frac{3}{5}t + 3$ (3) 存在, 当 $t = \frac{16}{5}$ 时, 点 O 在线段 AP 的垂直平分线上.

【点睛】 本题考查平行四边形的判定与性质、勾股定理, 三角形全等, 解题的关键是掌握相应的判定定理.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>)
致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群
出品的《老师请开讲》私享直播课等
增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>)
是学科网旗下智能题库，拥有小初高全
学科超千万精品试题，提供智能组卷、
拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能