

静安区 2022 学年第二学期期末教学质量调研

八年级数学试卷

(完成时间: 100 分钟, 满分: 120 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 26 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 满分 18 分)

【每题只有一个正确选项, 在答题纸相应位置填涂】

1. 下列方程中, 属于无理方程的是 ()

A. $x^2 - \sqrt{2} = 0$ B. $\sqrt{2x} = 1$ C. $\frac{\sqrt{2}}{x} = 1$ D. $\sqrt{2}x = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据无理方程的定义进行解答, 根号内含有未知数的方程为无理方程.

【详解】A 项的根号内没有未知数, 所以不是无理方程, 故本选项错误,

B 项的根号内有未知数, 所以是无理方程, 故本选项正确,

C 项的根号内没有未知数, 所以不是无理方程, 故本选项错误,

D 项的根号内不含有未知数, 所以不是无理方程, 故本选项错误,

故选: B.

【点睛】本题主要考查无理方程的定义, 关键在于分析看看哪一项符合无理方程的定义.

2. 下列事件中, 是随机事件的是 ()

A. 直线 $y = 2x - 1$ 与直线 $y = x + 2$ 有公共点 B. 10 位学生分 3 组, 至少有一组人数超过 3

C. 任取一个实数, 它的平方小于零 D. 打开电视时正在播放广告

【答案】D

【解析】

【分析】根据随机事件的定义逐项排查即可解答.

【详解】解: A. 直线 $y = 2x - 1$ 与直线 $y = x + 2$ 有公共点, 是必然事件, 不符合题意;

B. 10 位学生分 3 组, 至少有一组人数超过 3, 是必然事件, 不符合题意;

C. 任取一个实数, 它的平方小于零是不可能事件, 不符合题意;

D. 打开电视时正在播放广告是随机事件，符合题意.

故选 D.

【点睛】 本题主要考查了随机事件的定义，掌握可能发生、也可能不发生的事件是随机事件是解答本题的关键.

3. 如果关于 x 的方程 $(m+2)x=8$ 无解，那么 m 的取值范围是 ()

A. $m=-2$

B. $m \neq -2$

C. $m > -2$

D. $m < -2$

【答案】 A

【解析】

【分析】 只有当 x 的系数为 0 时关于 x 的方程 $(m+2)x=8$ 无解，据此求解即可.

【详解】 $\because$ 关于 x 的方程 $(m+2)x=8$ 无解，

$$\therefore m+2=0, \text{ 解得 } m=-2,$$

故选: A.

【点睛】 本题考查了解一元一次方程，理解一元一次方程无解的定义是解题关键.

4. 下列方程中， $x=1$ 是它的根的方程为 ()

A. $\frac{x^2-1}{x-1}=0$

B. $2x^3-6=0$

C. $\sqrt{x}+1=0$

D. $\frac{x^2}{x+1}=\frac{1}{x+1}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 把 $x=1$ 逐项代入方程，逐一判断即可.

【详解】 A、把 $x=1$ 代入方程，分母为零，无意义，排除选项 A，

B、把 $x=1$ 代入方程，两边不相等，排除选项 B，

C、把 $x=1$ 代入方程，两边不相等，排除选项 C，

D、把 $x=1$ 代入方程，两边相等且有意义，D 选项符合题意，

故选: D.

【点睛】 此题考查了方程的解的定义，熟记解的概念：能使方程两边相等的未知数的值是解题的关键.

5. 下列判断中，不正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b} + \vec{a}$

C. 如果 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ ，那么 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

D. $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$

【答案】 C

【解析】

【分析】根据向量是既有方向又有大小的量，向量的加法满足所有的加法运算定律，逐项进行分析判断即可.

【详解】解：A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ ，故 A 正确，不符合题意；

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b} + \vec{a}$ ，故 B 正确，不符合题意；

C. 如果 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ ，那么 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ 或 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ ，故 C 错误，符合题意；

D. $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$ ，故 D 正确，不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了向量的计算，解题的关键是要考虑向量是既有大小又有方向的量，向量的运算满足所有加法运算定律.

6. 已知四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle B = \angle D$ ，如果添加一个条件，即可推出该四边形是正方形，那么这个条件可以是（ ）

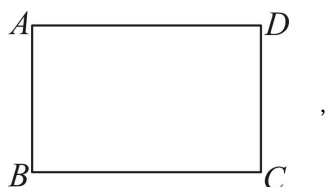
- A. $\angle D = 90^\circ$ B. $AB = CD$ C. $BC = CD$ D. $AC = BD$

【答案】C

【解析】

【分析】由已知条件可得四边形 $ABCD$ 是矩形，再由正方形的判定可求解.

【详解】如图，



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$,

$\because \angle A = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle B = 90^\circ$,

$\because \angle B = \angle D$,

$\therefore \angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore$ 添加条件 $BC = CD$ 可得四边形 $ABCD$ 是正方形,

故选：C.

【点睛】本题考查了正方形的判定，矩形的性质，掌握一组邻边相等的矩形是正方形是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题, 满分 36 分)

7. 方程 $x^3 - 27 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】先移项，再开立方即可.

【详解】解: $x^3 - 27 = 0$,

$$x^3 = 27,$$

$$x = \sqrt[3]{27} = 3,$$

故答案为: $x = 3$.

【点睛】本题考查了解高次方程，能把高次方程转化成低次方程是解此题的关键.

8. 判断点 $(2, 3)$ 是否在函数 $y = 2x - 7$ 的图像上. _____ (填“是”或“否”)

【答案】 否

【解析】

【分析】要判断点 $(2, 3)$ 是否在的函数图象上，只要把这个点的坐标代入函数解析式，观察等式是否成立即可.

【详解】当 $x = 2$ 时, $y = 2x - 7 = 2 \times 2 - 7 = -3 \neq 3$,

$\therefore$ 点 $(2, 3)$ 不在函数 $y = 2x - 7$ 图象上,

故答案为: 否.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，图象上的点的坐标适合解析式.

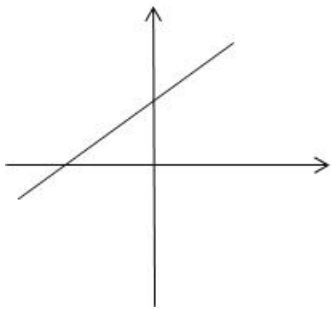
9. 已知一次函数 $y = 2x + b$ 的图象经过第一、二、三象限，则 b 的取值范围是_____.

【答案】 $b > 0$

【解析】

【分析】根据题意画出图象，即可得到一次函数系数和常数项的取值，即可得到答案；

【详解】解: 如图，已知一次函数经过一、二、三象限，



$$\therefore k > 0, b > 0$$

$$\therefore k = 2 > 0$$

$$\therefore \text{只需 } b > 0$$

故答案为： $b > 0$.

【点睛】 本题考查一次函数图象与系数的关系，熟记 k 、 b 取值与函数图象的位置关系是解题的关键.

10. 方程 $(x+1)\sqrt{x-1} = 0$ 的根是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 根据二次根式的性质可得 $x-1 \geq 0$ ，从而可得 $x \geq 1$ ，再将方程转化为 $\sqrt{x-1} = 0$ ，据此解答即可.

【详解】 解：由二次根式的被开方数的非负性得： $x-1 \geq 0$ ，即 $x \geq 1$ ，

$$\therefore x+1 \geq 2 > 0,$$

则原方程可化为 $\sqrt{x-1} = 0$ ，

$$\therefore x-1 = 0, \text{ 解得 } x = 1.$$

故答案为： 1.

【点睛】 本题考查了二次根式的性质，熟练掌握二次根式的性质是解题关键.

11. 用换元法解分式方程 $\frac{x^2+1}{x} - \frac{2x}{x^2+1} = 3$ 时，如果设 $\frac{x}{x^2+1} = y$ ，那么原方程可以化为关于 y 的方程是_____.

【答案】 $\frac{1}{y} - 2y = 3$

【解析】

【分析】 设 $\frac{x}{x^2+1} = y$ ，则 $\frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{y}$ ，再把原方程变形，进行等量代换即可得到答案.

【详解】解： $\therefore \frac{x^2+1}{x} - \frac{2x}{x^2+1} = 3,$

$$\therefore \frac{x^2+1}{x} - \frac{2}{1} \times \frac{x}{x^2+1} = 3,$$

设 $\frac{x}{x^2+1} = y$, 则 $\frac{x^2+1}{x} = \frac{1}{y},$

$$\therefore \frac{1}{y} - 2y = 3,$$

故答案为: $\frac{1}{y} - 2y = 3.$

【点睛】 本题考查换元的方法解分式方程，寻找相关联的整体进行换元是解题的关键.

12. 一个多边形的每个内角都等于 120° ，则这个多边形的边数是 _____.

【答案】 六##6

【解析】

【分析】 多边形的内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，由此可得出多边形的边数.

【详解】 解：设多边形为 n 边形，由题意，得

$$(n-2) \cdot 180 = 120n,$$

解得 $n = 6,$

故答案为: 6.

【点睛】 本题主要考查多边形的内角和定理，找到等量关系是解决问题的关键.

13. 在 4 张卡片的正面分别画上等边三角形、平行四边形、矩形和菱形，卡片的质地、大小、背面完全相同. 现把它们正面向下随机摆放在桌面上，从中任意抽出一张，这张卡片上的图形既是中心对称图形又是轴对称图形的概率是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$ ##0.5

【解析】

【分析】 结果图形的性质求解，四张卡片中，矩形、菱形即是中心对称图形，又是菱形.

【详解】 随机抽取一张，所有可能的结果有 4 种，其中满足要求的结果有 2 种，所以概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2};$

故答案为: $\frac{1}{2}$

【点睛】 本题考查概率的计算，确定满足条件的结果数量是解题的关键.

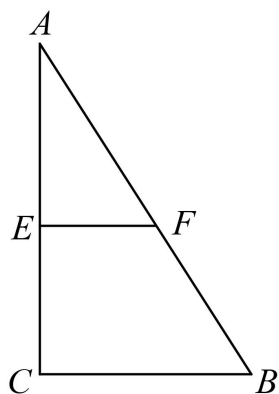
14. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 E, F 分别是边 AC, AB 的中点. 如果 AB 长为 26, $AC:CB = 12:5$, 那么中位线 EF 的长为_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】 设 $AC = 12x$, $BC = 5x$, 首先根据勾股定理求出 $BC = 5x = 10$, 然后利用三角形中位线的性质求解即可.

【详解】 如图所示,



$\because$ 如果 AB 长为 26, $AC:CB = 12:5$,

$\therefore$ 设 $AC = 12x$, $BC = 5x$,

$\because \angle C = 90^\circ$

$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2$, 即 $26^2 = (12x)^2 + (5x)^2$

$\therefore$ 解得 $x = 2$

$\therefore BC = 5x = 10$

$\because$ 点 E, F 分别是边 AC, AB 的中点

$\therefore EF$ 是 $\triangle ACB$ 的中位线

$\therefore EF = \frac{1}{2}BC = 5$.

故答案为: 5.

【点睛】 此题考查了勾股定理, 三角形中位线的性质, 解题的关键是熟练掌握以上知识点.

15. 某款新能源车在两年内价格从 25 万元降至 16 万元, 如果设每年降价的百分率均为 x ($x > 0$), 则由题意可列方程: _____.

【答案】 $25(1-x)^2 = 16$

【解析】

【分析】由“在两年内价格从 25 万元降至 16 万元”，即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解.

【详解】依题意得： $25(1-x)^2 = 16$.

故答案为： $25(1-x)^2 = 16$.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

16. 已知 $f(x) = kx + b (k \neq 0)$ ，如果 $f(-1) > f(2)$ ，且 $f(2) = 0$ ，那么不等式 $kx + b > 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 2$

【解析】

【分析】首先根据 $f(-1) > f(2)$ 判断出一次函数的增减性，然后利用图象求解即可.

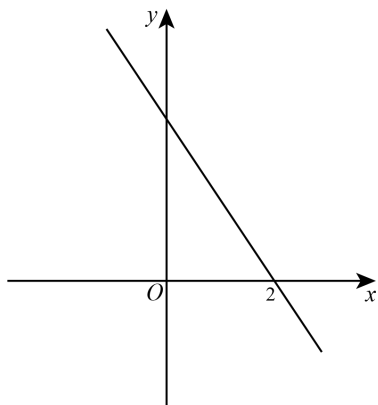
【详解】 $\because f(x) = kx + b (k \neq 0)$ ， $f(-1) > f(2)$ ，

$\therefore k < 0$ ，

$\therefore f(x)$ 随 x 的增大而减小，

$\because f(2) = 0$ ，

$\therefore$ 如图所示，函数 $f(x) = kx + b (k \neq 0)$ 与 x 轴的交点为 $f(2) = 0$ ，



$\therefore$ 当 $x < 2$ 时，函数 $f(x)$ 的图象在 x 轴上方，

$\therefore$ 不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 $x < 2$.

故答案为： $x < 2$.

【点睛】此题考查了一次函数的增减性，由一次函数的图象求不等式的解集，解题的关键是判断出一次函数的增减性.

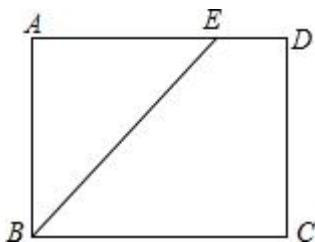
17. 如果将矩形沿一内角的平分线对折，折痕将矩形一边分为 1 厘米和 3 厘米两部分，那么这个矩形的面积为_____平方厘米.

【答案】 4或12

【解析】

【分析】 根据题意构造图形分析即可解题，需要注意分类讨论.

【详解】 如图，矩形 $ABCD$ 中， BE 平分 $\angle ABC$ ，点 E 把 AD 分为 1 厘米和 3 厘米两部分，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB = CD, AD = BC, AD \parallel BC, \angle ABC = 90^\circ$

$\therefore \angle AEB = \angle CBE$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CBE = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle ABE = 45^\circ$ ，

$\therefore AB = AE$ ，

①如图，当 $AE = 3$ 时， $AB = 3, AD = 1 + 3 = 4$ ，

此时矩形的面积是： $3 \times 4 = 12$ ；

②同理可得，当 $AE = 1$ 时， $AB = 1, AD = 4$ ，

此时矩形的面积是 $1 \times 4 = 4$ ；

故答案为： 4 或 12.

【点睛】 本题考查了矩形的性质、等腰直角三角形的判定与性质、矩形面积的计算方法；熟练掌握矩形的性质，并能进行推理计算是解决问题的关键.

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于 P, Q 两点给出如下定义：如果点 P 到 x, y 轴的距离中的最小值等于点 Q 到 x, y 轴的距离中的最小值，那么称 P, Q 两点为“坐标轴等距点”，例如点 $P(2, 2)$ 与点 $Q(-2, -3)$ 为“坐标轴等距点”. 已知点 A 的坐标为 $(-3, 2)$ ，如果点 B 在直线 $y = x - 1$ 上，且 A, B 两点为“坐标轴等距点”，那么点 B 的坐标为_____.

【答案】 $(3, 2)$ 或 $(-2, -3)$

【解析】

【分析】 设 $B(m, m-1)$ ，由等距点的定义列方程计算即可，注意分类讨论，求出不同情况下的 m 值即可.

【详解】 $\because$ 点 B 在直线 $y = x - 1$ 上,

$\therefore$ 设 $B(m, m-1)$,

点 $(-3, 2)$ 到 x 、 y 轴的距离中的最小值为 2,

当 $|m| > |m-1|$ 时, $m > \frac{1}{2}$, 此时点 $B(m, m-1)$ 到 x 、 y 轴的距离中的最小值为 $|m-1|$,

由 A 、 B 两点为“坐标轴等距点”可得, $|m-1| = 2$, 解得 $m = 3$ 或 $m = -1$ (舍去),

此时 $B(3, 2)$;

当 $|m| < |m-1|$ 时, $m < \frac{1}{2}$, 此时点 $B(m, m-1)$ 到 x 、 y 轴的距离中的最小值为 $|m|$,

由 A 、 B 两点为“坐标轴等距点”可得, $|m| = 2$, 解得 $m = -2$ 或 $m = 2$ (舍去),

此时 $B(-2, -3)$;

当 $|m| = |m-1|$ 时, $m = \frac{1}{2}$, 此时点 $B(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 到 x 、 y 轴的距离中的最小值为 $\frac{1}{2}$,

A 、 B 两点不是“坐标轴等距点”;

综上所述, 点 B 的坐标为 $(3, 2)$ 或 $(-2, -3)$.

【点睛】本题考查了平面直角坐标系的知识, 属于阅读理解类型题目, 关键是要读懂题目里定义的“坐标轴等距点”.

三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 66 分)

【将下列各题的解答过程, 做在答题纸上】

19. 解方程: $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$ 得到关于 x 的一元二次方程, 解一元二次方程, 最后检验即可求解.

【详解】解: $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$ 得,

$$x(x-2) + (x+2)^2 = 8$$

$$\therefore x^2 - 2x + x^2 + 4 + 4x = 8$$

$$\text{即 } x^2 + x - 2 = 0$$

$$\therefore (x+2)(x-1)=0$$

解得: $x_1=1, x_2=-2$

$\therefore$ 当 $x=-2$ 时, $(x+2)(x-2)=0$, 不合题意,

$\therefore x=1$

【点睛】 本题考查了解分式方程, 解一元二次方程, 去分母把分式方程化为一元二次方程是解题的关键.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + xy = 0, & \text{①} \\ x^2 - 2xy - 1 + y^2 = 0. & \text{②} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=0 \\ y_2=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_3=\frac{1}{2} \\ y_3=-\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_4=-\frac{1}{2} \\ y_4=\frac{1}{2} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 由方程 $x^2 + xy = 0$, ①, 得到 x 与 y 的关系, 把 x 与 y 的关系代入 ② 中, 求出 y 的值, 再求出 x 的值得到方程组的解.

【详解】 $\because x^2 + xy = 0$

$$\therefore x(x+y)=0,$$

$$\therefore x=0 \text{ 或 } x=-y,$$

把 $x=0$ 代入 ② 中可得 $-1+y^2=0$, 解得 $y=\pm 1$,

$$\text{即 } \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases},$$

把 $x=-y$ 代入 ② 中可得 $y^2+2y^2-1+y^2=0$, 解得 $y=\pm \frac{1}{2}$,

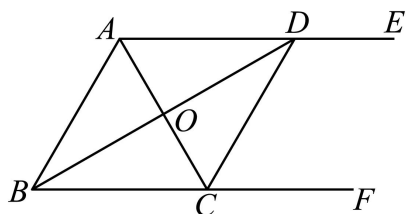
$$\text{即 } \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases},$$

所以原方程组的解为:
$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=0 \\ y_2=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_3=\frac{1}{2} \\ y_3=-\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_4=-\frac{1}{2} \\ y_4=\frac{1}{2} \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了解高次方程, 解高次方程的思路是降次, 把它转化成二次方程或一次方程; 本题通过

因式分解法达到降次的目的.

21. 如图, 已知 $AE \parallel BF$, AC 平分 $\angle BAE$ 交 BF 于点 C , BD 平分 $\angle ABF$, 交 AE 于点 D , AC 、 BD 交于点 O , 连接 CD .



(1) 设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OD} = \vec{b}$. 试用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示下列向量: $\overrightarrow{OB} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{OC} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 如果 $\angle BAD = 120^\circ$, $|\overrightarrow{AB}| = 1$, 那么 $|\overrightarrow{BD}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】(1) $-\vec{b}$, $-\vec{a}$, $-\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{a}$

(2) $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1) 根据向量的和差并结合图形即可解答;

(2) 先说明 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 再解直角三角形可得 $|\overrightarrow{BO}| = \sin 60^\circ \cdot |\overrightarrow{AB}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{AB}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 最后根据 $|\overrightarrow{BD}| = 2|\overrightarrow{BO}|$ 即可解答.

【小问 1 详解】

解: $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OD} = -\vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = -\overrightarrow{OA} = -\vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = -\vec{a} - \vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{b} - \vec{a}$.

故答案为: $-\vec{b}$, $-\vec{a}$, $-\vec{a} - \vec{b}$, $\vec{b} - \vec{a}$.

【小问 2 详解】

$\because AE \parallel BF$, $\angle BAD = 120^\circ$, AC 平分 $\angle BAE$ 交 BF 于点 C ,

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$,

$\because AC$ 平分 $\angle BAE$ 交 BF 于点 C ,

$\therefore \angle BAC = \angle CAD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形,

$\therefore BD \perp AC$,

$$\therefore |\overrightarrow{BO}| = \sin 60^\circ \cdot |\overrightarrow{AB}| = \frac{\sqrt{3}}{2} |\overrightarrow{AB}| = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore |\overrightarrow{BD}| = 2|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{3}.$$

【点睛】 本题主要考查了向量的运算，掌握向量的运算法则是解答本题的关键.

22. 某公司先从甲地用 9000 元购买了一批商品，后发现乙地同一商品每件比甲地便宜，因此又用 12000 元从乙地补购了一批同样的商品. 公司按每件 200 元售完这两批商品后，共赚了 11000 元.

(1) 设该公司从甲地购进 x 件商品，请用含字母 x 的代数式表示从乙地购进的商品件数是_____；

(2) 如果乙地同一商品每件比甲地便宜 30 元，求该公司分别从甲乙两地购进这种商品各多少件.

【答案】 (1) $(160-x)$

(2) 该公司从甲地购进这种商品 60 件商品，从乙地购进这种商品 100 件.

【解析】

【分析】 (1) 设从乙地购进的商品件数是 y 件，依题意得 $200(x+y) = 9000 + 12000 + 11000$ ，据此即可求解；

(2) 根据“乙地同一商品每件比甲地便宜 30 元”列分式方程，解方程即可得解.

【小问 1 详解】

解： 设从乙地购进的商品件数是 y 件，

依题意得 $200(x+y) = 9000 + 12000 + 11000$ ，

整理得 $x+y=160$ ，

$\therefore y=160-x$ ，

故答案为： $(160-x)$ ；

【小问 2 详解】

解： 根据题意得 $\frac{9000}{x} - \frac{12000}{160-x} = 30$ ，

解得 $x=60$ 或 $x=800$ ，

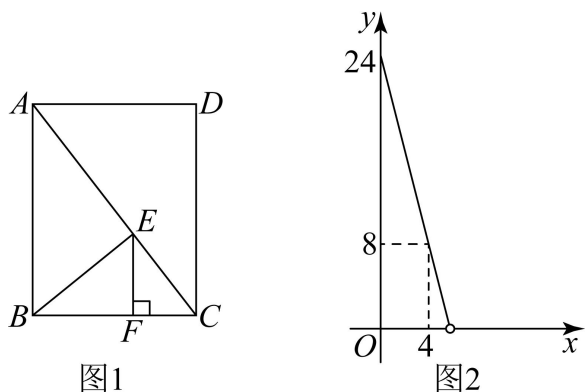
经检验， $x=60$ 或 $x=800$ 都是分式方程的解，但 $x=800$ 不符合题意，舍去，

$\therefore x=60$ ， $160-x=100$ ，

答： 该公司从甲地购进这种商品 60 件商品，从乙地购进这种商品 100 件.

【点睛】 本题考查了分式方程的应用，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，列出方程. 注意不要忘记检验.

23. 如图 1, 矩形 $ABCD$ 中, E 是对角线 AC 上一个动点 (不与点 A 重合), 作 $EF \perp BC$, 交 BC 于点 F , 联结 BE , 如果设 $CF = x$, $\triangle ABE$ 面积为 y , 那么可得 y 关于 x 的函数图像 (如图 2 所示).



- (1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出其定义域;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积及矩形对角线 AC 的长.

【答案】(1) $y = -4x + 24$, 定义域为 $0 \leq x < 6$;

(2) $\triangle ABC$ 的面积为 24; $AC = 10$

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求解即可;

(2) 首先根据题意得到当 $x = 0$ 时, 点 E 于点 C 重合, 进而得到 $\triangle ABC$ 的面积为 24; 然后由 $y = 0$, 解得 $x = 6$, 最后利用三角形面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

解: 设 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx + b$

$$\therefore \text{将 } (0, 24), (4, 8) \text{ 代入得, } \begin{cases} b = 24 \\ 4k + b = 8 \end{cases}$$

$$\therefore \text{解得 } \begin{cases} b = 24 \\ k = -4 \end{cases}$$

$$\therefore y = -4x + 24,$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, 即 } -4x + 24 = 0$$

$$\text{解得 } x = 6$$

$\therefore$ 点 E 不与点 A 重合,

$\therefore$ 定义域为 $0 \leq x < 6$;

【小问 2 详解】

当 $x = 0$ 时, 点 E 与点 C 重合,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} = 24$$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 24;

由 (1) 可得, 当 $y=0$, 解得 $x=6$

$$\therefore BC = FC = 6$$

$\therefore S_{\triangle ABC} = 24$, 四边形 $ABCD$ 是矩形

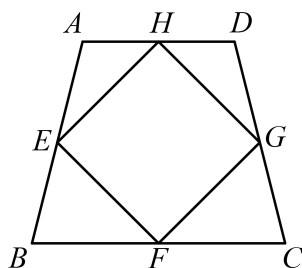
$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = 24, \text{ 即 } \frac{1}{2} \cdot AB \times 6 = 24$$

$$\therefore \text{解得 } AB = 8$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 10.$$

【点睛】此题考查了一次函数与几何结合, 矩形的性质, 勾股定理等知识, 解题的关键是熟练掌握以上知识点.

24. 已知: 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle C$, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点, 连接 EF 、 FG 、 GH 、 HE .



(1) 求证: 四边形 $EFGH$ 是菱形;

(2) 如果 $AD=3$, $BC=5$, 且 $EF \perp FG$, 求四边形 $EFGH$ 的面积.

【答案】(1) 见解析 (2) 8

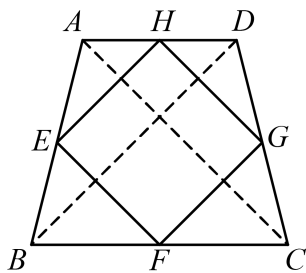
【解析】

【分析】(1) 首先根据三角形中位线的性质得到 $EH \parallel GF$, $EH = GF$, 证明出四边形 $EFGH$ 是平行四边形, 然后利用 $AC = BD$, 得到 $HG = EH$, 进一步证明出四边形 $EFGH$ 是菱形;

(2) 延长 HE , FB 交于点 M , 首先证明出 $\triangle AEH \cong \triangle BEM$ (AAS), 得到 $AH = BM = \frac{3}{2}$, $ME = HE$, $MF = BM + BF = 4$, 然后得到四边形 $EFGH$ 是正方形, $\triangle EMF$ 是等腰直角三角形, 最后利用勾股定理求解即可.

【小问 1 详解】

如图所示, 连接 AC , BD



$\because E, F, G, H$ 分别是 AB, BC, CD, DA 的中点,
 $\therefore EH$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线, GF 是 $\triangle CBD$ 的中位线,
 $\therefore EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2}BD, GF \parallel BD, GF = \frac{1}{2}BD$

$\therefore EH \parallel GF, EH = GF$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形

$\because$ 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, \angle B = \angle C,$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形

$\therefore AC = BD$

$\because$ 同理可得, HG 是 $\triangle DAC$ 的中位线

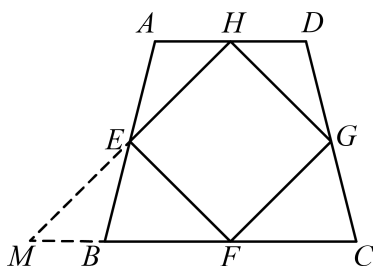
$\therefore HG = \frac{1}{2}AC$

$\therefore HG = EH$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形;

【小问 2 详解】

如图所示, 延长 HE, FB 交于点 M ,



$\because AD = 3, BC = 5,$

$\therefore AH = \frac{1}{2}AD = \frac{3}{2}, BF = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2},$

$\because AH \parallel BM$

$\therefore \angle A = \angle EBM, \angle AHE = \angle M$

又 $\because AE = BE$

$\therefore \triangle AEH \cong \triangle BEM (\text{AAS})$

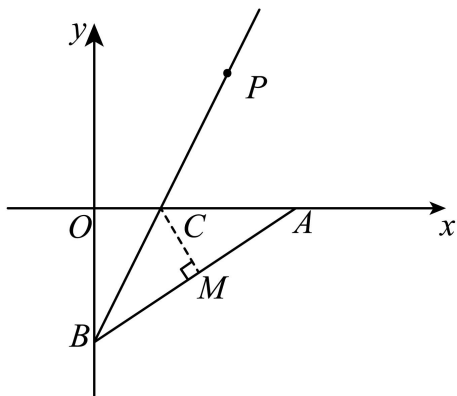
定理即可得到答案；

(2) 点 P 与点 B 关于点 C 对称，据此可求出 $P(6,6)$ ，代入反比例函数中即可求得解析式；

(3) 根据题意求出平行四边形四条边长所在的直线方程，然后求直线 BD 和直线 AD 的交点坐标即可.

【小问 1 详解】

解：过点 C 作 $CM \perp AB$ 与点 M ，如图所示：



$\because$ 直线 $y = \frac{3}{4}x - 6$ 与 x 轴和 y 轴分别相交于点 A 和点 B ,

$\therefore$ 令 $x = 0$ 得 $y = -6$,

令 $y = 0$ 得 $x = 8$,

$\therefore A(8,0)$, $B(0,-6)$,

$\therefore OB = 6, OA = 8$,

根据 $AB = \sqrt{OB^2 + OA^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$,

$\because BP$ 是 $\angle OBA$ 的平分线,

$\therefore \angle OBC = \angle MBC$,

在 $\triangle OBC$ 和 $\triangle MBC$ 中,

$$\begin{cases} \angle COB = \angle CMB = 90^\circ \\ \angle OBC = \angle MBC \\ BC = BC \end{cases},$$

$\therefore \triangle OBC \cong \triangle MBC$ (AAS),

$\therefore OC = CM = m$, $OB = BM = 6$,

$\because AB = 10$,

$\therefore AM = AB - BM = 10 - 6 = 4$, $AC = AO - OC = 8 - m$,

$\therefore$ 在 $\triangle ACM$ 中, 得 $(8-m)^2 = m^2 + 4^2$,

解得： $m = 3$ ；

【小问 2 详解】

解： 由 (1) 可得 $C(3,0)$,

$\because$ 点 P 与点 B 关于点 C 对称,

$\therefore$ 点 P 的横坐标为 $2 \times 3 - 0 = 6$, 纵坐标为 $2 \times 0 - (-6) = 6$,

$\therefore P(6,6)$,

设反比例函数为 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$),

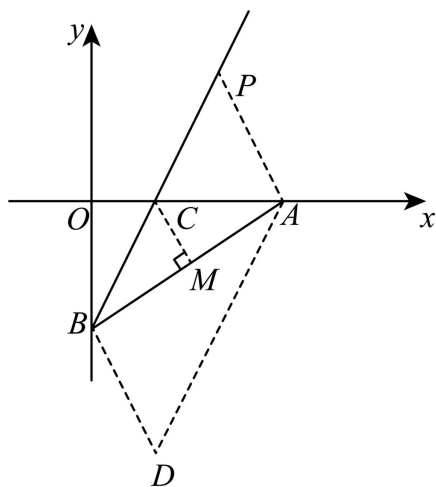
$\because$ 图像经过点 P ,

$\therefore 6 = \frac{k}{6}$, 解得: $k = 36$,

$\therefore$ 经过点 P 的反比例函数解析式为 $y = \frac{36}{x}$;

【小问 3 详解】

解： 连接 PA , 过点 B 作 $BD \parallel PA$, 过点 A 作 $AD \parallel PB$, BD 与 AD 交于一点 D , 连接 BD , AD , 如图所示:



由 (1) (2) 可得 $A(8,0), B(0,-6), P(6,6)$,

$\because$ 四边形 $ADBP$ 是平行四边形,

$\therefore$ 设 BP 所在的直线为: $y = k_1x + b_1$,

将点的坐标代入进去可得 $k_1 = 2, b_1 = -6$,

$\because BP \parallel AD$,

$\therefore$ 设 AD 所在的直线为: $y = 2x + b_2$,

将点 A 的坐标代入可得 $b_2 = -16$,

$\therefore AD$ 所在的直线为: $y = 2x - 16$,

设 AP 所在的直线为: $y = k_2x + b_3$,

将点的坐标代入进去可得 $k_2 = -3, b_3 = 24$,

$\therefore AP \parallel BD$, 两直线斜率相同,

$\therefore$ 设 BD 所在的直线为: $y = -3x + b_4$,

将点 B 的坐标代入计算可得 $b_4 = -6$,

$\therefore BD$ 所在的直线为: $y = -3x - 6$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = 2x - 16 \\ y = -3x - 6 \end{cases} \text{得} \begin{cases} x = 2 \\ y = -12 \end{cases},$$

$\therefore D(2, -12)$.

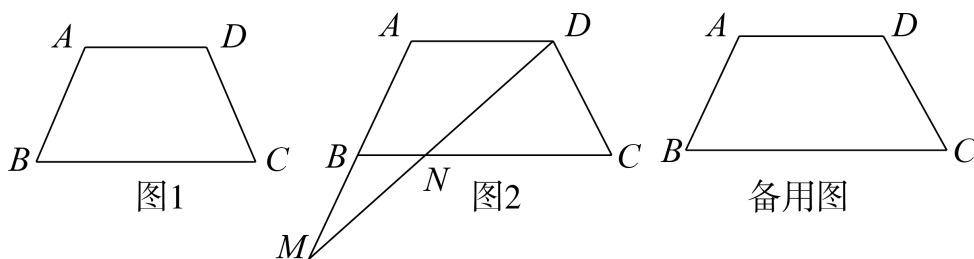
【点睛】 本题考查了角平分线的性质、勾股定理、反比例函数、平行四边形的性质, 准确找到边长之间的关系是解题的关键.

26. (1) 如图 1, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 4, AB = 3, BC = 7, \angle B = 60^\circ$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形;

(2) 若点 M 是直线 AB 上的一点, 直线 DM 交直线 BC 于点 N .

①当点 M 在线段 AB 的延长线上时 (如图 2), 设 $BM = x, DM = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域;

②如果 $\triangle AMD$ 是等腰三角形, 求 $\triangle BMN$ 的面积.



【答案】 (1) 证明见解析; (2) ① $y = \sqrt{x^2 + 10x + 37}$, 定义域 $x \geq 0$; ② $\frac{\sqrt{3}}{4}$

【解析】

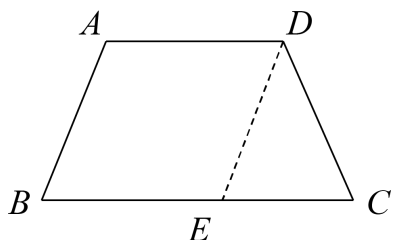
【分析】 (1) 过 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于 E , 证明 $\triangle DEC$ 是等边三角形即可;

(2) ①过 D 作 $DF \perp AB$ 交 AB 于 F ，即可利用 $\angle B = \angle FAD = 60^\circ$ 得到 $AF = \frac{1}{2}AD = 2$ ， $DF = 2\sqrt{3}$ ，

最后在 $\text{Rt}\triangle FDM$ 中利用勾股定理计算即可；

②先根据 $\triangle AMD$ 是等腰三角形求出 $BM = x, DM = y$ 的值，再利用 $\triangle BMN \sim \triangle AMD$ 求 $\triangle BMN$ 的面积即可。

【详解】(1) 过 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于 E ，则 $\angle B = \angle DEC = 60^\circ$ ，



$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形，

$\therefore AB = DE = 3, AD = BE = 4$ ，

$\therefore BC = 7$ ，

$\therefore EC = BC - BE = 3$ ，

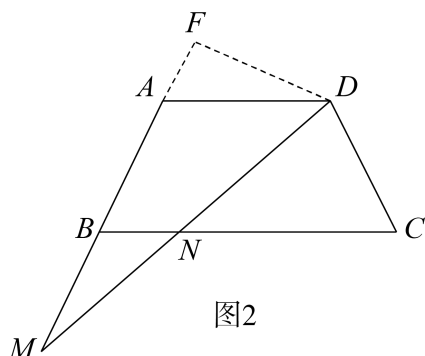
$\therefore AB = DE = 3 = EC$ ，

$\therefore \triangle DEC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = DE = 3 = EC = DC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形；

(2) ①过 D 作 $DF \perp AB$ 交 AB 于 F ，



$\therefore \angle B = 60^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle B = \angle FAD = 60^\circ$ ，

$\therefore AF = \frac{1}{2}AD = 2$ ， $DF = \sqrt{AD^2 - AF^2} = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore BM = x, DM = y$$

$$\therefore FM = FA + AB + BM = 5 + x$$

在 $\text{Rt}\triangle FDM$ 中 $DF^2 + FM^2 = DM^2$,

$$\therefore (2\sqrt{3})^2 + (5+x)^2 = y^2, \text{ 整理得 } y^2 = x^2 + 10x + 37$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = \sqrt{x^2 + 10x + 37}$, 定义域 $x \geq 0$;

② $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle BMN \sim \triangle AMD$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle BMN}}{S_{\triangle AMD}} = \left(\frac{BM}{MA}\right)^2 = \left(\frac{x}{x+3}\right)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle BMN} = \left(\frac{x}{x+3}\right)^2 S_{\triangle AMD} = \left(\frac{x}{x+3}\right)^2 \times \frac{1}{2} DF \cdot AM = \left(\frac{x}{x+3}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times (x+3) = \frac{\sqrt{3}x^2}{x+3},$$

$\because \triangle AMD$ 是等腰三角形,

$$\therefore \text{当 } AD = AM \text{ 时, } 4 = x + 3, \text{ 解得 } x = 1, \text{ 此时 } S_{\triangle BMN} = \frac{\sqrt{3}x^2}{x+3} = \frac{\sqrt{3}}{4};$$

当 $AD = DM$ 时, $y^2 = x^2 + 10x + 37 = 4^2$, 解得 $x_1 = -3, x_2 = -7$, 不符合题意;

当 $DM = AM$ 时, $y^2 = x^2 + 10x + 37 = (x+3)^2$, 解得 $x = -7$, 不符合题意;

$$\text{综上所述, } S_{\triangle BMN} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

【点睛】 本题考查了梯形的判定, 平行四边形的判定及性质的运用, 勾股定理的运用, 相似三角形的判定及性质的运用, 解答时构造 30° 直角三角形是是关键, 寻找相似三角形是难点.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能