

2023 学年第二学期八年级期中考试数学试题

考生注意：答题时请将答案按要求在答题纸规定的位置上作答，在本试卷上答题一律无效。

一、单选题(共 6 小题，每题 3 分，共 18 分)

1. 下列各点中，在直线 $y = 2x - 3$ 上的点是 ()

A. (0,3)

B. (-2,-1)

C. (2,1)

D. (-3,3)

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键．分别把各点代入一次函数的解析式进行检验即可．

【详解】解：A. 当 $x = 0$ 时， $y = -3 \neq 3$ ，故不合题意；

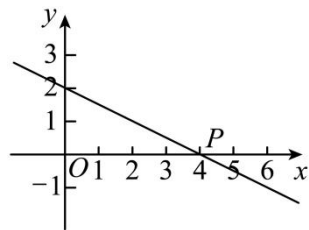
B. 当 $x = 1$ 时， $y = 2 - 3 = -1 \neq 1$ ，故不合题意；

C. 当 $x = 2$ 时， $y = 4 - 3 = 1$ ，故符合题意；

D. 当 $x = -1$ 时， $y = -2 - 3 = -5 \neq 3$ ，故不合题意．

故选：C.

2. 若一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象如图所示，则下列说法正确的是 ()



A. $k > 0$

B. $b = 4$

C. y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x > 4$ 时， $y < 0$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查一次函数图象上点的坐标特征、一次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

根据一次函数的图象和一次函数的性质，可以判断出各个选项中的说法是否正确，从而可以解答本题．

【详解】由图象可得，

一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 图象过第一、二、四象限，则 $k < 0$ ，故选项 A 错误，不符合题意；

令 $x=0$ ，则 $y=b=2$ ，故选项 B 错误，不符合题意；

y 随 x 的增大而减小，故选项 C 错误，不符合题意；

当 $x>4$ 时， $y<0$ ，故选项 D 正确，符合题意；

故选：D.

3. 下列方程或方程组中，有实数解的是 ()

A. $x^2 + y = -1$;

B. $\frac{x}{x^2-4} = -\frac{2}{x^2-4}$;

C. $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 2$;

D. $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$.

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了解分式方程、二次根式有意义的条件、一元二次方程根的判别式，根据解分式方程、二次根式有意义的条件、一元二次方程根的判别式逐项判断即可得出答案.

【详解】解：A、当 $x=1$ ， $y=-2$ 时， $x^2 + y = 1^2 + (-2) = -1$ ，故 $x^2 + y = -1$ 有实数解，符合题意；

B、两边同时乘 $x^2 - 4$ 得： $x = -2$ ，当 $x = -2$ 时， $x^2 - 4 = 0$ ，故 $\frac{x}{x^2-4} = -\frac{2}{x^2-4}$ 没有实数解，不符合题意；

C、由二次根式有意义的条件可得： $x-1 \geq 0$ ， $1-x \geq 0$ ，解得 $x=1$ ，此时左边 $\neq$ 右边，故 $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 2$ 没有实数解，不符合题意；

D、由 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$ 得： $3x + \frac{1}{2}x^2 = -6$ ，整理得： $x^2 + 6x + 12 = 0$ ， $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 12 = -12 < 0$ ，方程

$x^2 + 6x + 12 = 0$ 无解，故 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$ 没有实数解，不符合题意；

故选：A.

4. 如果剪掉四边形的一个角，那么所得多边形的内角和的度数不可能是 ()

A. 180°

B. 270°

C. 360°

D. 540°

【答案】B

【解析】

【分析】分四边形剪去一个角，边数减少 1，不变，增加 1，三种情况讨论求出所得多边形的内角和，即可得解.

【详解】解：剪去一个角，若边数减少 1，则内角和 = $(3 - 2) \times 180^\circ = 180^\circ$ ，

若边数不变，则内角和 = $(4 - 2) \times 180^\circ = 360^\circ$ ，

若边数增加 1，则内角和 = $(5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ，

所以，所得多边形内角和的度数可能是 180° ， 360° ， 540° ，不可能是 270° 。

故选：B。

【点睛】本题考查了多边形的内角与外角，要注意剪去一个角有三种情况。

5. 学校准备举办一次摄影展览，在一张长和宽分别为 18 厘米和 12 厘米的矩形相片周围镶上一圈等宽的彩纸。经试验，彩纸面积为相片面积的 $\frac{2}{3}$ 时较美观，求所镶彩纸的宽。若设：所镶彩纸的宽为 x 厘米。下面是强强同学所列的 3 个方程，其中正确的个数是 ()

(1) $(18 + 2x)(12 + 2x) = 18 \times 12 \times \frac{5}{3}$;

(2) $x^2 + 18x \times 2 + 12x \times 2 = 18 \times 12 \times \frac{2}{3}$;

(3) $(12 + 2x)x \times 2 + 18x \times 2 = 18 \times 12 \times \frac{2}{3}$ 。

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，由所镶彩纸的宽为 x 厘米，可得出照片和彩纸组成的矩形长为 $(18 + 2x)$ 厘米，宽为 $(12 + 2x)$ 厘米，结合彩纸面积为相片面积的 $\frac{2}{3}$ ，即可列出关于 x 的一元二次方程，此题得解。

【详解】解： $\because$ 所镶彩纸的宽为 x 厘米，

$\therefore$ 照片和彩纸组成的矩形长为 $(18 + 2x)$ 厘米，宽为 $(12 + 2x)$ 厘米，

又 $\because$ 彩纸面积为相片面积的 $\frac{2}{3}$

$\therefore$ 可列方程：

$$(18 + 2x)(12 + 2x) = 18 \times 12 \times \left(1 + \frac{2}{3}\right)$$

$$4x^2 + 18x \times 2 + 12x \times 2 = 18 \times 12 \times \frac{2}{3}$$

$$(12 + 2x)x \times 2 + 18x \times 2 = 18 \times 12 \times \frac{2}{3}$$

$$\text{即 } (18+2x)(12+2x)=18 \times 12 \times \frac{5}{3}$$

∴所列的三个方程均正确.

故选：D.

6. 取一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 部分的自变量 x 值和对应函数 y 值如表：根据信息，下列说法正确的个数是 ()

① $2023k-b=3$ ；②当 $x < 0$ 时 $y < -2$ ；③ $2023k+b-1=0$ ；④不等式 $kx+b > -1$ 的解集是 $x > 2023$.

x	...	-2023	0	2023	...
y	...	-3	-2	-1	...

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式，一次函数图象上点的坐标特征，认真体会一次函数与一元一次不等式之间的内在联系及一次函数的增减性是解决本题的关键.

认真体会一次函数与一元一次不等式之间的内在联系及一次函数的增减性是解决本题的关键. 根据表格数据逐项判定即可求解.

【详解】①由表格可知， $x = -2023$ 时， $y = -3$ ， $\therefore -2023k + b = -3$ ，即 $2023k - b = 3$ ，故本选项说法正确，符合题意；

②由表格可知， $x = 0$ 时， $y = -2$ ，且 y 随 x 的增大而增大，即当 $x < 0$ 时 $y < -2$ ，故本选项说法正确，符合题意；

③由表格可知， $x = 2023$ 时， $y = -1$ ，即 $2023k + b = -1$ ，则有 $2023k + b + 1 = 0$ ，故本选项说法错误，不符合题意；

④由表格可知， $x = 2023$ 时， $y = -1$ ，且 y 随 x 的增大而增大，即不等式 $kx + b > -1$ 的解集是 $x > 2023$ ，故本选项说法正确，符合题意；

故选：C.

二、填空题(共 12 小题，每题 2 分，共 24 分)

7. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2}x + 1$ ，那么 $f(\sqrt{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】3

【解析】

【分析】 根据自变量与函数值的对应关系，即可得到答案.

【详解】 解： $\because f(x) = \sqrt{2}x + 1$,

$$\therefore f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} \times \sqrt{2} + 1 = 2 + 1 = 3,$$

故答案为：3.

【点睛】 本题考查了函数值，利用自变量与函数值的对应关系是解题的关键.

8. 直线 $y = \frac{x-2}{2}$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 令 $x = 0$ ，求得 y 的值，即可判断.

【详解】 解： 令 $x = 0$,

$$y = \frac{0-2}{2} = -1,$$

直线 $y = \frac{x-2}{2}$ 在 y 轴上的截距是 -1

【点睛】 本题考查直线截距的求法，考查运算求解能力，属于基础题.

9. 方程 $\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = 4$

【解析】

【分析】 本题考查了解无理方程，能把解无理方程转化成解有理方程是解此题的关键，注意解无理方程一定要进行检验. 根据 $\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 得出 $x-4=0$ 或 $x-1=0$ ，求出 x 的值，再进行检验即可.

【详解】 解： $\because \sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-1} = 0$,

$$\therefore x-4=0 \text{ 或 } x-1=0,$$

解得： $x=4$ 或 $x=1$,

经检验 $x=4$ 是原方程的解， $x=1$ 不是原方程的解，

所以原方程的解是 $x=4$,

故答案为： $x=4$.

10. 如果一个多边形的内角和为 900° ，那么过这个多边形的一个顶点可作_____条对角线.

【答案】 4

【解析】

【分析】根据多边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，可以求出多边形的边数，再根据多边形的一个顶点的对角线的条数与边数的关系：一个顶点的对角线条数等于边数减 3，即可得解.

【详解】解：根据题意，得

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ,$$

解得： $n = 7$,

那么过这个多边形的一个顶点可作 4 条对角线.

【点睛】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，过多边形的一个顶点的对角线的条数 = 边数 - 3.

11. 已知点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在函数 $y = -2x + 5$ 的图像上，则 y_1 _____ y_2 . (填 >、< 或 =)

【答案】>

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，根据一次函数的性质， $k = -2 < 0$ ， y 随 x 的增大而减小，结合 $-1 < 2$ ，计算即可，熟练掌握性质是解题的关键.

【详解】 $\because$ 点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$ 在函数 $y = -2x + 5$ 的图像上，

$\therefore k = -2 < 0$ ， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore -1 < 2$,

$\therefore y_2 < y_1$,

故答案为：>.

12. 有两块正方形纸片，较大的面积比较小的面积大 28，较大纸片的边长比较小的纸片的边长大 2，则两个纸片的面积分别是_____和_____.

【答案】①. 64 ②. 36

【解析】

【分析】此题考查了平方差公式及解方程组的能力，熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

设大正方形的边长为 a ，小正方形的边长为 b ，根据题意得出 $a - b = 2$ ， $a^2 - b^2 = 28$ ，求解即可得出答案.

【详解】解：设大正方形的边长为 a ，小正方形的边长为 b ，

根据题意得： $a - b = 2$ ， $a^2 - b^2 = 28$

$$\therefore (a+b)(a-b) = 28$$

可得 $a + b = 14$

解得： $a = 8$ ， $b = 6$

则大正方形的边长为8，小正方形的边长为6.

∴大正方形的面积为64，小正方形的面积为36.

故答案为：64，36.

13. 在分式方程 $\frac{2x+1}{x^2} + \frac{2x^2}{2x+1} = 1$ 中，令 $y = \frac{2x+1}{x^2}$ ，则原方程可化为关于 y 的方程是_____.

【答案】 $y^2 - y + 2 = 0$

【解析】

【分析】利用换元法，将 $y = \frac{2x+1}{x^2}$ 代入原方程，再将其化为整式方程即可.

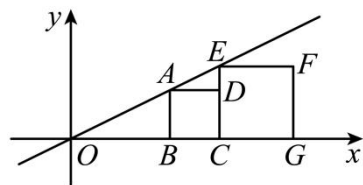
【详解】解：设 $y = \frac{2x+1}{x^2}$ ，则原方程可化为 $y + \frac{2}{y} = 1$ ，

即 $y^2 - y + 2 = 0$ ，

故答案为： $y^2 - y + 2 = 0$.

【点睛】考查了换元法解分式方程，换元法解分式方程是常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，化难为易，对此应注意总结能用换元法解分式方程的特点，寻找解题技巧.

14. 如图，正方形 $ABCD$ ， $CEFG$ 边在 x 轴的正半轴上，顶点 A ， E 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上，如果正方形 $ABCD$ 边长是1，那么点 F 的坐标是_____.



【答案】 $\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

【解析】

【分析】本题考查一次函数的应用，涉及到正方形的性质、点的坐标，解题的关键是熟练掌握正方形的性质求得点 A 、 E 的坐标. 令 $y = 1$ 可得 $x = 2$ ，即点 $A(2, 1)$ 根据正方形的性质可得点 E 的横坐标，代入解析式即可求得点 E 的纵坐标，继而根据正方形的性质可得点 F 的坐标.

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ ， $CEFG$ 边在 x 轴的正半轴上，

∴ $AB = BC = CD = AD = 1$ ， $CE = CG = EF = GF$ ， AB 、 CD 、 CE 、 $FG \perp x$ 轴，

∵顶点 A ， E 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ ，

令 $y=1$ ，则 $x=2$ ，

$\therefore$ 点 $A(2,1)$ ，

$\therefore$ 点 E 的横坐标为 3，

将 $x=3$ 代入直线 $y=\frac{1}{2}x$ ，得 $y=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 点 E 、 F 的纵坐标是 $\frac{3}{2}$ ，

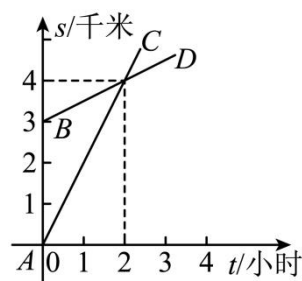
即 $CE=FG=EF=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 点 F 的横坐标为 $3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ ，

即点 $F\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，

故答案为： $\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$ 。

15. 如图，已知 A 地在 B 地正南方 3 千米处，甲、乙两人同时分别从 A 、 B 两地向正北方向匀速直行，他们与 A 地的距离 S （千米）与所行时间 t （小时）之间的函数关系图象如图所示的 AC 和 BD 给出，当他们行走 3 小时后，他们之间的距离为_____千米。



【答案】1.5## $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】根据图分别求出甲乙行走时的路程与时间的函数关系，从坐标图中可以读出两函数过的点，将坐标点代入函数表达式中即可找到两函数关系式，求出时间为 3 小时甲乙到 A 地的距离，其差为两人之间的距离。

【详解】由题，图可知甲走的是 AC 路线，乙走的是 BD 路线，设 $s=kt+b$ ($t>0$)，因为 AC 过 $(0,0)$ ， $(2,4)$

所以代入函数得： $k=2$ ， $b=0$ ，所以 $s_1=2t$ ；因为 BD 过 $(2,4)$ ， $(0,3)$ 所以代入函数得： $k=\frac{1}{2}$ ， $b=3$ ，所以

$$s_2 = \frac{1}{2}t + 3. \text{ 当 } t = 3 \text{ 时, } s_1 = 6, s_2 = 4.5, \text{ 所以 } s = s_1 - s_2 = 1.5.$$

故答案为: 1.5

【点睛】本题考查得是一元函数在实际生活中的应用, 数形结合, 求其解析式, 可根据题意解出符合题意的解, 很常见的中档题类型.

16. 某公司在 2022 年的盈利额为 300 万元, 预计 2024 年的盈利额将达到 363 万元, 若每年比上一年盈利额增长的百分率相同, 那么该公司在 2023 年的盈利额为_____万元.

【答案】330

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

设平均每年盈利额增长的百分率为 x , 利用 2023 年的盈利额 = 2021 年的盈利额 $\times (1 + \text{平均每年盈利额增长的百分率})^2$, 列出一元二次方程, 解之取其正值得出平均每年盈利额增长的百分率, 即可解决问题.

【详解】解: 依题意得: $300(1+x)^2 = 363$,

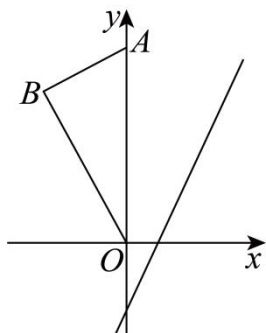
解得: $x_1 = 0.1 = 10$, $x_2 = -2.1$ (不合题意, 舍去),

$$\therefore 300(1+x) = 300 \times (1+10\%) = 330 \text{ (万元)}$$

即该公司在 2022 年的盈利额为 330 万元,

故答案为: 330.

17. 如图, 点 A 的坐标为 $(0, 6)$, 将 $\triangle AOB$ 沿 x 轴向右平移得到 $\triangle O'A'B'$, 若点 A 的对应点 A' 落在直线 $y = 2x - 1$ 上, 则点 B 与其对应点 B' 间的距离为_____.



【答案】 $\frac{7}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及坐标与图形变换中的平移, 将 $y = 6$ 代入一次函数解

析式中求出点 A' 的坐标是解题的关键. 先求出点 A' 的坐标, 然后再根据平移的性质进行求解即可.

【详解】解: 把 $y=6$ 代入 $y=2x-1$ 得: $2x-1=6$,

解得: $x=\frac{7}{2}$,

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $\left(\frac{7}{2}, 6\right)$,

$\therefore \triangle OAB$ 沿 x 轴向右平移 $\frac{7}{2}$ 个单位得到 $\triangle O'A'B'$,

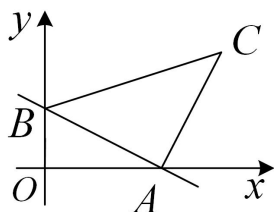
$\therefore$ 点 B 与其对应点间的距离为 $\frac{7}{2}$.

故答案为: $\frac{7}{2}$.

18. 如图, 直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 和 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B , 以线段 AB 为直角边在第一象限内作等腰

直角 $\triangle ABC$, $\angle BAC=90^\circ$, 如果在直角坐标平面内有一点 $P\left(a, \frac{3}{4}\right)$, 且 $\triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相

等, 则 a 的值为_____.

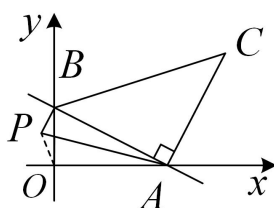


【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{4}-4$ 或 $4-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

【解析】

【分析】由已知求出 A 、 B 的坐标, 求出三角形 ABC 的面积, 再利用 $S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABC}$ 建立含 a 的方程, 把 $S_{\triangle ABP}$ 表示成有边落在坐标轴上的三角形面积和、差, 通过解方程求得答案.

【详解】解: 如图, 连接 OP ,



$\therefore$ 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ,

$$\therefore A(\sqrt{3}, 0), B(0, 1), AB = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC} = 2,$$

$$\text{又 } S_{\triangle ABP} = S_{\triangle OPB} + S_{\triangle OAB} - S_{\triangle AOP},$$

$$\therefore |a| \times 1 + \sqrt{3} \times 1 - \frac{3}{4} \times \sqrt{3} = 4,$$

$$\text{解得 } a = \frac{\sqrt{3}}{4} - 4 \text{ 或 } a = 4 - \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\text{故答案为 } \frac{\sqrt{3}}{4} - 4 \text{ 或 } 4 - \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

【点睛】 本题考查了一次函数的综合应用；解函数图象与面积结合的问题，要把相关三角形的面积用边落在坐标轴的其他三角形面积来表示，这样面积与坐标之间就建立了联系；把 $S_{\triangle ABP}$ 表示成有边落在坐标轴上的三角形面积和、差是正确解答本题的关键.

三、简答题(共 5 小题， 19-22 题每题 6 分， 23 题每题 8 分， 共 32 分)

19. 解方程： $\sqrt{x+3} = 3\sqrt{x} - 1$.

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】 本题考查无理方程的解法，两边同时平方，移项将带根号的式子与整式分在等号两边，两边再次平方，化简可得一个一元二次方程，解方程即可求解.

【详解】 $\sqrt{x+3} = 3\sqrt{x} - 1$

$$x+3 = 9x - 6\sqrt{x} + 1$$

$$6\sqrt{x} = 8x - 2$$

$$36x = 64x^2 - 32x + 4$$

$$64x^2 - 68x + 4 = 0$$

$$16x^2 - 17x + 1 = 0$$

$$(16x-1)(x-1) = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{1}{16}, x_2 = 1,$$

经检验 $x_1 = \frac{1}{16}$ 是增根, 舍去,

$\therefore$ 原方程的根为 $x = 1$.

20. 解方程: $\frac{6x}{x^2-1} = 1 + \frac{5}{1-x} + \frac{3}{x+1}$

【答案】 $x = 9$

【解析】

【分析】 方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$ 得出 $6x = (x+1)(x-1) - 5(x+1) + 3(x-1)$, 求出方程的解, 再进行检验即可.

【详解】 解: $\frac{6x}{x^2-1} = 1 + \frac{5}{1-x} + \frac{3}{x+1}$

解方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$, 得 $6x = (x+1)(x-1) - 5(x+1) + 3(x-1)$,

整理得: $x^2 - 8x - 9 = 0$,

解得: $x = 9$ 或 -1 ,

检验: 当 $x = 9$ 时, $(x+1)(x-1) \neq 0$,

所以 $x = 9$ 是原方程的解,

当 $x = -1$ 时, $(x+1)(x-1) = 0$,

所以 $x = -1$ 是增根,

所以 $x = -1$ 不是原方程的解,

即原方程的解是 $x = 9$.

【点睛】 本题考查了解分式方程和一元二次方程, 掌握分式方程的解法并注意验根是解此题的关键.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 6y^2 = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x_1 = 2.4 \\ y_1 = 0.4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元二次方程组, 熟练掌握因式分解法是解题的关键.

根据题意利用因式分解, 将原方程组化为 $\begin{cases} x - 6y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$, 然后分类讨论即可求解.

【详解】 解: 由①得, $x - 6y = 0$ 或 $x + y = 0$

将它们与方程②分别组成方程组, 得:

$$\begin{cases} x-6y=0 \\ x-y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y=0 \\ x-y=2 \end{cases}$$

分别解这两个方程组,

得原方程组的解为

$$\begin{cases} x_1=2.4 \\ y_1=0.4 \end{cases}, \begin{cases} x_2=1 \\ y_2=-1 \end{cases}.$$

22. 用换元法解方程组:
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y} = -4 \\ \frac{6}{x-2} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

【解析】

【分析】本题考查了换元法解方程组. 设 $\frac{1}{x-2}=u$, $\frac{1}{y}=v$, 则原方程组可化为 $\begin{cases} 2u+3v=-4 \\ 6u-v=8 \end{cases}$, 求出 $\begin{cases} u=1 \\ v=-2 \end{cases}$,

从而得到 $\begin{cases} \frac{1}{x-2}=1 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}$, 求解即可.

【详解】解: 设 $\frac{1}{x-2}=u$, $\frac{1}{y}=v$, 则原方程组可化为 $\begin{cases} 2u+3v=-4 \\ 6u-v=8 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} u=1 \\ v=-2 \end{cases}$,

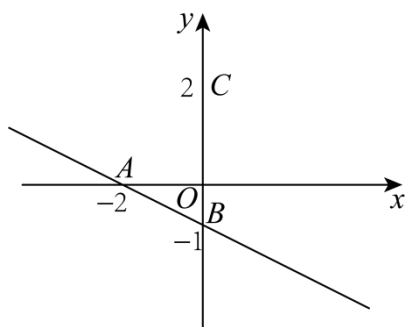
于是, 得 $\begin{cases} \frac{1}{x-2}=1 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}$,

得 $\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$,

检验: 把 $x=3$, $y=-\frac{1}{2}$ 代入原方程组中所含各分式的分母, 各分母的值不为零,

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

23. 如图, 在平面直角坐标系中 (O 为坐标原点), 已知直线 $y=kx+b$ 与 x 轴 y 轴分别交于点 $A(-2,0)$ 、点 $B(0,-1)$, 点 C 的坐标是 $(0,2)$.



- (1) 求直线 AB 的表达式.
 (2) 设点 D 为直线 AB 上一点, 且 $CD=BD$. 求点 D 的坐标.

【答案】(1) $y = -\frac{1}{2}x - 1$;

(2) D 点坐标为 $\left(-3, \frac{1}{2}\right)$.

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求解即可;

(2) 由题意可知点 D 在线段 BC 的垂直平分线上, 求出点 D 的横坐标即可解决问题.

【小问 1 详解】

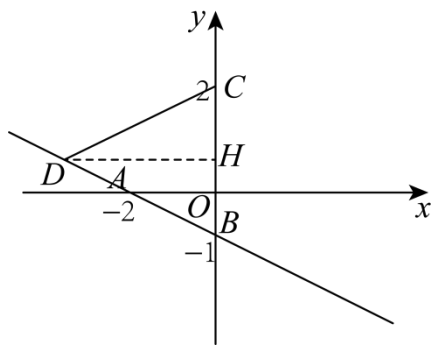
解: $\because$ 直线 $y=kx+b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 $A(-2,0)$ 、点 $B(0,-1)$,

$$\therefore \begin{cases} -2k+b=0 \\ b=-1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=-1 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为: $y = -\frac{1}{2}x - 1$;

【小问 2 详解】

解: 过点 D 作 $DH \perp BC$, 垂足为 H , 如下图所示:



$$\therefore CD = BD,$$

$$\therefore HC = HB = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore BC = 3,$$

$$\therefore CH = \frac{3}{2},$$

$$\therefore OC = 2,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{把 } y = \frac{1}{2} \text{ 代入直线 } y = -\frac{1}{2}x - 1,$$

$$\text{得 } \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}x - 1, \text{ 解得 } x = -3,$$

$$\therefore D \text{ 点坐标为 } \left(-3, \frac{1}{2}\right).$$

【点睛】 本题考查了一次函数与几何问题，熟练掌握待定系数法以及等腰三角形的性质是解题的关键．

四、解答题(共 3 小题， 24 题 7 分， 25 题 9 分， 26 题 10 分， 共 26 分)

24. 某宾馆有房间 40 间，当每间房间定价为 300 元/天时，可全部住满．每间房间定价每增加 10 元/天，未入住的房间将增加 1 间．入住的房间的维护费为 20 元/天，未入住的房间的维护费为 5 元/天．

(1) 当每间房间定价为 360 元/天时，入住的房间有_____间；

(2) 若该宾馆每天的收入为 11350 元，每间房间定价为多少元/天？（宾馆每天的收入=入住的房费-维护费）

【答案】 (1) 34 (2) 400

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键

(1) 利用入住的房间数 $= 40 - \frac{\text{每间房间定价上涨的钱数}}{10}$ ，即可求出结论；

(2) 设每间房间定价为 x 元/天，则入住的房间有间有 $\left(40 - \frac{x - 300}{10}\right)$ ，根据该宾馆每天的收入要达到 11350

元，可得出关于 x 的一元二次方程，求解取其符合题意的值，即可得出结论.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 40 - \frac{360 - 300}{10} = 34 \text{ (间),}$$

$\therefore$ 当每间房间定价为 360 元/天时，入住的房间有 34 间.

故答案为: 34;

【小问 2 详解】

$$\text{解: 设每间房间定价为 } x \text{ 元/天, 则入住的房间有 } \left(40 - \frac{x - 300}{10}\right) \text{ 间,}$$

根据题意得:

$$x \left(40 - \frac{x - 300}{10}\right) - 20 \times \left(40 - \frac{x - 300}{10}\right) - 5 \times \frac{x - 300}{10} = 11350,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 715x + 126000 = 0,$$

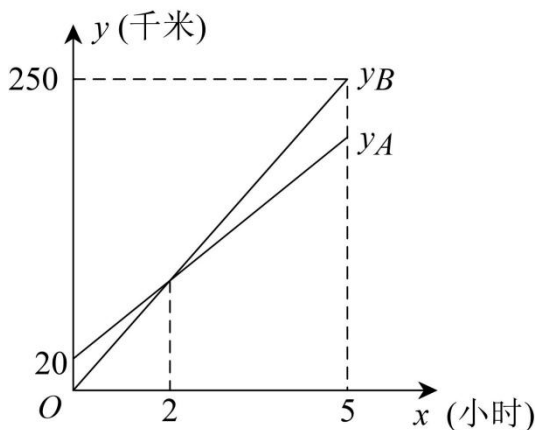
$$\text{解得: } x_1 = 315, x_2 = 400$$

$$\text{又: } 40 - \frac{x - 300}{10} \text{ 为正整数,}$$

$$\therefore x = 400.$$

答: 每间房间定价为 400 元/天.

25. A 团队接到抗疫任务，乘坐巴士从甲地出发赶往乙地执行任务，甲乙两地距离为 340 千米. 他们出发后不久， B 专家也接到命令须赶往当地进行支援，他乘坐轿车前往. 设 A 团队走的路程为 y_A (千米)， B 专家走的路程为 y_B (千米)，他们前进的时间（从 B 出发开始计时）为 x (小时)， y_A 、 y_B 与 x 之间的部分函数图像如图所示.



(1) 在 B 专家出发时， A 团队已经行进了 ____ 千米； B 专家的速度是每小时 ____ 千米.

(2) 当 $0 \leq x \leq 5$ 时, 求 y_A 关于 x 的函数解析式;

(3) 如果 5 个小时后, B 专家保持之前的速度继续前进, A 团队提高速度去追赶 B , 提速后的速度是每小时 70 千米, 请问 A 团队能否在 B 专家到达乙地之前追上他? 如果能够追上, 求出此时他们离乙地的距离; 如果不能, 请说明理由.

【答案】 (1) 20, 50;

(2) $y = 40x + 20$;

(3) A 团队能在 B 专家到达乙地之前追上他, 此时他们离乙地的距离是 15 千米.

【解析】

【分析】 (1) 根据图像可知: B 专家出发时, A 团队已经行进了 20 千米, 然后再求出 B 专家的速度即可;

(2) 由图像可知, B 专家出发后 2 小时追上 A 团队, 此时离甲地 $2 \times 50 = 100$ (千米), 然后再运用待定系数法求得一次函数的解析式即可;

(3) 先根据题意求出 A 团队的速度, 进而求得 A 团队走的路程为 y_A , B 专家走的路程为 y_B , 再求得 A 团队追上 B 专家所需的时间, 然后求出追上时 B 专家走的路程, 最后用总路程减去即可.

【小问 1 详解】

解: (1) 由图像可知: B 专家出发时, A 团队已经行进了 20 千米,

B 专家的速度是 $250 \div 5 = 50$ (千米/小时),

故答案为: 20, 50.

【小问 2 详解】

解: 由图像可知, B 专家出发后 2 小时追上 A 团队, 此时离甲地 $2 \times 50 = 100$ (千米),

设当 $0 \leq x \leq 5$ 时, y_A 关于 x 的函数解析式是 $y = kx + 20$, 将 $(2, 100)$ 代入得:

$$2k + 20 = 100,$$

解得 $k = 40$,

$\therefore$ 当 $0 \leq x \leq 5$ 时, y_A 关于 x 的函数解析式是 $y = 40x + 20$.

【小问 3 详解】

解: 由题意得, A 团队的速度是 $(100 - 20) \div 2 = 40$ (千米/小时),

当 $x = 5$ 时, $y_A = 40 \times 5 + 20 = 220$, $y_B = 250$,

所以 A 团队追上 B 专家所需的时间为 $30 \div (70 - 50) = 1.5$ (小时),

当 $x = 1.5 + 5 = 6.5$ 时, $y_B = 50 \times 6.5 = 325$,

$340 - 325 = 15$ (千米),

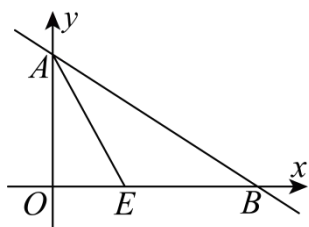
答: A 团队能在 B 专家到达乙地之前追上他, 此时他们离乙地的距离是 15 千米.

【点睛】 本题主要考查了一次函数的应用、一次函数的图像等知识点, 正确从一次函数图像获取信息成为

解答本题的关键.

26. 已知一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 的图像与坐标轴交于 A、B 点 (如图), AE 平分 $\angle BAO$, 交 x 轴于点 E.

- (1) 求点 B 的坐标;
- (2) 先求点 E 坐标, 然后在 x 轴上找点 P, 使得 $\triangle AEP$ 为等腰三角形, 请直接写出符合条件的点 P 坐标;
- (3) 过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为 F, 联结 OF, 试判断 $\triangle OFB$ 的形状, 并求 $\triangle OFB$ 的面积.



【答案】 (1) $B(8, 0)$; (2) $E(3, 0)$; $P_1(-3, 0), P_2(3 + 3\sqrt{5}, 0), P_3(3 - 3\sqrt{5}, 0), P_4(-\frac{9}{2}, 0)$; (3) 等腰三角形, 8

【解析】

【分析】 (1) $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 令 $y = 0$ 即可得 B 坐标;

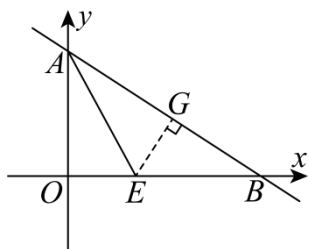
(2) 过点 E 作 $EG \perp AB$, 垂足为 G, 证明 $\triangle AOE \cong \triangle AGE$ 得 $AG = AO$, $OE = GE$, 设 $OE = x$, 在 $Rt\triangle BEG$ 中用勾股定理列方程, 即可得到答案;

(3) 延长 BF 交 y 轴于点 K, 过点 F 作 $FH \perp OB$, 垂足为 H, 先证明 $\triangle OFB$ 为等腰三角形, 再利用直线 AE 解析式 $y = -\frac{3}{4}x + 6$, 求出 FH 即可得到答案.

【详解】 解: (1) $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 中, 令 $y = 0$ 得 $x = 8$,

$\therefore B(8, 0)$;

(2) 过点 E 作 $EG \perp AB$, 垂足为 G, 如图:



在 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 6$,

$\therefore A(0, 6)$, $OA = 6$,

而 $B(8, 0)$, $OB = 8$,

$$\therefore AB = 10,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAO,$$

$$\therefore \angle OAE = \angle GAE,$$

$$\text{而 } \angle AOE = \angle AGE = 90^\circ, \quad AE = AE,$$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle AGE \quad (AAS),$$

$$\therefore AG = AO = 6, \quad OE = GE,$$

$$\text{设 } OE = x, \text{ 则 } EG = x, \quad BE = 8 - x, \quad BG = AB - AG = 10 - 6 = 4,$$

$$\text{在 } Rt\triangle BEG \text{ 中, } GE^2 + BG^2 = BE^2,$$

$$\therefore x^2 + 4^2 = (8 - x)^2, \text{ 解得 } x = 3,$$

$$\therefore OE = 3,$$

$$\therefore E(3, 0),$$

$$\therefore AE = 3\sqrt{5},$$

$$\triangle AEP \text{ 为等腰三角形, 设 } P(m, 0), \text{ 则 } PE = |m - 3|, \quad AP = \sqrt{m^2 + 36},$$

$$\textcircled{1} AE = PE \text{ 时, } 3\sqrt{5} = |m - 3|, \text{ 解得 } m = 3\sqrt{5} + 3 \text{ 或 } m = -3\sqrt{5} + 3,$$

$$\therefore P(3\sqrt{5} + 3, 0) \text{ 或 } (-3\sqrt{5} + 3, 0),$$

$$\textcircled{2} AE = AP \text{ 时, } 3\sqrt{5} = \sqrt{m^2 + 36}, \text{ 解得 } m = 3 \text{ (舍去) 或 } m = -3$$

经检验: 符合题意,

$$\therefore P(-3, 0)$$

$$\textcircled{3} PE = AP \text{ 时, } |m - 3| = \sqrt{m^2 + 36}, \text{ 解得 } m = -\frac{9}{2},$$

经检验: 符合题意,

$$\therefore P(-\frac{9}{2}, 0),$$

综上所述, $\triangle AEP$ 为等腰三角形, P 坐标为 $(3\sqrt{5} + 3, 0)$ 或 $(-3\sqrt{5} + 3, 0)$ 或 $P(-3, 0)$ 或 $P(-\frac{9}{2},$

$0)$;

(3) 延长 BF 交 y 轴于点 K , 过点 F 作 $FH \perp OB$, 垂足为 H , 如图:

