

# 2023 学年第二学期期中质量(阶段)检测

## 八年级数学学科试卷

(总分: 100 分 完卷时间: 90 分钟)

### 一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 已知一次函数  $y = x + k + 1$  的图像经过原点, 则  $k$  的值为 ( )

- A. 1                      B. -1                      C. 0                      D.  $\pm 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点, 熟知一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 中, 当  $b = 0$  时函数图象经过原点是解答此题的关键. 先根据一次函数  $y = x + k + 1$  的图象经过原点得出关于  $k$  的方程, 解方程即可.

【详解】解:  $\because$  一次函数  $y = x + k + 1$  的图像经过原点,

$$\therefore k + 1 = 0,$$

$$\text{解得: } k = -1.$$

故选: B.

2. 如果关于  $x$  的方程  $(m + 3)x = 6$  有解, 那么  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m > -3$                       B.  $m = -3$                       C.  $m \neq -3$                       D. 任意实数

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程无解的情况, 根据  $ax = b$  中, 当  $a = 0$  时, 方程无解可知当  $m + 3 \neq 0$  时关于  $x$  的方程  $(m + 3)x = 6$  有解.

【详解】解: 由题意得: 当  $m + 3 \neq 0$  时, 关于  $x$  的方程  $(m + 3)x = 6$  有解,

$$\text{解得 } m \neq -3,$$

故选: C.

3. 下列方程中, 有实数根的方程是 ( )

- A.  $x^4 + 16 = 0$                       B.  $x^2 + 2x + 3 = 0$                       C.  $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$                       D.  $\sqrt{x} + \sqrt{x - 1} = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】利用在实数范围内，一个数的偶数次幂不能为负数对 A 进行判断；利用判别式的意义对 B 进行判断；利用分子为 0 且分母不为 0 对 C 进行判断；利用非负数的性质对 D 进行判断.

【详解】解：A、因为  $x^4 = -16 < 0$ ，所以原方程没有实数解，所以 A 选项错误；

B、因为  $\Delta = 2^2 - 4 \times 3 = -8 < 0$ ，所以原方程没有实数解，所以 B 选项错误；

C、 $x^2 - 4 = 0$  且  $x - 2 \neq 0$ ，解得  $x = -2$ ，所以 C 选项正确；

D、由于  $x = 0$  且  $x - 1 = 0$ ，所以原方程无解，所以 D 选项错误.

故选 C.

【点睛】此题考查判别式的意义，分式有意义的条件，二次根式，解题关键在于掌握运算法则

4. 用换元法解方程  $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{3x}{x^2+1} = 5$ ，设  $\frac{x^2+1}{x} = y$ ，则得到关于 y 的整式方程为 ( )

A.  $2y^2 - 5y - 3 = 0$

B.  $6y^2 + 10y - 1 = 0$

C.  $3y^2 + 5y - 2 = 0$

D.  $y^2 - 10y - 6 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了换元法解分式方程，掌握换元法及正确把分式方程化成整式方程是解决问题的关键. 由

$\frac{x^2+1}{x} = y$ ，原方程可化为  $\frac{y}{2} - \frac{3}{y} = 5$ ，去分母把分式方程化成整式方程，即可得出答案.

【详解】解：设  $\frac{x^2+1}{x} = y$ ，

$\therefore$  分式方程  $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{3x}{x^2+1} = 5$  可化为  $\frac{y}{2} - \frac{3}{y} = 5$ ，

化为整式方程：  $y^2 - 10y - 6 = 0$ ，

故选：D.

5. 下列方程组是二元二次方程组的是 ( )

A.  $\begin{cases} x+3y=5 \\ 4x-6y=9 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x^2-3y^2=2x+5 \\ x+\frac{1}{y}=3 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} y=3-5x^2 \\ x^2-x-6=0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} \sqrt{x^2+1}=2y \\ 3y=-x \end{cases}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二元二次方程组的定义，掌握二元二次方程组的概念是解决本题的关键．根据二元二次方程组的定义，逐个判断得结论．

【详解】解：A．此方程组为二元一次方程组，不是二元二次方程组，故A错误；

B．含分式方程，不是二元二次方程组，故B错误；

C．是二元二次方程组，故C正确；

D．含无理方程，不是二元二次方程组，故D错误．

故选：C．

6. 如图1，在矩形 $ABCD$ 中，动点 $P$ 从点 $B$ 出发，沿 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 的方向运动至点 $A$ 处停止．设点 $P$ 的运动的路程为 $x$ ， $\triangle ABP$ 的面积为 $y$ ，如果 $y$ 关于 $x$ 的函数图象如图2所示，则矩形 $ABCD$ 的面积为（ ）

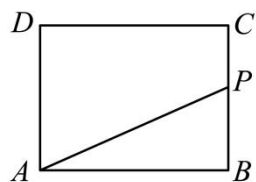


图1

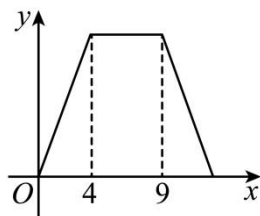


图2

A. 10

B. 20

C. 30

D. 36

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了动点问题的函数的图像，解题的关键在于从函数图像中获取正确的信息．由函数图像可知 $BC = 4$ ， $CD = 9 - 4 = 5$ ，即可获得答案．

【详解】解：由题意可知， $BC = 4$ ， $CD = 9 - 4 = 5$ ，

$\therefore$  矩形 $ABCD$ 的面积是 $4 \times 5 = 20$ ．

故选：B．

## 二、填空题（本大题共12题，每题2分，满分24分）

7. 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $y = (m+1)x^{m^2} - 12$ 是一次函数．

【答案】1

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义，熟练掌握一次函数的定义是解题的关键．根据一次函数的定义可得

$m+1 \neq 0$ ， $m^2 = 1$ ，解之即可得到答案．

【详解】解：∵函数  $y = (m+1)x^{m^2} - 12$  是一次函数，

$$\therefore m+1 \neq 0, \quad m^2 = 1,$$

解得：  $m = 1$ ，

∴当  $m = 1$  时，函数  $y = (m+1)x^{m^2} - 12$  是一次函数，

故答案为：1.

8. 直线  $y = 2(x-3)$  在  $y$  轴上的截距\_\_\_\_\_.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图像与  $x$  轴、 $y$  轴交点，解题的关键是掌握一次函数的性质.

当  $x = 0$  时，求出  $y$  的值，即可.

【详解】解：当  $x = 0$  时，  $y = -6$ ，

则直线  $y = 2(x-3)$  在  $y$  轴上的截距为  $-6$ ，

故答案为：  $-6$  .

9. 一次函数  $y = kx + b$  的图像位于第一、三、四，则  $y$  随  $x$  的增大而\_\_\_\_\_.

【答案】 增大

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的性质，首先根据一次函数  $y = kx + b$  的图像位于第一、三、四，得出  $k > 0$ ，再根据  $k$  的符号即知道  $y$  随  $x$  的增大而增大.

【详解】解：∵一次函数  $y = kx + b$  的图像位于第一、三、四，

$$\therefore k > 0,$$

∴  $y$  随  $x$  的增大而增大.

故答案为： 增大.

10. 把直线  $y = \frac{1}{3}x + 1$  向下平移 4 个单位，所得的直线解析式为\_\_\_\_\_.

【答案】  $y = \frac{1}{3}x - 3$

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键. 利用“上加下减”的平移规律求解即可.

【详解】解：直线  $y = \frac{1}{3}x + 1$  向下平移 4 个单位长度，则平移后直线解析式为  $y = \frac{1}{3}x + 1 - 4$ ，即  $y = \frac{1}{3}x - 3$ .

故答案为:  $y = \frac{1}{3}x - 3$ .

11. 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  中两个变量  $x$ 、 $y$  的部分对应值如下表所示:

|     |     |    |    |   |    |    |     |
|-----|-----|----|----|---|----|----|-----|
| $x$ | ... | -2 | -1 | 0 | 1  | 2  | ... |
| $y$ | ... | 8  | 5  | 2 | -1 | -4 | ... |

那么关于  $x$  的不等式  $kx + b \geq -1$  的解集是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x \leq 1$

【解析】

【分析】由表格得到函数的增减性后,再得出  $y = -1$  时,对应的  $x$  的值即可.

【详解】解:当  $x = 1$  时,  $y = -1$ ,

根据表可以知道函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$\therefore$  不等式  $kx + b \geq -1$  的解集是  $x \leq 1$ .

故答案为:  $x \leq 1$ .

【点睛】此题考查了一次函数与一元一次不等式,认真体会一次函数与一元一次方程及一元一次不等式之间的内在联系,理解一次函数的增减性是解决本题的关键.

12. 一次函数  $y = 2x - 7$  和  $y = -3x + 3$  相交于一点,该点的坐标为\_\_\_\_\_.

【答案】  $(2, -3)$

【解析】

【分析】本题主要考查了求一次函数的交点坐标,解方程组  $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -3x + 3 \end{cases}$ , 可得交点坐标.

【详解】解:联立  $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -3x + 3 \end{cases}$ ,

解得:  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ ,

$\therefore$  该点坐标为:  $(2, -3)$ .

故答案为:  $(2, -3)$ .

13. 已知关于  $x$  的方程  $2x^2 + mx + 3 = 0$  是二项方程,那么  $m =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题主要考查了二项方程的定义，根据关于  $x$  的方程  $2x^2 + mx + 3 = 0$  是二项方程，即不含  $mx$  这一项，可得  $m = 0$  .

【详解】 解：  $\because$  关于  $x$  的方程  $2x^2 + mx + 3 = 0$  是二项方程，  
 $\therefore m = 0$  .

故答案为： 0 .

14. 如果方程  $\frac{3-x}{x-2} = \frac{m}{x-2}$  有增根，那么  $m$  的值等于\_\_\_\_\_.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行： .

①让最简公分母为 0 确定增根； .

②化分式方程为整式方程； .

③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根. 所以应先确定增根的可能值，让最简公分母  $x - 2 = 0$ ，得到  $x = 2$ ，然后代入化为整式方程的方程算出  $m$  的值.

【详解】 方程两边都乘  $(x - 2)$ ，得  $3 - x = m$ ，

$\therefore$  原方程有增根， .

$\therefore$  最简公分母  $x - 2 = 0$ ，解得  $x = 2$ ， .

当  $x = 2$  时，  $m = 1$  . .

故答案为 1.

15. 方程  $\sqrt{x+2} = x$  的根是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x = 2$

【解析】

【分析】 先把方程两边平方，使原方程化为整式方程  $x + 2 = x^2$ ，解此一元二次方程得到  $x_1 = 2$ ，  $x_2 = -1$ ，结合二次根式的性质，去掉增根，即可得到答案.

【详解】 方程两边平方得：  $x + 2 = x^2$

$\therefore x_1 = 2$ ，  $x_2 = -1$

$\because \sqrt{x+2} \geq 0$

$$\therefore \sqrt{x+2} = x \geq 0$$

$\therefore x_2 = -1$  不符合题意，故舍去

$\therefore$  原方程的根为  $x = 2$

故答案为：  $x = 2$  .

【点睛】 本题考查了一元二次方程、二次根式的知识；解题的关键是熟练掌握一元二次方程、二次根式的性质，从而完成求解.

16. 二元二次方程  $x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$  可以化成两个一次方程，那么这两个一次方程分别是\_\_\_\_\_ 或\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  $x - 4y = 0$  ②.  $x + 2y = 0$

【解析】

【分析】 把  $x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$  看作是关于  $x$  的一元二次方程，方程左边进行因式分解得到  $(x - 4y)(x + 2y) = 0$ ，于是得到两个一次方程：  $x - 4y = 0$  或  $x + 2y = 0$ .

【详解】 解：  $\because x^2 - 2xy - 8y^2 = 0$ ,

$$\therefore (x - 4y)(x + 2y) = 0,$$

$$\therefore x - 4y = 0 \text{ 或 } x + 2y = 0.$$

故答案为：  $x - 4y = 0$ ;  $x + 2y = 0$ .

【点睛】 本题考查解一元二次方程 - 因式分解法：把一元二次方程变形为一般式，再把方程左边进行因式分解，然后把方程转化为两个一元一次方程，解这两个一元一次方程得到原方程的解.

17. 若实数  $x$  满足  $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) = 42$ ，则  $x^2 + x =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查解一元二次方程，代数式求值. 解题的关键是掌握换元思想，因式分解法解一元二次方程. 设  $y = x^2 + x$ ，原方程化为  $y(y + 1) = 42$ ，解这个一元二次方程，可得  $(x^2 + x)$  的值是  $-7$  或  $6$ ，用判别式排除  $x^2 + x = -7$ ，得  $x^2 + x = 6$ .

【详解】 解： 设  $y = x^2 + x$ ,

$$\therefore (x^2 + x)(x^2 + x + 1) = 42,$$

$$\therefore y(y + 1) = 42,$$

解得：  $y_1 = 6$  或  $y_2 = -7$ ,

当  $x^2 + x = -7$  时, 即:  $x^2 + x + 7 = 0$ ,

$$\therefore \Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 7 = -27 < 0,$$

$\therefore$  此时无解, 舍去;

$$\therefore x^2 + x = 6,$$

故答案为: 6.

18. 一项工程, 甲单独做  $a$  小时完成, 乙单独做  $b$  小时完成, 则甲、乙合做此项工程所需的时间为 \_\_\_\_\_ 小时.

【答案】  $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$

【解析】

【分析】根据题意, 总工程量为 1, 可得甲的工作效率和乙的工作效率, 然后用工作总量除以总的工作效率即可.

【详解】解: 甲的工作效率为  $\frac{1}{a}$ , 乙的工作效率为  $\frac{1}{b}$ ,

合作的工作效率为  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ,

合作的工作时间为  $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ,

故答案为:  $\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ .

【点睛】题目主要考查列代数式的应用, 理解题意, 掌握相应的公式是解题关键.

### 三、(本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 解方程:  $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

【答案】  $x = 1$

【解析】

【分析】方程两边同时乘以  $(x+2)(x-2)$  得到关于  $x$  的一元二次方程, 解一元二次方程, 最后检验即可求解.

【详解】解:  $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

方程两边同时乘以  $(x+2)(x-2)$  得,

$$x(x-2) + (x+2)^2 = 8$$

$$\therefore x^2 - 2x + x^2 + 4 + 4x = 8$$

$$\text{即 } x^2 + x - 2 = 0$$

$$\therefore (x+2)(x-1) = 0$$

$$\text{解得: } x_1 = 1, x_2 = -2$$

$\therefore$  当  $x = -2$  时,  $(x+2)(x-2) = 0$ , 不合题意,

$$\therefore x = 1$$

【点睛】 本题考查了解分式方程, 解一元二次方程, 去分母把分式方程化为一元二次方程是解题的关键.

$$20. \text{ 解方程: } \sqrt{1-3x} - 1 = x.$$

$$\text{【答案】 } x = 0$$

【解析】

【分析】 本题考查了无理方程, 解题关键是把无理方程转化成有理方程, 并注意根的检验. 先移项, 再把两边平方, 把无理方程转化成有理方程, 解一元二次方程, 再把根代入原方程检验即可.

$$\text{【详解】 解: } \sqrt{1-3x} - 1 = x,$$

$$\text{移项, 得 } \sqrt{1-3x} = x + 1,$$

$$\text{两边平方, 得 } 1 - 3x = x^2 + 2x + 1,$$

$$\text{整理, 得 } x^2 + 5x = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 0, \quad x_2 = -5,$$

检验: 把  $x = 0$  代入原方程, 左边=右边, 故  $x = 0$  是原方程的根,

把  $x = -5$  代入原方程, 左边  $\neq$  右边, 故  $x = -5$  是原方程的增根, 舍去,

故原方程的解为  $x = 0$ .

$$21. \text{ 解方程组: } \begin{cases} \frac{5}{x+y} + \frac{1}{y-x} = 2 \\ \frac{3}{x+y} - \frac{1}{y-x} = 2 \end{cases}.$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组，分式方程，解题关键是利用换元法将分式方程转化为整式方程. 设

$$\frac{1}{x+y}=a, \quad \frac{1}{y-x}=b, \quad \text{利用换元法将原方程化为整式方程, 解得} \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases}, \quad \text{即可得到关于 } x, y \text{ 的二元}$$

$$\text{一次方程组} \begin{cases} \frac{1}{x+y}=\frac{1}{2} \\ \frac{1}{y-x}=-\frac{1}{2} \end{cases}, \quad \text{求解后, 检验分式方程的根, 即可得方程组的解.}$$

$$\text{【详解】 解: 设 } \frac{1}{x+y}=a, \quad \frac{1}{y-x}=b,$$

$$\therefore \text{原方程组化为} \begin{cases} 5a+b=2 \\ 3a-b=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{x+y}=\frac{1}{2} \\ \frac{1}{y-x}=-\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\text{去分母, 得} \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases},$$

$$\text{检验: 当} \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{时, } x+y=2 \neq 0, \quad y-x=-2 \neq 0,$$

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{是原方程组的解.}$$

$$22. \text{ 解方程组: } \begin{cases} x^2+2xy+y^2=4 \\ x-y+2=0 \end{cases}$$

【答案】  $\begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

【解析】

【分析】根据①得  $(x+y)^2 = 4$ ，即  $x+y=2$  或  $x+y=-2$ ，分别与②联立解方程组即可求解.

【详解】解：  $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 4 \text{ ①} \\ x - y + 2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$

由①得  $(x+y)^2 = 4$ ,

则  $x+y=2$  或  $x+y=-2$ ,

$\therefore \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=-2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=-2 \end{cases}$ ,

解得：  $\begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$ .

【点睛】本题考查了解二元二次方程组，正确的计算是解题的关键.

#### 四、(本大题共 2 题，每题 8 分，满分 16 分)

23. 已知一次函数  $y=kx+b$  平行于直线  $y=-4x$ ，且与函数  $y=-\frac{4}{x}$  有一个交点  $A(2, m)$ ，求：

- (1) 一次函数的解析式.
- (2) 此一次函数与两坐标轴围成的三角形面积.

【答案】 (1)  $y = -4x + 6$

(2)  $\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，求一次函数与坐标轴围成的图形面积.

- (1) 利用待定系数法求解即可；
- (2) 先求得直线与坐标轴的交点坐标，再利用三角形面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

解：  $\because$  一次函数  $y=kx+b$  平行于直线  $y=-4x$ ,

$\therefore k = -4$ ,

把  $A(2, m)$  代入  $y = -\frac{4}{x}$  得:  $m = -\frac{4}{2} = -2$ ,

$\therefore A(2, -2)$ ,

$\therefore$  一次函数  $y = kx + b$  与函数  $y = -\frac{4}{x}$  有一个交点  $A(2, -2)$ ,

$\therefore$  把  $A(2, -2)$  代入  $y = -4x + b$  得:  $-4 \times 2 + b = -2$ ,

解得:  $b = 6$ ,

$\therefore$  一次函数的解析式为  $y = -4x + 6$ .

#### 【小问 2 详解】

解: 令  $y = 0$ , 则  $-4x + 6 = 0$ , 解得:  $x = \frac{3}{2}$ ,

令  $x = 0$ , 则  $y = 6$ ,

$\therefore$  一函数  $y = -4x + 6$  与  $y$  轴的交点为  $(0, 6)$ , 与  $x$  轴的交点为  $(\frac{3}{2}, 0)$ ,

$\therefore S = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ .

24. 修建 360 米长的一段高速公路, 甲工程队单独修建比乙工程队多用 10 天, 甲工程队每天比乙工程队少修建 6 米. 甲工程队每天修建的费用为 2 万元, 乙工程队每天修建的费用为 3.2 万元.

(1) 求甲、乙两个工程队每天各修建多少米;

(2) 为在 35 天内完成修建任务, 应请哪个工程队修建这段高速公路才能在按时完成任务的前提下所费用较少? 并说明理由.

【答案】(1) 甲工程队每天修建 12 米, 则乙工程队每天修建 18 米

(2) 甲工程队所花费用较少; 理由见解析

#### 【解析】

【分析】 本题主要考查了分式方程的应用, 解题的关键是根据等量关系, 列出方程, 准确计算.

(1) 设甲工程队每天修建  $x$  米, 则乙工程队每天修建  $(x + 6)$  米, 根据甲工程队单独修建比乙工程队多用 10 天, 列出方程, 解方程即可;

(2) 分别求出两个工程队完成任务需要的时间和费用, 然后进行比较即可.

#### 【小问 1 详解】

解: 设甲工程队每天修建  $x$  米, 则乙工程队每天修建  $(x + 6)$  米, 根据题意得:

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+6} = 10,$$

解得:  $x_1 = 12$ ,  $x_2 = -18$  (舍去),

$12 + 6 = 18$  (天),

答: 甲工程队每天修建 12 米, 则乙工程队每天修建 18 米.

**【小问 2 详解】**

解: 甲工程队修建时间为:  $\frac{360}{12} = 30$  (天), 需要花费:

$30 \times 2 = 60$  (万元),

乙工程队修建时间为:  $\frac{360}{18} = 20$  (天), 需要花费:

$3.2 \times 20 = 64$  (万元),

$\therefore 20 < 30 < 35$ ,

$\therefore$  两个工程队都能在 35 天内完成,

$\therefore 60 < 64$ ,

$\therefore$  甲工程队所花费用较少.

**五、(本大题共 2 题, 8 分+10 分, 满分 18 分)**

25. 当  $m$  取什么值时, 方程  $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$  无实数解.

**【答案】**  $m < \frac{7}{4}$  或  $m = 2$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了分式方程的解, 一元二次方程根的判别式, 掌握方程和不等式的解法是解答本题的关键. 把分式方程化为整式方程, 根据分式方程无解, 得出  $m$  的取值范围即可.

**【详解】** 解:  $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$ ,

方程去分母得:  $2(x-1) - (x-m) = x^2 - x + x$ ,

整理得:  $x^2 - x + 2 - m = 0$ ,

$\therefore$  方程  $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$  无实数解,

$\therefore \Delta = (-1)^2 - 4(2-m) < 0$ ,

解得:  $m < \frac{7}{4}$ ;

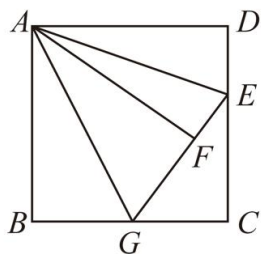
当  $x = 0$ ,  $x = 1$  时分式方程无意义,

把  $x = 0$  代入  $x^2 - x + 2 - m = 0$  得  $m = 2$ ,

把  $x=1$  代入  $x^2-x+2-m=0$  得  $m=2$ ;

综上所述可知: 当  $m < \frac{7}{4}$  或  $m=2$  时方程  $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$  无实数解.

26. 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $AB=4$ , 点  $E$  是边  $CD$  上的任意一点 (不与  $C$ 、 $D$  重合), 将  $\triangle ADE$  沿  $AE$  翻折至  $\triangle AFE$ , 延长  $EF$  交边  $BC$  于点  $G$ , 连接  $AG$ .



(1) 求证:  $\triangle ABG \cong \triangle AFG$ ;

(2) 若设  $DE=x$ ,  $BG=y$ , 求  $y$  与  $x$  的函数关系式, 并写出自变量  $x$  的取值范围;

(3) 连接  $CF$ , 若  $AG \parallel CF$ , 求  $DE$  的长.

【答案】(1) 详见解析

$$(2) y = \frac{16-4x}{4+x} (0 < x < 4)$$

$$(3) DE = \frac{4}{3}$$

【解析】

【分析】(1) 根据正方形的性质得到  $\angle D = \angle B = 90^\circ$ ,  $AB = AD$ , 再根据折叠的性质得到  $AD = AF$ ,  $\angle D = \angle AFE = 90^\circ$ , 根据三角形全等的判定方法, 即可证得结论;

(2) 由 (1) 的结论得到  $BG = FG$ , 由折叠的性质可得  $DE = FE$ ,  $EG = FE + FG$ , 则  $EC = 4 - x$ ,  $GE = x + y$ ,  $GC = 4 - y$ , 在  $\text{Rt}\triangle EGC$  中, 利用勾股定理得到  $(4-y)^2 + (4-x)^2 = (x+y)^2$ , 整理求解即可;

(3) 由  $AG \parallel CF$ , 根据平行线的性质得  $\angle AGB = \angle FCG$ ,  $\angle AGF = \angle GFC$ , 又由  $\triangle ABG \cong \triangle AFG$  得到  $\angle AGB = \angle AGF$ , 则  $\angle FCG = \angle GFC$ , 于是有  $GF = GC$ , 即  $y = 4 - y$ , 解得  $y = 2$ , 然后把  $y = 2$  代入 (2) 中, 即可求出  $x$  的值

【小问 1 详解】

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore \angle D = \angle B = 90^\circ, AB = AD,$$

$\because$  将  $\triangle ADE$  沿  $AE$  翻折至  $\triangle AFE$ ,

$$\therefore AD = AF, \quad \angle D = \angle AFE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AFG = \angle B = 90^\circ, \quad AB = AD = AF.$$

$$\text{又} \because AG = AG,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle AFG (\text{HL});$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle AFG,$$

$$\therefore BG = FG = y,$$

$$\because DE = EF = x,$$

$$\therefore GE = EF + GF = x + y.$$

$$\because AB = BC = CD = 4,$$

$$\therefore EC = 4 - x, \quad CG = 4 - y,$$

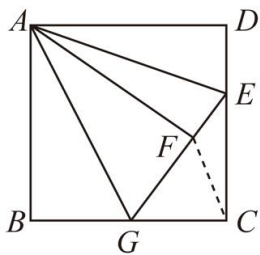
$$\text{在 Rt}\triangle EGC \text{ 中, } \because GE^2 = EC^2 + CG^2$$

$$\therefore (x + y)^2 = (4 - x)^2 + (4 - y)^2,$$

$$\therefore y = \frac{16 - 4x}{4 + x} (0 < x < 4);$$

【小问 3 详解】

解: 如图:



$$\because CF \parallel AG,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle FCG, \quad \angle AGF = \angle CFG$$

$$\because \angle AGB = \angle AGF,$$

$$\therefore \angle FCG = \angle CFG$$

$$\therefore GF = GC = BG = y,$$

$$\therefore y = 4 - y,$$

$$\therefore y = 2,$$

$$\therefore \frac{16-4x}{4+x} = 2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{3},$$

经检验:  $x = \frac{4}{3}$  是原方程的解,

$$\therefore DE = \frac{4}{3}.$$

**【点睛】** 本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，平行线的性质，解分式方程，勾股定理以及折叠的性质，解题时注意对基本图形的寻找.