

2022 学年第二学期初二年级数学期末考试试卷

(满分 100 分 考试时间 90 分钟 本次考试不得使用计算器, 答案写在答题纸上)

一、填空题 ($2' \times 17 = 34'$)

1. 十边形的内角和是_____度.

【答案】 1440

【解析】

【分析】 根据 n 边形内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$ 求解即可.

【详解】 十边形的内角和是 $(10-2) \times 180^\circ = 1440^\circ$.

故答案为: 1440.

【点睛】 本题考查求多边形的内角和. 掌握 n 边形内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$ 是解题关键.

2. 方程 $x^2 = 27x^3$ 的实数解为_____.

【答案】 $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{27}$

【解析】

【分析】 提公因式法解方程.

【详解】 解: $x^2 = 27x^3$

$$x^2 - 27x^3 = 0$$

$$x^2(1-27x) = 0$$

$$x^2 = 0 \text{ 或 } 1-27x = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{1}{27}$$

$$\text{故答案为: } x_1 = 0, \quad x_2 = \frac{1}{27}.$$

【点睛】 本题考查因式分解法解方程, 掌握提公因式法进行因式分解是解题关键.

3. 以下说法中正确的是____ (填序号)

①一组对边平行、一组对边相等的四边形是平行四边形

②一组对边相等、一组邻角相等的四边形是平行四边形

③有一个角是直角且对角线相等的四边形是矩形

④对角线相等且相互垂直的四边形为正方形

⑤一组对边平行, 另一组对边相等, 且对角线互相垂直的四边形是菱形

⑥一组对边平行，另一组对边相等，且有一个角为直角的四边形是矩形

【答案】⑥

【解析】

【分析】根据平行四边形，矩形，正方形和菱形的判定方法进行判断.

【详解】解：①一组对边平行、一组对边相等的四边形不一定是平行四边形，可以是等腰梯形，原说法不正确，故不符合题意；

②一组对边相等，一组邻角相等的四边形不一定是平行四边形，可以是等腰梯形，原说法不正确，故不符合题意；

③两条对角线相等的四边形不一定是平行四边形，更不是矩形，故此说法不符合题意；

④对角线相等且相互垂直平分的四边形为正方形，故此说法不符合题意；

⑤一组对边平行，另一组对边相等，且对角线互相垂直的四边形可以是等腰梯形，故此说法不符合题意；

⑥一组对边平行且相等，且有一个角为直角的四边形是矩形，正确，故此说法不符合题意；

故答案为：⑥.

【点睛】本题综合考查了对平行四边形及特殊平行四边形判定的运用，综合性较强，熟悉四边形及特殊四边形的判定方法是关键.

4. 已知直线 $y = (3-k)x - k - 1$ 不过第二象限，则 k 的范围为_____.

【答案】 $-1 \leq k < 3$

【解析】

【分析】根据图象在坐标平面内的位置关系确定 k 的取值范围，从而求解.

【详解】解：∵一次函数 $y = (3-k)x - k - 1$ 的图象不经过第二象限，

∴ $3-k > 0$ 且 $-k-1 \leq 0$,

解得 $-1 \leq k < 3$.

故答案为： $-1 \leq k < 3$.

【点睛】本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系. 解答本题注意理解：直线 $y = kx + b$ 所在的位置与 k 、 b 的符号有直接的关系. 需要特别注意不经过第二象限可能只经过第一、三象限.

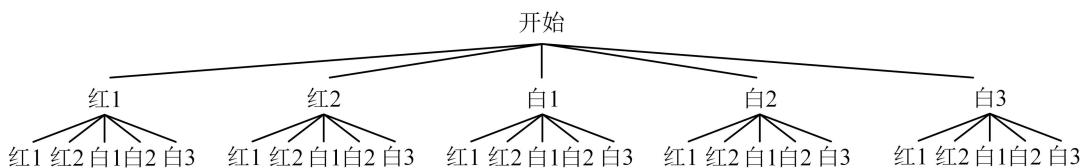
5. 两个相同的纸盒里分别都有质地相同的红色小球 2 只和白色小球 3 只，某人分别从两个纸盒里各摸一个球，则两个球异色的概率为_____.

【答案】 $\frac{12}{25}$

【解析】

【分析】利用画树状图展示所有等可能的结果数，然后根据概率公式求解即可．

【详解】解：如图，



共有 25 种等可能结果，其中符合题意的有 12 种，

∴ 两个球异色的概率为 $\frac{12}{25}$ ，

故答案为： $\frac{12}{25}$ ．

【点睛】此题考查了树状图法求概率．正确画出树状图是解题的关键，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

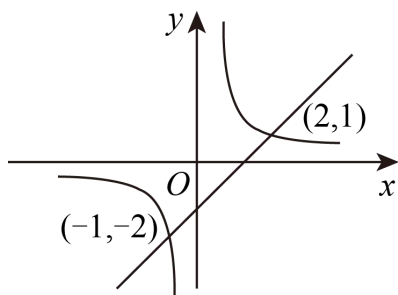
6. 利用函数图像求不等式 $x-1 \leq \frac{2}{x}$ 的解： ____．

【答案】 $0 < x \leq 2$ 或 $x \leq -1$

【解析】

【分析】根据图象可得两直线交点 $(-1, -2)$ 和 $(2, 1)$ ，结合图象进而可得答案．

【详解】解：在同一平面直角坐标系内，作出直线 $y = x - 1$ 与双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 的图象，



∴ 当 $0 < x \leq 2$ 或 $x \leq -1$ 时， $x - 1 \leq \frac{2}{x}$ ，

故答案为： $0 < x \leq 2$ 或 $x \leq -1$ ．

【点睛】此题主要考查了一次函数与反比例函数，利用数形结合思想解题是关键．

7. 菱形 $ABCD$ 的两条对角线分别为 10 和 24，那么菱形的周长为____；面积为____．

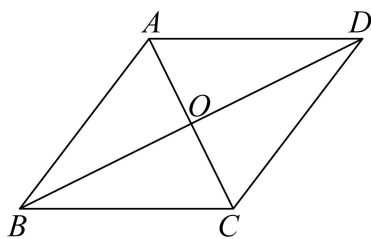
【答案】 ①. 52 ②. 120

【解析】

【分析】已知菱形的两条对角线的长，即可计算菱形的面积，菱形对角线互相垂直平分，根据勾股定理即

可计算菱形的边长，即可解题.

【详解】解：如图



菱形对角线互相垂直平分，所以 $AO = 5$, $BO = 12$,

$$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 13,$$

故菱形的周长为 $4 \times 13 = 52$,

$$\text{菱形的面积为 } \frac{1}{2} \times 24 \times 10 = 120.$$

故答案为：52, 120.

【点睛】本题考查了勾股定理在直角三角形中的运用，菱形对角线互相垂直平分的性质，菱形各边长相等的性质，本题中根据勾股定理求 AB 的长是解题的关键.

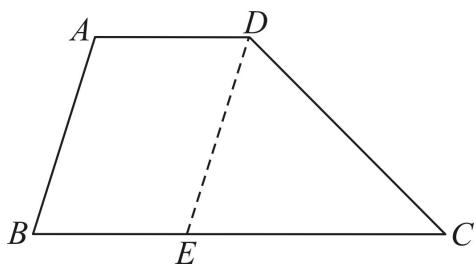
8. 梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 3$, $BC = 8$, $AB = 4$ ，则 CD 的范围为__.

【答案】 $1 < CD < 9$

【解析】

【分析】过点 D 作 $DE \parallel AB$ ，然后根据三角形三边关系分析求解.

【详解】解：过点 D 作 $DE \parallel AB$,



$$\therefore AD \parallel BC, DE \parallel AB,$$

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形,

$$\therefore DE = AB = 4, AD = BE = 3,$$

$$\therefore CE = BC - BE = 5,$$

$$\therefore EC - ED < CD < EC + ED, \text{ 即 } 1 < CD < 9,$$

故答案为： $1 < CD < 9$.

【点睛】本题考查梯形的性质，平行四边形的判定和性质，三角形三边关系，通过添加辅助线构造平行四边形和三角形是解题关键.

9. $ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的角平分线将边 AD 分成 4 和 3 两部分, 则 $ABCD$ 的周长为__.

【答案】20 或 22

【解析】

【分析】根据平行四边形的对边相等且平行, 可得 $AD = BC$, $AB = CD$, $AD \parallel BC$, 即可得 $\angle AEB = \angle CBE$, 又因为 BE 是 $\angle ABC$ 的平分线得到 $AB = AE$, $\angle ABC$ 的平分线分对边 AD 为 3 和 4 两部分, 所以 AE 可能等于 3 或等于 4, 然后即可得出答案.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, AB = CD, AD \parallel BC,$$

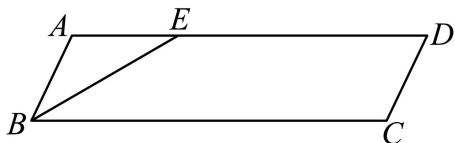
$$\therefore \angle AEB = \angle CBE,$$

$\because BE$ 是 $\angle ABC$ 的平分线,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AB = AE,$$



$\because \angle ABC$ 的平分线分对边 AD 为 3 和 4 两部分,

如果 $AE = 3$, 则 $DE = 4$,

$$\therefore AB = AE = CD = 3, AD = BC = 7,$$

$\therefore ABCD$ 的周长为 20;

如果 $AE = 4$, 则 $AB = CD = 4$, $AD = BC = 7$,

$\therefore ABCD$ 的周长为 22;

$\therefore ABCD$ 的周长为 20 或 22.

故答案为: 20 或 22.

【点睛】此题考查了平行四边形的性质: 平行四边形的对边相等且平行. 注意当有平行线和角平分线出现时, 会有等腰三角形出现. 解题时还要注意分类讨论思想的应用.

10. 等腰梯形 $ABCD$ 中, 对角线的夹角为 60° , 中位线长为 6, 则梯形面积为__.

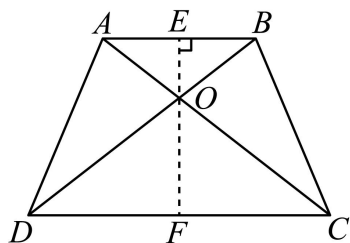
【答案】 $12\sqrt{3}$ 或 $36\sqrt{3}$ 或 $36\sqrt{3}$ 或 $12\sqrt{3}$

【解析】

【分析】作 $OE \perp AB$ 于点 E ，反向延长交 CD 于点 F ，分两种情况讨论，①当 $\angle AOB = \angle COD = 60^\circ$ 时，设 $AB = a$ ，则 $CD = 12 - a$ ，求得 $OE = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ， $OF = \frac{\sqrt{3}}{2}(12 - a)$ ，得到 $EF = 6\sqrt{3}$ ，利用梯形面积公式

即可求解；②当 $\angle COB = \angle AOD = 60^\circ$ 时，同法求解即可。

【详解】解：作 $OE \perp AB$ 于点 E ，反向延长交 CD 于点 F ，



分两种情况讨论，①当 $\angle AOB = \angle COD = 60^\circ$ 时，

$\because$ 等腰梯形 $ABCD$ 中，中位线长为 6，

$$\therefore OA = OB, OC = OD, AB + CD = 2 \times 6 = 12,$$

$$\therefore \angle AOB = \angle COD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AOB, \triangle COD$ 都是等边三角形，

设 $AB = a$ ，则 $CD = 12 - a$ ，

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a, CF = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}(12 - a),$$

$$\text{由勾股定理得 } OE = \frac{\sqrt{3}}{2}a, OF = \frac{\sqrt{3}}{2}(12 - a),$$

$$\therefore EF = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot EF = 6 \times 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3};$$

②当 $\angle COB = \angle AOD = 60^\circ$ 时，

$$\therefore \angle AOB = \angle COD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = \angle OCD = \angle ODC = 30^\circ,$$

$$\text{设 } AB = x, \text{ 则 } CD = 12 - x, \text{ 同理可得 } OE = \frac{\sqrt{3}}{6}a, OF = \frac{\sqrt{3}}{6}(12 - a),$$

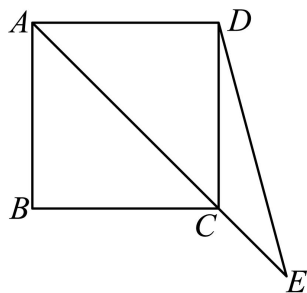
$$\therefore EF = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD) \cdot EF = 6 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3};$$

故答案为： $12\sqrt{3}$ 或 $36\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了等腰梯形的性质，梯形中位线定理，梯形面积计算，含 30° 角的直角三角形的性质以及勾股定理，分情况讨论是解题的关键.

11. 如图， E 是正方形 $ABCD$ 对角线 AC 延长线上一点， $DE = AC$ ，则 $\angle ADE = \underline{\hspace{1cm}}$.

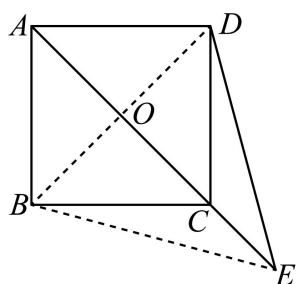


【答案】 105° ## 105° 度

【解析】

【分析】由正方形的性质可得 $AC = BD$ ， $AC \perp BD$ ， $DO = \frac{1}{2}BD$ ， $\angle DAC = 45^\circ$ ，可得 $DE = BD = BE$ ，则 $\triangle BDE$ 是等边三角形， $\angle BDE = 60^\circ$ ，据此即可求解.

【详解】解：如图，连接 BD ， BE ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AC = BD$ ， $AC \perp BD$ ， $DO = \frac{1}{2}BD$ ， $\angle DAC = 45^\circ$ ，

$\therefore DE = BE$ ，

$\therefore DE = AC$ ，

$\therefore DE = BD = BE$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 是等边三角形，

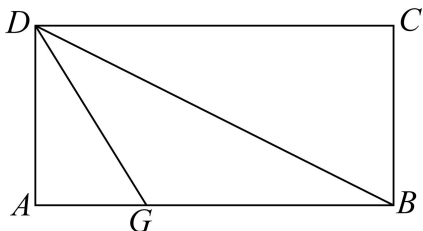
$\therefore \angle BDE = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ADE = \angle ADB + \angle BDE = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$ ，

故答案为： 105° .

【点睛】本题考查了正方形的性质，垂直平分线的性质及等边三角形的判定和性质，证明 $\triangle BDE$ 是等边三角形是解本题的关键.

12. 如图，矩形 $ABCD$ 中，将 AD 沿 DG 折叠，使得点 A 落在对角线 BD 上，若 $AB = 2$ ， $AD = 1$ ，则 $AG = \underline{\hspace{1cm}}$.

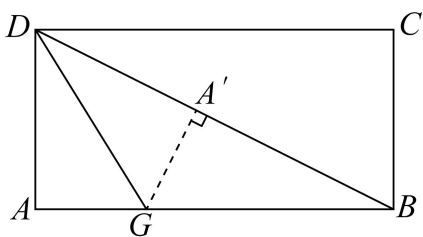


【答案】 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

【解析】

【分析】 根据折叠的性质及勾股定理列方程求解.

【详解】 解: 如图,



矩形 $ABCD$ 中, $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{5}$

由折叠性质可得 $AD = A'D = 1$, $\angle A = \angle DA'G = 90^\circ$,

$$\therefore A'B = \sqrt{5} - 1$$

设 $AG = A'G = x$, 则 $BG = 2 - x$

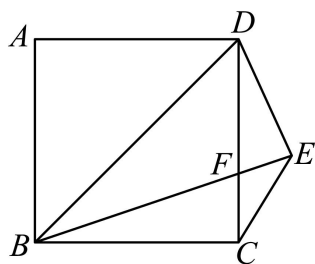
在 $\text{Rt} \triangle A'GB$ 中, $x^2 + (\sqrt{5} - 1)^2 = (2 - x)^2$,

$$\text{解得 } x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

【点睛】 本题考查了折叠的性质、矩形的性质、勾股定理等知识, 熟练掌握折叠的性质、勾股定理是解题的关键.

13. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $CE \parallel BD$, $BE = BD$, 则 $\angle CDE = \underline{\hspace{1cm}}$.

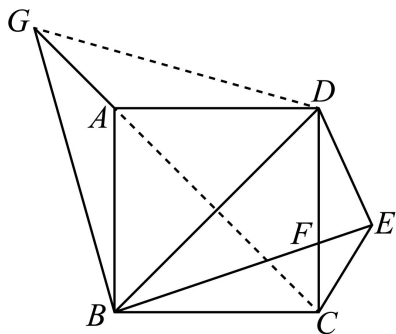


【答案】 30° ## 30 度

【解析】

【分析】把 $\triangle BCE$ 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle BAG$ ，则 $\angle BAG = \angle BCE$ ， $BG = BE$ ， $\angle GBE = 90^\circ$ ，先证出 $C、A、G$ 三点共线，得出 $\angle BAG = 135^\circ$ ， $\angle BAG = \angle DAG$ ，由SAS证明 $\triangle BAG \cong \triangle DAG$ ，得出 $BG = DG$ ，证出 $BG = DG = BE$ ，即 $\triangle BDG$ 是等边三角形，得出 $\angle GBD = 60^\circ$ ， $\angle DBE = 30^\circ$ ，再由三角形的内角和定理求出即可。

【详解】解：把 $\triangle BCE$ 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle BAG$ ，连接 $DG、AC、AG$ ；如图所示：



则 $\angle BAG = \angle BCE$ ， $BG = BE$ ， $\angle GBE = 90^\circ$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$ ， $\angle BAC = \angle DAC = \angle BDC = 45^\circ$ ， $AB = AD$ ，

$\because CE \parallel BD$ ，

$\therefore \angle DCE = \angle BDC = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle BCE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle BAG = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle BAG = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle BAG + \angle BAC = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ ，

$\therefore$ 点 $C、A、G$ 三点共线，

$\therefore \angle DAG = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ ，

$\therefore \angle BAG = \angle DAG$ ，

在 $\triangle BAG$ 和 $\triangle DAG$ 中，
$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAG = \angle DAG \\ AG = AG \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAG \cong \triangle DAG$ (SAS)，

$\therefore BG = DG$ ，

$\because BD = BE$ ，

$\therefore BG = DG = BE$ ，

即 $\triangle BDG$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle GBD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BED = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BDE - \angle BDC = 30^\circ.$$

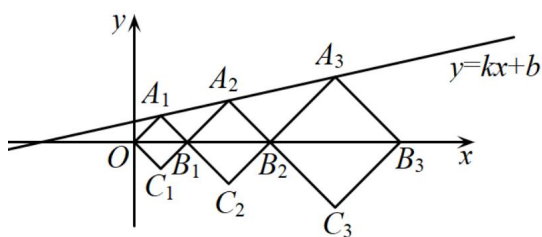
故答案为: 30° .

【点睛】 本题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、三点共线、等边三角形的判定与性质、三角形的外角性质; 熟练掌握正方形的性质, 并能进行推理论证与计算是解决问题的关键.

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $A_1B_1C_1O$ 、 $A_2B_2C_2B_1$ 、 $A_3B_3C_3B_2$, ..., 按图所示的方式放置. 点 A_1 、

A_2 、 A_3 , ... 和点 B_1 、 B_2 、 B_3 , ... 分别在直线 $y = kx + b$ 和 x 轴上. 已知 $C_1(1, -1)$, $C_2\left(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$, 则点 A_3 的

坐标是_____.

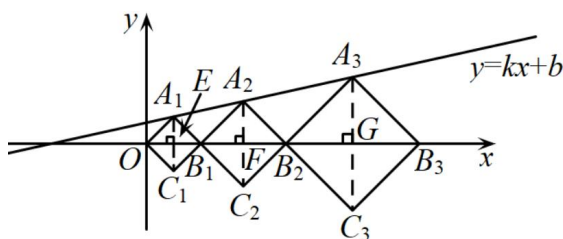


【答案】 $\left(\frac{29}{4}, \frac{9}{4}\right)$

【解析】

【分析】 由正方形的轴对称性, 由 C_1 、 C_2 的坐标可求 A_1 、 A_2 的坐标, 将 A_1 、 A_2 的坐标代入 $y = kx + b$ 中, 得到关于 k 与 b 的方程组, 求出方程组的解得到 k 与 b 的值, 从而求直线解析式, 由正方形的性质求出 OB_1 、 OB_2 的长, 设 $B_2G = A_3G = t$, 表示出 A_3 的坐标, 代入直线方程中列出关于 b 的方程, 求出方程的解得到 b 的值, 确定出 A_3 的坐标.

【详解】 连接 A_1C_1 , A_2C_2 , A_3C_3 , 分别交 x 轴于点 E 、 F 、 G ,



$\therefore$ 正方形 $A_1B_1C_1O$ 、 $A_2B_2C_2B_1$ 、 $A_3B_3C_3B_2$,

$\therefore A_1$ 与 C_1 关于 x 轴对称, A_2 与 C_2 关于 x 轴对称, A_3 与 C_3 关于 x 轴对称,

$$\therefore C_1(1, -1), C_2\left(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right),$$

$$\therefore A_1(1, 1), A_2\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right),$$

$$\therefore OB_1=2OE=2, OB_2=OB_1+2B_1F=2+2\times\left(\frac{7}{2}-2\right)=5,$$

将 A_1 与 A_2 的坐标代入 $y=kx+b$ 中得:
$$\begin{cases} k+b=1 \\ \frac{7}{2}k+b=\frac{3}{2} \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k=\frac{1}{5} \\ b=\frac{4}{5} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线解析式为 } y=\frac{1}{5}x+\frac{4}{5},$$

设 $B_2G=A_3G=t$, 则有 A_3 坐标为 $(5+t, t)$,

$$\text{代入直线解析式得: } t=\frac{1}{5}(5+t)+\frac{4}{5},$$

$$\text{解得: } t=\frac{9}{4},$$

$$\therefore A_3 \text{ 坐标为 } \left(\frac{29}{4}, \frac{9}{4}\right).$$

$$\text{故答案是: } \left(\frac{29}{4}, \frac{9}{4}\right).$$

【点睛】考查了一次函数的性质，正方形的性质，利用待定系数法求一次函数解析式，是一道规律型的试题，锻炼了学生归纳总结的能力，灵活运用正方形的性质是解本题的关键。

15. 关于 x 的方程 $\sqrt{2x-k}=x-1$ 有两个不相等的实数解，则 k 的范围为_____.

【答案】 $k < 3$

【解析】

【分析】利用平方法将原方程转化为一元二次方程，然后根据判别式的意义解不等式即可.

【详解】解: $\sqrt{2x-k}=x-1$,

$$\left(\sqrt{2x-k}\right)^2=(x-1)^2,$$

$$2x-k=x^2-2x+1$$

$$\therefore x^2-4x+k+1=0,$$

∴关于 x 的方程 $\sqrt{2x-k} = x-1$ 有两个不相等的实数解,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(k+1) > 0,$$

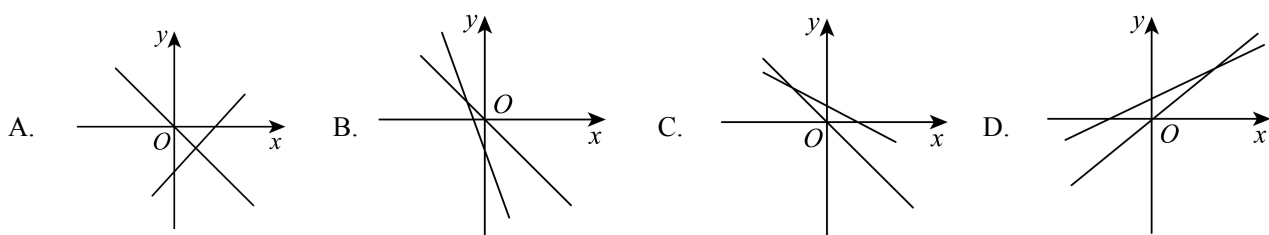
解得 $k < 3$,

故答案为: $k < 3$.

【点睛】 此题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

二、选择题 ($3' \times 3 = 9'$)

16. 以下不可能表示成一次函数 $y = mx + n$ 与正比例函数 $y = mnx$ 在同一个平面直角坐标系中的图像的是 ()



【答案】 B

【解析】

【分析】 根据一次函数与正比例函数的性质对四个选项进行逐一分析即可.

【详解】 解: A、由一次函数的图像可知, $m > 0$, $n < 0$, 故 $mn < 0$; 由正比例函数的图像可知 $mn < 0$, 两结论一致, 故本选项不符合题意;

B、由一次函数的图像可知, $m < 0$, $n < 0$, 故 $mn > 0$; 由正比例函数的图像可知 $mn < 0$, 两结论不一致, 故本选项符合题意;

C、由一次函数的图像可知, $m < 0$, $n > 0$, 故 $mn < 0$; 由正比例函数的图像可知 $mn < 0$, 两结论一致, 故本选项不符合题意;

D、由一次函数的图像可知, $m > 0$, $n > 0$, 故 $mn > 0$; 由正比例函数的图像可知 $mn > 0$, 两结论一致, 故本选项不符合题意.

故选: B.

【点睛】 此题主要考查了一次函数的图像性质, 要掌握它的性质才能灵活解题.

一次函数 $y = kx + b$ 的图像有四种情况:

①当 $k > 0$, $b > 0$, 函数 $y = kx + b$ 的图像经过第一、二、三象限;

②当 $k > 0$, $b < 0$, 函数 $y = kx + b$ 的图像经过第一、三、四象限;

③当 $k < 0$, $b > 0$ 时, 函数 $y = kx + b$ 的图像经过第一、二、四象限;

④当 $k < 0$, $b < 0$ 时, 函数 $y = kx + b$ 的图像经过第二、三、四象限.

17. 顺次连接四边形各边中点构成一个菱形, 则四边形一定是 ()

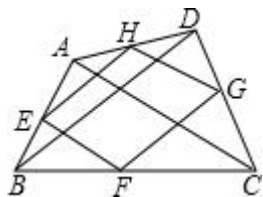
- A. 菱形 B. 矩形 C. 等腰梯形 D. 对角线相等的四边形

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据各四边形的性质进行分析从而得到最后答案.

【详解】 解: 如图, $\because E, F, G, H$ 分别为四边形各边的中点,



$\therefore EH \parallel BD$, $FG \parallel BD$, $EF \parallel AC$, $GH \parallel AC$,

$\therefore EH \parallel FG$, $EF \parallel HG$, 且 $EH = \frac{1}{2}BD$, $EF = \frac{1}{2}AC$,

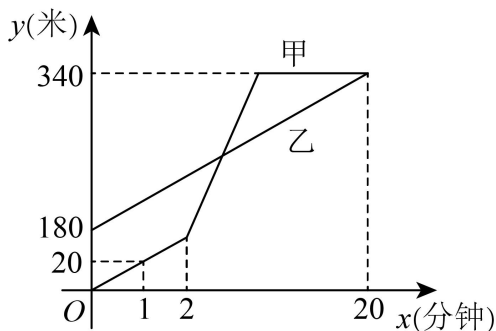
$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为平行四边形,

要使四边形 $EFGH$ 为菱形, 须使 $AC = BD$,

故选: D.

【点睛】 本题考查了平行四边形、菱形的判定和三角形中位线定理, 解题的关键是构造三角形利用三角形的中位线定理解答.

18. 甲乙二人登山, 均从距离地面 0 米处出发, 甲乙二人距离地面的高度 y (米) 关于甲出发时间 x (分钟) 的函数图像如图所示, 已知甲在出发 2 分钟后将速度提升为原来的 3 倍并一路登顶, 乙始终保持匀速前进. 根据图像判断, 以下说法正确的有几个? ()



- (1) 山的高度为 340 米
- (2) 甲乙二人不同时出发
- (3) 甲登顶的时间为自己出发后 7 分钟
- (4) 乙出发 42.5 分钟后登顶
- (5) 甲出发 5 分钟后追上乙

A. 5 个

B. 4 个

C. 3 个

D. 2 个

【答案】 A

【解析】

【分析】 (1) 由函数图象可直接判断;

(2) 由两函数图象与 y 轴的交点坐标作出判断;

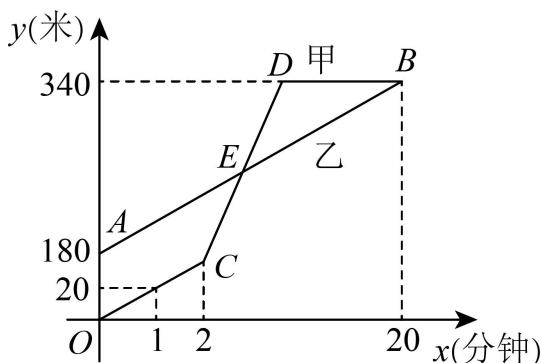
(3) 由山的高度及甲的登山速度分析求解;

(4) 由函数图像分析乙的登山速度, 从而求出其登山时间;

(5) 通过求函数解析式的交点坐标进行分析计算.

【详解】 解: (1) 由函数图象可得山的高度为 340 米, 故此说法正确, 符合题意;

(2) 由题意, 甲乙二人登山, 均从距离地面 0 米处出发,



由图象可得 $O(0,0)$, $A(0,180)$,

$\therefore$ 甲出发时, 乙已经距离地面 180 米, 即甲乙二人不同时出发, 故此说法正确, 符合题意;

(3) 由图象可得甲出发 1 分钟时, 距离地面 20 米,

$\therefore$ 甲在出发 2 分钟内的登山速度为 20 米/分,

又 $\because$ 已知甲在出发 2 分钟后将速度提升为原来的 3 倍并一路登顶,

$\therefore$ 甲在出发 2 分钟后的登山速度为 60 米/分,

$$\frac{340 - 20 \times 2}{60} = 5 \text{ (分钟)},$$

$$2 + 5 = 7 \text{ (分钟)},$$

$\therefore$ 甲登顶的时间为自己出发后 7 分钟, 故此说法正确, 符合题意;

$$(4) \text{ 由图象可得乙的登山速度为 } \frac{340 - 180}{20} = 8 \text{ 米/分}$$

$\therefore$ 乙的登山时间为 $\frac{340}{8} = 42.5$ (分), 即乙出发 42.5 分钟后登顶, 故此说法正确, 符合题意;

(5) 设直线 AB 的函数解析式为 $y = kx + b$, 把 $(0,180)$, $(20,340)$ 代入,

$$\begin{cases} b=180 \\ 20k+b=340 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=8 \\ b=180 \end{cases},$$

∴ 直线 AB 的函数解析式为 $y=8x+180$,

设直线 CD 的函数解析式为 $y=mx+n$, 把 $(2,40)$, $(7,340)$ 代入,

$$\begin{cases} 2m+n=40 \\ 7m+n=340 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m=60 \\ n=-80 \end{cases},$$

∴ 直线 CD 的函数解析式为 $y=60x-80$,

$$\text{联立方程组 } \begin{cases} y=60x-80 \\ y=8x+180 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=5 \\ y=220 \end{cases}$$

∴ 甲出发 5 分钟后追上乙, 故此说法正确, 符合题意,

正确的有 5 个,

故选: A.

【点睛】 本题主要考查一次函数的应用, 用待定系数法求一次函数关系式, 并会用一次函数研究实际问题, 关键是准确识图.

三、解方程 (组) ($4' \times 5 = 20'$)

$$19. \frac{2}{x-1} - 1 = \frac{3x}{x+4}.$$

$$\text{【答案】 } x_1 = 2, x_2 = -\frac{3}{2}$$

【解析】

【分析】 根据分式方程的解法求解即可.

【详解】 解: 方程两边同时乘以 $(x-1)(x+4)$, 得: $2(x+4) - (x-1)(x+4) = 3x(x-1)$,

去括号, 得: $2x+8-x^2-4x+x+4=3x^2-3x$,

整理, 得 $2x^2-x-6=0$,

解得: $x_1=2, x_2=-\frac{3}{2}$,

经检验, $x_1=2, x_2=-\frac{3}{2}$ 都是原方程的根,

∴ 原方程的根为: $x_1=2, x_2=-\frac{3}{2}$.

【点睛】 本题考查了可化为一元二次方程的分式方程的解法, 不要漏掉检验这一环节.

20. $\sqrt{8x+5} = 4-2x$.

【答案】 $x = \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 方程两边平方去根号，求出方程的解，再进行检验即可.

【详解】 解: $\sqrt{8x+5} = 4-2x$,

方程两边平方，得 $8x+5 = 16-16x+4x^2$,

整理得 $4x^2 - 24x + 11 = 0$,

解得: $x = \frac{1}{2}$ 或 $x = \frac{11}{2}$,

经检验 $x = \frac{1}{2}$ 是原方程的解, $x = \frac{11}{2}$ 不是原方程的解,

即无理方程的解是 $x = \frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了解无理方程，能把无理方程转化成有理方程是解此题的关键.

21.
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ x^2 - xy - y^2 = 9 \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -3 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = 3 \end{cases}$

【解析】

【分析】 ①-②得 $xy = -9$ ③, 由①得 $x+y=0$ 或 $x-y=0$, 和③组成方程组, 再得出答案即可.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \text{ ①} \\ x^2 - xy - y^2 = 9 \text{ ②} \end{cases}$$

①-②得 $xy = -9$ ③,

由①得 $(x+y)(x-y) = 0$,

解得 $x+y=0$ 或 $x-y=0$,

和③组成方程组, $\begin{cases} x+y=0 \\ xy=-9 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=0 \\ xy=-9 \end{cases}$,

解 $\begin{cases} x+y=0 \\ xy=-9 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -3 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = 3 \end{cases}$,

解 $\begin{cases} x-y=0 \\ xy=-9 \end{cases}$, 整理得 $x^2 = -9$, 没有实数解,

故方程组的解为 $\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=-3 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2=-3 \\ y_2=3 \end{cases}$.

【点睛】 本题考查了解高次方程组, 能把高次方程组转化成二元一次方程组是解此题的关键.

$$22. \begin{cases} 3x^2 - 5xy - 6y^2 = 2 \\ x^2 - 2xy - 2y^2 = 1 \end{cases}.$$

【答案】 $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=-1 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=1 \end{cases}$.

【解析】

【分析】 由①-② $\times 3$ 得 $1 = -xy$, 代入②得出 $x-2y=0$ 或 $x+y=0$, 和③组成方程组, 再得出答案即可.

【详解】 解: $\begin{cases} 3x^2 - 5xy - 6y^2 = 2 \text{ ①} \\ x^2 - 2xy - 2y^2 = 1 \text{ ②} \end{cases}$,

①-② $\times 3$ 得 $xy = -1$ ③, 即 $1 = -xy$,

把 $1 = -xy$ 代入②得 $x^2 - 2xy - 2y^2 = -xy$,

整理得 $(x-2y)(x+y) = 0$,

$\therefore x-2y=0$ 或 $x+y=0$,

和③组成方程组, $\begin{cases} x-2y=0 \\ xy=-1 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x+y=0 \\ xy=-1 \end{cases}$,

解 $\begin{cases} x-2y=0 \\ xy=-1 \end{cases}$, 得 $y^2 = -\frac{1}{2}$, 无实数解,

$$\begin{cases} x+y=0 \\ xy=-1 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=-1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=1 \end{cases}.$$

故方程组的解为 $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=-1 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2=-1 \\ y_2=1 \end{cases}$.

【点睛】 本题考查了解二元二次方程方程组, 能把高次方程组转化成二元一次方程组是解此题的关键.

$$23. \sqrt{x+2} - \sqrt{x} - 2\sqrt{x^2+2x} = -2x.$$

【答案】 $x = \frac{1}{4}$

【解析】

【分析】利用平方法将原方程通过变形转化为有理方程，然后计算求解.

【详解】解: $\sqrt{x+2}-\sqrt{x}-2\sqrt{x^2+2x}=-2x$

$$\sqrt{x+2}-2\sqrt{x^2+2x}=\sqrt{x}-2x$$

$$\left(\sqrt{x+2}-2\sqrt{x^2+2x}\right)^2=\left(\sqrt{x}-2x\right)^2$$

$$x+2-4\sqrt{x}(x+2)+4(x^2+2x)=x-4x\sqrt{x}+4x^2$$

$$x+2-4x\sqrt{x}-8\sqrt{x}+4x^2+8x=x-4x\sqrt{x}+4x^2$$

$$8x+2=8\sqrt{x}$$

$$(8x+2)^2=(8\sqrt{x})^2$$

$$64x^2+32x+4=64x$$

$$64x^2-32x+4=0$$

$$(8x-2)^2=0$$

$$x=\frac{1}{4}$$

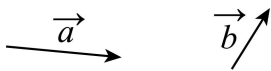
经检验, $x=\frac{1}{4}$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解为 $x=\frac{1}{4}$.

【点睛】本题主要考查了平方法解无理方程，掌握完全平方公式是解题关键，另外注意无理方程的结果要进行检验.

四、作图题 (4')

24. 如图，已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$ ，求作 $\overrightarrow{AB}=2\vec{b}-\vec{a}$.



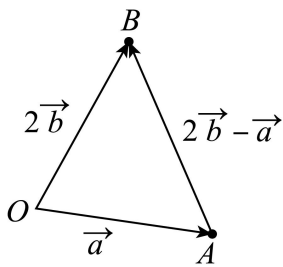
A•

【答案】见解析

【解析】

【分析】根据向量的意义即可画出 $\vec{a}$ 与 $2\vec{b}$ ，再由平行四边形法则，即可画出 $\overrightarrow{AB} = 2\vec{b} - \vec{a}$ 即可.

【详解】解：如图，作向量 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ，向量 $\overrightarrow{OB} = 2\vec{b}$ ，则 $\overrightarrow{AB}$ 即为所求作的向量.



【点睛】本题主要考查了向量的知识，解题的关键是利用平行四边形法则作图.

五、解答题 (6' + 5' + 6' + 8' + 8')

25. 关于 x 的方程 $\frac{kx}{x-1} - \frac{3x+1}{x} = 1$ 有且只有一个实数解，求 k .

【答案】4 或 $\frac{25}{4}$ 或 0

【解析】

【分析】分 $k=0$ 和 $k \neq 0$ 求解，当 $k \neq 0$ 时，再分方程是一元二次方程和不是一元二次方程两种情况求解.

【详解】当 $k=0$ 时，方程 $\frac{kx}{x-1} - \frac{3x+1}{x} = 1$ 变形为 $-\frac{3x+1}{x} = 1$ ，整理，得 $4x+1=0$ ，

方程只有一个实数解，符合题意，

当 $k \neq 0$ 时，方程 $\frac{kx}{x-1} - \frac{3x+1}{x} = 1$ 两边用 x 乘以 $x(x-1)$ ，

整理，得 $(k-4)x^2 + 3x + 1 = 0$ ，

当 $k=4$ 时，方程 $(k-4)x^2 + 3x + 1 = 0$ 变形为 $3x+1=0$ ，

方程只有一个实数解，符合题意，

当 $k \neq 4$ 时，方程 $(k-4)x^2 + 3x + 1 = 0$ 只有一个实数根，

所以 $\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4(k-4) = 0$ ，

解得 $k = \frac{25}{4}$ ，

综上所述，当方程只有一个实数解，符合题意的 k 值为 4 或 $\frac{25}{4}$ 或 0.

【点睛】本题考查了分式方程的解法，分式方程转化为一元一次方程或一元二次方程，正确进行分类是解题的关键.

26. 某商店将甲、乙两种糖果混合销售，已知甲种糖果单价为 20 元/千克，乙种糖果单价为 18 元/千克，现

将 12 千克乙种糖果和一箱甲种糖果混合销售，售出 5 千克后，又在混合糖果中加入 3 千克甲种糖果再出售时，混合糖果的单价为 19 元/千克．问这箱甲种糖果有多少千克？（列方程或方程组解答）

【答案】 8 千克

【解析】

【分析】 根据“混合前糖果总价=混合后糖果总价”列方程求解．

【详解】 解：设这箱甲种糖果有 x 千克，由题意可得：

$$20(x+3)+18\times 12=\frac{20x+12\times 18}{x+12}\times 5+(x+12+3-5)\times 19$$

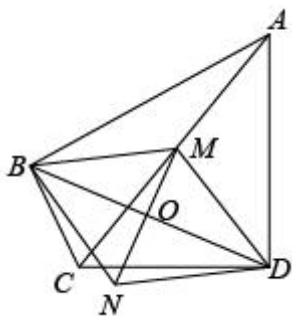
解得： $x_1=8$ ， $x_2=-6$ （舍去），

经检验， $x=8$ 是原方程的解，

答：这箱甲种糖果有 8 千克．

【点睛】 此题主要考查了分式方程的应用，解一元二次方程，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，列出方程．

27. 如图， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， M 为 AC 中点， $MN \perp BD$ 于点 O ， $BN \parallel DM$ ， 求证： $BNDM$ 为菱形．



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 根据直角三角形的性质得到 $BM = DM = \frac{1}{2}AC$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle BMN = \angle DMN$ ，由平行线的性质得到 $\angle BNM = \angle DMN$ ，等量代换得到 $\angle BMN = \angle BNM$ ，求得 $BM = BN$ ，得到 $BN = DM$ ，根据菱形的判定定理即可得到结论．

【详解】 证明： $\because \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， M 为对角线 AC 的中点，

$$\therefore BM = DM = \frac{1}{2}AC,$$

$$\because MN \perp BD,$$

$$\therefore \angle BMN = \angle DMN,$$

$\because BN \parallel DM$,
 $\therefore \angle BNM = \angle DMN$,
 $\therefore \angle BMN = \angle BNM$,
 $\therefore BM = BN$,
 $\therefore BN = DM$,
 $\therefore$ 四边形 $BNDM$ 是平行四边形,
 $\therefore MN \perp BD$,
 $\therefore$ 四边形 $BNDM$ 是菱形.

【点睛】 本题考查了菱形的判定，平行线的性质，等腰三角形的判定和性质，直角三角形的性质，正确的识别图形是解题的关键.

28. 如图，正方形 $OABC$ 和正方形 $ODEF$ 有公共顶点 O ， $AO = 3$ ， $OD = \sqrt{2}$ ，连接 AD 、 CF .

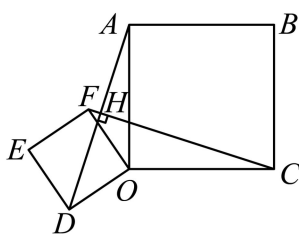


图1

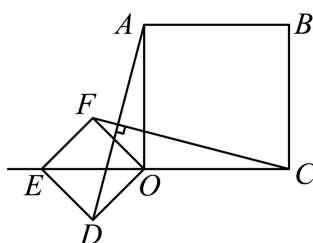


图2

- (1) 如图 1，线段 AD 与线段 CF 有交点 H ，求证： $AD \perp CF$ ；
- (2) 如图 2，点 E 在 CO 的延长线上，求 CF 的长；
- (3) 边 EF 与 AO 交于点 G ，当 C ， F ， E 三点共线时，请直接写出 $S_{\triangle COG} - S_{\triangle AEG}$ 的值.

【答案】 (1) 见解析 (2) $CF = \sqrt{17}$ ；

(3) $S_{\triangle COG} - S_{\triangle AEG}$ 的值为 2

【解析】

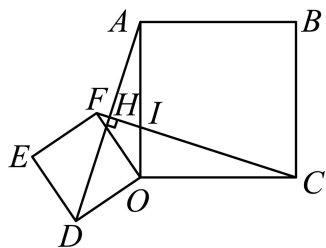
【分析】 (1) 证明 $\triangle DOA \cong \triangle FOC$ ，推出 $\angle DAO = \angle FCO$ ，利用三角形的外角性质得到 $\angle AHC = 90^\circ$ ，即可证明结论成立；

(2) 连接 FD 与 EO 交于点 J ，利用正方形的性质求得 $FJ = DJ = JO = 1$ ， $\angle FJC = 90^\circ$ ，再利用勾股定理求解即可；

(3) 证明 $\triangle DOA \cong \triangle FOC$ ，推出 $S_{\triangle DAO} = S_{\triangle FCO}$ ，得到 $S_{\triangle COG} - S_{\triangle AEG}$ 的值等于 $S_{\text{正方形} ODEF}$ ，据此即可求解.

【小问 1 详解】

证明：∵ 正方形 $OABC$ 和正方形 $ODEF$ ，



$$\therefore OD = OF, \quad OA = OC, \quad \angle DOA = 90^\circ + \angle FOA = \angle FOC,$$

$$\therefore \triangle DOA \cong \triangle FOC,$$

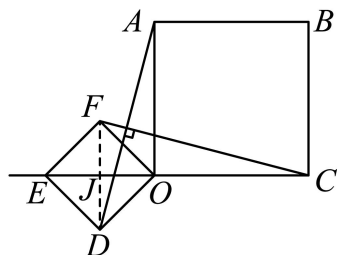
$$\therefore \angle DAO = \angle FCO,$$

$$\therefore \angle AIC = 90^\circ + \angle FCO = \angle AHC + \angle DAO,$$

$$\therefore \angle AHC = 90^\circ, \text{ 即 } AD \perp CF;$$

【小问 2 详解】

解：连接 FD 与 EO 交于点 J ,



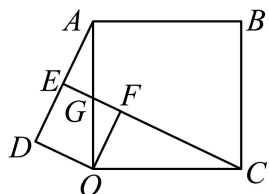
$$\therefore \text{正方形 } ODEF \text{ 中, } OD = \sqrt{2},$$

$$\therefore FJ = DJ = JO = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot OD = 1, \quad \angle FJC = 90^\circ, \quad JC = JO + OC = 1 + 3 = 4,$$

$$\therefore CF = \sqrt{FJ^2 + JC^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17};$$

【小问 3 详解】

解：如图，



$$\text{同理 } OD = OF, \quad OA = OC, \quad \angle DOA = 90^\circ - \angle FOA = \angle FOC,$$

$$\therefore \triangle DOA \cong \triangle FOC,$$

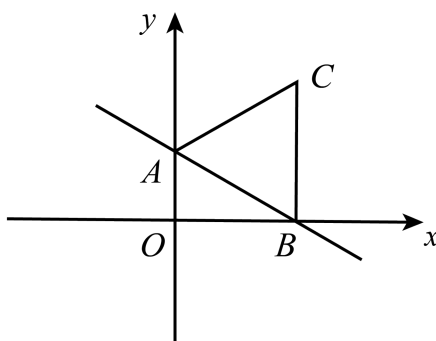
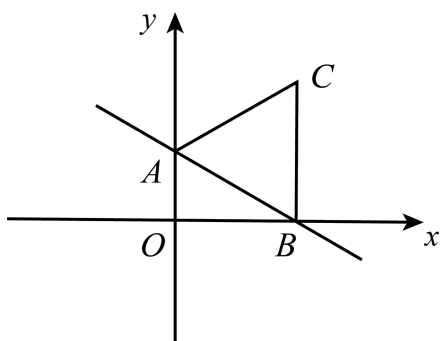
$$\therefore S_{\triangle DAO} = S_{\triangle FCO},$$

$$\therefore S_{\triangle COG} - S_{\triangle AEG} = S_{\triangle FOC} + S_{\triangle FOG} - S_{\triangle AEG} = S_{\triangle FOC} - S_{\triangle AEG} + S_{\triangle FOG}$$

$$= S_{\text{四边形}EDOG} + S_{\triangle FOG} = S_{\text{正方形}ODEF} = (\sqrt{2})^2 = 2.$$

【点睛】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理，证明 $\triangle DOA \cong \triangle FOC$ 是解题的关键.

29. 如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 与坐标轴分别交于 A, B 两点，以线段 AB 为一边向上作等边三角形 $\triangle ABC$.



- (1) 求出 A, B, C 的坐标;
- (2) 已知在 y 轴上有一点 P , 且 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC}$, 求出符合条件的 P 点坐标;
- (3) 平面直角坐标系内有一点 Q , 使得以 A, C, O, Q 为顶点的四边形为等腰梯形, 请直接写出所有符合条件的 Q 点坐标.

【答案】(1) $A(0, 2), B(2\sqrt{3}, 0), C(2\sqrt{3}, 4)$

(2) $P(0, 6)$ 或 $(0, -2)$

(3) $Q_1(2\sqrt{3}, -2), Q_2(3\sqrt{3}, 3)$

【解析】

【分析】(1) 根据一次函数图象上点的坐标特征求点 A, B 的坐标, 结合等边三角形和含 30° 直角三角形的性质求得 C 点坐标;

(2) 结合三角形面积公式, 利用方程思想计算求解;

(3) 根据等腰三角形的性质分情况讨论求解.

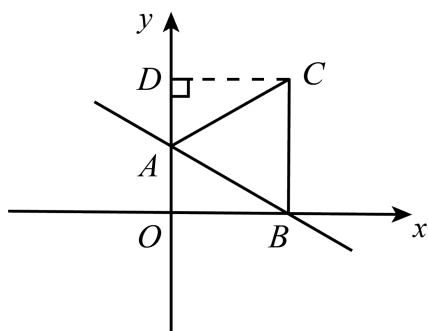
【小问 1 详解】

解: 在 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 2$,

当 $y = 0$ 时, $x = 2\sqrt{3}$,

$\therefore A(0, 2), B(2\sqrt{3}, 0),$

过点 C 作 $CD \perp y$ 轴, 交 y 轴于点 D ,



$$\therefore A(0,2), B(2\sqrt{3},0),$$

$$\therefore OA=2, OB=2\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt } \triangle AOB \text{ 中, } AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 4,$$

$$\therefore \frac{OA}{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ, \angle OAB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = AC = 4, \angle CAB = \angle CBA = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 60^\circ, \angle ACD = 30^\circ, \angle CBO = 90^\circ$$

$$\text{在 Rt } \triangle ADC \text{ 中, } AD = \frac{1}{2}AC = 2, CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OD = OA + AD = 4,$$

$$\therefore C(2\sqrt{3},4);$$

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 已证 $\angle CBO = 90^\circ$,

$$\therefore OA \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $AOBC$ 为 梯形,

设 y 轴上一点 $P(0,y)$

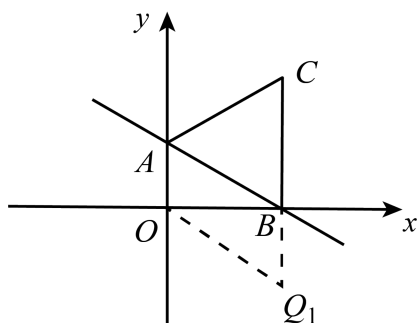
$$\text{当 } S_{\triangle ABP} = S_{\triangle ABC} \text{ 时, } \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} |2-y| = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times (2+4) - \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3},$$

$$\text{解得 } y_1 = 6, y_2 = -2,$$

$$\therefore P(0,6) \text{ 或 } (0,-2);$$

【小问 3 详解】

解：当 $OA \parallel BC$ ，且 $AC = OQ_1$ 时，四边形 $AOQC$ 是等腰梯形，



由 (1) 已证 $\angle C = 60^\circ$ ，

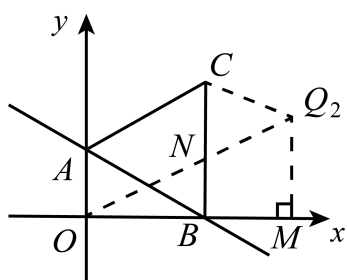
$$\therefore \angle Q_1 = \angle C = 60^\circ, \quad AC = OQ_1 = 4,$$

在 $Rt\triangle OQ_1B$ 中， $\angle Q_1OB = 30^\circ$ ，

$$\therefore BQ_1 = \frac{1}{2}OQ_1 = 2,$$

$$\therefore Q_1(2\sqrt{3}, -2),$$

当 $AC \parallel OQ_2$ ，且 $OA = CQ_2$ 时，四边形 AOQ_2C 是等腰梯形，



过点 Q_2 作 $Q_2M \perp x$ 轴，

由 (1) 已证 $\angle OAC = \angle OAB + \angle CAB = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOQ_2 = \angle CQ_2O = 60^\circ, \quad \angle CNQ_2 = \angle CQ_2O = 60^\circ,$$

$$\therefore CQ_2 = OA = CN = 2, \quad \angle Q_2OB = 30^\circ$$

$$\because AC \parallel OQ_2, \quad OA \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $AONC$ 是平行四边形，

$$\therefore AC = ON = 4,$$

$$\therefore OQ_2 = 6,$$

$$\text{在 } Rt\triangle OQ_2M \text{ 中, } Q_2M = \frac{1}{2}OQ_2 = 3, \quad OM = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore Q_2(3\sqrt{3}, 3),$$

$$\text{综上, } Q_1(2\sqrt{3}, -2), Q_2(3\sqrt{3}, 3).$$

【点睛】 本题考查一次函数与几何图形综合应用，等边三角形的性质，等腰梯形的判定和性质，掌握相关性质定理正确推理论证是解题关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能