

2022 学年第二学期期末阶段适应性练习卷

初二年级数学学科

(时间: 90 分钟 分值: 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 26 题;
- 2 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A

【解析】

【分析】根据一次函数的解析式, 利用一次函数图象与系数的关系可得出一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象经过第二、三、四象限, 此题得解.

【详解】解: $\because k = -2 < 0, b = -1 < 0,$

$\therefore$ 一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象经过第二、三、四象限,

$\therefore$ 一次函数 $y = -2x - 1$ 的图象不经过第一象限.

故选: A.

【点睛】本题考查了一次函数图象与系数的关系, 牢记 “ $k < 0, b < 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在二、三、四象限” 是解题的关键.

2. 下列关于 x 的方程中, 有实数解的是 ()

A. $\sqrt{x-2} + 1 = 0$

B. $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{x-2}$

C. $x^4 - 6 = 0$

D. $2x^2 + x + 3 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次根式的非负性可判断 A; 求出分式方程的解, 再检验即可判断 B; 方程变形得到 $x^4 = 6$ 进而可判断 C; 根据根的判别式即可判断 D; 从而可得答案.

【详解】解：A、由 $\sqrt{x-2}+1=0$ 可得 $\sqrt{x-2}=-1$ ，故原方程无实数解；

B、去分母得 $x=2$ ，当 $x=2$ 时， $x-2=0$ ，所以 $x=2$ 是方程的增根，故原方程无实数解；

C、方程可变形为 $x^4=6$ ，所以 $x=\pm\sqrt[4]{6}$ ，故原方程有实数解；

D、因为方程的 $\Delta=1^2-4\times 2\times 3=-23<0$ ，所以原方程无实数解；

故选：C.

【点睛】本题考查了二次根式的非负性、分式方程的求解、高次方程的求解以及一元二次方程的根的判别式等知识，熟练掌握上述知识是解题关键.

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，则下列式子不一定正确的是（ ）

A. $AO=CO$

B. $AB=CD$

C. $\angle BAC=\angle BDC$

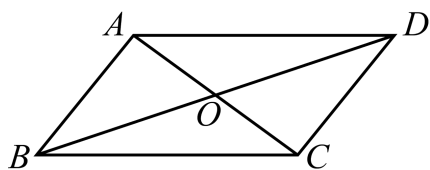
D. $\angle BAC=\angle ACD$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行四边形的性质分析即可.

【详解】解：如图：



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD, AB=CD, AO=CO,$

$\because AB \parallel CD,$

$\therefore \angle BAC=\angle ACD,$

故 A、B、D 都不符合题意，C 符合题意.

故选：C.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质，熟练掌握平行四边形的性质是解题关键.

4. 下列关于向量的等式中，正确的是（ ）

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$

B. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

C. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}$

D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平面向量的运算法则逐一判断即可求解.

【详解】A、 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ ，故本选项不符合题意；

B、 $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ ，正确，故本选项符合题意；

C、 $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ ，故本选项不符合题意；

D、 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ ，故本选项不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了平面向量的加减运算法则，熟练掌握平面向量的运算法则是解题的关键.

5. 在一个不透明的袋子中装有 3 个红球、1 个黄球、1 个白球，这些球只是颜色不同. 下列事件中，属于必然事件的是 ()

A. 从袋子中摸出一个球，球的颜色是红色

B. 从袋子中摸出两个球，它们的颜色相同

C. 从袋子中摸出三个球，有颜色相同的球

D. 从袋子中摸出四个球，有颜色相同的球

【答案】D

【解析】

【分析】在一定条件下，一定会发生的事件为必然事件，据此解答即可.

【详解】解：总计 5 个球，其中有 3 个红球，故从袋子中摸出四个球，必有 2 个红球颜色相同.

故选：D

【点睛】本题考查必然事件的定义，能够列举出随机实验的所有可能结果是解题的关键.

6. 在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$, $AB = AD$ ，添加下列条件不能推得四边形 $ABCD$ 为菱形的是 ()

A. $AB = CD$

B. $AD \parallel BC$

C. $BC = CD$

D. $AB = BC$

【答案】D

【解析】

【分析】根据菱形的定义及其判定、矩形的判定对各选项逐一判断即可得.

【详解】A 选项：若 $AB=CD$ ， $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

当 $AB=AD$ 可判定四边形 $ABCD$ 是菱形；

B 选项：当 $AD \parallel BC$ 时，又 $AB \parallel CD$ ，

∴ 四边形 ABCD 是平行四边形,

当 $AB=AD$ 可判定四边形 ABCD 是菱形;

C 选项: 当 $BC=CD$ 时, $\triangle ABD \cong \triangle BCD$ (SSS),

∴ $\angle A = \angle C$,

∴ $AB \parallel CD$,

∴ $\angle C + \angle ABC = 180^\circ$,

∴ $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$,

∴ $AD \parallel BC$,

又 $AB \parallel CD$,

∴ 四边形 ABCD 是平行四边形,

当 $AB=AD$ 可判定四边形 ABCD 是菱形;

D 选项只能说明四边形的三条边相等, 所以不能判定是菱形.

故选 D.

【点睛】 本题主要考查菱形的判定, 解题的关键是掌握菱形的定义.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 已知直线 $y = ax + b$ 平行于直线 $y = 2x - 1$, 且在 y 轴上的截距是 3, 那么这条直线的解析式是_____.

【答案】 $y = 2x + 3$

【解析】

【分析】 根据互相平行的直线的解析式的一次项系数的值相等确定出 a , 根据在 y 轴上的截距为 3, 计算出 b 值, 即可得解.

【详解】 解: ∵ 直线 $y = ax + b$ 平行于直线 $y = 2x - 1$,

∴ $k = 2$,

又 ∵ 直线 $y = ax + b$ 在 y 轴上的截距为 3,

∴ $b = 3$,

∴ 这条直线的解析式是: $y = 2x + 3$.

故答案是: $y = 2x + 3$.

【点睛】 此题考查两条直线平行问题, 解题关键在于确定 k 的值.

8. 如果一次函数 $y = (k + 2)x - 1$ 中, y 随 x 的增大而减小, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < -2$

【解析】

【分析】根据一次函数的增减性即可得.

【详解】由题意得: $k+2 < 0$

解得 $k < -2$

故答案为: $k < -2$.

【点睛】本题考查了一次函数的性质 (增减性), 熟记一次函数的性质是解题关键.

9. 方程 $\frac{1}{2}x^3 + 4 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】方程整理后, 利用立方根定义求出解即可.

【详解】方程整理得: $x^3 = -8$,

开立方得: $x = -2$.

故答案为: $x = -2$

【点睛】本题考查了立方根, 熟练掌握立方根的定义是解本题的关键.

10. 用换元法解方程 $\frac{x^2-2}{x} + \frac{2x}{x^2-2} = 5$, 如果设 $y = \frac{x^2-2}{x}$, 则原方程可化为 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - 5y + 2 = 0$

【解析】

【分析】设 $y = \frac{x^2-2}{x}$, 则 $\frac{2x}{x^2-2} = \frac{2}{y}$, 根据换元法解答即可, 注意最后的形式是整式方程.

【详解】解: 设 $y = \frac{x^2-2}{x}$, 则原方程可变形为: $y + \frac{2}{y} = 5$,

即为 $y^2 - 5y + 2 = 0$;

故答案为: $y^2 - 5y + 2 = 0$

【点睛】本题考查了换元法解方程, 正确变形是关键.

11. 如果关于 x 的方程 $\sqrt{x+4} = a-1$ 无实数解, 那么 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a < 1$ 或 $a > 5$

【解析】

【分析】根据无理方程和二次根式的非负性解答即可.

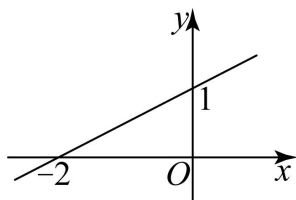
【详解】解: $\because \sqrt{x+4} = a-1 < 0$,

$\therefore a < 1$;

故答案为: $a < 1$.

【点睛】 本题考查了无理方程和二次根式的非负性, 熟知二次根式 $\sqrt{a} \geq 0$ 是解题关键.

12. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过 $(-2, 0)$ 、 $(0, 1)$. 则当 $y < 0$ 时, x 的取值范围是_____.



【答案】 $x < -2$

【解析】

【分析】 $y < 0$ 时求自变量的范围即为函数图象在 x 轴下方对应的 x 的取值范围, 即可解答.

【详解】 解: 由函数图象可得: 当 $x < -2$ 时, $y < 0$,

故答案为: $x < -2$.

【点睛】 本题考查了一次函数与不等式的关系, 数形结合是解题关键.

13. 从长度分别为 2、3、4、6 的四条线段中任取三条, 这三条线段能构成三角形的概率是_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 先列举出所有可能的情况, 再根据三角形的三边关系判断能构成三角形的情况, 然后根据概率公式求解.

【详解】 解: 从长度分别为 2、3、4、6 的四条线段中任取三条, 共有以下四种情况:

2、3、4; 2、3、6; 2、4、6; 3、4、6;

其中, 能够构成三角形的是: 2、3、4; 和 3、4、6; 有两种情况;

所以这三条线段能构成三角形的概率是 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了利用列举法求概率和三角形的三边关系, 列举出所有可能的情况是关键.

14. 如果十边形的各个内角都相等, 那么它的一个内角是_____.

【答案】 144°

【解析】

【分析】 利用多边形的内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ 计算出十边形的内角和, 然后再除以 10 即可.

【详解】 由题意得: $180^\circ \times (10-2) \div 10 = 144^\circ$,

故答案为 144° .

【点睛】此题主要考查了多边形的内角，关键是掌握多边形内角和公式.

15. 已知矩形 $ABCD$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 如果 $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 4$, 那么 AD 的长是_____.

【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据矩形的性质可得 $OA = OB$, 进而可得 $\triangle AOB$ 是等边三角形, 得到 $OA = OB = AB = 4$, 进而得出 $BD = 2BO = 8$, 再利用勾股定理求解即可.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AO = OC, BO = OD, AC = BD, \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore OA = OB$,

$\because \angle AOB = 60^\circ$,

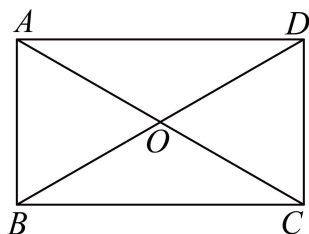
$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$\therefore OA = OB = AB = 4$,

$\therefore BD = 2BO = 8$,

$\therefore AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 4\sqrt{3}$;

故答案为: $4\sqrt{3}$.



【点睛】本题考查了矩形的性质、勾股定理以及等边三角形的判定和性质, 熟练

掌握矩形的性质是解题的关键.

16. 已知菱形的周长为 40, 一条对角线长为 12, 则这个菱形的面积是_____.

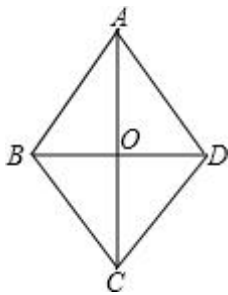
【答案】 96

【解析】

【分析】画出草图分析. 因为周长是 40, 所以边长是 10. 根据对角线互相垂直平分得直角三角形, 运用勾股定理求另一条对角线的长, 最后根据菱形的面积等于对角线乘积的一半计算求解.

【详解】解: 因为周长是 40, 所以边长是 10.

如图所示: $AB=10$, $AC=12$.



根据菱形的性质， $AC \perp BD$ ， $AO=6$ ，

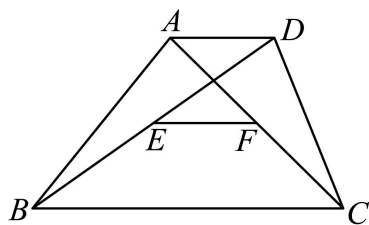
$\therefore BO=8$ ， $BD=16$ 。

$\therefore$ 面积 $S = \frac{1}{2} AC \times BD = 12 \times 16 \times \frac{1}{2} = 96$ 。

故答案为 96。

【点睛】考查了菱形的性质，掌握菱形的面积公式是解题的关键。

17. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ 。点 E 、 F 分别是对角线 BD 、 AC 的中点，如果 $AD=2$ ， $EF=3$ ，那么 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【答案】 8

【解析】

【分析】取 CD 的中点 G ，连接 FG, EG ，可证 $FG \parallel BC$ ，所以 $BC = 2EG, AD = 2FG$ ，于是 $BC = 2EF + AD = 8$ 。

【详解】解：取 CD 的中点 G ，连接 FG, EG ，则 $FG \parallel AD, EG \parallel BC$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore FG \parallel BC$ 。

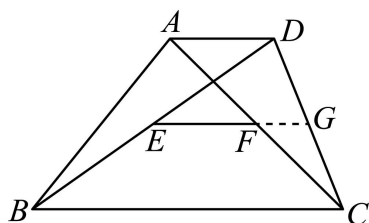
$\therefore E, F, G$ 三点共线。

$\therefore BC = 2EG, AD = 2FG$ 。

$\therefore BC - AD = 2(EG - FG) = 2EF$ 。

$\therefore BC = 2EF + AD = 2 \times 3 + 2 = 8$ 。

故答案为：8



【点睛】 本题考查中位线的性质，平行线的性质，由中位线的性质得到线

段间的数量关系是解题的关键.

18. 定义：有一组对角相等，且另一组对角不相等的凸四边形叫做等对角四边形. 已知在等对角四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $AD = 4$ ，那么 BC 的长是_____.

【答案】 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】 分两种情况：①当 $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$ 时，延长 AD ， BC 相交于点 E ，先用含 30° 角的直角三角形的性质求出 AE ，得出 BE 、 DE ，再利用勾股定理求出 CE ，即可求出 BC ；②当 $\angle BCD = \angle DAB = 60^\circ$ 时，过点 D 作 $DM \perp AB$ 于点 M ， $DN \perp BC$ 于点 N ，则 $\angle AMD = 90^\circ$ ，四边形 $BNDM$ 是矩形，先求出 AM 、 DM ，再由矩形的性质得出 $DN = BM = 3$ ， $BN = DM = 2\sqrt{3}$ ，再根据直角三角形的性质求出 CN ，即可求出 BC 。

【详解】 分两种情况：

①当 $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$ 时，延长 AD ， BC 相交于点 E ，如图 1 所示：

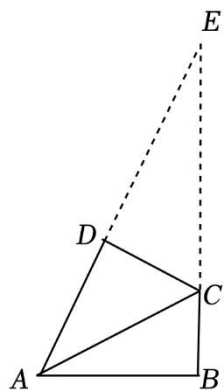


图1

$\because \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle E = 30^\circ$ ，

$\because AB = 6$ ，

$\therefore AE = 2AB = 12$ ，

$\therefore BE = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}$ ，

$\therefore DE = AE - AD = 12 - 4 = 8$ ，

$$\because \angle ADC = \angle EDC = 90^\circ, \quad \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore EC = 2CD,$$

$$\because CD^2 + DE^2 = EC^2,$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}EC\right)^2 + 8^2 = EC^2,$$

$$\therefore EC = \frac{16\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore BC = BE - EC = 6\sqrt{3} - \frac{16\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3};$$

②当 $\angle BCD = \angle DAB = 60^\circ$ 时,

过点 D 作 $DM \perp AB$ 于点 M , $DN \perp BC$ 于点 N , 如图 2 所示:

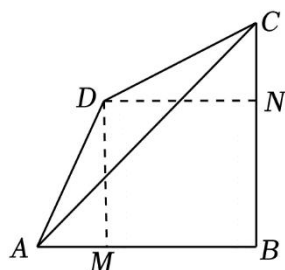


图2

则 $\angle AMD = 90^\circ$, 四边形 $BNDM$ 是矩形,

$$\because \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADM = 30^\circ,$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AD = 2,$$

$$\therefore DM = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BM = AB - AM = 6 - 2 = 4,$$

$\because$ 四边形 $BNDM$ 是矩形,

$$\therefore DN = BM = 4, \quad BN = DM = 2\sqrt{3},$$

$$\because \angle BCD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CDN = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = 2CN,$$

$$\because CD^2 = CN^2 + DN^2,$$

$$\therefore (2CN)^2 = 4^2 + CN^2$$

$$\therefore CN = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore BC = CN + BN = \frac{4\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3} = \frac{10\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ 或 } \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

【点睛】此题考查了新定义、勾股定理、含 30 度角的直角三角形性质、矩形的判定与性质等知识，正确分类、熟练掌握直角三角形的性质是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 6 题, 满分 40 分)

19. 解方程: $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$.

【答案】 $x = 20$

【解析】

【分析】根据方程的特点可以构造平方差公式, 进而转化为一元二次方程, 解一元二次方程即可, 最后根据无理方程的特点, 要进行检验.

【详解】 $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$ ①

设 $\sqrt{2x-4} + \sqrt{x+5} = k$ ②

① $\times$ ② 得: $k = x - 9$

$\therefore \sqrt{2x-4} + \sqrt{x+5} = x - 9$ ③

① + ③ 得: $2\sqrt{2x-4} = x - 8$

两边平方得: $x^2 - 24x + 80 = 0$

$\therefore (x-4)(x-20) = 0$

解得 $x_1 = 4, x_2 = 20$

经检验, $x = 20$ 是原方程的解.

【点睛】本题考查了解无理方程, 掌握解无理方程的技巧和解一元二次方程是解题的关键.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 = 40. \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x_1 = 4\sqrt{2} \\ y_1 = 2\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -4\sqrt{2} \\ y_2 = -2\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3 = 6 \\ y_3 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -6 \\ y_4 = -2 \end{cases}$

【解析】

【分析】首先对原方程组中的第一个方程进行化简，用含 y 的表达式表示出 x ，然后分别重新组合，成为两个方程组，最后解这两个方程组即可。

【详解】解：方程 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$ 可变形为 $(x - 2y)(x - 3y) = 0$ ，

即为 $x - 2y = 0$ 或 $x - 3y = 0$ ，

$\therefore$ 原方程组可变形为两个方程组 $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases}$ ①, $\begin{cases} x - 3y = 0 \\ x^2 + y^2 = 40 \end{cases}$ ②;

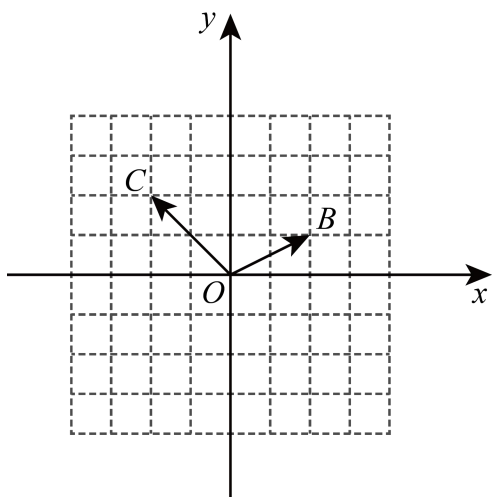
解方程组①，得 $\begin{cases} x_1 = 4\sqrt{2} \\ y_1 = 2\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -4\sqrt{2} \\ y_2 = -2\sqrt{2} \end{cases}$ ，

解方程组②，得 $\begin{cases} x_3 = 6 \\ y_3 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -6 \\ y_4 = -2 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = 4\sqrt{2} \\ y_1 = 2\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -4\sqrt{2} \\ y_2 = -2\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3 = 6 \\ y_3 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = -6 \\ y_4 = -2 \end{cases}$ 。

【点睛】本题主要考查解二元二次方程组，关键在于对原方程组的两个方程进行化简，重新组合。

21. 在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(0, -2)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(-2, 2)$ 。



(1) 计算： $|\overrightarrow{OB}| = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $|\overrightarrow{AB}| = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 在图 1 中求作 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ (写出结果，不要求写作法)

【答案】 (1) $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{13}$

(2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 向量的大小的计算方法为：末点横纵坐标分别减去起点横纵坐标，计算它们各自的差的平方和的算术平方根即可。根据此方法解答即可。

(2) 先作出向量 $\overrightarrow{OA}$ ，然后作 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ 得到向量 $\overrightarrow{BA}$ ，将它平移，得到以坐标原点 O 为起点的向量 $\overrightarrow{OD}$ ，再分别以向量 $\overrightarrow{OC}$ 和 $\overrightarrow{OD}$ 为邻边作平行四边形 $OCED$ ，连接对角线 OE 并指向点 E 的向量即为向量 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ 。

【小问 1 详解】

$$(1) |\overrightarrow{OB}| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(2-0)^2 + [1-(-2)]^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}.$$

故答案为： $\sqrt{5}$ ， $\sqrt{13}$ ；

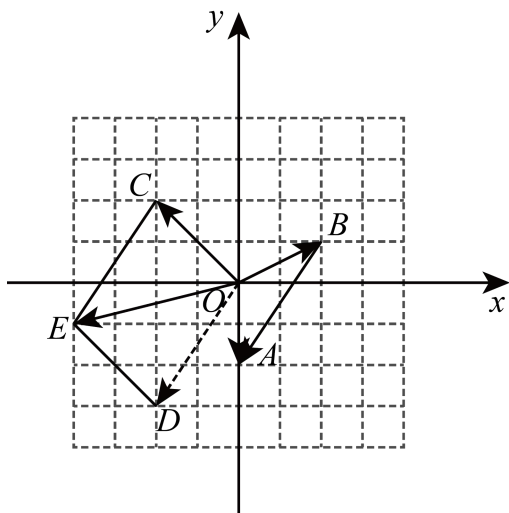
【小问 2 详解】

解：先作出向量 $\overrightarrow{OA}$ ，然后作 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ 得到向量 $\overrightarrow{BA}$ ，

将它平移，得到以坐标原点 O 为起点的向量 $\overrightarrow{OD}$ ，

再分别以向量 $\overrightarrow{OC}$ 和 $\overrightarrow{OD}$ 为邻边作平行四边形 $OCED$ ，

连接对角线 OE 并指向点 E 的向量即为向量 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ 。



【点睛】 本题考查平面直角坐标系中点的坐标和向量。一定学会如何用坐标表示向量，以及向量的运算法则。

22. 有四张完全相同的卡片 A、B、C、D，分别面有不同的几何图形：A（等边三角形）；B（圆）；C（矩

形); D (等腰梯形), 将这四张卡片放在不透明的盒子中洗匀.

(1) 从盒子中抽出一张卡片, 取出的卡片所画的图形是轴对称图形的概率是_____;

(2) 小莉从盒子中同时抽取了两张卡片, 取出的两张卡片所画的图形都是中心对称图形的概率是多少? (请用树形图说明, 卡片可用 A 、 B 、 C 、 D 表示)

【答案】(1) 1 (2) $\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】(1) 先判断 A (等边三角形)、 B (圆)、 C (矩形)、 D (等腰梯形) 都是轴对称图形, 再根据概率公式求解;

(2) 先画出树状图展示 12 种等可能的结果数, 再找出抽取的两张卡片都是中心对称图形的结果数, 然后根据概率公式求解即可.

【小问 1 详解】

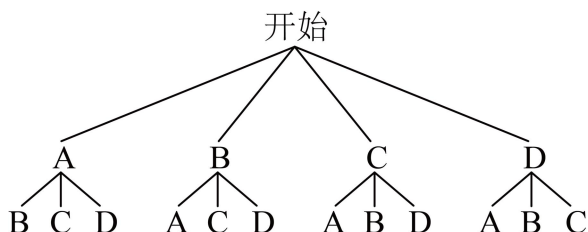
$\because A$ (等边三角形)、 B (圆)、 C (矩形)、 D (等腰梯形) 都是轴对称图形,

$\therefore$ 从盒子中抽出一张卡片, 取出的卡片所画的图形是轴对称图形的概率是 1;

【小问 2 详解】

B (圆)、 C (矩形) 是中心对称图形,

所有等可能的情况如图所示:



共有 12 种等可能的结果数, 其中抽取的两张卡片都是中心对称图形的结果有 2 种,

所以取出的两张卡片所画的图形都是中心对称图形的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点睛】本题考查了求两次事件的概率, 正确理解题意、熟练掌握利用树状图或列表法求解的方法是关键.

23. 近年来, 我国逐步完善养老金保险制度. 甲, 乙两人计划分别缴纳养老金 12 万元和 8 万元, 虽然甲计划每年比乙计划每年多缴纳养老金 0.1 万元, 但是甲计划缴纳养老金的年数还是比乙要多 4 年, 已知甲、乙两人计划缴纳养老金的年数都不超过 20 年, 求甲计划每年缴纳养老金多少万元?

【答案】甲计划每年缴纳养老金 0.6 万元

【解析】

【分析】设乙每年缴纳养老金为 x 万元, 则甲每年缴纳养老金为 $(x+0.1)$ 万元, 根据: 甲计划缴纳养老金的年数还是比乙要多 4 年, 即可列出方程, 解方程并检验后即得答案.

【详解】解：设乙每年缴纳养老保险为 x 万元，则甲每年缴纳养老保险为 $(x+0.1)$ 万元，

根据题意可得： $\frac{12}{x+0.1} - \frac{8}{x} = 4$ ，

解这个方程，得 $x_1 = 0.4$ ， $x_2 = 0.5$ ，

经检验， $x_1 = 0.4$ ， $x_2 = 0.5$ 都是原方程的根，

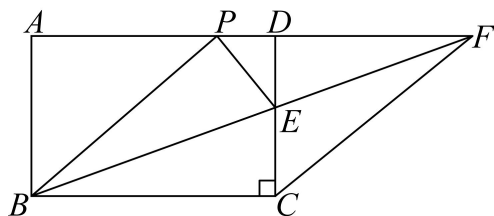
但是当 $x = 0.4$ 时，甲计划缴纳养老保险的年数是 $\frac{12}{0.5} = 24$ 年，超过了 20 年，不合题意，应舍去，

$0.5 + 0.1 = 0.6$ 万元；

答：甲计划每年缴纳养老保险 0.6 万元。

【点睛】本题考查了分式方程的应用，正确理解题意、找准相等关系是解题的关键。

24. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 P 在边 AD 上， BE 平分 $\angle PBC$ 交边 CD 于点 E ， $\angle DPE = \angle ABP$ ，延长 AD 、 BE 交于点 F 。联结 CF 。求证四边形 $BCFP$ 是菱形。



【答案】见解析

【解析】

【分析】利用已知条件判定 $\text{Rt } BPE \cong \text{Rt } BCE$ (HL)，即可得到 $BP = BC$ ，再证出 $PB = PF$ ，即可得到 $BC = PF$ ，进而得出四边形 $BCFP$ 是平行四边形，再结合条件 $BP = BC$ ，即可得出四边形 $BCFP$ 是菱形。

【详解】证明：∵ 矩形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle BCE = \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABP + \angle APB = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle DPE = \angle ABP$ ，

$\therefore \angle DPE + \angle APB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BPE = 90^\circ$ ，

又 $\because \angle BCE = 90^\circ$ ， BE 平分 $\angle CBP$ ，

$\therefore PE = CE$ ，

又 $\because BE = BE$ ，

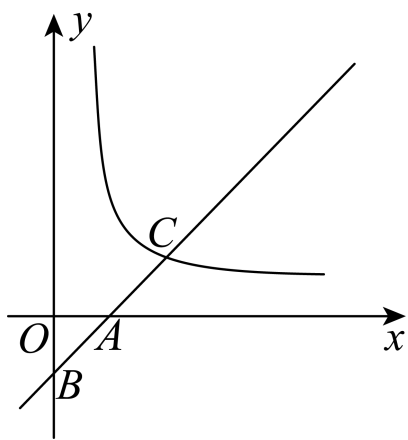
$\therefore \text{Rt } BPE \cong \text{Rt } BCE$ (HL)，

$\therefore BP = BC$,
 $\because BE$ 平分 $\angle CBP$,
 $\therefore \angle PBE = \angle CBE$,
 $\because PF \parallel BC$,
 $\therefore \angle PFE = \angle CBE$,
 $\therefore \angle PBE = \angle PFE$,
 $\therefore PB = PF$,
 $\therefore BC = PF$,
 $\therefore$ 四边形 $BCFP$ 是平行四边形,
 又 $\because BP = BC$,
 $\therefore$ 四边形 $BCFP$ 是菱形.

【点睛】 本题主要考查了菱形的判定，关键是掌握菱形的判定方法：一组邻边相等的平行四边形是菱形.

四、解答题（本大题共 2 题，满分 18 分）

25. 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = ax - 2$ 与 x 轴交于点 $A(2, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，并且与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 在第一象限内交于点 $C(4, n)$



- (1) 求 a 、 m 的值；
- (2) 如果点 E 在 x 轴的负半轴上，点 P 在坐标平面内，当以点 B ， C ， E ， P 为顶点的四边形是矩形时，求点 E 的坐标.

【答案】 (1) $a = 1$ ， $m = 8$

(2) $(-2, 0)$

【解析】

【分析】 (1) 根据待定系数法解答即可；

(2) 根据题意画出图形，符合题意的只有一种情况，证明 $\angle OEB = \angle OBE = 45^\circ$ ，可得 $OE = OB = 2$ ，

即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 把 $A(2,0)$ 代入直线 $y = ax - 2$ 得: $2a - 2 = 0$,

解得: $a = 1$,

$\therefore$ 直线的解析式是 $y = x - 2$,

当 $x = 4$ 时, $y = 4 - 2 = 2$,

$\therefore C(4,2)$,

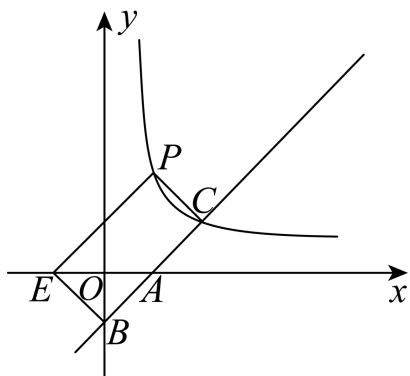
把 $C(4,2)$ 代入 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$, 得 $m = 8$;

【小问 2 详解】

解: 对于直线 $y = x - 2$, 当 $x = 0$ 时, $y = -2$,

$\therefore B(0,-2)$,

如图, 四边形 $BEPC$ 是矩形,



则 $\angle EBC = 90^\circ$,

$\therefore OB = OA = 2$,

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$,

$\therefore \angle OEB = \angle OBE = 45^\circ$,

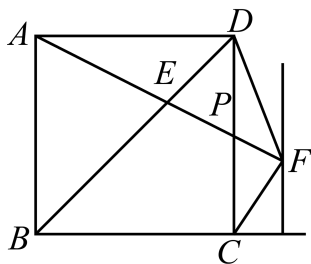
$\therefore OE = OB = 2$,

$\therefore$ 点 E 的坐标是 $(-2,0)$

【点睛】 本题考查了利用待定系数法求一次函数和反比例函数的解析式、矩形的性质、等腰直角三角形的性质和判定等知识, 熟练掌握上述知识是解题的关键.

26. 如图, 已知在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, 点 P 是边 CD 上一点 (不与点 C 、 D 重合), 连接 AP 交 BD

于点 E ，延长 AP 交 $\angle BCD$ 的外角角平分线于点 F ，连接 DF 。



- (1) 当 $CF = 2\sqrt{2}$ 时，求 $\triangle ADF$ 的面积；
- (2) 求证： $AE = EF$ ；
- (3) 连接 CE ，当 $CE \parallel DF$ 时，求 CF 的长。

【答案】 (1) 4 (2) 见解析

(3) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ 或 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 如图 1，作 $FG \perp BC$ 于点 G ，延长 AD ， GF 延长线交于点 H ，得四边形 $DCGH$ 是矩形，然后证明 $\triangle FCG$ 是等腰直角三角形，得 $HF = GH - FG = 2$ ，进而可以解决问题；

(2) 如图 2，延长 CF ， AD 交于点 R ，证明 $\triangle DCR$ 是等腰直角三角形， $BD \parallel CR$ ，作 $FM \parallel AD$ 交 BD 于 M ，则四边形 $DMFR$ 是平行四边形，证明 $\triangle ADE \cong \triangle FME$ ，进而可得结论；

(3) 如图 3，证明四边形 $DECF$ 是平行四边形，可得 $EP = FP$ ， $DP = CP = 2$ ， $EC = DF$ ，根据正方形的性质，结合 (2) 利用勾股定理可得 $AE = CE = DF = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ ，设 $CG = FG = x$ ，则 $CF = \sqrt{2}x$ ，得

$DH = CG = x$ ， $FH = GH - FG = 4 - x$ ，再利用勾股定理列出方程求出 x 的值，进而可以解决问题。

【小问 1 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore AB = CD = AD = 4, \angle ADC = \angle DCB = 90^\circ,$$

如图 1，作 $FG \perp BC$ 于点 G ，延长 AD ， GF 延长线交于点 H ，

$$\therefore \angle CGH = \angle DCG = \angle HDC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $DCGH$ 是矩形，

$$\therefore GH = CD = 4,$$

$\because CF$ 是 $\angle BCD$ 的外角 $\angle DCG$ 的平分线，

$$\therefore \angle GCF = \frac{1}{2} \angle DCG = 45^\circ,$$

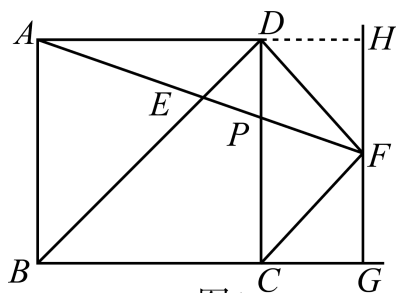
$\therefore \triangle FCG$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore CF = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore CG = FG = \frac{\sqrt{2}}{2} CF = 2,$$

$$\therefore HF = GH - FG = 2,$$

$$\therefore \triangle ADF \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AD \cdot FH = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4;$$



【小问 2 详解】

图1

证明: 如图 2, 延长 CF , AD 交于点 R ,

$\therefore CF$ 是 $\angle BCD$ 的外角 $\angle DCG$ 的平分线,

$$\therefore \angle DCR = \frac{1}{2} \angle DCG = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle DCR$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore DC = DR = AD,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DCR = \angle R = 45^\circ,$$

$$\therefore CR \parallel BD,$$

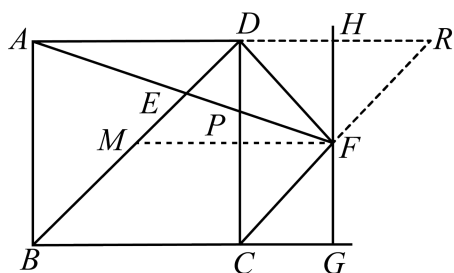
作 $FM \parallel AD$ 交 BD 于 M ,

则四边形 $DMFR$ 是平行四边形, $\angle DAF = \angle MFE, \angle ADE = \angle FME$,

$$\therefore FM = DR = AD,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FME,$$

$$\therefore AE = EF;$$



【小问 3 详解】

图2

解: 如图 3, 由 (2) 知: $CF \parallel BD$,

$$\because CE \parallel DF,$$

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 是平行四边形,

$$\therefore EP = FP, \quad DP = CP = 2, \quad EC = DF,$$

$$\therefore AP = \sqrt{AD^2 + PD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\because AE = EF, \quad EP = FP,$$

$$\therefore AP = 3EP = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore EP = \frac{2\sqrt{5}}{3},$$

$$\therefore AE = EF = 2EP = \frac{4\sqrt{5}}{3},$$

$$\because AB = BC, \quad \angle ABE = \angle CBE, \quad BE = BE,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBE,$$

$$\therefore AE = CE,$$

$$\therefore AE = CE = DF = \frac{4\sqrt{5}}{3},$$

设 $CG = FG = x$, 则 $CF = \sqrt{2}x$,

$$\therefore DH = CG = x, \quad FH = GH - FG = 4 - x,$$

在 $\text{Rt}\triangle DFH$ 中, 根据勾股定理得: $DH^2 + FH^2 = DF^2$,

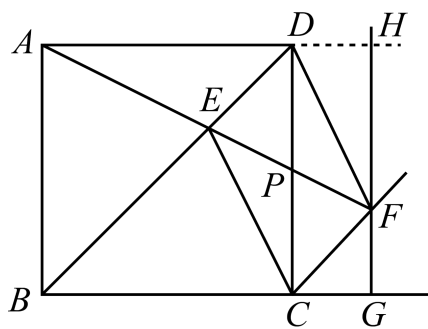
$$\therefore x^2 + (4 - x)^2 = \left(\frac{4\sqrt{5}}{3}\right)^2,$$

整理得 $9x^2 - 36x + 32 = 0$,

$$\therefore x_1 = \frac{8}{3}, \quad x_2 = \frac{4}{3},$$

$$\therefore CF = \sqrt{2}x = \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ 或 } \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

$$\therefore CF \text{ 的长为 } \frac{8\sqrt{2}}{3} \text{ 或 } \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$



【点睛】本题是四边形综合题，考查了正方形的性质，全等三角形的

判定与性质，勾股定理，平行四边形的判定与性质，等腰直角三角形的判定与性质，正确添加辅助线、熟练掌握特殊四边形的判定与性质是解决问题的关键．

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能