

八年级数学下学期期末押题卷（上海专用）（解析版）

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

一、单选题（本大题共6题，每题3分，满分18分）

1. 下列事件中，是必然事件的是（ ）

- A. 如果 a 为实数，则 $a > 0$
- B. 任意画一个四边形，其内角和是 360°
- C. 随意翻一本书到某一页，这页的页码是奇数
- D. 100件产品中有2件次品，从中任取1件恰好是次品

【答案】B

【分析】本题考查了随机事件与必然事件. 熟练掌握随机事件与必然事件是解题的关键. 根据随机事件与必然事件的定义作答即可.

【详解】解：A 中如果 a 为实数，则 $a > 0$ 是随机事件，故不符合要求；
B 中任意画一个四边形，其内角和是 360° 是必然事件，故符合要求；
C 中随意翻一本书到某一页，这页的页码是奇数是随机事件，故不符合要求；
D 中100件产品中有2件次品，从中任取1件恰好是次品是随机事件，故不符合要求；
故选：B.

2. 如果 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ，那么下列结论正确的是（ ）

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$;
- B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB}$;
- C. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$;
- D. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

【答案】B

【详解】本题考查了平行四边形的性质和相等向量的定义. 长度相等且方向相同的向量叫做相等向量. 由 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ ，可知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，根据相等向量的定义即可作出判断.

解：∵ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$,

∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

- A. 长度相等，方向相反，不相等，故本选项错误；
- B. 长度相等且方向相同，相等，正确；
- C. 长度不一定相等，方向不同，不相等，故本选项错误；
- D. 长度不一定相等，方向不同，不相等，故本选项错误.

故选 B.

3. 在一个凸多边形中，它的内角中最多有 n 个锐角，则 n 为（ ）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】B

【分析】本题主要考查了多边形的内角和外角和，根据任意凸多边形的外角和是 360° ，内角与其相邻的外角是邻补角的关系，可知它的外角中，最多有3个钝角，则内角中，最多有3个锐角，即可求解.

【详解】解： $\because$ 任意凸多边形的外角和是 360° ，

$\therefore$ 外角中最多有3个钝角，则内角中，最多有3个锐角.

故选：B.

4. 下列说法正确的是（ ）

A. $x^3 + 3x = 0$ 是二项方程B. $x^2 + \sqrt{2}x - 3 = 0$ 是无理方程C. $\frac{x^2 - x}{3} = 2$ 是分式方程D. $2x^2 + y = 3$ 是二元二次方程**【答案】D**

【分析】根据二项方程的定义，无理方程的定义，二元二次方程的定义，分式方程的定义逐个判断即可.

【详解】解：A. 方程的左边两项都含未知数，故本选项不符合题意；

B. 根号内没有未知数，不是无理方程，故本选项不符合题意；

C. 分母中不能未知数，不是分式方程，故本选项不符合题意；

D. 方程是二元二次方程，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了二项方程、无理方程、二元二次方程、分式方程的定义等知识点，注意：根号内含有未知数的方程，叫无理方程，分母中含有未知数的方程，叫分式方程.

5. 在平面直角坐标系中，将直线 $y = -3x + 2$ 沿 y 轴向下平移4个单位长度后，得到一条新的直线，该新直线与 y 轴的交点坐标是（ ）

A. (2,0)

B. (0,-2)

C. $(\frac{1}{2}, 0)$

D. (0,6)

【答案】B

【分析】本题考查了一次函数的平移，一次函数与 y 轴的交点，解题的关键是掌握一次函数的平移规律：上加下减，左加右减，以及求一次函数与坐标轴交点坐标的方法.

先根据一次函数的平移规律，得出新直线的函数解析式，再求出当 $x = 0$ 时的函数值，即可解答.

【详解】解：直线 $y = -3x + 2$ 沿 y 轴向下平移4个单位长度后的解析式为 $y = -3x + 2 - 4 = -3x - 2$ ，
当 $x = 0$ 时， $y = -3 \times 0 - 2 = -2$ ，

$\therefore$ 该新直线与 y 轴的交点坐标是 $(0, -2)$ ，

故选：B.

6. 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 3x-a \leq 2 \\ x-2 > \frac{3x-2}{2} \end{cases}$ 的解集为 $x < -2$ ，且关于 y 的分式方程 $\frac{2y}{y+1} = \frac{a}{y+1} - 1$ 解为负整数，则所有满足条件的整数 a 的值之和是 ()

A. -15

B. -13

C. -7

D. -5

【答案】B

【分析】本题考查根据不等式的解集求出参数的范围，根据分式方程的解的情况求参数的范围，求出不等式组和分式方程的解，进而求出 a 的取值范围，得到所有满足条件的整数 a 的值，求和即可.

【详解】解：解不等式组 $\begin{cases} 3x-a \leq 2 \\ x-2 > \frac{3x-2}{2} \end{cases}$ ，得： $\begin{cases} x \leq \frac{2+a}{3} \\ x < -2 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x < -2$ ，

$$\therefore \frac{2+a}{3} \geq -2,$$

$$\therefore a \geq -8,$$

$$\text{解方程 } \frac{2y}{y+1} = \frac{a}{y+1} - 1, \text{ 得: } y = \frac{a-1}{3},$$

$\therefore$ 方程的解为负整数且 $y \neq -1$ ，

$$\therefore \frac{a-1}{3} \text{ 为负整数, 且 } \frac{a-1}{3} \neq -1,$$

$\therefore$ 整数 $a = -5$ 或 $a = -8$ ，

$\therefore$ 所有满足条件的整数 a 的值之和是 $-5-8=-13$ ；

故选 B.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 分式方程 $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{k}{x-3}$ 的解大于 1 时， k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < 5$ 且 $k \neq 3$

【分析】本题考查了分式方程的特殊解，熟练掌握运算是解题的关键；根据分式方程的解法解出 $x = 6 - k$ ，再根据解的取值范围求 k 的范围即可.

【详解】解： $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{k}{x-3}$

$$x - 2(x-3) = k$$

$$x - 2x + 6 = k$$

$$x = 6 - k,$$

$$\therefore x - 3 \neq 0, \quad x > 1,$$

$$\therefore 6-k>1,$$

解得: $k<5$ 且 $k\neq 3$,

故答案为: $k<5$ 且 $k\neq 3$.

8. 在平面直角坐标系中, 若点 $P(m-2, -m+3a+2)$ 始终处于一次函数 $y=-x+2-a$ 的图象的下方, 则 a 的取值范围为 ____.

【答案】 $a<\frac{1}{2}/a<0.5$

【分析】 本题考查了一次函数的函数值, 解一元一次不等式. 理解题意, 确定不等关系是解题的关键.

当 $x=m-2$ 时, $y=-m+2+2-a=-m+4-a$, 依题意得, $-m+3a+2<-m+4-a$, 计算求解即可.

【详解】 解: 当 $x=m-2$ 时, $y=-m+2+2-a=-m+4-a$,

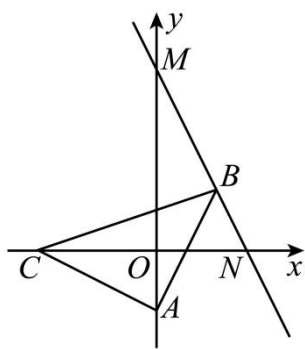
$\therefore$ 点 $P(m-2, -m+3a+2)$ 始终处于一次函数 $y=-x+2-a$ 的图象的下方,

$$\therefore -m+3a+2<-m+4-a,$$

解得, $a<\frac{1}{2}$,

故答案为: $a<\frac{1}{2}$.

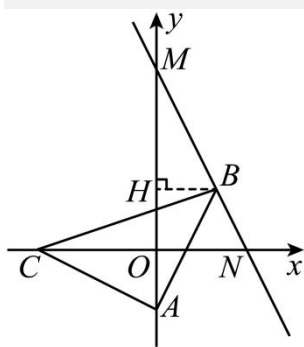
9. 如图, 点 A 的坐标为 $(0, -2)$, 直线 $y=-2x+6$ 分别交 x 轴, y 轴于点 N , M , B 是线段 MN 上一点, 连结 AB . 现以 AB 为边, 点 A 为直角顶点构造等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$. 若点 C 恰好落在 x 轴上, 则点 B 的坐标为_____.



【答案】 $(2, 2)$

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定与性质, 解题的关键是过点 B 作 $BH \perp y$ 轴于点 H , 构造全等三角形. 过点 B 作 $BH \perp y$ 轴于点 H , 证明 $\triangle HAB \cong \triangle OCA$, 然后设点 $B(x, -2x+6)$, 得到 BH 、 AH 、 CO 的长, 然后由全等三角形的性质列出方程求解 x 的取值, 然后得到点 B 的坐标.

【详解】 解: 如图, 过点 B 作 $BH \perp y$ 轴于点 H , 则 $\angle AHB = \angle COA = 90^\circ$,



$$\therefore \angle OCA + \angle OAC = 90^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 是以 AB 为边，点 $A(0, -2)$ 为直角顶点的等腰直角三角形，

$$\therefore AO = 2, \quad AC = AB, \quad \angle CAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAC + \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle OAB,$$

$$\therefore \triangle HAB \cong \triangle OCA (\text{AAS}),$$

$$\therefore AO = BH, \quad CO = AH,$$

设点 $B(x, -2x + 6)$,

则 $BH = |x|$,

$$\therefore |x| = 2,$$

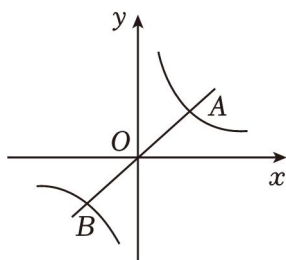
解得: $x = 2$ 或 $x = -2$ (舍去),

把 $x = 2$ 代入 $y = -2x + 6$ 得, $y = 2$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2, 2)$,

故答案为: $(2, 2)$

10. 如图，正比例函数 $y = k_1x$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A 、 B 两点，若点 B 的坐标为 $(-2, -1)$ ，则点 A 的坐标是 _____.



【答案】 $(2, 1)$

【分析】 由于正比例函数与反比例函数的图象均关于原点对称，所以 A 、 B 两点关于原点对称，由关于原点对称的点的坐标特点求出 B 点坐标即可.

【详解】 解: $\because$ 正比例函数与反比例函数的图象均关于原点对称,

$\therefore A$ 、 B 两点关于原点对称,

$\therefore B$ 的坐标为 $(-2, -1)$,

$\therefore A$ 的坐标为 $(2, 1)$,

故答案为: $(2, 1)$.

11. 从下列图形: 等边三角形、平行四边形、矩形、菱形、正方形中任意抽取一个图形, 抽取的图形既是轴对称图形, 又是中心对称图形的概率是_____.

【答案】 $\frac{3}{5}$ / 0.6

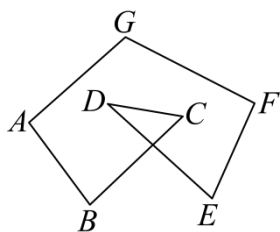
【分析】 本题考查了轴对称图形和中心对称图形的概念, 正确掌握相关定义是解题的关键; 根据题意, 既是轴对称图形又是中心对称图形的有矩形、菱形、正方形, 然后直接利用概率公式求解即可求得答案.

【详解】 $\because$ 在等边三角形、平行四边形、矩形、菱形、正方形这 5 个图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的有矩形、菱形、正方形这 3 个,

$\therefore$ 所以抽取的图形既是轴对称图形, 又是中心对称图形的概率是 $\frac{3}{5}$;

故答案为: $\frac{3}{5}$

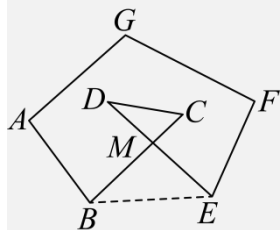
12. 如图所示, 求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G$ 的度数是 _____.



【答案】 540° / 540 度

【分析】 本题考查了多边形内角与外角, 根据三角形的内角和定理把求角的和的问题转化为求多边形的内角和的问题. 连接 BE , 则 $\angle C + \angle D = \angle CBE + \angle DEB$, 则图中所求的几个角的和是五边形 $ABEFG$ 的内角和.

【详解】 解: 连接 BE .



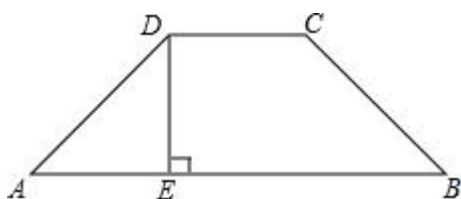
在 $\triangle CDM$ 与 $\triangle BEM$ 中, $\angle CMD = \angle BME$,

$\therefore \angle C + \angle D = \angle CBE + \angle DEB$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \text{在五边形 } ABEFG \text{ 中 } \angle A + \angle ABC + \angle C + \angle D + \angle DEF + \angle F + \angle G \\
&= \angle A + \angle ABC + \angle CBE + \angle DEB + \angle DEF + \angle F + \angle G \\
&= \angle A + \angle ABE + \angle BEF + \angle F + \angle G \\
&= (5-2) \cdot 180^\circ \\
&= 540^\circ.
\end{aligned}$$

故答案为： 540° .

13. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD = BC = DC$, $\angle A = 45^\circ$, $DE \perp AB$ 于 E , 且 $DE = 1$, 那么梯形 $ABCD$ 的周长为____, 面积为____.



【答案】 $4\sqrt{2}+2$ $\sqrt{2}+1$

【分析】过点 C 作 $CF \perp AB$, 可得四边形 $DEFC$ 是矩形, 根据等腰梯形的性质可得出 $AE = BF$, 求出 AB 后问题即可解决.

【详解】解: 如图, 过点 C 作 $CF \perp AB$, 垂足为点 F ,

$\because DE \perp AB$, 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$\therefore$ 四边形 $DEFC$ 是矩形, $AE = BF$.

$\therefore CD = EF$.

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $DE = 1$,

$\therefore AE = BF = DE = 1$,

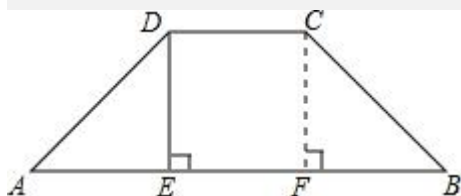
$\therefore AD = CD = BC = \sqrt{AE^2 + DE^2} = \sqrt{2}$,

$\therefore AB = AE + EF + BF = \sqrt{2} + 2$,

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的周长 $= DA + AB + BC + CD = \sqrt{2} + (\sqrt{2} + 2) + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 2$,

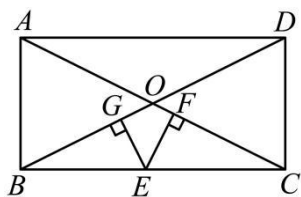
$S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(DC + AB) \times DE = \sqrt{2} + 1$.

故答案为: $4\sqrt{2} + 2$, $\sqrt{2} + 1$.



【点睛】本题考查等腰梯形的定义和性质, 矩形的判定和性质, 勾股定理. 正确的作出辅助线是解题关键.

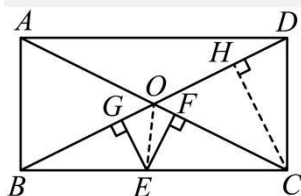
14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=1$ ， $AD=2$ ，对角线 AC 与 BD 交于点 O ， E 为 BC 边上的一个动点， $EF \perp AC$ ， $EG \perp BD$ ，垂足分别为点 F ， G ，则 $EF+EG=$ _____.



【答案】 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

【分析】 本题主要考查矩形的性质、勾股定理、根据面积等式求线段的长度等知识与方法，作 $CH \perp BD$ 于点 H ，连接 OE ，先由矩形的性质证明 $OC=OB$ ，再根据勾股定理求得 BD ，由三角形的面积公式求出 CH ，由 $S_{\triangle COE} + S_{\triangle BOE} = S_{\triangle BOC}$ 即可求出答案.

【详解】 解：作 $CH \perp BD$ 于点 H ，连接 OE ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AC=BD, \quad OC=OA=\frac{1}{2}AC, \quad OB=OD=\frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore OC=OB,$$

$$\because \angle BCD=90^\circ, CD=AB=1, BC=AD=2,$$

$$\therefore BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5},$$

$$\therefore OC=OB=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2}BD\cdot CH=\frac{1}{2}BC\cdot CD=S_{\triangle BCD},$$

$$\therefore \frac{1}{2}\times\sqrt{5}\cdot CH=\frac{1}{2}\times 1\times 2,$$

$$\text{解得 } CH=\frac{2\sqrt{5}}{5},$$

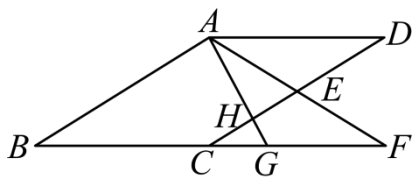
$$\because EF \perp AC, EG \perp BD, \quad S_{\triangle COE} + S_{\triangle BOE} = S_{\triangle BOC},$$

$$\therefore \frac{1}{2}OC\cdot EF + \frac{1}{2}OB\cdot EG = \frac{1}{2}OB\cdot CH,$$

$$\therefore EF+EG=CH=\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

故答案为： $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

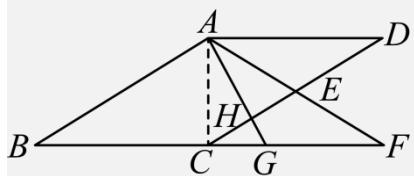
15. 如图, 在 $ABCD$ 中, E 是 DC 的中点, 连接 AE 并延长, 交 BC 的延长线于点 F . 点 G 是 CF 上一点, 连接 AG 交 CD 于点 H , $\angle DAF = \angle GAF$, 且 $AB = AF$. 若 $CG = 2$, $GF = 5$, 则 $ABCD$ 的面积是_____.



【答案】 $7\sqrt{21}$

【分析】 连接 AC , 证明 $\triangle AED \cong \triangle FEC$ (AAS), 得出 $AD = CF$, 求出 $BC = CF = CG + GF = 2 + 5 = 7$, 根据等腰三角形的性质得出 $AC \perp BF$, 证明 $\angle F = \angle GAF$, 得出 $AG = GF = 5$, 根据勾股定理求出 $AC = \sqrt{AG^2 - CG^2} = \sqrt{21}$, 最后求出平行四边形的面积即可.

【详解】 解: 连接 AC , 如图所示:



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AD = BC$,

$\therefore \angle DAF = \angle F$, $\angle D = \angle DCF$

$\because E$ 为 DC 中点,

$\therefore CE = DE$

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle FEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle F \\ \angle D = \angle ECF \\ DE = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AED \cong \triangle FEC$ (AAS),

$\therefore AD = CF$,

$\therefore BC = CF = CG + GF = 2 + 5 = 7$,

$\because AB = AF$,

$\therefore AC \perp BF$,

$\therefore \angle ACF = 90^\circ$,

$\because \angle DAF = \angle GAF$, $\angle DAF = \angle F$,

$$\begin{aligned}\therefore \angle F &= \angle GAF, \\ \therefore AG &= GF = 5, \\ \therefore CG &= 2, \\ \therefore AC &= \sqrt{AG^2 - CG^2} = \sqrt{21}, \\ \therefore S_{\square ABCD} &= BC \times AC = 7\sqrt{21}.\end{aligned}$$

故答案为: $7\sqrt{21}$.

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质，勾股定理，等腰三角形的判定和性质，三角形全等的判定和性质，解题的关键是作出辅助线，熟练掌握相关的判定和性质.

16. 小明读到关于某城际铁路的新闻报道后，搜集该线路的相关信息制作了下表，表中两个区间段（线路的一部分）以最高时速运行时相应所用的时间 t_1 比 t_2 约少 0.1h，那么区间设计最高时速 $v = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km/h}$.

区间段	区间近似里程(km)	区间设计最高时速(km/h)	相应所用时间(h)
$A-B$	48	v	t_1
$B-C$	88	$1.1v$	t_2

【答案】320

【分析】本题考查了分式方程的实际应用，读懂题意，列出正确的方程，掌握路程，时间，速度之间的关系，是解答本题的关键.

根据题意，利用路程，时间，速度之间的关系，列出分式方程求解，得到答案.

【详解】解：根据题意得：

t_1 比 t_2 约少 0.1h，

$$\therefore \frac{88}{1.1v} - \frac{48}{v} = 0.1,$$

解得： $v = 320 \text{ km/h}$ ，

故答案为： 320.

17. 关于 x 的方程 $\sqrt{2x-k} = x-1$ 有两个不相等的实数解，则 k 的范围为_____.

【答案】 $k < 3$

【分析】利用平方法将原方程转化为一元二次方程，然后根据判别式的意义解不等式即可.

【详解】解： $\sqrt{2x-k} = x-1$ ，

$$(\sqrt{2x-k})^2 = (x-1)^2,$$

$$2x-k = x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore x^2 - 4x + k + 1 = 0,$$

$\therefore$ 关于 x 的方程 $\sqrt{2x-k} = x-1$ 有两个不相等的实数解,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(k+1) > 0,$$

解得 $k < 3$,

故答案为: $k < 3$.

【点睛】此题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根.

18. 已知 x, y 为实数, 满足 $\begin{cases} xy + x + y = 10 \\ x^2y + xy^2 = 24 \end{cases}$, 则 $x^2 + y^2$ 的值为 _____.

【答案】 28

【分析】对所给条件进行因式分解, 分别求出 $x+y$ 与 xy 的值, 再利用完全平方公式进行计算即可解答.

【详解】解: 由题意得:

$$\begin{cases} xy + (x + y) = 10 \\ xy(x + y) = 24 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 4 \end{cases},$$

$$\text{当 } \begin{cases} x + y = 6 \\ xy = 4 \end{cases} \text{ 时,}$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 6^2 - 2 \times 4 = 28,$$

$$\text{当 } \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 6 \end{cases} \text{ 时, } y = 4 - x,$$

$$\therefore x(4-x) = 6,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 4x + 6 = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 6 = -8 < 0,$$

$\therefore$ 此方程无解;

综上所述, $x^2 + y^2$ 的值为 28,

故答案为: 28.

【点睛】 本题考查了因式分解的应用，熟练掌握因式分解是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 58 分)

19. (1) 化简: $\frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2}$

(2) 解方程: $\frac{x}{x-3} + 2 = \frac{3}{3-x}$

【答案】 (1) $\frac{1}{a+2}$; (2) $x=1$

【分析】 本题考查分式的运算及解分式方程，熟练掌握相关运算法则及解方程的方法是解题的关键.

(1) 利用分式的加减法则计算即可;

(2) 利用去分母将原方程化为整式方程，解得 x 的值后进行检验即可.

【详解】 解: (1) 原式 $= \frac{2a}{(a+2)(a-2)} - \frac{a+2}{(a+2)(a-2)}$
 $= \frac{2a-a-2}{(a+2)(a-2)}$
 $= \frac{a-2}{(a+2)(a-2)}$
 $= \frac{1}{a+2};$

(2) 原方程去分母得: $x+2(x-3)=-3$,

整理得: $3x-6=-3$,

解得: $x=1$,

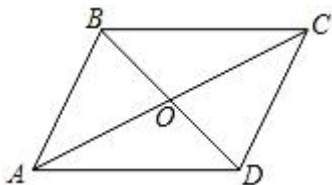
检验: 当 $x=1$ 时, $x-3=1-3=-2 \neq 0$,

故原分式方程的解为 $x=1$.

20. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 设 $\overrightarrow{AO} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DO} = \vec{b}$.

(1) 试用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示下列向量: $\overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$; $\overrightarrow{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 求作: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. (保留作图痕迹, 写出结果, 不要求写作法).



【答案】 (1) $\vec{a} - \vec{b}$, $-\vec{a} - \vec{b}$; (2) 见解析

【分析】 (1) 利用平行四边形的性质以及三角形法则求解即可.

(2) 如图, 延长 BC 到 E , 使得 $CE = BC$, 则 $\overrightarrow{AE}$ 即为所求.

【详解】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

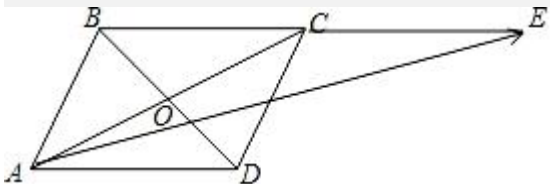
$$\therefore BC \parallel AD, BC = AD, OA = OC,$$

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \vec{a} - \vec{b},$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OD} = -\vec{a} - \vec{b}.$$

故答案为: $\vec{a} - \vec{b}$, $-\vec{a} - \vec{b}$.

(2) 如图, 延长 BC 到 E , 使得 $CE = BC$, 则 $\overrightarrow{AE}$ 即为所求.



【点睛】本题考查作图-复杂作图, 平行四边形的性质, 平面向量等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

21. 在一个不透明的盒子里装有黑、白两种颜色的球共 20 个, 这些球除颜色外其余完全相同. 为了估计黑球和白球的个数, 我们将球搅匀后, 从盒子里随机摸出一个球记下颜色, 再把球放回盒子中, 多次重复上述过程, 得到下表中的一组统计数据:

摸球的次数 n	50	100	300	500	800	1000	2000
摸到白球的次数 m	14	33	95	155	241	298	602
摸到白球的频率 $\frac{m}{n}$	0.28	0.33	0.317	0.31	0.301	0.298	0.301

(1) 请你估计, 当 n 很大时, 摸到白球的频率将会接近_ (精确到 0.1);

(2) 若先从袋子中取出 $x(x > 1)$ 个黑球, 再从袋子中随机摸出 1 个球, 若“摸出白球”为必然事件, 则 $x =$ _;

(3) 若先从袋子中取出 x 个白球, 再放入 x 个一样的黑球并摇匀, 随机摸出 1 个白球的概率为 $\frac{1}{4}$, 求 x 的值.

【答案】(1) 0.3

(2) 14

(3) 1

【分析】此题考查利用频率估计概率, 大量反复试验下频率稳定值即概率, 用到的知识点为: 部分的具体数目 = 总体数目 $\times$ 相应频率.

(1) 由表中摸球次数逐渐增大后, 摸到白球的频率逐渐靠近于 0.3,

(2) 根据白球的频率逐渐靠近于 0.3, 从而得出摸到白球的概率, 再用总球的个数乘以白球的概率即可得

出盒子里白球的数量；根据盒子里有 14 个黑球，再根据“摸出白球”为必然事件，从而得出 $x=14$ ；

(3) 根据概率公式列出算式，再进行计算即可得出答案.

【详解】(1) 解：当 n 很大时，摸到白球的频率将会接近 0.3，

故答案为：0.3；

(2) 由 (1) 得白球的概率为 0.3，

故盒子里白球的数量为： $20 \times 0.3 = 6$ (个)，

$\therefore$ 盒子里有 $20 - 6 = 14$ 个黑球，

$\therefore$ 若先从袋子中取出 x ($x > 1$) 个黑球，再从袋子中随机摸出 1 个球，盒子里有 14 个黑球，“摸出白球”为必然事件，

$\therefore x = 14$ ，

故答案为：14；

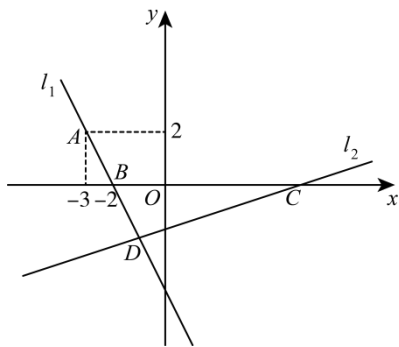
(3) 由 (2) 知白球 6 个，黑球 14 个，

根据题意得： $\frac{6-x}{6-x+14+x} = \frac{1}{4}$ ，

解得： $x = 1$ ，

则 x 的值为 1.

22. 如图. 直线 l_1 经过 $A(-3,2)$ ， $B(-2,0)$



(1) 求直线 l_1 的解析式；

(2) 直线 l_2 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$ 与直线 l_1 交于点 D ，与 x 轴交于点 C ，求 $\triangle BDC$ 的面积.

【答案】(1) $y = -2x - 4$ ；

(2) $S_{\triangle BDC} = 7$.

【分析】本题考查了一次函数的性质，三角形面积的计算等有关知识，利用图象上点的坐标得出解析式是解题关键.

(1) 设直线 l_1 解析式为 $y = kx + b$ ，由于直线 l_1 经过 $A(-3, 2)$ ， $B(-2, 0)$ ，将两点坐标代入即可求解；

(2) 联立直线 l_2 与直线 l_1 的解析式，求出点 D 坐标，再根据直线 l_2 的解析式求出点 C 坐标，利用三角形面积公式 $S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}(x_C - x_B) \cdot |y_D|$ 即可求解；

【详解】(1) 设直线 l_1 解析式为 $y = kx + b$ ，由于直线 l_1 经过 $A(-3, 2)$ ， $B(-2, 0)$

$$\therefore \begin{cases} -3k + b = 2 \\ -2k + b = 0 \end{cases}$$

解得： $k = -2$ ， $b = -4$

所以 l_1 的解析式为： $y = -2x - 4$

(2) $\because$ 直线 l_2 的解析式为 $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$ 与直线 l_1 交于点 D ，

$$\text{联立：} \begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$\therefore D(-1, -2)$

令 $\frac{1}{3}x - \frac{5}{3} = 0$ 得 $x = 5$ ，

$\therefore C(5, 0)$

$$\therefore S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2}(x_C - x_B) \cdot |y_D| = \frac{1}{2} \times (5 + 2) \times 2 = 7.$$

23. 随着“双减”政策的落实，中学生有了更多的课余时间进行户外运动，为此某校决定购买一批体育器材。已知足球的单价比排球的单价多 30 元，且用 500 元购得排球的数量与用 800 元购得足球的数量相同。

(1) 求排球、足球的单价各是多少元？

(2) 若该校准备购买排球和足球共 10 个，且足球不少于 2 个。设购买排球和足球所需费用为 y 元，排球有 x 个，求 y 与 x 之间的函数关系式，并设计一种费用最少的购买方案，写出最少费用。

【答案】(1) 排球的单价为 50 元，足球的单价为 80 元。

(2) $y = -30x + 800$ ，费用最少的购买方案为：购买排球 8 个，足球 2 个，最少费用为 560 元

【分析】本题考查了分式方程的应用，一元一次不等式的实际应用，一次函数的应用，解题的关键是找准等量关系，正确列出分式方程和一次函数解析式。

(1) 设排球的单价为 a 元, 则足球的单价为 $(a+30)$ 元, 根据数量 = 总价 $\div$ 单价结合花 500 元购买的排球的个数与花 800 元购买的足球的个数恰好相等, 即可得出关于 a 的分式方程, 解之经检验后即可得出答案;

(2) 设购买排球 x 个, 足球 $(10-x)$ 个, 根据购买的总费用 y 等于购买排球的费用 + 购买足球的费用列出函数关系式, 再根据函数的性质求解即可.

【详解】(1) 解: 设排球的单价为 a 元, 则足球的单价为 $(a+30)$ 元,

根据题意, 得 $\frac{500}{a} = \frac{800}{a+30}$,

解得 $a = 50$,

经检验 $a = 50$ 是分式方程的解且符合题意,

$\therefore a + 30 = 80$,

答: 排球的单价为 50 元, 足球的单价为 80 元.

(2) 解: 由题意得, 购买足球 $(10-x)$ 个,

$\therefore y = 50x + 80(10-x) = -30x + 800$,

$\because$ 足球不少于 2 个,

$\therefore 10-x \geq 2$,

解得 $x \leq 8$,

在 $y = -30x + 800$ 中, $-30 < 0$,

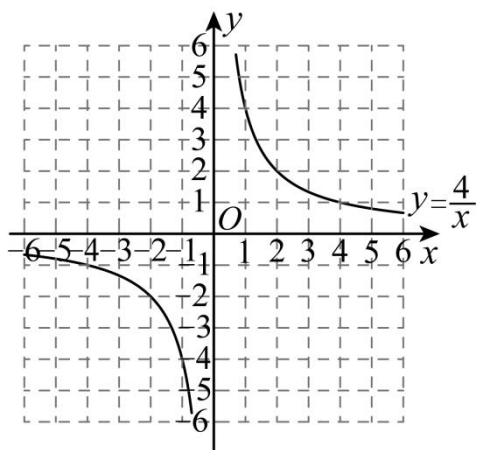
$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 8$ 时, y 取得最小值, $y_{\text{最小值}} = 560$,

此时 $10-x = 2$,

$\therefore$ 费用最少的购买方案为: 购买排球 8 个, 足球 2 个, 最少费用为 560 元.

24. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于 $A(m, 1)$ 、 $B(-2, n)$ 两点.



(1)求一次函数的表达式，并在所给的平面直角坐标系中画出这个一次函数的图象；

(2)观察图象，直接写出不等式 $kx+b < \frac{4}{x}$ 的解集；

(3)设直线 AB 与 x 轴交于点 C ，若 $P(0,a)$ 为 y 轴上的一动点，连接 AP 、 CP ，当 $\triangle APC$ 的面积为 3 时，求点 P 的坐标.

【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x - 1$ ，图见解析

(2) $x < -2$ 或 $0 < x < 4$

(3) $P(0,2)$ 或 $P(0,-4)$.

【分析】 本题主要考查了一次函数与反比例函数综合：

(1) 先根据反比例函数的解析式，求出 A, B 的坐标，待定系数法，求出一一次函数的解析式即可，连接 AB ，画出一一次函数的图象即可；

(2) 根据函数图象找到一次函数图象在反比例函数图象下方时自变量的取值范围即可得到答案；

(3) 设直线 AB 与 y 轴交于点 D ，求出 $C(2,0), D(0,-1)$ ，则 $PD = |-1-a|$ ，再根据 $S_{\triangle APC} = S_{\triangle APD} - S_{\triangle PCD}$ 列出方程求解即可.

【详解】(1) 解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于 $A(m,1)$ 、 $B(-2,n)$ 两点，

$$\therefore m = -2n = 4,$$

$$\therefore m = 4, n = -2,$$

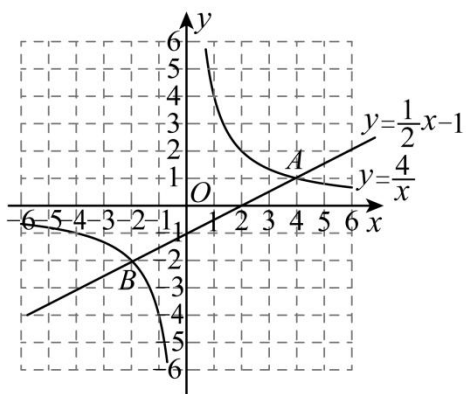
$$\therefore A(4,1)、B(-2,-2),$$

把 $A(4,1)$ 、 $B(-2,-2)$ 代入 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中得 $\begin{cases} 4k + b = 1 \\ -2k + b = -2 \end{cases}$,

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases},$$

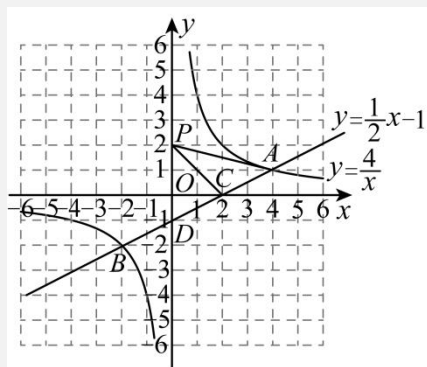
$$\therefore \text{一次函数解析式为 } y = \frac{1}{2}x - 1,$$

图象如图所示：



(2) 解：由图象可知：当一次函数的图象在反比例函数图象下方时，自变量的取值范围为 $x < -2$ 或 $0 < x < 4$ ，
 $\therefore$ 不等式 $kx + b < \frac{4}{x}$ 的解集为 $x < -2$ 或 $0 < x < 4$ ；

(3) 解：



设直线 AB 与 y 轴交于点 D ，

在 $y = \frac{1}{2}x - 1$ ，当 $x = 0$ 时， $y = -1$ ，当 $y = 0$ 时， $x = 2$ ，

$\therefore C(2, 0), D(0, -1)$ ，

$\therefore PD = |-1 - a|$ ，

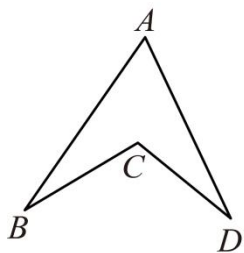
$\therefore S_{\triangle APC} = S_{\triangle APD} - S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2} \times 4 \times |-1 - a| - \frac{1}{2} \times 2 \times |-1 - a| = 3$ ，

解得 $a = -4$ 或 $a = 2$

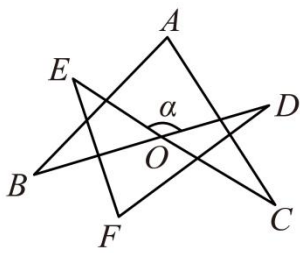
$\therefore P(0, 2)$ 或 $P(0, -4)$ 。

25. (概念学习)

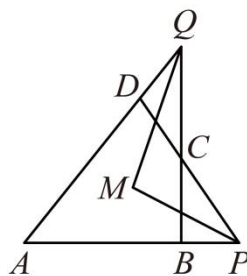
在平面中，我们把大于 180° 且小于 360° 的角称为优角，如果两个角相加等于 360° ，那么称这两个角互为组角，简称互组。



图①



图②



图③

(1) 若 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 互为组角，且 $\angle 1 = 135^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{\quad}$ °；

(理解运用)

习惯上，我们把有一个内角大于 180° 的四边形俗称为镖形。

(2) 如图①，在镖形 $ABCD$ 中，优角 $\angle BCD$ 与钝角 $\angle BCD$ 互为组角，试探索内角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle D$ 与钝角 $\angle BCD$ 之间的数量关系，

(拓展延伸)

(3) 如图②， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = \underline{\quad}$ ；(用含 α 的代数式表示)

(4) 如图③，已知四边形 $ABCD$ 中，延长 AD 、 BC 交于点 Q ，延长 AB 、 CD 交于 P ， $\angle APD$ 、 $\angle AQB$ 的平分线交于点 M ， $\angle A + \angle QCP = 180^\circ$ ；直接运用 (2) 中的结论，试说明： $PM \perp QM$ 。

【答案】(1) 225；(2) $\angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$ ；(3) 2α ；(4) 见解析。

【分析】本题考查多边形的内角和及三角形的内角与外角的性质，熟练掌握多边形的内角和及三角形的内角与外角的性质是解题关键。

(1) 根据组角的定义直接得答案；

(2) 根据组角的定义和四边形的内角和可得结论；

(3) 根据 (2) 的结论可直接得出答案；

(4) 由 (2) 中的结论可知在镖形 $APMQ$ 中，有 $\angle A + \angle AQM + \angle APM = \angle PMQ$ ，在镖形 $APCQ$ 中，有 $\angle A + 2\angle AQM + 2\angle APM = \angle QCP$ ，再根据等式的性质可得结论。

【详解】解：(1) $\because \angle 1$ 、 $\angle 2$ 互为组角，且 $\angle 1 = 135^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2 = 360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$ ，

故答案为：225；

(2) 钝角 $\angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$ ；

理由： $\because$ 优角 $\angle BCD$ 与钝角 $\angle BCD$ 互为组角，

$\therefore$ 优角 $\angle BCD = 360^\circ - \text{钝角 } \angle BCD$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 的内角和是 360° ，

$\therefore$ 优角 $\angle BCD = 360^\circ - (\angle A + \angle B + \angle D)$ ，

$\therefore$ 钝角 $\angle BCD = \angle A + \angle B + \angle D$;

(3) 由 (2) 得, 在镖型 $ABOC$ 中, $\angle BOC = \angle A + \angle B + \angle D$,

在镖型 $FDOE$ 中, $\angle DOE = \angle F + \angle E + \angle D$,

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 2\alpha$,

故答案为: 2α ;

(4) $\because \angle APD$ 、 $\angle AQB$ 的平分线交于点 M ,

$\therefore \angle AQM = \angle BQM$, $\angle APM = \angle DPM$,

令 $\angle AQM = \angle BQM$, $\angle APM = \angle DPM$.

由 (2) 中的结论可知在镖形 $APMQ$ 中, 有 $\angle A + \angle AQM + \angle APM = \angle PMQ$

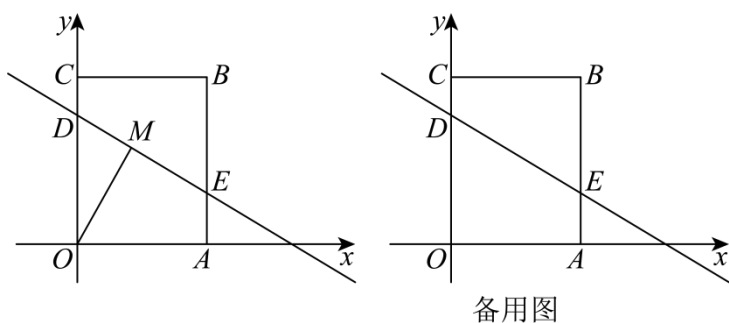
在镖形 $APCQ$ 中, 有 $\angle A + 2\angle AQM + 2\angle APM = \angle QCP$,

于是根据等式的性质得出 $\angle QCP + \angle A = 2\angle PMQ$,

而 $\angle A + \angle QCP = 180^\circ$,

$\therefore \angle PMQ = 90^\circ$, 即 $PM \perp QM$.

26. 如图, 矩形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上, 点 B 的坐标为 $(3, 4)$, 一次函数 $y = -\frac{2}{3}x + b$ 的图象与边 OC 、 AB 分别交于点 D 、 E , 且 $OD = BE$. 点 M 是线段 DE 上的一个动点.



(1) 求 b 的值;

(2) 连接 OM , 若三角形 ODM 的面积与四边形 $OAEM$ 的面积之比为 $1:3$, 求点 M 的坐标;

(3) 设点 N 是平面内的一点, 以 O 、 D 、 M 、 N 为顶点的四边形是菱形, 求点 N 的坐标.

【答案】 (1) $b = 3$

(2) $M\left(1, \frac{7}{2}\right)$

(3) $\left(-\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{36}{13}, \frac{54}{13}\right)$ 或 $\left(\frac{9\sqrt{13}}{13}, -\frac{6\sqrt{13}}{13}\right)$

【分析】 (1) 先求出 D 点坐标 $(0, b)$, 则 $OD = BE = b$, 再根据矩形的性质, 用 b 表示 E 点坐标, 利用待定系数法可解;

(2) 根据 (1) 所求, 结合梯形面积公式求出四边形 $OAED$ 的面积, 进而求出 $\triangle ODM$ 的面积, 再根据三角形面积公式求出点 M 的横坐标, 即可得到答案;

(3) 以 O 、 D 、 M 、 N 为顶点的四边形是菱形, 分三种情况讨论, 分别以 OD , OM , DM 为对角线, 分别求出 N 点坐标即可.

【详解】(1) 解: 在 $y = -\frac{2}{3}x + b$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = b$,

$\therefore D$ 点坐标 $(0, b)$,

$\therefore OD = b$,

$\because OD = BE$,

$\therefore BE = b$,

$\because$ 点 B 的坐标为 $(3, 4)$,

$\therefore AB = 4$,

$\therefore AE = 4 - b$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $(3, 4 - b)$,

把 $(3, 4 - b)$ 代入 $y = -\frac{2}{3}x + b$ 得: $4 - b = -2 + b$,

解得: $b = 3$;

(2) 解: 由 (1) 得 $D(0, 3)$, $E(3, 1)$

$\therefore OD = 3$, $AE = 1$

$\therefore S_{\text{四边形}OAED} = \frac{1}{2}(OD + AE) \cdot OA = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$,

$\because$ 三角形 ODM 的面积与四边形 $OAEM$ 的面积之比为 $1:3$,

$\therefore S_{\triangle ODM} = \frac{1}{4} S_{\text{四边形}OAED} = 1.5$,

设点 M 的横坐标为 $\left(m, -\frac{2}{3}m + 3\right)$,

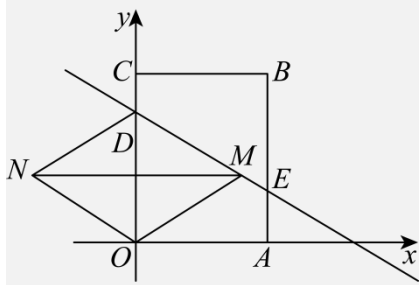
$\therefore \frac{1}{2} \times 3m = 1.5$,

解得 $m = 1$,

$\therefore -\frac{2}{3}m + 3 = \frac{7}{3}$,

$\therefore M\left(1, \frac{7}{3}\right)$;

(3) 解: 如图 (1) 所示, 当 OD 为菱形对角线时, 则点 M 在线段 OD 的垂直平分线上, 且点 M 与点 N 关于 OD 对称



图(1)

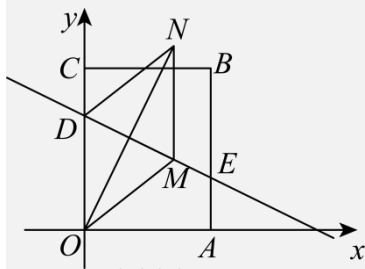
$\therefore$ 点 M 的纵坐标为 $\frac{3}{2}$,

在 $y = -\frac{2}{3}x + 3$ 中, 当 $y = \frac{3}{2}$ 时, $x = \frac{9}{4}$,

$$\therefore M\left(\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right),$$

$$\therefore N\left(-\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right),$$

如图 (2) 所示, 当 OD 为菱形边时, 设点 M 坐标为 $\left(m, -\frac{2}{3}m + 3\right)$,



图(2)

由菱形的性质可得 $OD = OM = MN$, $OD \parallel MN$

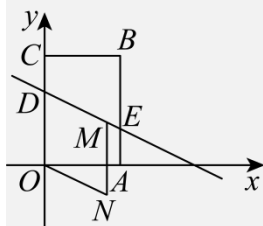
$$\therefore N\left(m, -\frac{2}{3}m + 6\right), \quad OM^2 = OD^2 = 9,$$

$$\therefore m^2 + \left(-\frac{2}{3}m + 3\right)^2 = 9,$$

$$\therefore m = \frac{36}{13} \text{ 或 } m = 0 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore N\left(\frac{36}{13}, \frac{54}{13}\right);$$

当 OD 为菱形的边时, 如图, 设点 M 坐标为 $\left(m, -\frac{2}{3}m + 3\right)$,



$$\therefore DM = DO = MN = 3,$$

$$\therefore N\left(m, -\frac{2}{3}m\right), \quad DM^2 = OD^2 = 9,$$

$$\therefore m^2 + \left(-\frac{2}{3}m + 3 - 3\right)^2 = 9,$$

$$\text{解得 } m = \frac{9\sqrt{13}}{13} \text{ 或 } m = -\frac{9\sqrt{13}}{13} \quad (\text{舍去}),$$

$$\therefore N\left(\frac{9\sqrt{13}}{13}, -\frac{6\sqrt{13}}{13}\right);$$

综上所述，点 N 的坐标为 $\left(-\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{36}{13}, \frac{54}{13}\right)$ 或 $\left(\frac{9\sqrt{13}}{13}, -\frac{6\sqrt{13}}{13}\right)$.

【点睛】 本题是一次函数的综合题目，考查矩形的性质，菱形的性质，四边形的面积等知识，解题关键是掌握菱形的性质进行分类讨论，并且能够利用一次函数图象上点的坐标特征，用点的坐标表示线段长.