

2023 学年第二学期八年级数学练习卷

(完卷时间 100 分钟, 满分 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 26 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 一次函数 $y = -3x - 2$ 的截距是 ()

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】计算当 $x=0$ 时对应的 y 值即得答案.

【详解】解: 当 $x=0$ 时, $y=-2$, 所以一次函数 $y = -3x - 2$ 的截距是 -2 .

故选: B.

【点睛】本题考查了一次函数的相关知识, 属于基本题型, 正确得出当 $x=0$ 时对应的 y 值是解题关键.

2. 下列方程中是二项方程的是 ()

- A. $x^4 + x = 0$ B. $x^5 = 0$
- C. $x^3 + x = 1$ D. $\frac{1}{2}x^3 + 8 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】如果一元 n 次方程的一边只有含未知数的一项和非零的常数项, 另一边是零, 那么这样的方程就叫做二项方程. 据此可以判断.

【详解】 $x^4 + x = 0$, 有 2 个未知数项, 故 A 选项不合题意;

$x^5 = 0$, 没有非 0 常数项, 故 B 选项不合题意;

$x^3 + x = 1$, 有 2 个未知数项且等号另一端不为 0, 故 C 选项不合题意;

$$\frac{1}{2}x^3 + 8 = 0, \text{ D 选项符合题意.}$$

故选 D.

【点睛】 本题考核知识点：二项方程，解题关键点为理解二项方程的定义.

3. 以下描述 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BA}$ 的关系不正确的是 ()

- A. 方向相反 B. 模相等 C. 平行 D. 相等

【答案】 D

【解析】

【分析】 利用单位向量的定义和性质直接判断即可.

【详解】 解：A、 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BA}$ 的关系是方向相反，正确；

B、 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BA}$ 的关系是模相等，正确；

C、 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BA}$ 的关系是平行，正确；

D、 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{BA}$ 的关系不相等，错误；

故选： D.

【点睛】 此题考查平面向量问题，解题时要认真审题，注意单位向量、零向量、共线向量的定义和的性质
的合理运用.

4. 如果二次三项式 $x^2 - 6x + p$ 能在实数范围内分解因式，那么 p 的取值范围是 ()

- A. $p \leq 9$ B. $p \geq 9$ C. $p < 9$ D. $p > 9$

【答案】 A

【解析】

【分析】 此题考查了实数范围内分解因式，一元二次方程根的判别式的应用，熟练掌握一元二次方程根的
判别式的意义是解本题的关键.

根据多项式能分解因式，得到多项式为 0 时方程有解，确定出 p 的范围即可.

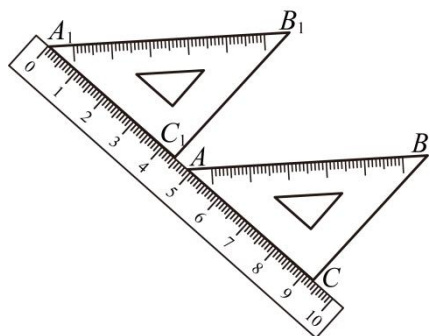
【详解】 解： $\because$ 二次三项式 $x^2 - 6x + p$ 能在实数范围内分解因式，

$$\therefore \Delta = 36 - 4p \geq 0,$$

$$\text{解得： } p \leq 9,$$

故选： A.

5. 小明是这样画平行四边形的：如图，将三角尺 ABC 的一边 AC 贴着直尺推移到 $A_1B_1C_1$ 的位置，这时四边形 ABB_1A_1 就是平行四边形。小明这样做的依据是（ ）



- A. 有两组对边分别平行的四边形是平行四边形
- B. 有两组对边分别相等的四边形是平行四边形
- C. 有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
- D. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

【答案】C

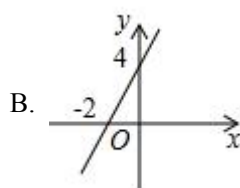
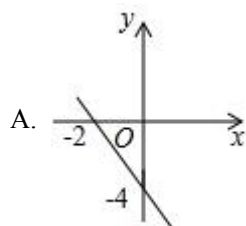
【解析】

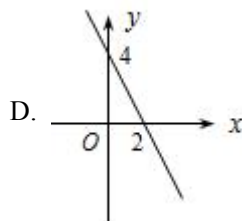
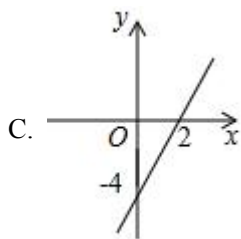
【分析】本题考查了平移，平行四边形的判定，熟练掌握一组对边平行且相等的四边形是平行四边形是解题的关键。

【详解】根据平移的性质，得到 $AB \parallel B_1A_1$, $AB = B_1A_1$,

故选：C.

6. 如图所示的计算程序中， y 与 x 之间的函数关系所对应的图象应为（ ）





【答案】D

【解析】

【分析】先根据计算程序得到 $y = -2x + 4$ ，再根据一次函数的图象与坐标轴的交点及一次函数的性质性质判断即可.

【详解】解：根据计算程序易得 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -2x + 4$ ，由 $k = -2 < 0$ 可知， y 随 x 的增大而减小，且当 $x = 0$ 时， $y = 4$ ；当 $y = 0$ 时， $x = 2$. 所以符合题意的函数图象是选项 D，故选：D.

【点睛】本题考查一次函数的图象与性质，熟练掌握一次函数的图象特征，能根据计算程序得出正确的函数解析式是解答的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 方程 $x^3 + 2x = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = 0$

【解析】

【分析】本题考查解方程，熟练掌握利用因式分解法解方程是解题的关键. 利用因式分解法求解即可.

【详解】解： $x^3 + 2x = 0$,

$$x(x^2 + 2) = 0,$$

$$\because x^2 + 2 \neq 0,$$

$$\therefore x = 0,$$

故答案为： $x = 0$.

8. 方程 $\sqrt{3+x} - 1 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】本题考查了解无理方程，能把无理方程转化成有理方程是解此题的关键.

移项得出 $\sqrt{3+x}=1$ ，两边平方得出 $3+x=1$ ，求出方程的解，再进行检验即可.

【详解】解：移项，得 $\sqrt{3+x}=1$ ，

两边平方，得 $3+x=1$ ，

解得： $x=-2$ ，

经检验， $x=-2$ 是原方程的解，

所以原方程的解是 $x=-2$.

故答案为： $x=-2$.

9. 如果把直线 $y=3x-1$ 沿 y 轴向上平移 2 个单位，所得直线的解析式是_____.

【答案】 $y=3x+1$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象的平移，熟知函数图象平移的法则是解答此题的关键. 根据函数平移的特点：上加下减，即可得到答案.

【详解】 直线 $y=3x-1$ 沿 y 轴向上平移 2 个单位所得直线的解析式为 $y=3x-1+2=3x+1$.

故答案为： $y=3x+1$.

10. 关于 x 的方程 $(a+2)x=a^2-4(a\neq-2)$ 的解是_____.

【答案】 $x=a-2$ 或 $x=-2+a$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次方程，注意等式两边同时乘或除以一个不为 0 的数，所得结果仍然是等式. 根据 $a\neq-2$ ，得到 $a+2\neq 0$ ，方程两边都除以 $(a+2)$ 即可求得方程的解.

【详解】 解： $\because a\neq-2$ ，

$\therefore a+2\neq 0$ ，

方程两边都除以 $(a+2)$ 得： $x=\frac{(a+2)(a-2)}{a+2}=a-2$ ，

故答案为： $x=a-2$.

11. 一个多边形的内角和为 1800° ，则这个多边形的边数是_____.

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题主要考查了多边形内角和定理的应用，准确计算是解题的关键. 根据多边形内角和定理：

$(n-2) \times 180^\circ$ ，列方程解答出即可.

【详解】解：设这个多边形的边数为 n ，

根据多边形内角和定理得，

$$(n-2) \times 180^\circ = 1800^\circ,$$

解得 $n = 12$.

故答案为：12.

12. 一次函数 $y = (m-3)x$ 的函数值 y 随着 x 的值增大而减小，那么 m 取值范围是_____.

【答案】 $m < 3$

【解析】

【分析】 本题主要考查一次函数的性质，熟练掌握一次函数的性质是解题的关键.

根据一次函数的性质可进行求解.

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y = (m-3)x$ 的函数值 y 随着 x 的值增大而减小，

$$\therefore m-3 < 0,$$

$$\therefore m < 3;$$

故答案为： $m < 3$.

13. 用换元法解方程： $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 时，如果设 $\frac{x}{x-1} = y$ ，那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - 2y - 1 = 0$

【解析】

【分析】 此题主要考查了换元法解分式方程，设 $\frac{x}{x-1} = y$ ，则方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 可转化为：

$y - \frac{1}{y} - 2 = 0$ 然后再去分母，将该分式方程转化为整式方程即可.

【详解】解：设 $\frac{x}{x-1} = y$ ，

则方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 可转化为： $y - \frac{1}{y} - 2 = 0$ ，

去分母，方程两边同时乘以 y ，得： $y^2 - 2y - 1 = 0$ ，

故答案为： $y^2 - 2y - 1 = 0$.

14. “六一”儿童节上,某小队建议每位同学向其他同学赠送 1 句祝福语,结果小队内共收到 210 句祝福语,设小队共有 x 人,那么根据题意所列方程为_____.

【答案】 $x(x-1)=210$

【解析】

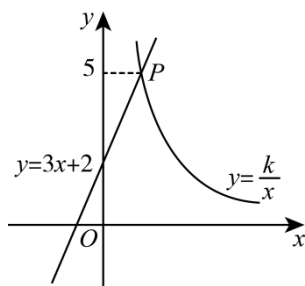
【分析】此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程,计算全班共送多少句,首先确定一个人送出多少句是解题关键.

如果全班有 x 名同学,那么每名同学要送出 $(x-1)$ 句,共有 x 名学生,那么总共送的名数应该是 $x(x-1)$ 句,即可列出方程.

【详解】解:全班有 x 名同学,依题意有: $x(x-1)=210$.

故答案为: $x(x-1)=210$.

15. 如图,一次函数 $y=3x+2$ 与 $y=\frac{k}{x}$ 的图像相交于点 P ,那么 $k=$ _____.



【答案】 5

【解析】

【分析】本题考查一次函数与反比例函数的交点,待定系数法求反比例函数的解析式.由图象得出交点纵坐标是 5 是解题的关键.

由图象可得交点 P 的纵坐标为 5,代入一次函数,求得点 P 坐标,再把点 P 坐标代入反比例函数求解即可.

【详解】解:对于一次函数 $y=3x+2$,

当 $y=5$ 时,则 $3x+2=5$,

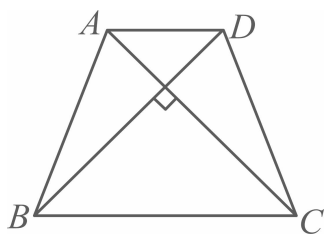
解得: $x=1$,

$\therefore P(1,5)$,

把 $P(1,5)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $k=1\times 5=5$,

故答案为: 5.

16. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 与 BD 互相垂直, $AC = 3$, 那么梯形 $ABCD$ 的中位线长为_____.



【答案】 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查的知识比较全面, 需要用到梯形和三角形中位线定理以及平行四边形的性质.

作 $DE \parallel AC$, 从而得到四边形 $ACED$ 为平行四边形, 将两底的和转化为线段 BE 的长, 利用梯形的中位线定理求得答案即可.

【详解】 解: 作 $DE \parallel AC$ 交 BC 的延长线于点 E ,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 为平行四边形,

$\therefore AD = CE, DE = AC = 3, ED \perp BD$,

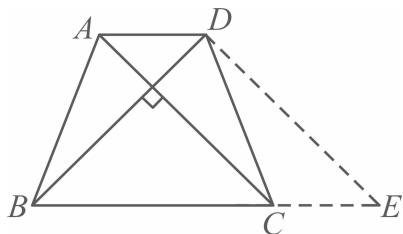
$\therefore ABCD$ 是等腰梯形,

$\therefore BD = DE = AC = 3$,

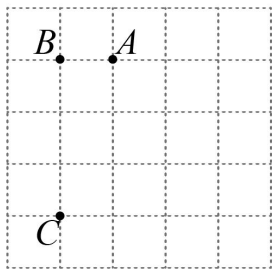
$\therefore AD + BC = CE + BC = BE = \sqrt{BD^2 + ED^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$,

$\therefore$ 梯形的中位线为: $\frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$,

故答案为: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.



17. 我们把有两个相邻的内角是直角且有两条邻边相等的四边形称为邻等四边形. 如图, 在 5×5 的方格纸中, 每个小正方形的边长为 1, A 、 B 、 C 三点均在格点上, 若四边形 $ABCD$ 是邻等四边形, 且点 D 也在格点上, 那么边 AD 的长为_____.



【答案】 $\sqrt{13}$ 或 1

【解析】

【分析】 本题考查了新定义，网格与勾股定理，正确理解新定义是解题的关键.

根据直邻四边形的定义结合网格作出图形，再根据勾股定理与网格求出 AD 的长即可.

【详解】 解：若 $BC = CD$ ，如图 1 所示；

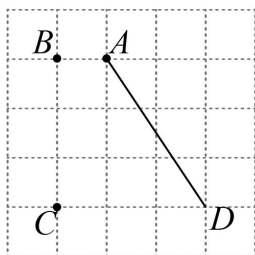


图1

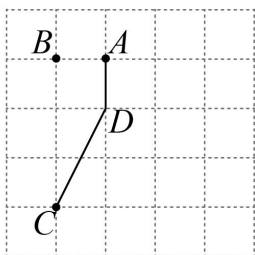


图2

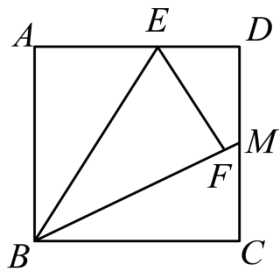
则 $AD = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ ；

若 $AB = AD$ ，如图 2 所示，

则 $AD = 1$.

故答案为： $\sqrt{13}$ 或 1.

18. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4\text{cm}$ ，点 E 在边 AD 上，连结 BE ，将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折，点 A 的对应点为点 F 。当直线 BF 恰巧经过 CD 的中点 M 时， AE 的长为 _____ cm 。



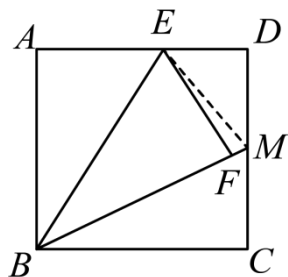
【答案】 $(2\sqrt{5} - 2)$

【解析】

【分析】 本题考查正方形的折叠问题，勾股定理，熟练掌握正方形与折叠的性质是解题的关键.

连接 EM ，先由勾股定理求出 $BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = 2\sqrt{5}\text{cm}$ ，再由折叠的性质可知： $AE = EF$ ，
 $AB = BF = 4\text{cm}$ ，则 $FM = BM - BF = (2\sqrt{5} - 4)\text{cm}$ ，设 $AE = EF = x\text{cm}$ ，则 $ED = (4 - x)\text{cm}$ ，由勾股定理得：
 $EM^2 = EF^2 + FM^2 = ED^2 + DM^2$ ，即 $x^2 + (2\sqrt{5} - 4)^2 = (4 - x)^2 + 2^2$ ，解得： $x = 2\sqrt{5} - 2$ ，即可求解。

【详解】解：连接 EM ，



$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4\text{cm}$ ，

$\therefore AD = BC = CD = AB = 4\text{cm}$ ，

$\because$ 点 M 是 CD 的中点，

$\therefore CM = DM = 2\text{cm}$ ，

$\therefore BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

由折叠的性质可知： $AE = EF$ ， $AB = BF = 4\text{cm}$ ，

$\therefore FM = BM - BF = (2\sqrt{5} - 4)\text{cm}$ ，

设 $AE = EF = x\text{cm}$ ，则 $ED = (4 - x)\text{cm}$ ，

由勾股定理得： $EM^2 = EF^2 + FM^2 = ED^2 + DM^2$ ，

$\therefore x^2 + (2\sqrt{5} - 4)^2 = (4 - x)^2 + 2^2$ ，

解得： $x = 2\sqrt{5} - 2$ ，

$\therefore AE = (2\sqrt{5} - 2)\text{cm}$ ，

故答案为： $(2\sqrt{5} - 2)$ 。

三、解答题（本大题共 8 题，第 19、20、21、22 题每题 6 分，第 23、24、25 题每题 8 分，第 26 题 10 分）

19. 解分式方程： $\frac{x-2}{x+2} + 1 = \frac{16}{x^2-4}$ 。

【答案】 $x=4$

【解析】

【详解】分析：首先进行去分母将其转化为整式方程，然后求出整式方程的解，最后对解进行验根得出答案.

详解：化为整式方程得： $x^2 - 4x + 4 + x^2 - 4 = 16$,

$x^2 - 2x - 8 = 0$ ，解得： $x_1 = -2$ ， $x_2 = 4$

经检验 $x = -2$ 时， $x+2=0$,

所以 $x=4$ 是原方程的解.

点睛：本题主要考查的是分式方程的解法，属于基础题型. 解分式方程的时候我们一定不要忘记最后要验根.

20. 解方程
$$\begin{cases} x - y = 2 \text{①} \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \text{②} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -1 \end{cases}.$$

【解析】

【分析】先把 $x^2 - xy - 2y^2 = 0$ 化为 $(x - 2y)(x + y) = 0$ ，得到 $x - 2y = 0$ 或 $x + y = 0$ ，再分别联立 $x - y = 2$ 求出 x, y 即可.

【详解】 $x^2 - xy - 2y^2 = 0$ 可以化为： $(x - 2y)(x + y) = 0$ ，

所以： $x - 2y = 0$ 或 $x + y = 0$

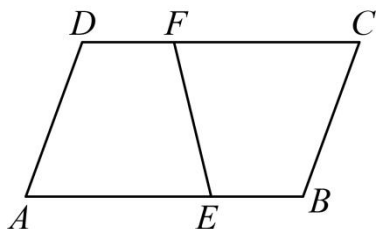
原方程组可以化为： $\begin{cases} x - y = 2, \\ x - 2y = 0 \end{cases}$ (I) 与 $\begin{cases} x - y = 2, \\ x + y = 0 \end{cases}$ (II)

解 (I) 得 $\begin{cases} x = 4, \\ y = 2 \end{cases}$ ，解 (II) 得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = -1 \end{cases}$

答：原方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = 4, \\ y_1 = 2 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x_2 = 1, \\ y_2 = -1 \end{cases}$.

【点睛】此题主要考查二元方程的求解，解题的关键是把原方程变形为两个二元一次方程组进行求解.

21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 AB, CD 上，且 $AE = 2EB, CF = 2FD$ ，连接 EF .



(1) 写出与 $\overrightarrow{DF}$ 相等的向量_____;

(2) 填空: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EF} =$ _____;

(3) 求作: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE}$. (在原图上保留作图痕迹, 不要求写作法)

【答案】 (1) $\overrightarrow{EB}$

(2) $\overrightarrow{AE}$ 或 $\overrightarrow{FC}$

(3) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查了平面向量, 平行四边形的性质, 向量问题熟练掌握平行四边形法则与三角形法则是解题的关键, 要注意向量要从方向与大小两个方面考虑求解.

(1) 根据平行四边形的对边平行且相等可得 $AB \parallel CD$, $AB = CD$, 然后求出 $DF = EB$, 再根据向量的定义解答;

(2) 求出 $DF = BE$, 连接 AF , 根据向量的三角形法则可得 $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AF}$, 再根据 $-\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FE}$, 利用三角形法则求解即可;

(3) 过点 A 作 $AG \parallel EF$, 取 $AG = EF$, 根据向量的三角形法则求解即可.

【小问 1 详解】

解: 在 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = CD$,

$\therefore AE = 2EB$, $CF = 2FD$,

$$\therefore EB = \frac{1}{1+2}AB = \frac{1}{3}AB,$$

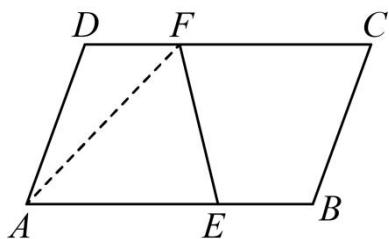
$$CF = \frac{1}{1+2}CD = \frac{1}{3}CD,$$

$\therefore$ 与 $\overrightarrow{DF}$ 相等的向量是 $\overrightarrow{EB}$;

故答案为: $\overrightarrow{EB}$;

【小问 2 详解】

解: 如图, 连接 AF ,



$$\because DF = CD - FC = \frac{1}{3}CD,$$

$$BE = AB - AE = \frac{1}{3}AB,$$

$$\therefore \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DF},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AF},$$

$$\because -\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FE},$$

$$\therefore \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AE},$$

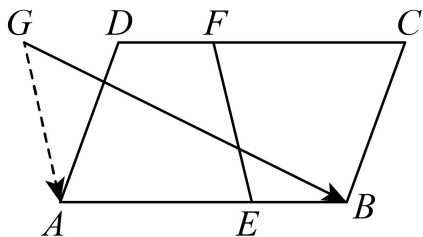
$$\text{又} \because \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AE} \text{ (或 } \overrightarrow{FC}\text{);}$$

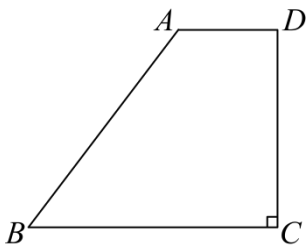
故答案为: $\overrightarrow{AE}$ 或 $\overrightarrow{FC}$;

【小问3详解】

解: 如图, $\overrightarrow{GB}$ 即为所作.



22. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle C = 90^\circ$, $AD = 1$, $CD = 2$, $AB = BC$. 求 $S_{\text{梯形}ABCD}$.



【答案】 $\frac{7}{2}$

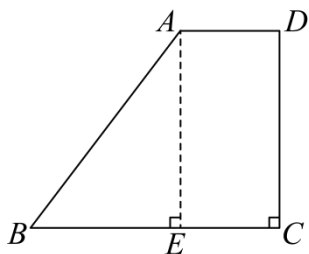
【解析】

【分析】 本题考查矩形的判定与性质, 勾股定理, 梯形的面积. 正确作出辅助线, 构造直角三角形利用勾

股定理求出梯形下底长是解题的关键.

过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E , 先证明四边形 $ADCE$ 是矩形, 得 $AE = CD = 2$, $CE = AD = 1$, 再用勾股定理求出 BE 长, 从而求得梯形下底 BC 长, 然后用梯形面积公式求解即可.

【详解】解: 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E , 如图,



$$\because AD \parallel BC, \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ,$$

$$\because AE \perp BC,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle AEB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 是矩形,

$$\therefore AE = CD = 2, CE = AD = 1,$$

设 $BE = x$, 则 $AB = BC = BE + CE = x + 1$,

由勾股定理, 得 $(x + 1)^2 = x^2 + 2^2$,

$$\text{解得: } x = \frac{3}{2},$$

$$\therefore BC = x + 1 = \frac{5}{2},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot CD = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 2 = \frac{7}{2}.$$

23. “人民群众多读书, 我们的民族精神就会厚重起来、深邃起来.” 某书店在世界读书日之际, 计划购进 A 类和 B 类图书, 因为 A 类图书每本进价比 B 类图书每本进价高 60%, 所以用 960 元购进 A 类图书的数量比用同样的费用购进 B 类图书的数量少 12 本,

(1) 求 A 、 B 两类图书每本的进价:

根据题意, 甲、乙两名同学分别列出如下方程:

$$\text{甲: } \frac{960}{1.6x} = \frac{960}{x} - 12, \text{ 解得 } x = 30, \text{ 经检验 } x = 30 \text{ 是原方程的解}$$

乙: $\frac{960}{x} = 1.6 \times \frac{960}{x+12}$, 解得 $x = 20$, 经检验 $x = 20$ 是原方程的解.

那么甲同学所列方程中的 x 表示_____, 乙同学所列方程中的 x 表示_____.

(2) 按以上两类图书的进价, 该书店用 4500 元购进 A 类图书 m 本及 B 类图书 n 本. 然后将 A 类图书的售价定为每本 52 元, B 类图书的售价定为每本 40 元, 书店售完这一批次购进的两类图书共获利 900 元, 那么书店分别购进了这两类图书多少本?

【答案】 (1) B 类图书每本进价; A 类图书的数量

(2) 书店分别购进了 A 类图书 50 本, B 类图书 70 本

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的应用, 二元一次方程组的应用, 正确地理解题意是解题的关键.

(1) 根据所列方程即可判断出 x 的意义;

(2) 根据“书店用 4500 元购进 A 类图书 m 本及 B 类图书 n 本”和“书店售完这一批次购进的两类图书共获利 900 元”列出方程组, 解方程组即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 根据所列方程即可知, 甲所列方程中的 x 表示 B 类图书每本进价;

乙所列方程中的 x 表示 A 类图书的数量;

故答案为: B 类图书每本进价; A 类图书的数量;

【小问 2 详解】

根据甲同学计算可得: A 类图书每本进价 $1.6 \times 30 = 48$ 元, B 类图书每本进价 30 元,

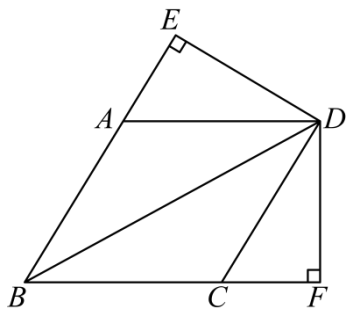
根据题意得:
$$\begin{cases} (52-48)m + (40-30)n = 900 \\ 48m + 30n = 4500 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} m = 50 \\ n = 70 \end{cases},$$

$\therefore$ 书店分别购进了 A 类图书 50 本, B 类图书 70 本,

答: 书店分别购进了 A 类图书 50 本, B 类图书 70 本.

24. 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC < 90^\circ$, $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$, $DE \perp AB$, $DF \perp BC$, 垂足分别为 E 、 F , $DE = DF$.



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 为菱形；

(2) 联结 AC 交 BD 于点 O ，联结 OF ，求证： $\angle BDC = \angle OFB$.

【答案】 (1) 见详解 (2) 见详解

【解析】

【分析】 该题主要考查了菱形的性质和判定，等腰三角形的性质，全等三角形的性质和判定，直角三角形的性质等知识点，解题的关键是掌握以上知识点.

(1) 根据两组对边分别平行证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，再证明 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ ，根据全等三角形的性质得出 $AD = DC$ ，即可证明四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2) 根据四边形 $ABCD$ 是菱形，得出 $OB = OD, \angle OBF = \angle BDC$ ，再根据直角三角形的性质得出 $OF = OB$ ，根据等腰三角形的性质即可证明；

【小问 1 详解】

$\because AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle BAD = \angle BCD,$

$\therefore \angle EAD = \angle DCF,$

$\because DE \perp AB, DF \perp BC,$

$\therefore \angle E = \angle F = 90^\circ,$

$\therefore DE = DF, \angle E = \angle F = 90^\circ, \angle EAD = \angle DCF,$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF (AAS),$

$\therefore AD = DC,$

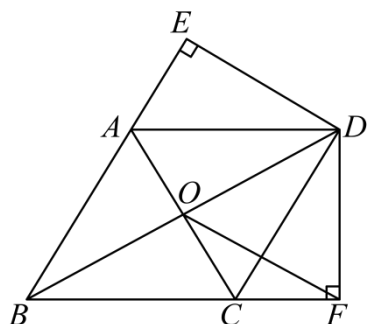
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形;

【小问 2 详解】

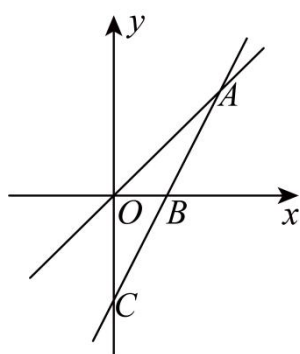
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore OB = OD, \angle OBF = \angle BDC,$

$\therefore \angle DFB = 90^\circ$,
 $\therefore OF = OB = OD$,
 $\therefore \angle OBF = \angle OFB$,
 $\therefore \angle BDC = \angle OFB$.



25. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = 2x - 3$ 与 x 轴和 y 轴分别交于点 B 、 C ，与直线 $y = x$ 相交于点 A 。



- (1) 求点 A 的坐标；
- (2) 已知点 P 在线段 OA 上.
 - ①若点 P 是 OA 的中点，求线段 BP 的长度；
 - ②点 D 在直线 AC 上，点 H 在 x 轴上，当四边形 $OPHD$ 是正方形时，求点 P 的坐标.

【答案】 (1) (3,3)

(2) ① $\frac{3}{2}$ ； ② $P(1,1)$

【解析】

【分析】 该题主要考查了正方形的性质，一次函数交点求解，等知识点，解题的关键是数形结合.

- (1) 联立解析式即可求解；
- (2) ①求出点 P 坐标，点 B 的坐标，即可求解；
- ②当四边形 $OPHD$ 是正方形时，正确画出图象，根据正方形性质即可求解；

【小问 1 详解】

解：联立函数解析式得 $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = x \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$.

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(3, 3)$.

【小问 2 详解】

①若点 P 是 OA 的中点,

则 $P(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$,

把 $y = 0$ 代入 $y = 2x - 3$ 得 $2x - 3 = 0$,

解得: $x = \frac{3}{2}$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$,

$\therefore BP = \frac{3}{2}$.

②如图,

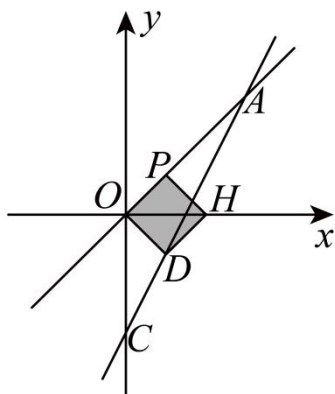
当四边形 $OPHD$ 是正方形时, $OP = OD = PH = DH$, $\angle POD = 90^\circ$, $PD \perp OH$, $PD = OH$,

设 $P(a, a)$, $D(b, 2b - 3)$,

则 $\begin{cases} 2a^2 = b^2 + (2b - 3)^2 \\ a = b \end{cases}$,

解得 $a = b = 1$ 或 3 (舍去),

即点 P 的坐标为 $P(1, 1)$.



26. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC > AB$, 将矩形 $ABCD$ 绕着点 B 逆时针旋转后得到矩形 $BEFG$, 点

C 恰好落在边 AD 上, 点 C 的对应点是点 E , 点 D 的对应点是点 F , 点 A 的对应点是点 G .

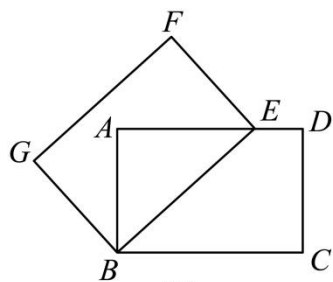


图1

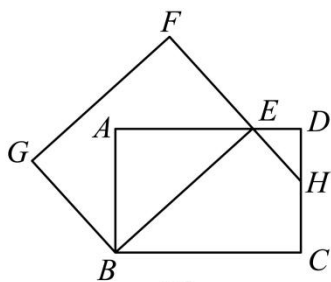


图2

- (1) 如图 1, 当 $BC = 5$ 时, 求 DE 的长;
- (2) 如图 2, 延长 FE 交边 DC 于点 H , 设 $CH = m$, 用 m 的代数式表示线段 BC 的长;
- (3) 连结 AF , 当 $\triangle AEF$ 是以 AE 为腰的等腰三角形时, 请直接写出此时 BC 的长.

【答案】 (1) 1 (2) $\frac{m}{2m-3}\sqrt{6m+9}$

(3) BC 的长为 $3\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 (1) 如图 1 中, 先由矩形的性质与旋转的性质得 $AB = CD = 3$, $BC = AD = 5$, $BE = CB = 5$ 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 利用勾股定理求得 AE , 即可解决问题;

(2) 设 $AE = x$, $DE = y$, 则 $BE = BC = AD = x + y$, 证明 $\triangle ABE \sim \triangle DEH$, 得 $\frac{AE}{DH} = \frac{AB}{DE}$, 则 $xy = 9 - 3m$, 再由勾股定理, 得 $AE^2 + AB^2 = BE^2$, 即 $x^2 + 3^2 = (x + y)^2$, 即 $2xy + y^2 = 9$, 所以 $2(9 - 3m) + y^2 = 9$, 求得 $y = \sqrt{6m - 9}$, 从而求得 $x = \frac{9 - 3m}{\sqrt{6m - 9}} = \frac{3 - m}{2m - 3}\sqrt{6m - 9}$, 即可由 $BC = x + y$ 求解.

(3) 分两种情况: 当 $AE = EF$ 时, 当 $AE = AF$ 时, 分别求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD = 3, BC = AD = 5, \angle A = 90^\circ,$$

$\because$ 矩形 $GBEF$ 是由矩形 $ABCD$ 旋转得到,

$$\therefore BE = CB = 5,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABE \text{ 中, } AE = \sqrt{BE^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore DE = AD - AE = 5 - 4 = 1;$$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD = 3, \angle A = \angle C = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB + \angle ABE = 90^\circ$$

$$\because CH = m$$

$$\therefore DH = 3 - m$$

$\because$ 矩形 $GBEF$ 是由矩形 $ABCD$ 旋转得到,

$$\therefore BE = CB, \angle BEF = \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore BE = CB = AD$$

设 $AE = x$, $DE = y$, 则 $BE = BC = AD = x + y$,

$$\because \angle AEB + \angle AEF = \angle BEF = 90^\circ, \angle AEF = \angle DEH$$

$$\therefore \angle ABE = \angle DEH$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DEH$$

$$\therefore \frac{AE}{DH} = \frac{AB}{DE}, \text{ 即 } \frac{x}{3-m} = \frac{3}{y},$$

$$\therefore xy = 9 - 3m$$

由勾股定理, 得 $AE^2 + AB^2 = BE^2$

$$\text{即 } x^2 + 3^2 = (x + y)^2$$

$$2xy + y^2 = 9$$

$$2(9 - 3m) + y^2 = 9$$

$$\text{解得: } y = \sqrt{6m - 9}$$

$$\therefore x = \frac{9 - 3m}{\sqrt{6m - 9}} = \frac{3 - m}{2m - 3} \sqrt{6m - 9}$$

$$\therefore BC = x + y = \frac{m}{2m - 3} \sqrt{6m + 9}$$

【小问 3 详解】

解: 当 $AE = EF$ 时,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD = 3, \angle A = 90^\circ,$$

由旋转可得 $EF = CD = 3$, $BE = BC$,

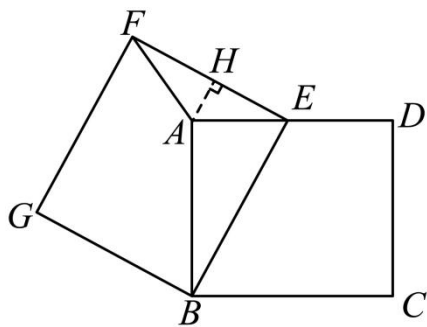
$$\therefore AE = 3,$$

由勾股定理, 得 $BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$,

$$\therefore BC = BE = 3\sqrt{2};$$

当 $AE = AF$ 时,

过点 A 作 $AH \perp EF$ 于 H , 如图,



$$\because AE = AF, \quad AH \perp EF,$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}EF = \frac{3}{2},$$

$$\because \angle AEH + \angle AEB = 90^\circ, \quad \angle ABE + \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEH = \angle ABE,$$

$$\because \angle AHE = \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEH \sim \triangle EBA,$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{EH}{AB} = \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}BE,$$

由勾股定理, 得 $BE^2 = AE^2 + AB^2$,

$$\text{即 } BE^2 = \left(\frac{1}{2}BE\right)^2 + 3^2,$$

$$\text{解得: } BE = 2\sqrt{3},$$

由旋转可得 $BC = BE = 2\sqrt{3}$,

综上, 当 $\triangle AEF$ 是以 AE 为腰的等腰三角形时, BC 的长为 $3\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查矩形的性质, 旋转的性质, 相似三角形的判定与性质, 勾股定理, 等腰三角形三线合一的性质. 本题综合性较强, 有一定难度.