

2022—2023 学年上海市徐汇区八年级（下）期末数学试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列函数中，一次函数是（ ）

- A. $y = x + 1$ B. $y = kx + b$ C. $y = \frac{1}{x} + 1$ D. $y = x^2 - 2x$

【答案】A

【解析】

【分析】根据一次函数的定义分别进行判断即可．

【详解】解：A、是一次函数，故此选项符合题意；

B、当 $k \neq 0$ 时， $y = kx + b$ 是一次函数，故此选项不符合题意；

C、 $y = \frac{1}{x} + 1$ ，右边不是整式，不是一次函数，故此选项不符合题意；

D、 $y = x^2 - 2x$ 自变量最高次数是二次，不是一次函数，故此选项不符合题意；

故选：A．

【点睛】本题主要考查了一次函数的定义，一次函数 $y = kx + b$ 的定义条件是： k 、 b 为常数， $k \neq 0$ ，自变量次数为 1．

2. 一次函数 $y = -2(x - 1)$ 在 y 轴上的截距是（ ）

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【答案】C

【解析】

【分析】一次函数在 $y = -2(x - 1)$ 轴的截距求是一次函数一般式 $y = kx + b$ 中 b 的值

【详解】解：当 $x = 0$ 时， $y = -2 \times (0 - 1) = 2$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y = -2(x - 1)$ 在 y 轴上的截距是 2．

故选：C．

【点睛】本题主要考查：对一次函数一般式的掌握，一次函数 $y = kx + b$ 在 y 轴上的截距是 b ．

3. 下列各式错误的是（ ）

- A. $|O| = 0$ B. $\pi + (-\pi) = 0$ C. $\pi + n = n + \pi$ D. $\pi - n = \pi + (-n)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平面向量的意义和性质进行分析作答．

【详解】解：A、 $|0|=0$ ，选项正确，故不符合题意.

B、 $\vec{\pi} + (-\vec{\pi}) = \vec{0}$ ，选项不正确，故符合题意.

C、 $\pi + n = n + \pi$ ，选项正确，故不符合题意.

D、 $\pi - n = \pi + (-n)$ ，选项正确，故不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了平面向量，注意：平面向量既有大小又有方向，且实数的运算法则同样能应用于平面向量的计算过程中.

4. 一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象不经过的象限是 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】A

【解析】

【分析】根据一次函数的解析式，利用一次函数图象与系数的关系可得出一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象经过第二、三、四象限，此题得解.

【详解】解： $\because k = -2 < 0, b = -1 < 0$,

$\therefore$ 一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象经过第二、三、四象限，

$\therefore$ 一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象不经过第一象限.

故选：A.

【点睛】本题考查了一次函数图象与系数的关系，牢记“ $k < 0, b < 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在二、三、四象限”是解题的关键.

5. 下列事件中，属于确定事件的是 ()

A. 抛一枚硬币，落地后正面朝上

B. 菱形的两条对角线相等

C. 两个非零实数的积为正

D. 10 只鸟关在 3 个笼子里，至少有一个笼子关的鸟超过 3 只

【答案】D

【解析】

【分析】根据随机事件，必然事件，不可能事件的特点，逐一判断即可解答.

【详解】解：A、抛一枚硬币，落地后正面朝上，是随机事件，属于不确定事件，故 A 不符合题意；

B、菱形的两条对角线相等，是随机事件，属于不确定事件，故 B 不符合题意；

C、两个非零实数的积为正，是随机事件，属于不确定事件，故 C 不符合题意；

D、10 只鸟关在 3 个笼子里，至少有一个笼子关的鸟超过 3 只，是必然事件，属于确定事件，故 D 符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了随机事件，菱形的性质，实数的运算，熟练掌握随机事件，必然事件，不可能事件的特点是解题的关键.

6. 在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$. 如果再添加一个条件可推出四边形是正方形，那么这个条件可以是 ()

- A. $AB = CD$ B. $BC = CD$ C. $\angle D = 90^\circ$ D. $AC = BD$

【答案】B

【解析】

【分析】先证明四边形 $ABCD$ 是矩形，再根据正方形的判定定理求解即可.

【详解】解： $\because$ 在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore$ 当添加 $BC = CD$ 时，矩形 $ABCD$ 是正方形，

而 A、C、D、三个选项中得条件都是矩形性质所具有的，因此不能证明矩形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore$ 只有 B 选项符合题意；

故选 B.

【点睛】本题主要考查了矩形的判定定理，正方形的判定定理，熟知有 3 个角是直角的四边形是矩形，有一组邻边相等的矩形是正方形时解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 将直线 $y = 2x + 1$ 平移，使平移后的直线经过点 $(0, -3)$ ，所得直线的表达式是_____.

【答案】 $y = 2x - 3$

【解析】

【分析】根据平移不改变 k 的值可设 $y = 2x + b$ ，然后将点 $(0, -3)$ 代入即可得出直线的函数解析式.

【详解】解：设平移后的函数表达式是 $y = 2x + b$ ，

$\because$ 它经过点 $(0, -3)$ ，

$\therefore -3 = b$ ，

解得： $b = -3$.

∴ 平移后的函数解析式为: $y = 2x - 3$.

故答案为: $y = 2x - 3$.

【点睛】此题考查了一次函数图象与几何变换, 求直线平移后的解析式时要注意平移时 k 的值不变.

8. 方程 $(x-1)^2 = 27$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 1 + 3\sqrt{3}$, $x_2 = 1 - 3\sqrt{3}$

【解析】

【分析】由 $(x-1)^2 = 27$, 可得 $x-1 = \pm 3\sqrt{3}$, 再解一次方程即可.

【详解】解: $(x-1)^2 = 27$,

方程两边开方得: $x-1 = \pm 3\sqrt{3}$,

解得: $x_1 = 1 + 3\sqrt{3}$, $x_2 = 1 - 3\sqrt{3}$.

故答案为: $x_1 = 1 + 3\sqrt{3}$, $x_2 = 1 - 3\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查的是利用平方根的含义解方程, 二次根式的化简, 熟记平方根的含义是解本题的关键.

9. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】根据无理方程的解法, 首先, 两边平方解出 x 的值, 然后验根, 解答即可.

【详解】解: 两边平方得: $2x+3 = x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

解方程得: $x_1 = 3$, $x_2 = -1$,

检验: 当 $x_1 = 3$ 时, 方程的左边 = 右边, 所以 $x_1 = 3$ 为原方程的解,

当 $x_2 = -1$ 时, 原方程的左边 $\neq$ 右边, 所以 $x_2 = -1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点睛】此题考查无理方程的解, 解题关键在于掌握运算法则

10. 在分式方程 $\frac{2x+1}{x^2} + \frac{2x^2}{2x+1} = 1$ 中, 令 $y = \frac{2x+1}{x^2}$, 则原方程可化为关于 y 的方程是_____.

【答案】 $y^2 - y + 2 = 0$

【解析】

【分析】利用换元法，将 $y = \frac{2x+1}{x^2}$ 代入原方程，再将其化为整式方程即可.

【详解】解：设 $y = \frac{2x+1}{x^2}$ ，则原方程可化为 $y + \frac{2}{y} = 1$ ，

即 $y^2 - y + 2 = 0$ ，

故答案为： $y^2 - y + 2 = 0$.

【点睛】考查了换元法解分式方程，换元法解分式方程是常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，化难为易，对此应注意总结能用换元法解分式方程的特点，寻找解题技巧.

11. 图形的密铺（或称图形的镶嵌）指用形状、大小完全相同的一种或几种平面图形进行拼接，彼此之间既不留空隙、也不互相重叠地把一部分平面完全覆盖. 图 1 所示的是一种五边形密铺的结构图，图 2 是从该密铺图案中抽象出的一个五边形，其中 $\angle C = \angle E = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle B = \angle D$ ，则 $\angle A$ 的度数是_____.

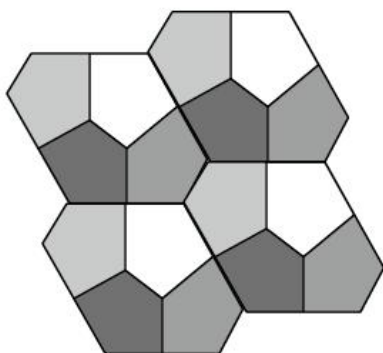


图1

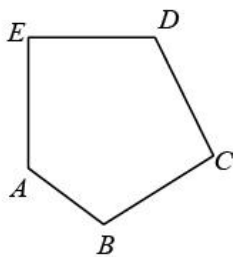


图2

【答案】 120° ## 120 度

【解析】

【分析】根据 n 边形内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 求解即可.

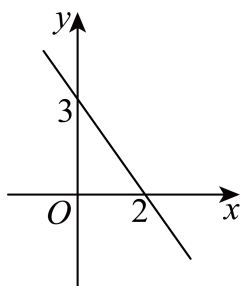
【详解】解： $\because \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$ ， $\angle A = \angle B = \angle D$ ， $\angle C = \angle E = 90^\circ$ ，

$\therefore 3\angle A + 2 \times 90^\circ = 540^\circ$ ，则 $\angle A = 120^\circ$ ，

故答案为： 120° .

【点睛】本题考查多边形的内角和问题，熟记多边形的内角和公式是解答的关键.

12. 一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，当 $y>0$ 时， x 的取值范围是_____.



【答案】 $x < 2$

【解析】

【分析】

【详解】解：根据图象和数据可知，当 $y > 0$ 即图象在 x 轴的上方， $x < 2$ 。

故答案为 $x < 2$ 。

13. 某市出租车的收费起步价为 14 元，即路程不超过 3 公里时收费 14 元，超过部分每公里收费 2.4 元。如果乘客乘坐出租车行驶的路程为 x ($x > 3$) 公里，乘车费为 y 元，那么 y 与 x 之间的关系式为_____。

【答案】 $y = 2.4x + 6.8$

【解析】

【分析】根据前 3 公里收费 14 元，超过部分 $(x - 3)$ 公里按每公里收费 2.4 元即可得。

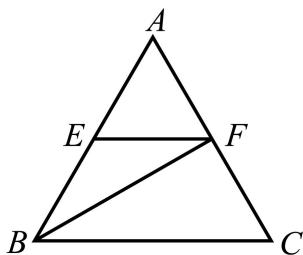
【详解】解：由题意得： $y = 14 + 2.4(x - 3)$,

即 $y = 2.4x + 6.8$,

故答案为： $y = 2.4x + 6.8$ 。

【点睛】本题考查了利用关系式表示变量之间的关系，正确理解出租车的收费标准是解题关键。

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， E, F 分别是 AB, AC 的中点，若 BF 平分 $\angle ABC$ ， $BC = 6$ ，则 BE 的长为_____。



【答案】 3

【解析】

【分析】根据三角形中位线定理得到 $EF \parallel BC$, $EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ ，根据平行线的性质得到 $\angle EFB = \angle FBC$ ，进而得出 $\angle EFB = \angle ABF$ ，得到 $BE = EF = 3$ 。

【详解】解：∵ E, F 分别是 AB, AC 的中点， $BC = 6$ ，

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$$\therefore \angle EFB = \angle FBC,$$

∵ BF 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle ABF = \angle FBC,$$

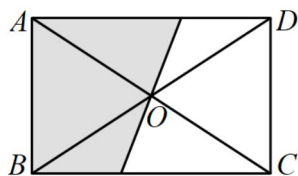
$$\therefore \angle EFB = \angle ABF,$$

$$\therefore BE = EF = 3,$$

故答案为：3.

【点睛】本题考查的是三角形中位线定理、平行线的性质，等腰三角形的性质和判定，熟记三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半是解题的关键.

15. 如下图，长为 6，宽为 3 的矩形 $ABCD$ ，阴影部分的面积为_____.



【答案】9

【解析】

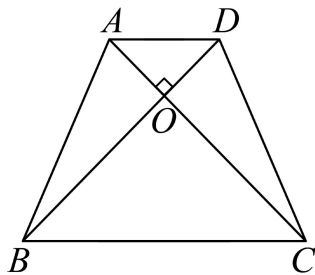
【分析】根据矩形是中心对称图形，可得阴影部分的面积是矩形面积的一半，求出矩形面积即可求解.

【详解】解：因为 O 为矩形的对称中心，则阴影部分的面积是矩形面积的一半，因为矩形面积为 $6 \times 3 = 18$ ，所以阴影部分的面积 9.

故答案为：9.

【点睛】本题考查了矩形是中心对称图形的性质. 熟练掌握中心对称图形的性质是解题的关键.

16. 已知在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AC \perp BD$ ，垂足为点 O ，如果 $BD = 8\text{cm}$ ，那么梯形 $ABCD$ 的上下底之和等于_____ cm.



【答案】 $8\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据等腰梯形的性质得出 $AC = BD$ ，进而利用勾股定理解答即可。

【详解】解：过 D 点作 $DE \parallel AC$ ，交 BC 的延长线于 E ，

$$\therefore \angle BDE = \angle BOC,$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BOC = 90^\circ,$$

在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AC = BD = 8$ ，

$$\therefore AD \parallel BC, AC \parallel DE,$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形，

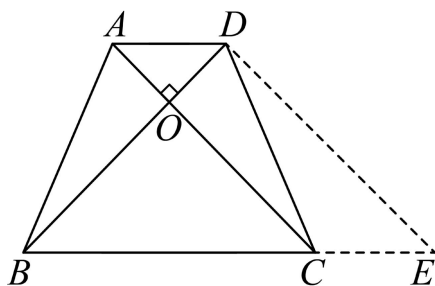
$$\therefore AC = DE = BD, AD = CE,$$

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore BE = 8\sqrt{2} = BC + CE = BC + AD,$$

即梯形 $ABCD$ 的上下底之和等于 $8\sqrt{2}\text{cm}$ ，

故答案为： $8\sqrt{2}$ 。



【点睛】本题考查了等腰梯形的性质，解题的关键是根据等腰梯形

的对角线长度相等解答。

17. 我们把两条对角线长度之比为1:2的菱形叫做“钻石菱形”，如果一个“钻石菱形”的面积为8，那么它的边长是_____。

【答案】 $\sqrt{10}$

【解析】

【分析】设 $BD = x$ ， $AC = 2x$ ，由菱形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle DAC$ 的面积 $+ \triangle BAC$ 的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BD = 8$ ，得到 $x^2 = 8$ ，求出 $x = 2\sqrt{2}$ ，得到 $OD = \sqrt{2}$ ， $AO = 2\sqrt{2}$ ，由勾股定理得到 $AD = \sqrt{OD^2 + OA^2} = \sqrt{10}$ ，即可得到菱形的边长是 $\sqrt{10}$ 。

【详解】解：如图，菱形 $ABCD$ 中， $BD : AC = 1 : 2$ ，
设 $BD = x$ ， $AC = 2x$ ，

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积} = \triangle DAC \text{ 的面积} + \triangle BAC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AC \cdot OD + \frac{1}{2} AC \cdot OB = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 8,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2x \cdot x = 8,$$

$$\therefore x^2 = 8,$$

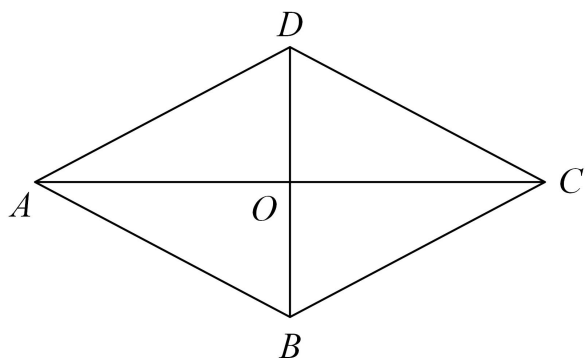
$$\therefore x = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} x = \sqrt{2}, \quad AO = \frac{1}{2} AC = x = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore AD = \sqrt{OD^2 + OA^2} = \sqrt{10},$$

$$\therefore \text{菱形的边长是 } \sqrt{10}.$$

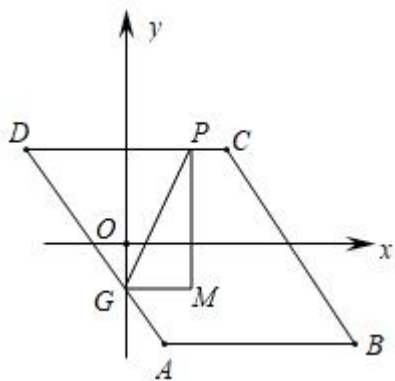
故答案为: $\sqrt{10}$.



【点睛】本题考查菱形的性质，勾股定理，关键是由菱

形的性质求出 OD ， AO 的长.

18. 如图， $\square ABCD$ 中， $AB \parallel x$ 轴， $AB = 12$. 点 A 的坐标为 $(2, -8)$ ，点 D 的坐标为 $(-6, 8)$ ，点 B 在第四象限，点 G 是 AD 与 y 轴的交点，点 P 是 CD 边上不与点 C ， D 重合的一个动点，过点 P 作 y 轴的平行线 PM ，过点 G 作 x 轴的平行线 GM ，它们相交于点 M ，将 $\triangle PGM$ 沿直线 PG 翻折，当点 M 的对应点落在坐标轴上时，点 P 的坐标为_____.



【答案】 $(\frac{8\sqrt{5}}{5}, 8)$ 或 $(-\frac{12}{5}\sqrt{5}, 8)$

【解析】

【分析】先求出直线 AD 的解析式为 $y = -2x - 4$ ，则可求 $G(0, -4)$ ，设 $P(m, 8)$ ，则 $M(m, -4)$ ，可求 $PM = 12$ ， $PN = 8$ ，分两种情况讨论：当 M' 在 x 轴负半轴时，由折叠可知 $PM' = 12$ ，在 $Rt \triangle M'NP$ 中，由勾股定理可求 $M'N = 4\sqrt{5}$ ，在 $Rt \triangle M'OG$ 中， $M'G = x$ ， $OG = 4$ ，可求 $M'O = \sqrt{x^2 - 16}$ ，所以 $\sqrt{x^2 - 16} + x = 4\sqrt{5}$ ，解得 $x = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ ，则 $P(\frac{8\sqrt{5}}{5}, 8)$ ；当 M' 在 x 轴正半轴时，同理可得， $-x + \sqrt{x^2 - 16} = 4\sqrt{5}$ ，解得 $x = -\frac{12}{5}\sqrt{5}$ ，求得 $P(-\frac{12}{5}\sqrt{5}, 8)$ 。

【详解】解：设 AD 的直线解析式为 $y = kx + b$ ，
将 $A(2, -8)$ ， $D(-6, 8)$ 代入可得，

$$\begin{cases} 2k + b = -8 \\ -6k + b = 8 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2x - 4,$$

$$\therefore G(0, -4),$$

$\because$ 点 P 是 CD 边上， $CD \parallel x$ 轴，

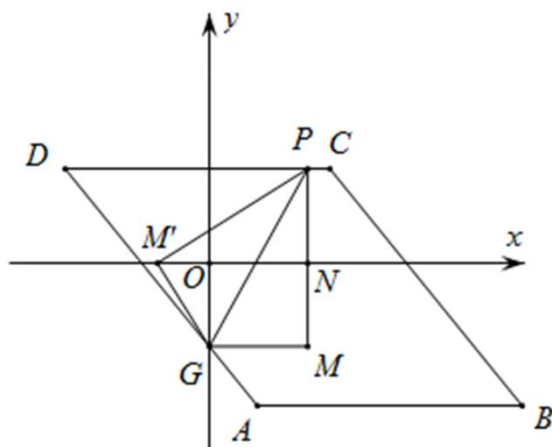
设 $P(m, 8)$ ，

$\because GM \parallel y$ 轴，

$$\therefore M(m, -4),$$

$$\therefore PM = 12, \quad PN = 8,$$

当 M' 在 x 轴负半轴时，如图，



由折叠可知 $GM = GM'$ ， $PM = PM'$ ，

$$\therefore PM' = 12,$$

$$\text{在 } Rt \triangle M'NP \text{ 中, } M'N = \sqrt{M'P^2 - PN^2} = 4\sqrt{5},$$

$$\text{在 } Rt \triangle M'OG \text{ 中, } M'G = x, \quad OG = 4,$$

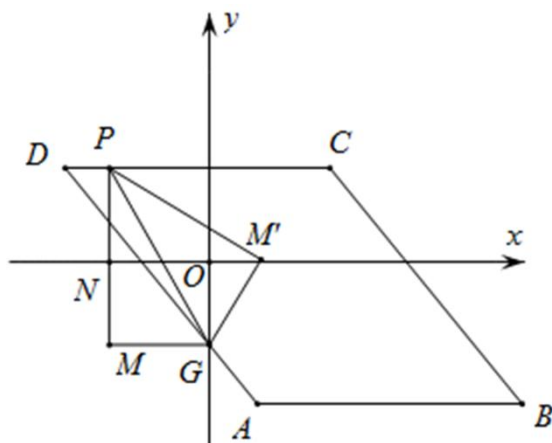
$$\therefore M'O = \sqrt{x^2 - 16},$$

$$\therefore \sqrt{x^2 - 16} + x = 4\sqrt{5},$$

$$\text{解得 } x = \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore P\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}, 8\right);$$

当 M' 在 x 轴正半轴时, 如图,



$$\text{同理可得, } -x + \sqrt{x^2 - 16} = 4\sqrt{5},$$

$$\text{解得 } x = -\frac{12}{5}\sqrt{5},$$

$$\therefore P\left(-\frac{12}{5}\sqrt{5}, 8\right);$$

综上所述: P 点坐标为 $\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}, 8\right)$ 或 $\left(-\frac{12}{5}\sqrt{5}, 8\right)$,

故答案为 $\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}, 8\right)$ 或 $\left(-\frac{12}{5}\sqrt{5}, 8\right)$.

【点睛】 本题考查折叠的性质, 熟练掌握平行四边形的性质、平面上点的坐标特点、并灵活应用勾股定理是解题的关键.

三、计算题 (每题 8 分, 共 16 分)

$$19. \sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 1$$

【答案】 $x_1 = 0$

【解析】

【分析】根据解无理方程的一般步骤求解即可.

【详解】解: $\sqrt{2x+1}=1-\sqrt{x}$

$$2x+1=1+x-2\sqrt{x}$$

$$x=-2\sqrt{x}$$

$$x^2-4x=0$$

$$\text{解得 } x_1=0, \quad x_2=4$$

经检验 $x_2=4$ 是原方程的增根,

所以原方程的解为 $x_1=0$

【点睛】本题主要考查解无理方程, 去掉根号把无理方程化成有理方程是解题的关键, 注意无理方程需验根. 需要同学们仔细掌握.

$$20. \text{ 解方程组: } \begin{cases} x^2+6xy+9y^2=4 \\ x-3y=8 \end{cases}$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-\frac{5}{3} \end{cases}$$

【解析】

【分析】先将 $x^2+6xy+9y^2$ 分解因式为: $(x+3y)^2$, 则 $x+3y=\pm 2$, 与 $x-3y=8$ 组合成两个方程组, 解出即可.

【详解】解: 由 $x^2+6xy+9y^2=4$, 得 $(x+3y)^2=4$,

$$\therefore x+3y=\pm 2,$$

$$\therefore \text{原方程组可转化为: } \begin{cases} x+3y=2 \\ x-3y=8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+3y=-2 \\ x-3y=8 \end{cases}$$

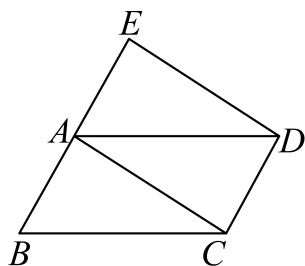
$$\text{解得: } \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\therefore \text{原方程组的解为: } \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x_2=3 \\ y_2=-\frac{5}{3} \end{cases}.$$

【点睛】本题主要考查二元二次方程组的解, 解题关键在于掌握运算法则, 准确计算.

四、简答题 (第 21、22 题每题 7 分, 第 23、24 题每题 6 分, 共 26 分)

21. 如图, 四边形 $ABCD$ 和四边形 $ACDE$ 都是平行四边形,



(1) 填空: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} =$ _____; $\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CB} =$ _____;

(2) 求作: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE}$.

【答案】(1) $\overrightarrow{BC}$, $\vec{0}$

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 直接根据三角形法则即可求解, 其中 $ABCD$ 是平行四边形, 则 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$;

(2) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD}$, 利用平行四边形法则求解.

【小问 1 详解】

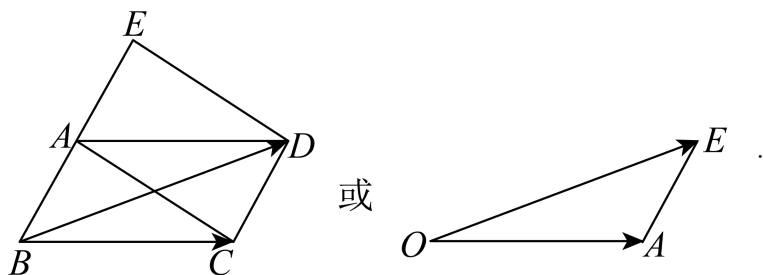
解: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$;

$\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$;

【小问 2 详解】

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$, 或 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$.

所画图形如下所示:



【点睛】本题考查了平面向量的知识, 属于基础题, 注意平面向量定义及三角形和平行四边形法则的熟练掌握.

22. 有两个不透明的袋子分别装有除颜色外其余均相同的小球, 甲袋中有 1 个红球和 2 个白球, 乙袋中有 2 个红球和 1 个白球.

(1) 如果在甲袋中摸出一个小球, 那么摸到黑球是_____ (填“确定事件”或“随机事件”);

(2) 如果在乙袋中摸出一个小球, 那么摸到红球或白球的概率是_____;

(3) 如果在甲、乙两个袋子中分别随机摸出一个小球，那么摸到两球颜色相同的概率是多少？（请用列表法或树形图法说明）

【答案】(1) 确定事件

(2) 100%

(3) 见解析, $\frac{4}{9}$

【解析】

【分析】(1) 根据确定事件，随机事件的定义结合具体问题情境进行判断即可；

(2) 根据概率的定义以及确定事件的定义进行解答即可；

(3) 用树状图法列举出所有等可能出现的结果，再根据概率的定义进行计算即可.

【小问 1 详解】

解：由于甲袋中有 1 个红球和 2 个白球，从甲袋中摸出一个小球不可能摸到黑球，是不可能事件，是确定事件，

故答案为：确定事件；

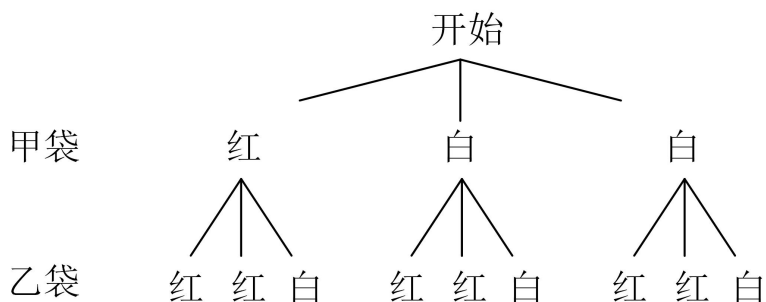
【小问 2 详解】

乙袋中只有红球和白球，摸出 1 球不是红球就是白球，因此在乙袋中摸出一个小球，摸到红球或白球的概率是 100%，

故答案为：100%；

【小问 3 详解】

用树状图表示所有等可能出现的结果如下：



共有 9 种等可能出现的结果，其中摸到两球颜色相同的有 4 种，

所以摸到两球颜色相同的概率是 $\frac{4}{9}$.

【点睛】本题考查列表法或树状图法，随机事件，确定事件以及概率的计算，理解确定事件、随机事件的定义以及用树状图表示所有等可能出现的结果是正确解答的前提.

23. 某商店以 2400 元购进某种盒装茶叶，第一个月每盒按进价增加 20% 作为售价，售出 50 盒，第二个月每盒以低于进价 5 元作为售价，售完余下的茶叶. 在整个买卖过程中盈利 350 元，求每盒茶叶的进价.

【答案】40 元

【解析】

【分析】设每盒茶叶的进价为 x 元，等量关系为：总售价 - 总进价 = 350，据此列出方程求解.

【详解】解：设每盒茶叶的进价为 x 元.

$$50 \times x(1 + 20\%) + (x - 5) \times \left(\frac{2400}{x} - 50\right) - 2400 = 350.$$

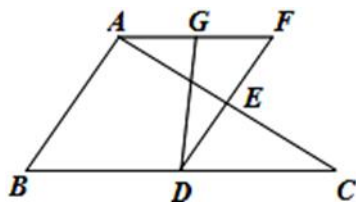
解得： $x = 40$ 或 $x = -30$,

经检验： $x = 40$ 或 $x = -30$ 都是原方程的解，但 $x = -30$ 不合题意，应舍去.

答：每盒茶叶的进价为 40 元.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找到合适的等量关系是解决问题的关键，难点是得到余下茶叶的数量.

24. 如图， $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是边 BC 、 AC 的中点，过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交线段 DE 的延长线相交于 F 点，取 AF 的中点 G ，如果 $BC = 2AB$.



求证：(1) 四边形 $ABDF$ 是菱形；

(2) $AC = 2DG$.

【答案】(1) 详见解析；(2) 详见解析.

【解析】

【分析】(1) 首先根据三角形的中位线定理，得 $DE \parallel AB$ ，结合 $AF \parallel BC$ ，根据两组对边分别平行的四边形是平行四边形，可以判断该四边形是平行四边形，再根据一组邻边相等的平行四边形是菱形即可证明；

(2) 根据菱形的性质可以进一步得到 $\triangle FGD \cong \triangle FEA$ ，则 $GD = AE$ ，即可证明结论.

【详解】证明：(1) $\because$ 点 D 、 E 分别是边 BC 、 AC 的中点，

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线 (三角形中位线的定义)，

$\therefore DE \parallel AB$ ， $DE = \frac{1}{2}AB$ (三角形中位线性质).

$\because AF \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形 (平行四边形定义).

$\because BC = 2AB$ ， $BC = 2BD$,

$\therefore AB = BD$.

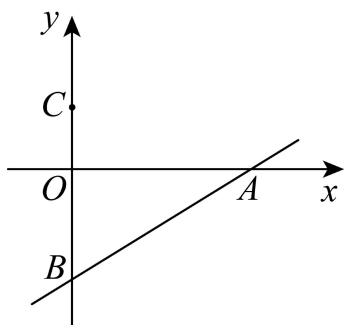
$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是菱形.

(2) $\because$ 四边形 $ABDF$ 是菱形,
 $\therefore AF=AB=DF$ (菱形的四条边都相等).
 $\because DE=\frac{1}{2}AB$,
 $\therefore EF=\frac{1}{2}AF$.
 $\because G$ 是 AF 的中点.
 $\therefore GF=\frac{1}{2}AF$,
 $\therefore GF=EF$.
 $\therefore \triangle FGD \cong \triangle FEA$,
 $\therefore GD=AE$,
 $\because AC=2EC=2AE$,
 $\therefore AC=2DG$.

【点睛】此题综合运用了三角形的中位线定理、菱形的判定和性质、全等三角形的判定和性质.

五、综合题 (每题 8 分, 共 16 分)

25. 如图, 一次函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(5\sqrt{3}, 0)$, 与 y 轴相交于点 B



- (1) 求点 B 的坐标及 $\angle ABO$ 的度数;
- (2) 如果点 C 的坐标为 $(0, 3)$, 四边形 $ABCD$ 是直角梯形, 求点 D 的坐标.

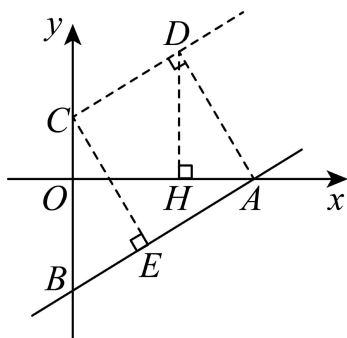
【答案】(1) B 的坐标是 $(0, -5)$, $\angle ABO = 60^\circ$

(2) $D(3\sqrt{3}, 6)$ 或 $(5\sqrt{3}, 3)$

【解析】

【分析】(1) 先利用待定系数法求出一函数解析式, 进而可求出 OB 的长, 再根据勾股定理求出 AB 的值, 如图, 取 AB 的中点 H , 证明 $\triangle BOH$ 是等边三角形, 进而可求解.

(2) 根据四边形 $ABCD$ 是直角梯形分两种情况: ①过点 C 作 $CE \perp AB$, 过点 C 作 $AB \parallel CD$, 作 $CD \perp AD$,



由 (1) 可得 $\angle ABO = 60^\circ$ ，则：

$$\angle BCE = 30^\circ, \angle DAH = 60^\circ, \angle ADH = 30^\circ,$$

$$\text{又} \because BC = 8, \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AD = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AH = 2\sqrt{3}, DH = 6,$$

$$\therefore OH = OA - AH = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3},$$

则 D 的坐标是 $(3\sqrt{3}, 6)$ ，

② $AD \parallel BC$ ， $CD \perp AD$ 时，由于 $A(5\sqrt{3}, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，则可知 $D(5\sqrt{3}, 3)$ ，

综上 $D(3\sqrt{3}, 6)$ 或 $(5\sqrt{3}, 3)$ 。

【点睛】本题考查了待定系数法求函数解析式，勾股定理，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，等边三角形的判定与性质，熟练掌握待定系数法求函数解析式，利用分类讨论的思想解决问题是解题的关键。

26. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 16$ ， E 、 F 是直线 AC 上的两个动点，分别从 A 、 C 两点同时出发相向而行，速度均为每秒 2 个单位长度，运动时间为 t 秒，其中 $(0 \leq t \leq 10)$ 。

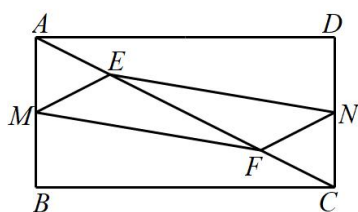


图1

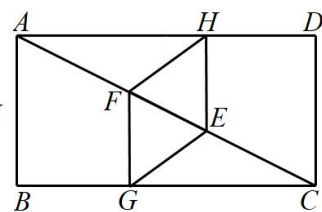


图2

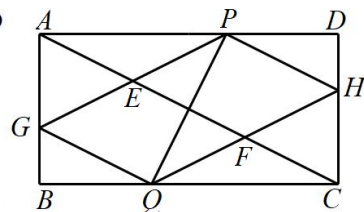


图3

(1) 如图 1， M 、 N 分别是 AB 、 CD 中点，当四边形 $EMFN$ 是矩形时，求 t 的值；

(2) 若 G 、 H 分别从点 A 、 C 沿折线 $A-B-C$ ， $C-D-A$ 运动，与 E 、 F 相同的速度同时出发。

①如图 2, 若四边形 $EGFH$ 为菱形, 求 t 的值;

②如图 3, 作 AC 的垂直平分线交 AD 、 BC 于点 P 、 Q , 当四边形 $PGQH$ 的面积是矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{15}{32}$ 时, 则 t 的值是_____.

【答案】(1) $t = 2\sqrt{5} - 4$ 或 $2\sqrt{5} + 4$

(2) ① $t = 7$; ② $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】(1) 先证明 $\triangle AME \cong \triangle CNF$ (SAS), 则 $ME = FN$, $\angle AEM = \angle CFN$, 可得 $\angle MEF = \angle EFN$, 则 $ME \parallel FN$, 得四边形 $EMFN$ 是平行四边形, 连接 MN , 证明四边形 $MBCN$ 是矩形, 则 $MN = BC = 16$, $AC = 8\sqrt{5}$, 当 $EF = MN = 16$ 时, 四边形 $EMFN$ 是矩形, 则 $8\sqrt{5} - 4t = 16$ 或 $4t - 8\sqrt{5} = 16$, 解方程即可得到答案;

(2) ①由 (1) 知: $AE = CF$, 连接 GH , CH , 由四边形 $EGFH$ 为菱形得到 $AC \perp GH$, $OE = OF$, 则 $OA = OC$, 则 $AH = HC$, 由勾股定理得到 $HC^2 = CD^2 + DH^2$, 则 $AH^2 = 64 + (16 - AH)^2$, 求得 $AH = CH = 10$, 则 $DH = 6$, 则 $CD + DH = 8 + 6 = 14$, 即可得到 $t = \frac{14}{2} = 7$;

②连接 AQ , 由 ① 同理得 $AQ = CQ = 10$, $BQ = 6$, 由 ① 知 $AP = 10$, 则 $AP = CQ$, 可证明 $\triangle APG \cong \triangle CQH$ (SAS), 则 $GP = QH$, 同理可证 $PH = GQ$, 得到四边形 $GQHP$ 是平行四边形, 由四边形 $PGQH$ 的面积是矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{15}{32}$ 得到 $S_{\triangle PGQ} = 30$, 则 $S_{\triangle AGP} + S_{\triangle GBQ} = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 - 30 = 34$, 即 $\frac{1}{2} \times AG \times 10 + \frac{1}{2} \times 6 \times (8 - AG) = 34$, 求得 $AG = 5$, 得到 $t = \frac{5}{2}$.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB = CD$,

$\therefore \angle MAE = \angle NCF$,

$\because M$ 、 N 分别是 AB 、 DC 的中点,

$\therefore AM = CN$,

$\because E$ 、 F 分别从 A 、 C 同时出发相向而行, 速度均为每秒 2 个单位长度,

$\therefore AE = CF = 2t$,

$\therefore \triangle AME \cong \triangle CNF$ (SAS),

$\therefore ME = FN$, $\angle AEM = \angle CFN$,

$$\therefore \angle MEF = \angle EFN,$$

$$\therefore ME \parallel FN,$$

$\therefore$ 四边形 $EMFN$ 是平行四边形,

如图 1, 连接 MN ,

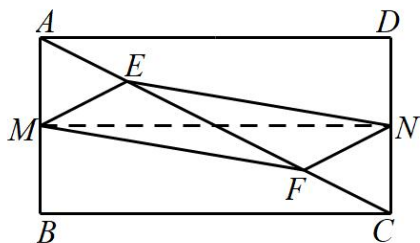


图1

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, M, N 分别是 AB, DC 中点,

$$\therefore MB = CN, MB \parallel CN, \angle B = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $MBCN$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $MBCN$ 是矩形,

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8, BC = 16,$

$$\therefore MN = BC = 16, AC = \sqrt{8^2 + 16^2} = 8\sqrt{5},$$

$\therefore$ 四边形 $EMFN$ 是平行四边形,

$\therefore$ 当 $EF = MN = 16$ 时, 四边形 $EMFN$ 是矩形,

$$\therefore 8\sqrt{5} - 4t = 16 \text{ 或 } 4t - 8\sqrt{5} = 16,$$

解得: $t = 2\sqrt{5} - 4$ 或 $2\sqrt{5} + 4$;

【小问 2 详解】

①由 (1) 知: $AE = CF,$

如图 2, 连接 $GH, CH,$

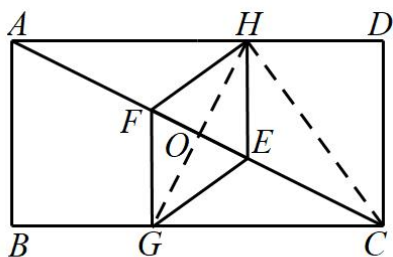


图2

$\therefore$ 四边形 $EGFH$ 为菱形,

$$\therefore AC \perp GH, \quad OE = OF,$$

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore AH = HC,$$

$$\because HC^2 = CD^2 + DH^2,$$

$$\therefore AH^2 = 64 + (16 - AH)^2,$$

$$\therefore AH = CH = 10,$$

$$\therefore DH = 6,$$

$$\therefore CD + DH = 8 + 6 = 14,$$

$$\therefore t = \frac{14}{2} = 7;$$

②如图 3, 连接 AQ ,

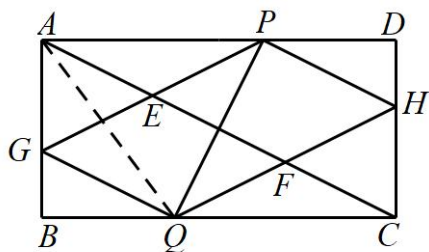


图3

由①同理得: $AQ = CQ = 10$, $BQ = 6$,

由①知: $AP = 10$,

$$\therefore AP = CQ,$$

$\because G, H$ 分别从点 A, C 沿折线 $A-B-C$, $C-D-A$ 运动,

$$\therefore AG = CH,$$

又 $\because \angle GAP = \angle QCH = 90^\circ$,

$$\therefore \triangle APG \cong \triangle CQH \text{ (SAS)},$$

$$\therefore GP = QH,$$

同理可证 $PH = GQ$,

$\therefore$ 四边形 $GQHP$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $PGQH$ 的面积是矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{15}{32}$,

$$\therefore S_{\square PGQH} = \frac{15}{32} S_{\text{矩形}ABCD},$$

$$\therefore 2S_{\triangle PGQ} = \frac{15}{32} S_{\text{矩形}ABCD} = \frac{15}{32} \times 8 \times 16 = 60,$$

$$\therefore S_{\triangle PGQ} = 30,$$

$$\therefore S_{\triangle AGP} + S_{\triangle GBQ} = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 - 30 = 34,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times AG \times 10 + \frac{1}{2} \times 6 \times (8 - AG) = 34,$$

$$\therefore AG = 5,$$

$$\therefore t = \frac{5}{2}.$$

故答案为: $\frac{5}{2}$.

【点睛】此题考查了矩形的判定和性质、平行四边形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、菱形的性质、勾股定理等知识，熟练掌握特殊平行四边形的判定和性质是解题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能