

2022 学年第二学期期末质量检测八年级

数学学科试卷

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列函数中, 是一次函数的是 ()

- A. $y = x^2 + 2$ B. $y = \frac{1}{x} + 2$ C. $y = kx + 2$ D. $y = x + 2$

【答案】D

【解析】

【分析】一般地, 形如 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, k 、 b 是常数) 的函数叫做一次函数, 据此进行判断即可.

【详解】解: A. $y = x^2 + 2$, 不是一次函数, 故 A 不符合题意;

B. $y = \frac{1}{x} + 2$, 不是一次函数, 故 B 不符合题意;

C. $y = kx + 2$, $k = 0$ 时不是一次函数, 故 C 不符合题意;

D. $y = x + 2$, 是一次函数, 故 D 符合题意;

故选: D.

【点睛】此题主要考查了一次函数的定义, 正确把握一次函数的定义是解题的关键.

2. 用换元法解方程 $\frac{x^2+1}{x+1} + \frac{6(x+1)}{x^2+1} = 7$ 时, 下列换元方法中最合适的换元方法是 ()

- A. 设 $y = x^2 + 1$ B. 设 $y = x + 1$ C. $y = \frac{x^2+1}{x+1}$ D. $y = \frac{1}{x^2+1}$

【答案】C

【解析】

【分析】设 $y = \frac{x^2+1}{x+1}$, 则原方程化为 $y^2 - 7y + 6 = 0$, 从而可得答案.

【详解】解: $\frac{x^2+1}{x+1} + \frac{6(x+1)}{x^2+1} = 7$, 设 $y = \frac{x^2+1}{x+1}$,

$$\therefore y + \frac{6}{y} = 7,$$

整理得: $y^2 - 7y + 6 = 0$,

故选 C

【点睛】 本题考查的是利用换元法解分式方程, 熟练的换元是解本题的关键.

3. 方程 $2x^3 - 2 = 0$ 的解是 ()

A. $x = -1$

B. $x = 0$

C. $x = 1$

D. $x = \pm 1$

【答案】 C

【解析】

【分析】 先移项, 把方程化为 $x^3 = 1$, 再解方程即可.

【详解】 解: $\because 2x^3 - 2 = 0$,

$\therefore x^3 = 1$,

解得: $x = 1$,

故选 C

【点睛】 本题考查的是利用立方根的含义解方程, 掌握立方根的含义是解本题的关键.

4. 下列事件是必然事件的是 ()

A. 两个不相同无理数的和是无理数

B. 两个不相同无理数的差是无理数

C. 两个不相同无理数的积是无理数

D. 两个不相同无理数的商是无理数

【答案】 B

【解析】

【分析】 通过举例计算逐一分析每个选项, 结合必然事件与随机事件的含义可得答案.

【详解】 解: $\because -\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$, 和是有理数, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是无理数,

$\therefore$ 两个不相同无理数的和是无理数是随机事件, 故 A 不符合题意;

两个不相同无理数的差是无理数是必然事件, 故 B 符合题意;

$\because \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$, $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$,

$\therefore$ 两个不相同无理数的积是无理数是随机事件, 故 C 不符合题意;

同理: 两个不相同无理数的商是无理数是随机事件, 故 D 不符合题意;

故选 B

【点睛】 本题考查的是无理数的和, 差, 积, 商, 二次根式的运算, 无理数的定义, 随机事件与必然事件的含义, 熟记运算法则与基本概念是解本题的关键.

5. 如果 O 是正方形 $ABCD$ 对角线 AC , BD 的交点, 那么向量 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OD}$ 是 ()

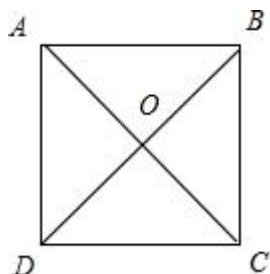
- A. 相等向量 B. 相反向量 C. 平行向量 D. 模相等的向量

【答案】D

【解析】

【分析】可看出向量 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OD}$ 的模相等，然后即可得出正确的选项.

【详解】解：如图，



向量 $\overrightarrow{OA}$ 、 $\overrightarrow{OB}$ 、 $\overrightarrow{OC}$ 、 $\overrightarrow{OD}$ 是模相等的向量.

故选：D.

【点睛】本题考查了相等向量、平行向量和向量的模的定义，向量的几何意义，属于基础题.

6. 已知四边形 $ABCD$ ， $AB = BC = CD$ ， AC 、 BD 是它的两条对角线，下列条件中，不能判定四边形 $ABCD$ 是菱形的是（ ）

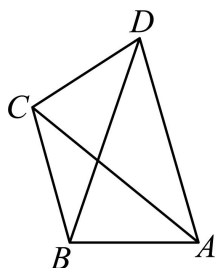
- A. $AC = BD$ B. $AD = BC$ C. $AB \parallel DC$ D. $AC \perp BD$

【答案】A

【解析】

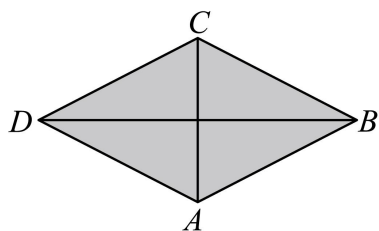
【分析】直接利用菱形的判定定理求解即可求得答案，注意掌握排除法在选择题中的应用.

【详解】解：如图， $AB = BC = CD$ ， $AC = BD$ ，



四边形可以是等腰梯形，故 A 符合题意；

如图， $AB = BC = CD$ ， $AD = BC$ ，



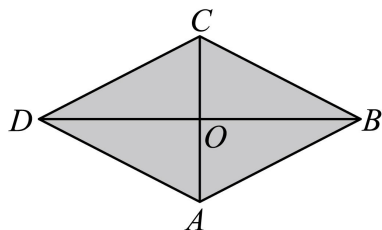
$$\therefore AB = BC = CD = AD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 故 B 不符合题意;

$$\because AB = BC = CD, \quad AB \parallel DC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 故 C 不符合题意;

如图, 记对角线的交点为 O ,



$$\because AB = BC = CD, \quad AC \perp BD,$$

$$\therefore CO = AO, \quad BD \text{ 是 } AC \text{ 的垂直平分线},$$

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore AB = BC = CD = AD$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 故 D 不符合题意;

故选 A

【点睛】此题考查了菱形的判定. 线段的垂直平分线的判定与性质, 等腰三角形的性质, 注意熟记判定定理是解此题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 如果将直线 $y = 3x + 1$ 向上平移 1 个单位, 那么所得新直线的表达式是_____.

【答案】 $y = 3x + 2$

【解析】

【分析】根据一次函数图象的平移规律“上加下减, 左加右减”即可得出平移后的直线的表达式.

【详解】解: 将直线 $y = 3x + 1$ 向上平移 1 个单位, 所得直线的表达式是 $y = 3x + 1 + 1$,

即为 $y = 3x + 2$.

故答案为: $y = 3x + 2$.

【点睛】本题考查一次函数图象的平移. 熟练掌握一次函数图象的平移规律是解题关键.

8. 直线 $y = 2(x - 1)$ 的截距是_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】代入 $x=0$ ，求出 y 的值，即可得到答案.

【详解】解：当 $x=0$ 时， $y=2 \times (0-1)=-2$ ，

$\therefore$ 该直线的截距为 -2

故答案为： -2 .

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，代入 $x=0$ 求出 y 值是解题的关键.

9. 关于 x 的方程 $(m-2)x=1(m \neq 2)$ 的解是_____.

【答案】 $x = \frac{1}{m-2}$

【解析】

【分析】 由 $m \neq 2$ ，在方程两边都除以 $m-2$ 即可得到方程的解.

【详解】解： $\because (m-2)x=1(m \neq 2)$ ，

$$\therefore x = \frac{1}{m-2},$$

故答案为： $x = \frac{1}{m-2}$

【点睛】 本题考查的是含参数的一元一次方程的解法，掌握解参数方程的方法是解题的关键.

10. 方程 $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{x-1}$ 的解是_____

【答案】 $x=1$.

【解析】

【分析】 首先把方程两边同时平方，然后解一元二次方程，最后要验根.

【详解】解： $\because \sqrt{x^2-1} = \sqrt{x-1}$ ，

则有 $x^2-1 \geq 0$ 且 $x-1 \geq 0$ ，

即： $x \geq 1$ ，

$$\therefore x^2-1 = x-1,$$

$$\therefore x^2-x = 0,$$

$$\therefore x(x-1) = 0,$$

$$\therefore x_1 = 0 (\text{舍}), x_2 = 1$$

$\therefore x=1$ 是原方程的根，

$$\therefore x=1.$$

故答案为： $x=1$.

【点睛】 本题考查了无理方程的解法，把方程两边同时平方是解题的关键，要注意解答后一定要检验.

11. 写出二元二次方程 $x^2 + y^2 = 13$ 的一对整数解是_____.

【答案】 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ (任意写一组即可)

【解析】

【分析】 根据整数解的条件先确定正整数解，再确定负整数解及其他即可.

【详解】 解: $\because x^2 + y^2 = 13$,

$\therefore$ 其整数解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$;

故答案为: $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ (任意写一组即可)

【点睛】 本题考查的是二元二次方程的整数解，熟练的求解二元二次方程的整数解是解本题的关键.

12. 有一个两位数，如果个位上的数比十位上的数大 1，并其十位上的数的平方比个位上的数也大 1，那么这个两位数是_____.

【答案】 23

【解析】

【分析】 设十位上的数为 x ，则个位上的数位 $x+1$ ，十位上的数的平方比个位上的数也大 1，再建立方程求出其解就可以得出结论.

【详解】 解: 设原两位数的十位数字为 x ,

根据题意得: $x^2 = x+1+1$

$\therefore x^2 - x - 2 = 0$,

解得: $x_1=2$, $x_2=-1$ (不符合题意舍去)

答: 这个两位数为 23,

故答案为 23.

【点睛】 本题考查的是一元二次方程的应用，理解题意，确定相等关系是解本题的关键.

13. 四张完全相同的卡片上，分别画有平行四边形、矩形、等腰梯形和等腰三角形，如果从中任意抽取 1 张卡片，抽中的卡片上所画图形恰好是中心对称图形的概率是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】先判断平行四边形、矩形是中心对称图形，再利用概率公式可得答案.

【详解】解：∵平行四边形、矩形、等腰梯形和等腰三角形是中心对称图形的有：平行四边形、矩形，

∴抽中的卡片上所画图形恰好是中心对称图形的概率是 $\frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$

【点睛】本题考查的是中心对称图形的含义，利用概率公式求解简单随机事件的概率，掌握“概率的求法，找准两点：①全部等可能情况的总数；②符合条件的情况数目；二者的比值就是其发生的概率。”是解本题的关键.

14. 一个多边形的每一个外角都等于 45° ，则这个多边形的内角和为_____.

【答案】 1080°

【解析】

【分析】先根据外角和与外角的度数求出多边形的边数，再根据多边形内角和公式 $(n-2)\times 180^\circ$ 计算即可.

【详解】解：∵多边形的每一个外角都为 45° ，

∴它的边数： $360^\circ\div 45^\circ=8$ ，

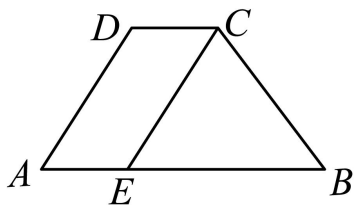
∴它的内角和： $(n-2)\times 180^\circ=(8-2)\times 180^\circ=1080^\circ$ ，

故答案为： 1080° .

【点睛】此题考查了多边形内角和与外角和，关键是正确计算多边形的边数.

15. 如图，已知梯形 $ABCD$ ， $AB\parallel DC$ ，点 E 在底边 AB 上， $EC\parallel AD$. 如果设 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC}=-\vec{b}$ ，

那么 $\overrightarrow{EB}$ =_____. (用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的式子表示)



【答案】 $\vec{a}+\vec{b}$

【解析】

【分析】由 $AB\parallel DC$ ， $EC\parallel AD$ ，可推出四边形 $AECD$ 是平行四边形，则 $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ ，再由 $\overrightarrow{BC}=-\vec{b}$ 可得 $\overrightarrow{CB}=\vec{b}$ ，根据 $\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CB}$ ，即可得到答案.

【详解】解： $AB\parallel DC$ ， $EC\parallel AD$ ，

∴四边形 $AECD$ 是平行四边形，

∴ $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AD}=\vec{a}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{BC} = -\vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CB} = \vec{b}$$

$$\therefore \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \vec{a} + \vec{b},$$

故答案为: $\vec{a} + \vec{b}$.

【点睛】 本题主要考查了向量的线性运算, 平行四边形的判定, 熟练掌握知识点是解题的关键.

16. 如果菱形的面积是 24, 较短的对角线长为 6. 那么这个菱形的边长是_____.

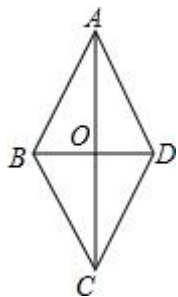
【答案】 5

【解析】

【分析】 先画出图形, 再根据菱形的性质先求解 $AC = 8$, 再利用勾股定理可得答案.

【详解】 解: 如图, $S_{\text{菱形}ABCD} = 24$, $BD = 6$,

$$\therefore AC \perp BD, OA = OC, OB = OD, \frac{1}{2} AC \cdot BD = 24,$$



$$\therefore AC = 8, OA = OC = 4, OB = OD = 3,$$

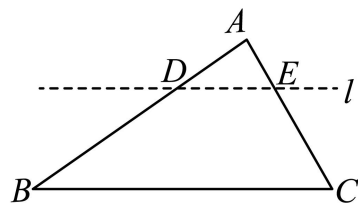
$$\therefore AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$\therefore$ 菱形的边长 5.

故答案为: 5

【点睛】 本题考查的是菱形的性质, 勾股定理的应用, 熟记菱形的性质是解本题的关键.

17. 如图, $\triangle ABC$ 被平行于边 BC 的直线 l 分成梯形 $DBCE$ 和小 $\triangle ADE$, 当 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 且 $\angle A = 90^\circ$ 时, 我们叫梯形 $DBCE$ 是“余角梯形”. 如果一个“余角梯形”较短底边长 5, 两腰长分别是 3 和 4, 那么它的中位线长是_____.



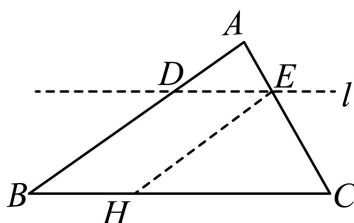
【答案】 $\frac{15}{2}$

【解析】

【分析】如图，过 E 作 $EH \parallel AB$ 交 BC 于 H ，结合梯形 $DBCE$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，证明四边形 $BDEH$ 为平行四边形， $\angle HEC = 90^\circ$ ，利用勾股定理求解 $CH = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，可得 $BC = BH + CH = 10$ ，再利用梯形的中位线的性质可得答案.

【详解】解：如图，过 E 作 $EH \parallel AB$ 交 BC 于 H ，结合梯形 $DBCE$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $BDEH$ 为平行四边形， $\angle HEC = 90^\circ$ ，



$\therefore BD = EH = 4$ ， $DE = BH = 5$ ，而 $CE = 3$ ，

$\therefore CH = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

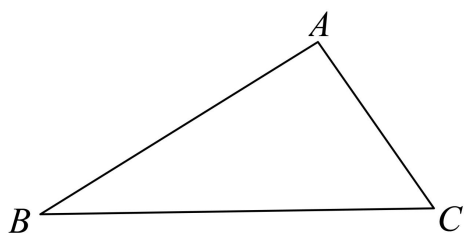
$\therefore BC = BH + CH = 10$ ，

$\therefore$ 梯形的中位线长是 $\frac{5+10}{2} = \frac{15}{2}$ ，

故答案为： $\frac{15}{2}$.

【点睛】 本题考查的是平行四边形的判定与性质，勾股定理的应用，梯形的中位线的性质，作出合适的辅助线是解本题的关键.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $BC = 2AC = 8$ ，点 M 在边 BC 上，过点 M 作 $MN \perp BC$ ，垂足为点 M ，交边 AB 于点 N ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 MN 翻折，点 A 、 C 分别与点 D 、 E 对应，如果四边形 $ADBE$ 是平行四边形，那么 CM 的长是_____.



【答案】 3

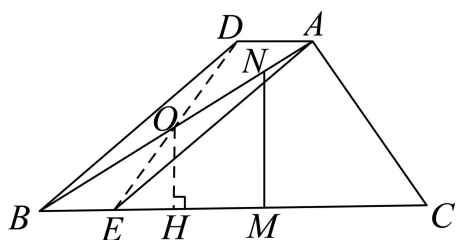
【解析】

【分析】 当点 E 在线段 BC 上时，连接 DE 交 AB 于点 O ，过点 O 作 $OH \perp BC$ 于点 H ，则 $\angle BHO = 90^\circ$ ，求出 $AB = 4\sqrt{3}$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，由轴对称可得 $DE = AC = 4$ ，得 $OB = 2\sqrt{3}$ ， $OD = OE = 2$ ， $OH = \sqrt{3}$ ，

求出 $CE = 6$, 由折叠可知, $CM = 3$; 假设点 E 在线段 CB 的延长线上, 得到 $AN = \frac{2\sqrt{3}}{3}AF = \frac{2\sqrt{3}}{3}(x-4)$,

与 $AN = \frac{2\sqrt{3}}{3}(x-2)$ 矛盾, 故点 E 不可能在线段 CB 的延长线上, 即可确定 CM 的长.

【详解】解: 当点 E 在线段 BC 上时, 如图, 连接 DE 交 AB 于点 O , 过点 O 作 $OH \perp BC$ 于点 H , 则 $\angle BHO = 90^\circ$,



$$\because \angle BAC = 90^\circ, \quad BC = 2AC = 8,$$

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}, \quad \angle ABC = 30^\circ,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 沿直线 MN 翻折, 点 A 、 C 分别与点 D 、 E 对应,

$$\therefore DE = AC = 4,$$

$\therefore$ 四边形 $ADBE$ 是平行四边形,

$$\therefore OB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}, \quad OD = OE = \frac{1}{2}DE = 2,$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}OB = \sqrt{3},$$

$$\therefore BH = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = 3,$$

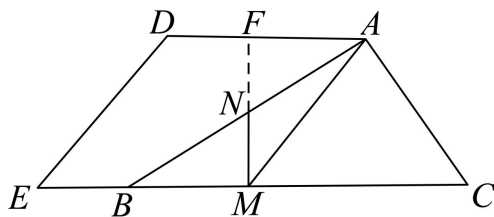
$$\therefore EH = \sqrt{OE^2 - OH^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 1,$$

$$\therefore BE = BH - EH = 3 - 1 = 2,$$

$$\therefore CE = BC - BE = 8 - 2 = 6,$$

由折叠可知, $CM = EM = \frac{1}{2}CE = 3$,

假设点 E 在线段 CB 的延长线上, 延长 MN 交 AD 于点 F ,



则 $AD \perp FM$, $AF = DF = \frac{1}{2}AD$,

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \quad BC = 2AC = 8,$$

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}, \quad \angle ABC = 30^\circ,$$

设 $CM = EM = x$, 则 $BM = 8 - x$,

$$\therefore BE = x - (8 - x) = 2x - 8 = AD,$$

$$\therefore AF = DF = \frac{1}{2}AD = x - 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle BMN$ 中, $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle BMN = 90^\circ$,

$$\therefore MN = \frac{1}{2}BN,$$

$$\therefore BM^2 + MN^2 = BN^2, \text{即 } BM^2 + \left(\frac{1}{2}BN\right)^2 = BN^2,$$

$$\text{则 } BN = \frac{2\sqrt{3}}{3}BM = \frac{2\sqrt{3}}{3}(8 - x), \quad AN = 4\sqrt{3} - BN = 4\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}(8 - x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}(x - 2),$$

在 $\text{Rt}\triangle ANF$ 中, $AF = DF = \frac{1}{2}AD = x - 4$, $\angle NAF = \angle ABC = 30^\circ$, $\angle AFN = 90^\circ$,

$$\therefore FN = \frac{1}{2}AN,$$

$$\therefore AF^2 + FN^2 = AN^2, \text{即 } AF^2 + \left(\frac{1}{2}AN\right)^2 = AN^2,$$

$$AN = \frac{2\sqrt{3}}{3}AF = \frac{2\sqrt{3}}{3}(x - 4), \quad \text{与 } AN = \frac{2\sqrt{3}}{3}(x - 2) \text{ 矛盾,}$$

故点 E 不可能在线段 CB 的延长线上,

综上所述, $CM = 3$,

故答案为: 3

【点睛】此题考查了勾股定理、平行四边形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质等知识, 分类讨论是解题的关键.

三、解答题 (共 6 题, 满分 40 分)

19. 解分式方程: $\frac{x-2}{x+2} + 1 = \frac{16}{x^2-4}$.

【答案】 $x=4$

【解析】

【详解】分析: 首先进行去分母将其转化为整式方程, 然后求出整式方程的解, 最后对解进行验根得出答案.

详解：化为整式方程得： $x^2 - 4x + 4 + x^2 - 4 = 16$,

$x^2 - 2x - 8 = 0$, 解得： $x_1 = -2$, $x_2 = 4$

经检验 $x = -2$ 时, $x+2=0$,

所以 $x=4$ 是原方程的解.

点睛：本题主要考查的是分式方程的解法，属于基础题型. 解分式方程的时候我们一定不要忘记最后要验根.

20. 某班六一节联欢会设计了即兴表演节目的摸球游戏，用一个不透明的盒子，里面装有四个分别标有数字 1、2、3、4 的乒乓球，这些球除数字外，其它完全相同. 游戏规则是：参加联欢会的所有同学从盒子中随机一次摸出两个球（每位同学只能摸一次），如果两球上的数字之和是偶数就给大家即兴表演一个节；否则，下个同学接着做摸球游戏依次进行.

(1) 用树状图表示所有等可能的结果；

(2) 求参加联欢会的同学表演即兴节目的概率.

【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{1}{3}$

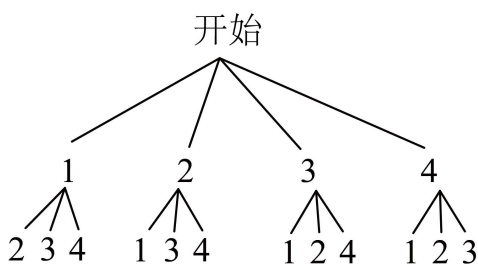
【解析】

【分析】(1) 用树状图表示所有等可能；

(2) 根据 (1) 的结论，利用概率公式即可求解.

【小问 1 详解】

解：用树状图表示所有等可能的结果：



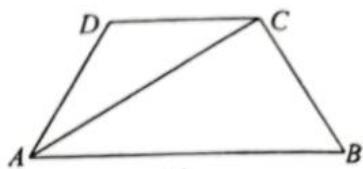
【小问 2 详解】

共有 12 种等可能的情况，其中两球上数字之和是偶数的可能情况有 4 种，

所以参加联欢会的同学表演即兴节目的概率 $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$,

【点睛】本题考查的是根据概率公式求概率，用树状图法求概率. 树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件；解题时要注意此题是放回试验还是不放回试验. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

21. 如图，已知梯形 $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AD = BC = DC$ ， $AC \perp BC$.



(1) 求 $\angle B$ 的度数;

(2) 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为点 E , 连接 BE , 如果 $DE = 1$, 求 BE 的长.

【答案】 (1) 60°

(2) $\sqrt{7}$

【解析】

【分析】 (1) 首先根据平行线的性质和等边对等角得到 $\angle DAB = \angle B = 2\angle BAC$, 然后由 $AC \perp BC$ 得到 $\angle CAB + \angle B = 90^\circ$, 进而得到 $\angle B = 60^\circ$;

(2) 首先根据 30° 角直角三角形的性质得到 $DC = 2DE = 2$, 然后利用勾股定理求解即可.

【小问 1 详解】

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle DCA = \angle BAC$

$\because AD = CD$,

$\therefore \angle DAC = \angle DCA$,

$\therefore \angle DAC = \angle BAC = \frac{1}{2} \angle DAB$.

$\because AD = BC$,

$\therefore \angle DAB = \angle B = 2\angle BAC$.

$\because AC \perp BC$,

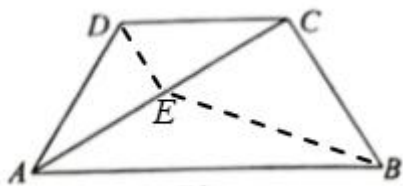
$\therefore \angle CAB + \angle B = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 30^\circ$

$\therefore \angle B = 60^\circ$;

【小问 2 详解】

如图所示,



$\because DE \perp AC$,

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ, \quad \angle DCA = 30^\circ,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}DC,$$

$$\because DE = 1,$$

$$\therefore DC = 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DEC \text{ 中, } EC^2 = \sqrt{DC^2 - DE^2} = \sqrt{3}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中, } BE = \sqrt{BC^2 + CE^2} = \sqrt{7}.$$

【点睛】此题考查了等腰梯形的性质，等腰三角形的性质， 30° 角直角三角形的性质，勾股定理等知识，解题的关键是熟练掌握以上知识点.

22. 我们知道，海拔高度每上升 1 千米，温度下降 6°C ，某时刻，上海地面温度为 20°C ，设高出地面 x 千米处的温度为 $y^\circ\text{C}$.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式，并写出函数定义域；

(2) 有一架飞机飞过浦东上空，如果机舱内仪表显示飞机外面的温度为 -16°C ，求此刻飞机离地面的高度为多少千米？

【答案】(1) $y = -6x + 20 (x > 0)$

(2) 6 千米

【解析】

【分析】(1) 根据高出的温度 = 地面温度 - 上升后降低的温度，列式即可得到答案；

(2) 把 $y = -16$ 代入函数关系式进行计算即可得到答案.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 海拔高度每上升 1 千米，温度下降 6°C ，上海地面温度为 20°C ，

$$\therefore y = -6x + 20 (x > 0),$$

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数关系式为: } y = -6x + 20 (x > 0);$$

【小问 2 详解】

解：根据题意可得：

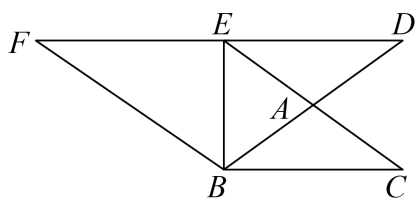
$$\text{当 } y = -16 \text{ 时, } -6x + 20 = -16,$$

$$\text{解得: } x = 6,$$

$\therefore$ 此刻飞机离地面的高度为 6 千米.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，读懂题目信息，根据高出的温度 = 地面温度 - 上升后降低的温度，得出函数关系式，是解题的关键.

23. 已知, 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是边 BA 的延长线上一点, 过 D 作 $DF \parallel BC$, 交 CA 的延长线于点 E , $BD = BF$.



(1) 求证: 四边形 $BCEF$ 是平行四边形;

(2) 连接 DC , 当 A 是 EC 的中点时, 求证: 四边形 $BCDE$ 为矩形.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 由等边对等角可得 $\angle ABC = \angle ACB$, $\angle F = \angle EDB$, 由 $DF \parallel BC$ 可得 $\angle ACB = \angle DEC$, $\angle ABC = \angle EDB$, 从而得到 $\angle F = \angle DEC$, 进而得到 $EC \parallel FB$, 即可得证;

(2) 根据对角线相等且互相平分的四边形是矩形可证明平行四边形 $BCDE$ 是矩形.

【小问 1 详解】

证解: $\because AB = AC$,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$,

$\because DF \parallel BC$,

$\therefore \angle ACB = \angle DEC$, $\angle ABC = \angle EDB$,

$\therefore \angle DEC = \angle EDB$,

$\because BD = BF$,

$\therefore \angle F = \angle EDB$,

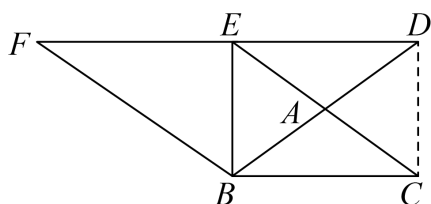
$\therefore \angle F = \angle DEC$,

$\therefore EC \parallel FB$,

$\therefore$ 四边形 $BCFE$ 是平行四边形;

【小问 2 详解】

证明: 如图,



$\therefore A$ 是 EC 的中点,

$$\therefore AE = AC,$$

$$\because \angle DEC = \angle EDB,$$

$$\therefore AE = AD,$$

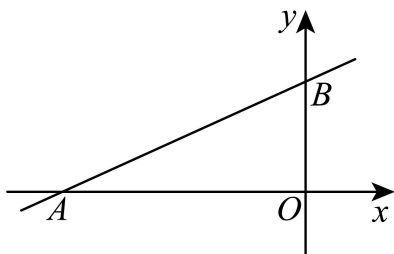
$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore AB = A = AE = CAD,$$

$\therefore$ 平行四边形 $BCDE$ 是矩形.

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的判定与性质，矩形的判定，等腰三角形的性质，平行线的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定与性质，矩形的判定，等腰三角形的性质，平行线的判定与性质，是解题的关键.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(-4, 0)$ ， $B(0, 3)$.



(1) 求直线 AB 的函数表达式;

(2) 点 C 在直线 AB 上，点 D 与点 C 关于 y 轴对称，如果以 O ， A ， C ， D 为顶点的四边形是平行四边形，求点 C 的坐标.

【答案】 (1) $y = \frac{3}{4}x + 3$

(2) 点 C 的坐标是 $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$ 或 $\left(2, \frac{9}{2}\right)$

【解析】

【分析】 (1) 由直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(-4, 0)$ ， $B(0, 3)$ ，再利用待定系数法求解解析式即可;

(2) 设 CD 与 y 轴相交于点 H ，证明 $CH = DH$ ，证明 $AO = CD = 4$. ①当点 C 在线段 AB 上时， $CH = 2$. 如图，则点 C 的横坐标是 -2 ，②当点 C 在线段 AB 的延长线上时， $CH = 2$. 如图，则点 C 的横坐标是 2 ，再利用函数的性质可得点的坐标.

【小问 1 详解】

解：由题意得，直线 $y = kx + b$ 经过点 $A(-4, 0)$ ， $B(0, 3)$ ，

$$\text{代入得} \begin{cases} -4k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}.$$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式是 $y = \frac{3}{4}x + 3$.

【小问 2 详解】

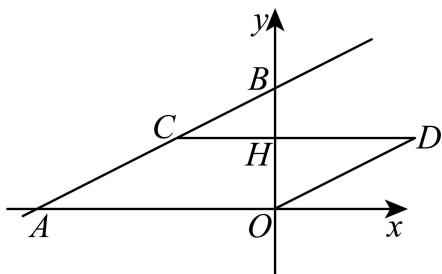
$\because$ 点 C 与点 D 关于 y 轴对称, 设 CD 与 y 轴相交于点 H ,

$\therefore CH = DH$,

$\therefore$ 以 O 、 A 、 C 、 D 为顶点的四边形是平行四边形,

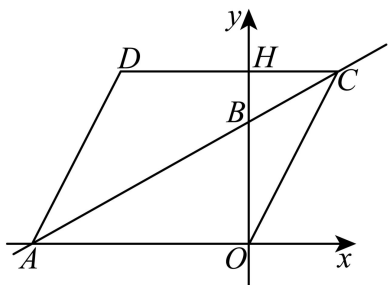
$\therefore AO = CD = 4$.

①当点 C 在线段 AB 上时, $CH = 2$. 如图,



则点 C 的横坐标是 -2 , 点 C 的坐标是 $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$.

②当点 C 在线段 AB 的延长线上时, $CH = 2$. 如图,



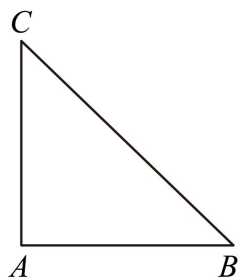
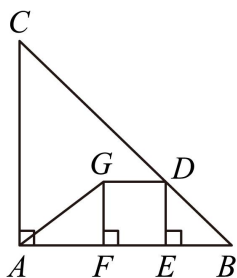
则点 C 的横坐标是 2 , 点 C 的坐标是 $\left(2, \frac{9}{2}\right)$.

综上所述, 如果以 O 、 A 、 C 、 D 为顶点的四边形是平行四边形, 点 C 的坐标是 $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$ 或 $\left(2, \frac{9}{2}\right)$.

【点睛】 本题考查的是利用待定系数法求解一次函数的解析式, 平行四边形的性质与判定, 轴对称的性质, 利用数形结合的方法解题是关键.

四、解答题 (满分 12 分, 每小题 4 分)

25. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 4$, 点 D 在边 BC 上, $DE \perp AB$, 垂足为点 E , 以 DE 为边作正方形 $DEFG$, 点 F 在边 AB 上, 且位于点 E 的左侧, 连接 AG .



备用图

- (1) 设 $DE = x$, $AG = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;
- (2) 当四边形 $ABDG$ 是等腰梯形时, 求 DE 的长;
- (3) 连接 BG , 当 $\triangle AGB$ 是等腰三角形时, 求正方形 $DEFG$ 的面积.

【答案】 (1) $y = \sqrt{5x^2 - 16x + 16} (0 < x \leq 2)$

(2) $\frac{4}{3}$

(3) 1 或 $\frac{16}{5}$

【解析】

【分析】 (1) 证明 $DE = DG = GF = EF$, $DE \perp AB$, $GF \perp AB$, 可得 $\angle B = 45^\circ$, $DE = BE = DG = EF = x$. $AF = AB - EF - BE = 4 - 2x$, 由勾股定理可得 $AG = \sqrt{AF^2 + GF^2} = \sqrt{x^2 + (4 - 2x)^2}$, 从而可得答案;

(2) 证明 $AG = BD$, 结合 $GF = DE$, $\angle GFA = \angle DEB = 90^\circ$, 可得 $\triangle AGF \cong \triangle BDE$. $AF = BE$, 再建立方程求解即可;

(3) 当 $\triangle AGB$ 是等腰三角形时, 则①当 $AG = BG$, 如图, ②当 $BG = AB$, 如图, 再分别画图, 建立方程求解即可.

【小问1详解】

解: $\because$ 四边形 $DEFG$, 是正方形,

$$\therefore DE = DG = GF = EF, \quad DE \perp AB, \quad GF \perp AB,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ, \quad AB = AC = 4,$$

$$\therefore \angle B = 45^\circ,$$

$$\because DE = x,$$

$$\therefore DE = BE = DG = EF = x.$$

$$\therefore AF = AB - EF - BE = 4 - 2x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AGF \text{ 中, } AG = \sqrt{AF^2 + GF^2} = \sqrt{x^2 + (4 - 2x)^2}$$

$$\therefore y = \sqrt{5x^2 - 16x + 16} (0 < x \leq 2).$$

【小问 2 详解】

$\because$ 四边形 $ABDG$ 是等腰梯形,

$$\therefore AG = BD,$$

$$\text{又} \because GF = DE, \angle GFA = \angle DEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AGF \cong \triangle BDE.$$

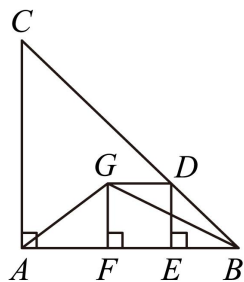
$$\therefore AF = BE,$$

$$\therefore 4 - 2x = x, \text{ 解得 } x = \frac{4}{3},$$

即 DE 的长是 $\frac{4}{3}$.

【小问 3 详解】

当 $\triangle AGB$ 是等腰三角形时, 则①当 $AG = BG$, 如图,



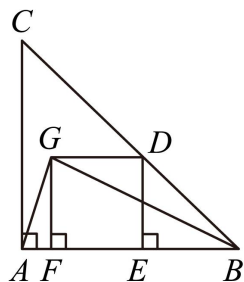
$$\because GF \perp AB,$$

$$\therefore AF = BF,$$

$$\therefore 4 - 2x = 2x, \text{ 解得 } x = 1.$$

即正方形 $DEFG$ 的面积是 1.

②当 $BG = AB$, 如图,



$$\because AB = 4, \text{ 则 } BG = 4,$$

$$\text{在 Rt} \triangle BGF \text{ 中, } BG^2 = GF^2 + BF^2,$$

$$\therefore x^2 + (2x)^2 = 4, \text{ 解得 } x^2 = \frac{16}{5}.$$

即正方形 $DEFG$ 的面积是 $\frac{16}{5}$.

综上所述, 当 $\triangle AGB$ 是等腰三角形时, 正方形 $DEFG$ 的面积是 1 或 $\frac{16}{5}$.

【点睛】 本题考查的是等腰直角三角形的性质, 正方形的性质, 勾股定理的应用, 列函数关系式, 等腰三角形的判定与性质, 等腰梯形的性质, 清晰的分类讨论是解本题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能