

2022-2023 学年上海市徐汇区西南模范中学八年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，共 18.0 分．在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 一次函数 $y=-2x-3$ 的图象不经过（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A

【解析】

【分析】根据一次函数的图象特点即可得．

【详解】解：∵ $y=-2x-3$ ，

$$\therefore k < 0, b < 0,$$

∴ $y=-2x-3$ 的图象经过第二、三、四象限，不经过第一象限，

故选：A．

【点睛】本题考查一次函数的性质和图象，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答．一次函数图象的四种情况：①当 $k > 0, b > 0$ ，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、三象限， y 的值随 x 的值增大而增大；②当 $k > 0, b < 0$ ，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、三、四象限， y 的值随 x 的值增大而增大；③当 $k < 0, b > 0$ 时，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限， y 的值随 x 的值增大而减小；④当 $k < 0, b < 0$ 时，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第二、三、四象限， y 的值随 x 的值增大而减小．

2. 下列方程中，有实数根的方程是（ ）

- A. $\sqrt{x+1} = -1$ B. $x^3 + 2 = 0$ C. $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{x^2-1}$ D. $x^2 - 2x + 3 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据算术平方根的非负性，立方根的定义，解分式方程的方法步骤，一元二次方程根的判别式，逐个进行判断即可．

【详解】A、因为算术平方根为非负数，所以 A 中方程无解，

B、 $x^3 + 2 = 0$ ，解得： $x = -\sqrt[3]{2}$ ，所以 B 中方程有实数根，

C、由题意得： $x = 1$ ，当 $x = 1$ 时，分母为 0，所以 C 中方程无解，

D、 $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 3 = -8 < 0$ $x^2 - 2x + 3 = 0$ ，所以 D 中方程无解．

故选：B．

【点睛】本题主要考查了算术平方根的非负性，立方根的定义，解分式方程的方法步骤，一元二次方程根的判别式，解题的关键是掌握二次根式被开方数为非负数，一元二次方程 $b^2 - 4ac > 0$ 时，方程有两个不相

等的实数根；当 $b^2 - 4ac = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数根.

3. 下列命题中是假命题的是 ()

- A. 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形
- B. 一组对边相等且有一个角是直角的四边形是矩形
- C. 一组邻边相等的平行四边形是菱形
- D. 一组邻边相等的矩形是正方形

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行四边形和特殊平行四边形的判定法则即可得出答案.

【详解】解：A、一组对边平行且相等的四边形是平行四边形，正确；
B、一组对边相等且相等，且有一个角是直角的四边形是矩形，错误；
C、一组邻边相等的平行四边形是菱形，正确；
D、一组邻边相等的矩形是正方形，正确.

故选 B.

【点睛】本题主要考查的是平行四边形和特殊平行四边形的判定定理，属于基础题型. 熟记判定定理是解决这个问题的关键.

4. “ a 是实数， $|a| \geq 0$ ”这一事件是 ()

- A. 必然事件
- B. 不确定事件
- C. 不可能事件
- D. 随机事件

【答案】A

【解析】

【分析】根据必然事件、不确定事件、不可能事件、随机事件的定义判断即可.

【详解】根据数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值的定义，由 a 是实数，得 $|a| \geq 0$ 恒成立，因此，这一事件是必然事件. 故选 A.

【点睛】本题考查必然事件、不确定事件、不可能事件、随机事件的判定. 熟练掌握定义是解题的关键.

5. 在矩形 $ABCD$ 中， $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$ ， $|\overrightarrow{BC}| = 1$ ，则向量 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$ 的长度为 ()

- A. 2
- B. 4
- C. $\sqrt{3} - 1$
- D. $\sqrt{3} + 1$

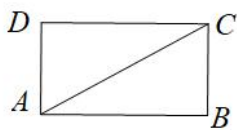
【答案】A

【解析】

【分析】在矩形 $ABCD$ 中， $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$ ， $|\overrightarrow{BC}| = 1$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，则 $AB = \sqrt{3}$ ， $BC = 1$ ，由勾股定理求

得 $AC = 2$ ，由 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ 即可得到答案.

【详解】解：如图，



在矩形 $ABCD$ 中， $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$ ， $|\overrightarrow{BC}| = 1$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{3}, \quad BC = 1,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2,$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC},$$

$\therefore$ 向量 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC})$ 的长度为 2，

故选：A

【点睛】考查了平面向量的运算，解题关键是熟练掌握矩形的性质和三角形法则.

6. 下列说法正确的个数有 ()

- ①若直角梯形的上底和中位线的长确定，则下底的长唯一确定
- ②两条对角线相等的四边形一定是等腰梯形
- ③梯形可以分为直角梯形和等腰梯形
- ④等腰梯形是轴对称图形，它的对称轴是连接两底中点的直线

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】C

【解析】

【分析】根据梯形中位线的性质，等腰梯形的判定，梯形的分类，等腰梯形的性质逐个判断，即可得出进行解答.

【详解】解：①若直角梯形的上底和中位线的长确定，则下底的长唯一确定，故符合题意；

②两条对角线相等的梯形一定是等腰梯形，故不符合题意；

③直角梯形和等腰梯形是梯形的特殊形式，故不符合题意；

④等腰梯形是轴对称图形，它的对称轴是连结两底中点的直线，故符合题意；

综上：正确的有 2 个，

故选：C.

【点睛】本题主要考查了梯形中位线的性质，等腰梯形的判定，梯形的分类，等腰梯形的性质，解题的关

键是熟练掌握相关知识点并熟练运用.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 共 24.0 分)

7. 如果关于 x 的无理方程 $\sqrt{2x+m} = x$ 有实数根 $x=1$, 那么 m 的值为_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】把方程两边平方去根号得一元二次方程, 然后将 $x=1$ 代入方程即可求出 k 值.

【详解】解: $\sqrt{2x+m} = x$,

两边同时平方可得: $2x+m = x^2$

实数根 1 是方程的解, $x=1$ 代入方程,

可解得 $m=-1$,

故答案为: -1.

【点睛】本题主要考查了无理方程的解法, 熟练掌握解无理方程的方法两边平方法及换元法, 本题用了平方法, 是解答本题的关键.

8. 把二次方程 $x^2 - 4xy + 4y^2 = 4$ 化成两个一次方程, 那么这两个一次方程分别是_____.

【答案】 $x-2y=2$ 或 $x-2y=-2$

【解析】

【分析】利用完全平方公式分解因式, 两边同时开平方得到答案.

【详解】解: $(x-2y)^2 = 4$,

$\therefore x-2y=2$ 或 $x-2y=-2$,

故答案为: $x-2y=2$ 或 $x-2y=-2$.

【点睛】此题考查了多项式的分解因式, 降次解一元二次方程, 正确掌握直接开平方法解方程是解题的关键.

9. 一个质地均匀的正方形骰子的六个面上分别有 1 到 6 的点数, 将骰子抛掷两次, 抛第一次, 将朝上一面的点数记为 x , 抛第二次, 将朝上一面的点数记为 y , 则点 (x,y) 落在直线 $y = -x + 4$ 上的概率为_____.

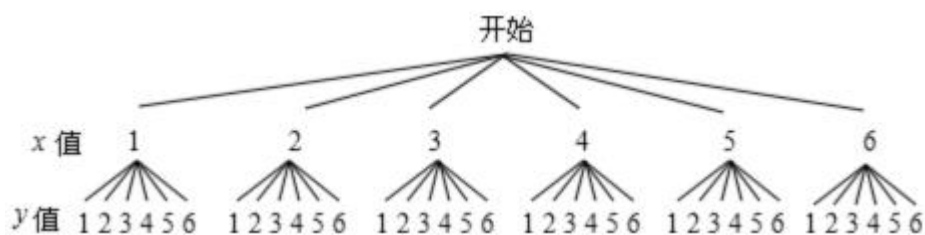
【答案】 $\frac{1}{12}$

【解析】

【分析】由题意画树状图, 可得共有 36 种等可能的结果, 然后求出在直线 $y = -x + 4$ 上的点的坐标, 最后

计算求解即可.

【详解】解：由题意画树状图如下：



共有 36 种等可能的结果,

当 $x=1$ 时, $y=-1+4=3$, 则 $(1,3)$,

当 $x=2$ 时, $y=-2+4=2$, 则 $(2,2)$,

当 $x=3$ 时, $y=-3+4=1$, 则 $(3,1)$,

当 $x=4$ 时, $y=-4+4=0$, 则 $(4,0)$,

当 $x=5$ 时, $y=-5+4=-1$, 则 $(5,-1)$,

当 $x=6$ 时, $y=-6+4=-2$, 则 $(6,-2)$,

$\therefore$ 在直线 $y=-x+4$ 上的点的坐标为 $(1,3)$, $(2,2)$, $(3,1)$ 共 3 个,

$\therefore$ 点 (x, y) 落在直线 $y=-x+4$ 上的概率 $P=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$.

故答案为: $\frac{1}{12}$.

【点睛】本题考查了列举法求概率, 一次函数. 解题的关键在于列举所有可能存在的情况.

10. 已知: 在平行四边形 $ABCD$ 中, 设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CA}=\underline{\hspace{2cm}}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).

【答案】 $-\vec{b}-\vec{a}$

【解析】

【分析】在平行四边形 $ABCD$ 中, 可得 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 即可得 $\overrightarrow{BA}=-\vec{a}$, $\overrightarrow{CB}=-\vec{b}$, 又由 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}$, 即可求得答案.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AD=BC$,

$\therefore \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\vec{b}$,

$\therefore \overrightarrow{AB}=\vec{a}$,

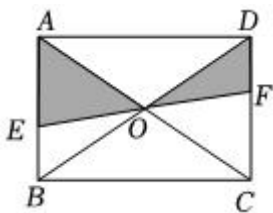
$$\therefore \overrightarrow{BA} = -\vec{a}, \quad \overrightarrow{CB} = -\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = -\vec{b} - \vec{a},$$

故答案为: $-\vec{b} - \vec{a}$.

【点睛】本题考查了平面向量的知识与平行四边形的性质，数量掌握平面向量的知识和平行四边形的性质是解答本题的关键.

11. 如图, EF 过矩形 $ABCD$ 对角线的交点 O , 且分别交 AB 、 CD 于 E 、 F , 那么阴影部分的面积与矩形 $ABCD$ 的面积比值是_____.



【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】根据矩形的性质证明 $\triangle BEO \cong \triangle DFO$, 则 $S_{\triangle DFO} = S_{\triangle BEO}$, 进而根据矩形的对角线互相平分, 可得

$$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{4} S_{\text{矩形}ABCD}, \text{ 即可求解.}$$

【详解】由图可知: $OB = OD$, $\angle OBE = \angle ODF$, $\angle EOB = \angle FOD$,

$$\therefore \triangle BEO \cong \triangle DFO,$$

$$\therefore S_{\triangle DFO} = S_{\triangle BEO},$$

在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle AOD$ 中, $OB = OD$, 高相等,

$$\therefore S_{\triangle ABO} = S_{\triangle AOD},$$

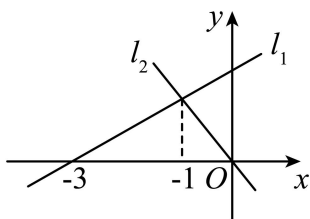
$$\text{即 } S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{4} S_{\text{矩形}ABCD},$$

$$\text{阴影部分的面积} = S_{\triangle AEO} + S_{\triangle DFO} = S_{\triangle AEO} + S_{\triangle BEO} = S_{\triangle ABO} = \frac{1}{4} S_{\text{矩形}ABCD}.$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点睛】本题考查了矩形的性质, 全等三角形的性质与判定, 熟练掌握矩形的性质是解题的关键.

12. 直线 $l_1: y_1 = k_1x + b$ 与直线 $l_2: y_2 = k_2x$ 在同一平面直角坐标系中的图象如图所示, 则关于 x 的不等式 $k_2x > k_1x + b$ 的解集为_____.



【答案】 $x < -1$

【解析】

【分析】 结合函数图象，写出直线 l_2 在直线 l_1 上方所对应的自变量的范围即可.

【详解】 解： $\because$ 直线 $l_1: y_1 = k_1x + b$ 与直线 $l_2: y_2 = k_2x$ 的交点的横坐标为 -1 ,

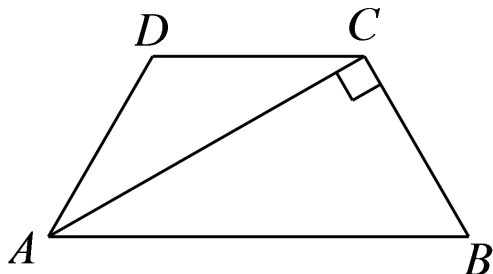
$\therefore$ 当 $x < -1$ 时, $y_2 > y_1$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $k_2x > k_1x + b$ 的解集为 $x < -1$.

故答案为 $x < -1$.

【点睛】 本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数图象的角度看，就是确定直线 $y = kx + b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

13. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， 对角线 $AC \perp BC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $BC = 6\text{cm}$ ， 则梯形 $ABCD$ 的面积为_____.



【答案】 $27\sqrt{3}\text{cm}^2$

【解析】

【分析】 由等腰梯形的性质得出 $AD = BC$ ， $\angle DAB = \angle B$ ， 可求出 $\angle CAB = 30^\circ$ ， 进而得出 $\angle DAC = 30^\circ$ ， 结合平行线性质得出 $\angle DAC = 30^\circ$ ， 故得 $AD = DC$. 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E ， 借助特殊直角三角形的性质求出高 CE 的长， 结合梯形面积公式即可求解.

【详解】 解： $\because$ 在等腰梯形 $ABCD$ 中， $BC = 6\text{cm}$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore AD = BC = 6\text{cm}$ ， $\angle DAB = \angle B = 60^\circ$ ，

$\because AC \perp BC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$ ，

$$\therefore AB = 2BC = 12\text{cm}, \quad \angle DAC = \angle DAB - \angle BAC = 30^\circ,$$

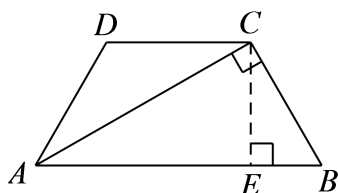
$$\because AB \parallel CD, \quad \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA,$$

$$\therefore AD = CD = 6\text{cm},$$

如图，过点 C 作 $CE \perp AB$ 于点 E ，



$$\because \angle CEB = 90^\circ, \quad \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ECB = 30^\circ,$$

$$\therefore EB = \frac{1}{2}BC = 3\text{cm},$$

$$\therefore CE = \sqrt{BC^2 - EB^2} = 3\sqrt{3}\text{cm},$$

$$\therefore \text{等腰梯形的面积为: } \frac{(CD + AB) \cdot CE}{2} = \frac{(6 + 12) \times 3\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2).$$

故答案为: $27\sqrt{3}\text{cm}^2$.

【点睛】本题考查了等腰梯形的性质和面积，平行线的性质以及直角三角形的性质，准确运用性质进行角度转化以及求出相应线段长度是本题的关键.

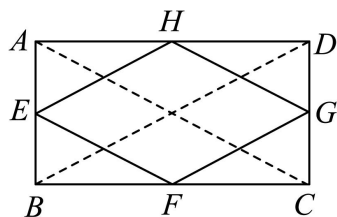
14. 顺次连接矩形各边中点所得四边形为_____形.

【答案】菱

【解析】

【分析】连接 AC 、 BD ，根据矩形的性质，以及三角形中位线的性质，可得 $EF = GH = FG = EH$ ，进而即可求解.

【详解】如图，连接 AC 、 BD ，



$\because E$ 、 F 、 G 、 H 分别是矩形 $ABCD$ 的 AB 、 BC 、 CD 、 AD 边上的中点，

$$\therefore EF = GH = \frac{1}{2}AC, \quad FG = EH = \frac{1}{2}BD,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 的对角线 $AC = BD$,

$$\therefore EF = GH = FG = EH,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形.

故答案为: 菱.

【点睛】 本题考查了矩形的性质, 菱形的判定, 三角形中位线的性质, 熟练掌握中位线的性质是解题的关键.

15. 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于 O , $AC = 8\text{cm}$, $\angle AOD = 120^\circ$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 4cm

【解析】

【分析】 根据矩形对角线相等且互相平分得到 $OA = OB = 4\text{cm}$, 再证明 $\triangle AOB$ 是等边三角形, 即可得到 $AB = OA = 4\text{cm}$.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, 对角线 AC , BD 相交于 O , $AC = 8\text{cm}$,

$$\therefore AC = BD = 8\text{cm},$$

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2}AC = 4\text{cm}, \quad OB = OD = \frac{1}{2}BD = 4\text{cm},$$

$$\therefore OA = OB,$$

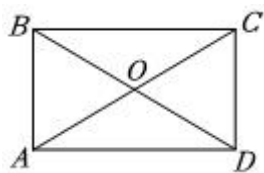
$$\because \angle AOD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = OA = 4\text{cm},$$

故答案为: 4cm .



【点睛】 本题主要考查了矩形的性质, 等边三角形的性质与判定, 熟知矩形对角线相等且互相平分是解题的关键.

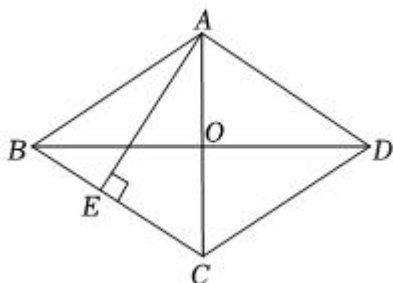
16. 已知菱形的边长为 13cm , 一条对角线长为 24cm , 那么菱形的高为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.

【答案】 $\frac{120}{13}$

【解析】

【分析】根据菱形的性质得出 $BO = \frac{1}{2}BD = 12\text{cm}$ ， $AC \perp BD$ ，根据勾股定理求出 $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = 5\text{cm}$ ，根据扇形面积求出 $BC \cdot AE = \frac{1}{2}AC \cdot BD$ ，即 $13AE = \frac{1}{2} \times 10 \times 24$ ，求出 $AE = \frac{120}{13}(\text{cm})$ 即可。

【详解】解：如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = BC = 13\text{cm}$ ， $BD = 24\text{cm}$ ，



$$\therefore BO = \frac{1}{2}BD = 12\text{cm}, \quad AC \perp BD,$$

$$\text{由勾股定理得: } AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = 5\text{cm},$$

$$\therefore AC = 2AO = 10\text{cm},$$

$$\because \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积} = BC \cdot AE = \frac{1}{2}AC \cdot BD,$$

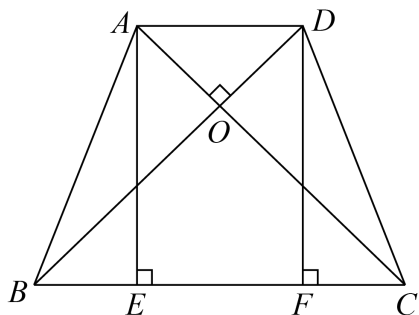
$$\therefore 13AE = \frac{1}{2} \times 10 \times 24,$$

$$\text{解得: } AE = \frac{120}{13}(\text{cm}),$$

$$\text{故答案为: } \frac{120}{13}.$$

【点睛】本题主要考查了菱形的性质，勾股定理，解题的关键是熟练掌握菱形的性质，求出菱形的另外一条对角线的长度。

17. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 $AC \perp BD$ 于点 O ， $AE \perp BC$ ， $DF \perp BC$ ，垂足分别为 E 、 F ， $AD = 4$ ， $BC = 8$ ，则 $AE = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



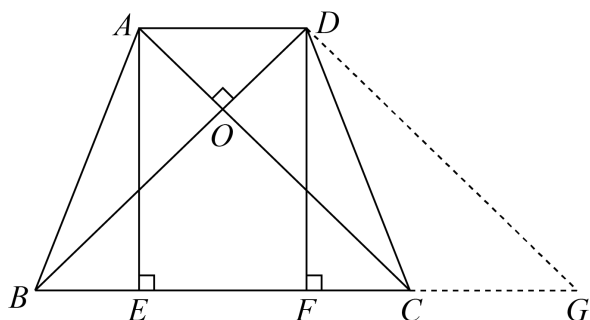
【答案】6

【解析】

【分析】过 D 作 $DG \parallel AC$ 交 BC 延长线于点 G ，则 $\angle BOC = \angle BDG$ ，证四边形 $ADGC$ 为平行四边形

得证 $\triangle DBG$ 为等腰直角三角形，利用勾股定理得 $BD = DG = 6\sqrt{2}$ ，再根据等腰三角形的三线合一得及直角三角形的性质得 $DF = FG$ ，从而求得 $DF = 6$ ，再四边形 $AEFD$ 是平行四边形，即可得解.

【详解】解：过 D 作 $DG \parallel AC$ 交 BC 延长线于点 G ，则 $\angle BOC = \angle BDG$ ，



$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ADGC$ 为平行四边形,

$\therefore DG = AC$, $AD = CG$,

$\because AC \perp BD$,

$\therefore \angle BOC = \angle BDG = 90^\circ$,

$\therefore DG \perp BD$,

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$\therefore AC = BD$,

$\therefore DG = BD$,

$\therefore \triangle DBG$ 为等腰直角三角形,

$\therefore BD^2 + DG^2 = BG^2$,

$\therefore BG^2 = 2BD^2$,

$\therefore (BC + AD)^2 = 2BD^2$, 即 $(8 + 4)^2 = 2BD^2$,

$\therefore BD = DG = 6\sqrt{2}$,

$\because DF \perp BG$, $BD = DG = AC$,

$\therefore BF = FG$,

$\because DF \perp BG$,

$\therefore DF = FG$,

$\therefore 2DF^2 = (6\sqrt{2})^2$,

$\therefore DF = 6$,

$$\because AE \perp BC, DF \perp BC,$$

$$\therefore DF \parallel AE,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

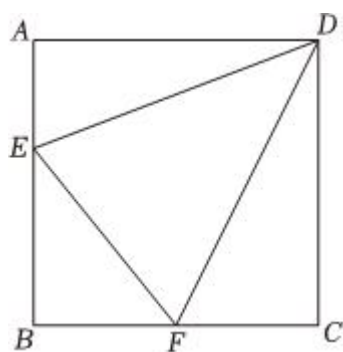
$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

$$\therefore AE = DF = 6.$$

故答案为: 6.

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的判定及性质, 等腰三角形的判定及性质, 等腰梯形的性质, 勾股定理, 熟练掌握平行四边形的判定及性质, 等腰三角形的判定及性质以及等腰梯形的性质是解题的关键.

18. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 24, E 、 F 分别是 AB 、 BC 边上的点, 且 $\angle EDF = 45^\circ$, 如果 $AE = 8$ 时, 则 EF 的长为_____.

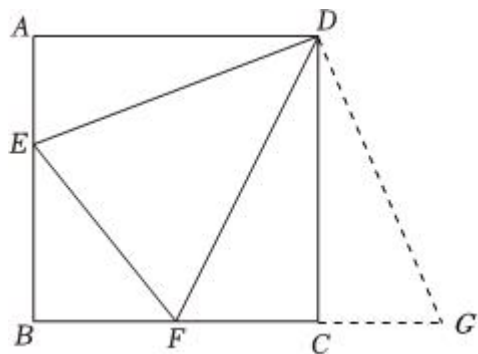


【答案】 20

【解析】

【分析】 如图, 延长 BC 到 G , 使 $CG = AE$, 连接 DG , 先证 $\triangle DAE \cong \triangle DCG$ (SAS) 得 $DE = DG$, $\angle ADE = \angle CDG$, 再证 $\triangle EDF \cong \triangle GDF$ (SAS) 得 $EF = FG$, 从而得 $AB = BC = 24$, $AE = CG = 8$, $BE = 24 - 8 = 16$, 在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, 由勾股定理即可得解.

【详解】 如图, 延长 BC 到 G , 使 $CG = AE$, 连接 DG ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = DC, \angle A = \angle DCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DAE \cong \triangle DCG (\text{SAS}),$$

$$\therefore DE = DG, \quad \angle ADE = \angle CDG,$$

$$\because \angle ADC = 90^\circ, \quad \angle EDF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle CDF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF + \angle CDG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle GDF = 45^\circ,$$

$$\because DF = DF,$$

$$\therefore \triangle EDF \cong \triangle GDF (\text{SAS}),$$

$$\therefore EF = FG,$$

$$\because AB = BC = 24, \quad AE = CG = 8,$$

$$\therefore BE = 24 - 8 = 16,$$

$$\text{设 } EF = x, \text{ 则 } BF = BC + CG - FG = 24 + 8 - x = 32 - x,$$

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, 由勾股定理得,

$$BE^2 + BF^2 = EF^2,$$

$$\text{即 } 16^2 + (32 - x)^2 = x^2,$$

$$\text{解得 } x = 20,$$

$$\text{即 } EF = 20,$$

故答案为: 20.

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定及性质, 勾股定理, 正方形的性质, 熟练掌握全等三角形的判定及性质是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 58.0 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

$$19. \text{解方程: } \frac{x}{x+3} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$$

$$\text{【答案】 } x=1.$$

【解析】

【分析】首先去掉分母, 观察可得最简公分母是 $(x+3)(x-3)$, 方程两边乘最简公分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解, 然后解一元二次方程, 最后检验即可求解.

【详解】方程的两边同乘以 $(x+3)(x-3)$, 得

$$x(x-3) + 6 = x+3,$$

$$\text{整理, 得 } x^2 - 4x + 3 = 0,$$

解得 $x_1=1$, $x_2=3$.

经检验: $x=3$ 是方程的增根, $x=1$ 是原方程的根.

$\therefore$ 原方程的解为 $x=1$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x - 11y - 2 = 0 \end{cases}$$

【答案】原方程组的解为
$$\begin{cases} x_1 = -\frac{2}{5} \\ y_1 = -\frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -\frac{3}{5} \\ y_3 = -\frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = 1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】将 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$ 因式分解 $x - 2y = 0$ 或 $x - 3y = 0$, 再进行分类讨论即可.

【详解】解:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \text{ ①} \\ x^2 + y^2 + x - 11y - 2 = 0 \text{ ②} \end{cases},$$

由 ①, 得 $(x - 2y)(x - 3y) = 0$,

$\therefore x - 2y = 0$ 或 $x - 3y = 0$.

$\therefore$ 原方程组可化为
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + x - 11y - 2 = 0 \end{cases} \text{ 或者 } \begin{cases} x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 + x - 11y - 2 = 0 \end{cases}.$$

解方程组
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + x - 11y - 2 = 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x_1 = -\frac{2}{5} \\ y_1 = -\frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 2 \end{cases};$$

解方程组或者
$$\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 + x - 11y - 2 = 0 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x_3 = -\frac{3}{5} \\ y_3 = -\frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = 1 \end{cases}.$$

$\therefore$ 原方程组的解为:
$$\begin{cases} x_1 = -\frac{2}{5} \\ y_1 = -\frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -\frac{3}{5} \\ y_3 = -\frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = 1 \end{cases}.$$

【点睛】本题考查了解二元二次方程组, 熟练掌握因式分解法是解题的关键.

21. 在一次捐款活动中, 区慈善基金会对甲、乙两个单位捐款情况进行了统计, 得到如下三条信息:

(1) 乙单位捐款数比甲单位多一倍;

(2) 乙单位平均每人的捐款数比甲单位平均每人的捐款数少100元;

(3) 甲单位的人数是乙单位的 $\frac{1}{4}$.

你能根据以上信息, 求出这两个单位总的平均每人捐款数吗?

【答案】 这两个单位总的平均每人捐款数为120元

【解析】

【分析】 设甲单位平均每人捐款 x 元, 则乙单位平均每人捐款 $(x-100)$ 元, 甲单位有 y 人, 乙单位有 $4y$ 人, 根据乙单位捐款数比甲单位多一倍, 得出 $2xy = 4y(x-100)$, 求出 $x = 200$, 得出甲单位平均每人的捐款200元, 乙单位平均每人的捐款100元, 最后算出结果即可.

【详解】 解: 设甲单位平均每人的捐款 x 元, 则乙单位平均每人的捐款 $(x-100)$ 元, 甲单位有 y 人, 乙单位有 $4y$ 人,

根据题意得: $2xy = 4y(x-100)$,

整理得: $2y(x-200) = 0$,

$\therefore 2y \neq 0$,

$\therefore x-200 = 0$,

解得, $x = 200$,

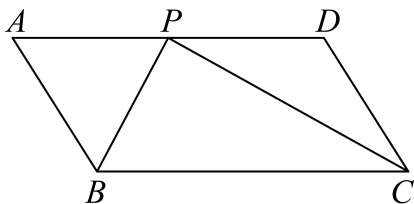
$\therefore$ 甲单位平均每人的捐款200元, 乙单位平均每人的捐款100元,

$\therefore$ 这两个单位总的平均每人捐款数 $\frac{200y + 100 \times 4y}{y + 4y} = 120$ (元),

答: 这两个单位总的平均每人捐款数为120元.

【点睛】 本题主要考查了平均数的计算, 方程的应用, 解题的关键是根据题意求出甲单位平均每人捐款200元, 乙单位平均每人捐款100元.

22. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, P 是 AD 上一点, 且 BP 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$, $AB = 8\text{cm}$, 求平行四边形 $ABCD$ 的周长.



【答案】 平行四边形 $ABCD$ 的周长为48cm

【解析】

【分析】根据角平分线可得 $\angle ABP = \angle CBP$ ， $\angle BCP = \angle DCP$ ，由平行线的性质及等量代换得出 $\angle ABP = \angle APB$ ， $\angle DCP = \angle CPD$ ，依据等角对等边可得 $AB = AP = 8\text{ cm}$ ， $DP = CD = 8\text{ cm}$ ，即可求出平行四边形的周长；

【详解】解：∵ BP 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$ ，

$$\therefore \angle ABP = \angle CBP, \quad \angle DCP = \angle BCP,$$

又∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel CD, \quad AB = CD, \quad AD = BC,$$

$$\therefore \angle APB = \angle CBP, \quad \angle DPC = \angle BCP,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle APB, \quad \angle DCP = \angle DPC,$$

$$\therefore AP = AB = 8\text{ cm}, \quad DP = CD = 8\text{ cm},$$

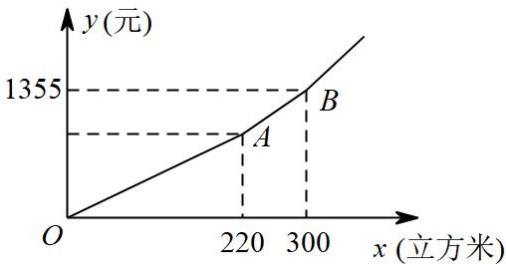
$$\therefore AD = AP + DP = 16\text{ cm},$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的周长} = 2(AB + AD) = 48\text{ cm}.$$

【点睛】本题主要考查平行四边形的性质，等角对等边，理解题意，综合运用这些知识点是解题关键.

23. 某市全面实施居民“阶梯水价”. 当累计水量超过年度阶梯水量分档基数临界点后，即开始实施阶梯价格计价，分档水量和单价见下表：

分档	户年用水量 (立方米)	自来水单价 (元/立方米)	污水处理单价 (元/立方米)
第一阶梯	0~220 (含 220)	2.25	1.8
第二阶梯	220~300 (含 300)	4	
第三阶梯	300 以上	6.99	
注：应缴的水费 = 户年用水量× (自来水单价 + 污水处理单价)			



仔细阅读上述材料，请解答下面的问题：

(1) 如果小叶家全年用水量是 220 立方米，那么她家全年应缴纳水费多少元？

(2) 居民应缴纳水费 y (元) 关于户年用水量 x (立方米) 的函数关系如图所示, 求第二阶梯 (线段 AB) 的表达式;

(3) 如果小明家全年缴纳的水费共计 1181 元, 那么他家全年用水量是多少立方米?

【答案】 (1) 她家全年应缴纳水费 891 元

$$(2) y = 5.8x - 385 (220 < x \leq 300)$$

(3) 他家全年用水量是 270 立方米

【解析】

【分析】 (1) 根据题意列出算式计算即可;

(2) 利用待定系数法求出函数解析式即可;

(3) 根据缴纳的水费 1181 元得出用水量在第二阶梯范围内, 然后将 $y = 1181$ 代入 (2) 中求出的函数解析式进行解答即可.

【小问 1 详解】

解: 根据题意得: $220 \times (2.25 + 1.8) = 891$ (元),

答: 她家全年应缴纳水费 891 元.

【小问 2 详解】

解: 设线段 AB 的表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 把 $(220, 891)$, $(300, 1355)$ 代入得:

$$\begin{cases} 220k + b = 891 \\ 300k + b = 1355 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 5.8 \\ b = -385 \end{cases},$$

$\therefore$ 线段 AB 的表达式为 $y = 5.8x - 385 (220 < x \leq 300)$.

【小问 3 详解】

解: $\because 891 < 1181 < 1355$,

$\therefore$ 小明家全年用水量处于第二阶梯,

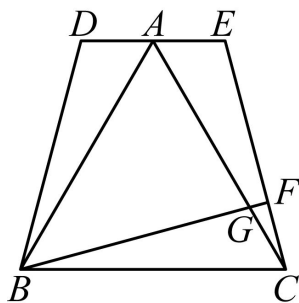
把 $y = 1181$ 代入 $y = 5.8x - 385$ 得: $1181 = 5.8x - 385$,

解得: $x = 270$,

答: 他家全年用水量是 270 立方米.

【点睛】 本题主要考查了一次函数的实际应用, 解题的关键是理解题意, 熟练掌握待定系数法, 数形结合.

24. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 过点 A 作 $DE \parallel BC$ ($DE < BC$), 且 $DA = EA$, 连接 BD 、 CE .



(1) 求证：四边形 $DBCE$ 是等腰梯形；

(2) 点 F 在腰 CE 上，连接 BF 交 AC 于点 G ，若 $\angle FBD = 60^\circ$ ，求证： $CG = \frac{1}{2}DE$.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据等边三角形和平行线的性质得到 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，继而得到 $BD = CE$ 进行证明即可；

(2) 先证明 $\angle DBA = \angle CBG$ ，进而得到 $\triangle DBA \cong \triangle GBC$ (ASA)，从而 $CG = AD$ ，由 $AD = AE = \frac{1}{2}DE$ ，即可得出结论.

【小问 1 详解】

解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ, \quad AB = AC = BC,$$

又 $\because DE \parallel BC$,

$$\therefore \angle DAB = \angle ABC = \angle ACB = \angle CAE = 60^\circ,$$

$$\therefore DA = EA$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (\text{SAS})$$

$$\therefore BD = CE$$

$$\therefore DE \parallel BC \quad (DE < BC)$$

$\therefore$ 四边形 $DBCE$ 是等腰梯形；

【小问 2 详解】

证明： $\because \angle FBD = 60^\circ, \quad \angle ABC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle FBD = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle DBA + \angle ABG = \angle CBG + \angle ABG,$$

$$\therefore \angle DBA = \angle CBG,$$

$\because AB = BC, \quad \angle DAB = \angle ACB = 60^\circ$,

$$\therefore \triangle DBA \cong \triangle GBC (\text{ASA}),$$

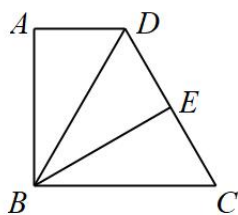
$$\therefore CG = AD,$$

$$\because AD = AE = \frac{1}{2}DE,$$

$$\therefore CG = \frac{1}{2}DE.$$

【点睛】本题考查了全等三角形判定和性质，等腰梯形的判定，等边三角形的性质，掌握全等三角形的判定定理是解题的关键.

25. 已知：在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $\triangle ABD$ 沿直线 BD 翻折，点 A 恰好落在腰 CD 上的点 E 处.



(1) 如图，当点 E 是腰 CD 的中点时，求证： $\triangle BCD$ 是等边三角形；

(2) 延长 BE 交线段 AD 的延长线于点 F ，连接 CF ，如果 $CE^2 = DE \cdot DC$ ，求证：四边形 $ABCF$ 是矩形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 由垂直平分线的性质得到 $DB = BC$ ，通过折叠、等边对等角、平行线的性质得到 $\angle BDE = \angle C = \angle ADB = 60^\circ$ ，从而证明 $\triangle BCD$ 是等边三角形；

(2) 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ，得到四边形 $ABHD$ 是矩形，从而 $AD = BH$ ， $AB = DH$ ，再由折叠得到角之间的关系从而证明 $\triangle BCE \cong \triangle DCH$ ，得到 $DC = BC$ ， $CE = CH$ ；由 $AD \parallel BC$ 得到 $\triangle FDE \sim \triangle BCE$ ，进而 $\frac{CE}{DE} = \frac{BC}{DF}$ ，结合已知条件 $CE^2 = DE \cdot DC$ 得到 $DF = CE = CH$ ，进一步得到 $AF = BC$ ，所以四边形 $ABCF$ 是平行四边形，又 $\angle A = 90^\circ$ ，所以证明得到四边形 $ABCF$ 是矩形.

【小问1详解】

由折叠得： $\angle ADB = \angle BDE$ ， $\angle A = \angle DEB = 90^\circ$

$\therefore$ 点 E 是腰 CD 的中点

$\therefore BE$ 是 DC 的垂直平分线

$\therefore DB = BC$

$\therefore \angle BDE = \angle C$

$\therefore \angle BDE = \angle C = \angle ADB$

$\because AD \parallel BC$

$$\therefore CH = DF,$$

$$\therefore AD + DF = BH + CH,$$

$$\therefore AF = BC,$$

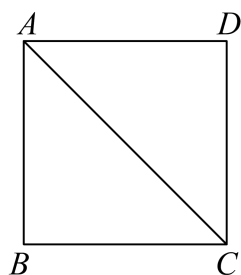
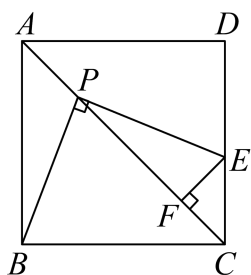
$\therefore$ 四边形 $ABCF$ 是平行四边形,

$$\because \angle A = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCF$ 是矩形.

【点睛】 本题考查垂直平分线的性质，等边三角形的判定，矩形的判定，相似三角形的判定与性质，图中角和线段的转化是解题的关键.

26. 已知边长为 $4\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 中， P 是对角线 AC 上的一个动点（与点 A ， C 不重合），过点 P 作 $PE \perp PB$ ， PE 交射线 DC 于点 E ，过点 E 作 $EF \perp AC$ ，垂足为点 F .



(备用图)

(1) 当点 E 落在线段 CD 上时（如图所示），设 $AP = x$ ， $\triangle PEF$ 的面积为 y ，求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出函数的定义域；

(2) 在点 P 的运动过程中， $\triangle PEC$ 能否为等腰三角形？如果能，试求出 AP 的长，如果不能，试说明理由.

【答案】 (1) y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 8 - 4x$ ($0 < x \leq 2$)

(2) 当点 E 在线段 DC 上时， $\triangle PEC$ 不可能是等腰三角形；理由见解析；若点 E 在线段 DC 的延长线上，能， AP 的长为 $4\sqrt{2}$

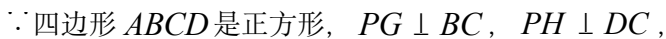
【解析】

【分析】 (1) 过点 P 作 $PG \perp BC$ 于 G ，过点 P 作 $PH \perp DC$ 于 H ，连接 BD ，交 AC 于点 O ，证明 $\triangle PGB \cong \triangle PHE$ ，得到 $PB = PE$ ，再证明 $\triangle BOP$ 和 $\triangle PFE$ 全等，推出 $BO = PF$ ， $EF = PO$ ，由正方形的边长得到 $AO = PF = 4$ ，表示出 EF ，即可求出函数解析式；

(2) 分两种情况：①若点 E 在线段 DC 上，②若点 E 在线段 DC 的延长线上，根据等腰三角形的性质求解.

【小问 1 详解】

过点 P 作 $PG \perp BC$ 于 G ，过点 P 作 $PH \perp DC$ 于 H ，连接 BD ，交 AC 于点 O ，



$$\therefore PG = PH, \quad \angle GPH = \angle PGB = \angle PHE = 90^\circ,$$

即 $\angle BPE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BPG = 90^\circ - \angle GPE = \angle EPH,$$

在 $\triangle PGB$ 和 $\triangle PHE$ 中,

$$\begin{cases} \angle PGB = \angle PHE \\ PH = PG \\ \angle BPG = \angle EPH \end{cases},$$

$$\therefore {}_{\Delta}PGB \cong {}_{\Delta}PHE(ASA),$$

$$\therefore PB = PE,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle BOP = 90^\circ.$$

$$\therefore PE \perp PB,$$

$$\therefore \angle BPE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PBO = 90^\circ - \angle BPO = \angle EPF,$$

$\therefore EF \perp PC,$

$$\therefore \angle PFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOP = \angle PFE,$$

在 $\triangle BOP$ 和 $\triangle PFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle PBO = \angle EPF \\ \angle BOP = \angle PFE, \\ BP = PE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BOP \cong \triangle PFE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BO = PF, \quad EF = PO,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是边长为 $4\sqrt{2}$ 的正方形,

$$\therefore AO = PF = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4,$$

$$\because AP = x,$$

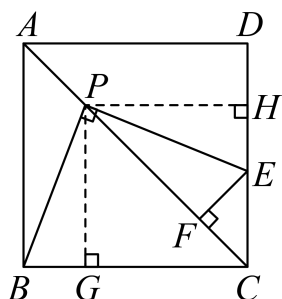
$$\therefore EF = 4 - x,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}PF \cdot EF = \frac{1}{2} \times 4 \times (4 - x) = 8 - 4x (0 < x \leq 2),$$

即 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 8 - 4x (0 < x \leq 2)$;

【小问 2 详解】

① 若点 E 在线段 DC 上,



$$\because \angle BPE = \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PBC + \angle PEC = 180^\circ,$$

$$\because \angle PBC < 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PEC > 90^\circ.$$

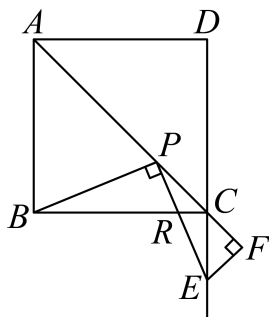
若 $\triangle PEC$ 为等腰三角形, 则 $EP = EC$,

$$\therefore \angle EPC = \angle ECP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PEC = 90^\circ, \text{ 与 } \angle PEC > 90^\circ \text{ 矛盾,}$$

$\therefore$ 当点 E 在线段 DC 上时, $\triangle PEC$ 不可能是等腰三角形;

② 若点 E 在线段 DC 的延长线上,



若 $\triangle PEC$ 是等腰三角形,

$$\because \angle PCE = 135^\circ,$$

$$\therefore CP = CE,$$

$$\therefore \angle CPE = \angle CEP = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - 90^\circ - 22.5^\circ = 67.5^\circ,$$

$$\because \angle PRC = 90^\circ + \angle PBR = 90^\circ + \angle CER,$$

$$\therefore \angle PBR = \angle CER = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle APB,$$

$$\therefore AP = AB = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore AP \text{ 的长为 } 4\sqrt{2}.$$

【点睛】 此题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定和性质, 等腰三角形的性质: 等边对等角, 熟练掌握正方形的性质是解题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能