

2022 学年度第二学期初二年级期末学业质量调研数学练习卷

注意:

1. 本练习卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 请务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题

1. 直线 $y = 2x - 1$ 的截距是 ()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

【答案】B

【解析】

【分析】代入 $x=0$ 求出与之对应的 y 值, 此题得解.

【详解】解: 当 $x=0$ 时, $y=2x-1=-1$,

$\therefore$ 直线 $y=2x-1$ 的截距为 -1.

故选: B.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 牢记截距的定义是解题的关键.

2. 方程 $\sqrt{x-2} = 2$ 的解是 ()

- A. $x = 4$ B. $x = 5$ C. $x = 6$ D. $x = 7$

【答案】C

【解析】

【分析】将等式两边同时平方得到一元一次方程 $x - 2 = 4$, 解方程并检验即可解题.

【详解】解: 将方程两边平方得 $x - 2 = 4$,

解得: $x = 6$

经检验: $x = 6$ 是原无理方程的解;

故选 C.

【点睛】本题考查了无理方程及一元一次方程的解法, 解本题的关键是注意解出方程之后一定要进行检验, 确保式子有意义.

3. 用换元法解分式方程 $\frac{x-1}{x} - \frac{2x}{x-1} + 1 = 0$ 时, 如果设 $\frac{x-1}{x} = y$, 将原方程化为关于 y 的整式方程, 那么这个整式方程是 ()

A. $y^2 + 2y - 1 = 0$

B. $y^2 - 2y + 1 = 0$

C. $y^2 + y - 2 = 0$

D. $2y^2 + y - 1 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】先换元，再去分母整理成整式方程即可.

【详解】解：设 $\frac{x-1}{x} = y$,

则原分式方程可化为： $y - \frac{2}{y} + 1 = 0$,

$$\therefore y^2 + y - 2 = 0.$$

故选 C.

【点睛】本题主要考查了换元法，确定换元的新未知数与原方程中代数式的关系是求解本题的关键.

4. 下列说法中，正确的是 ()

A. 不可能事件的概率为 0

B. 随机事件的概率为 0.5

C. 概率很小的事件不可能发生

D. 概率很大的事件一定发生

【答案】A

【解析】

【分析】根据不可能事件、随机事件、必然事件的概念进行逐一判断即可.

【详解】解： $\because$ 不可能事件的概率为 0，故 A 符合题意；

$\because$ 随机事件的概率在 0 和 1 之间，故 B 不符合题意；

$\because$ 概率很小的事件有可能发生，故 C 不符合题意；

$\because$ 概率很大的事件不一定发生，故 D 不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查可能性大小的比较，只要总情况数目相同，谁包含的情况数目多，谁的可能性就大，反之也成立，若包含的情况相同，那么它们的可能性就相同.

5. 化简 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ 是 ()

A. $\overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AC}$

C. 0

D. $\vec{0}$

【答案】D

【解析】

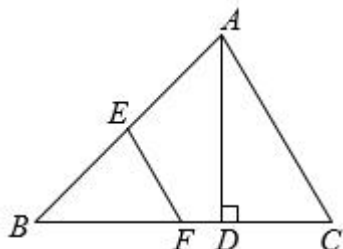
【分析】根据平面向量定理即可表示.

【详解】 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \vec{0}$,

故选: D.

【点睛】 本题考查了平面向量定理, 解决本题的关键是掌握三角形法则.

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ, \angle C = 60^\circ, AD \perp BC$ 于点 D , $BD = \sqrt{3}$. 若 E, F 分别为 AB, BC 的中点, 则 EF 的长为 ()



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 1

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据条件可知 $\triangle ABD$ 为等腰直角三角形, 则 $BD=AD$, $\triangle ADC$ 是 30° 、 60° 的直角三角形, 可求出 AC 长, 再根据中位线定理可知 $EF = \frac{AC}{2}$.

【详解】 解: 因为 AD 垂直 BC ,

则 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 都是直角三角形,

又因为 $\angle B = 45^\circ, \angle C = 60^\circ$,

所以 $AD = BD = \sqrt{3}$,

因为 $\sin \angle C = \frac{AD}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 $AC=2$,

因为 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

所以 $EF = \frac{AC}{2} = 1$,

故选: C.

【点睛】 本题主要考查了等腰直角三角形、锐角三角形函数值、中位线相关知识, 根据条件分析利用定理推导, 是解决问题的关键.

二、填空题

7. 方程 $x^3 + 8 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】 根据等式的性质以及立方根的意义求解即可.

【详解】 移项, 得 $x^3 = -8$,

$$\therefore (-2)^3 = -8,$$

$$\therefore x = -2,$$

故答案为: $x = -2$.

【点睛】 本题考查了立方根和等式的基本性质, 熟练掌握立方根的意义是解决问题的前提.

8. 将二元二次方程 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$ 化为两个一次方程为_____.

【答案】 $x - 3y = 0$ 和 $x - 2y = 0$

【解析】

【分析】 二元二次方程 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$ 的中间项 $-5xy = -2xy - 3xy$, 根据十字相乘法, 分解即可.

【详解】 解: $\because x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$,

$$\therefore (x - 2y)(x - 3y) = 0,$$

$$\therefore x - 3y = 0, \quad x - 2y = 0.$$

故答案为: $x - 3y = 0$ 和 $x - 2y = 0$.

【点睛】 本题考查了高次方程解法和分解因式的能力. 熟练运用十字相乘法, 是解答本题的关键.

9. 直线 $y = -x + 6$ 与 x 轴的交点是_____.

【答案】 $(6, 0)$

【解析】

【分析】 根据直线与 x 轴有交点的特征即可求出交点坐标.

【详解】 解: 由题意得, 当 $y = 0$ 时, 直线 $y = -x + 6$ 与 x 轴有交点,

$$\therefore 0 = -x + 6,$$

$$\therefore x = 6,$$

$\therefore$ 直线 $y = -x + 6$ 与 x 轴的交点是 $(6, 0)$.

故答案为: $(6, 0)$.

【点睛】 本题考查了一次函数与 x 轴的交点, 解题的关键在于把握与 x 轴的交点的特征.

10. 如果直线 $y = 2x + 2m - 1$ 经过第一、三、四象限, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m < \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 根据已知条件和一次函数的性质得出不等式, 求出不等式的解集即可.

【详解】 解: $\because$ 直线 $y = 2x + 2m - 1$ 经过第一、三、四象限,

$$\therefore 2m - 1 < 0,$$

$$\therefore m < \frac{1}{2},$$

故答案为: $m < \frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查一次函数的性质、一次函数的图象与系数的关系, 能得出关于 m 的不等式是解题的关键.

11. 已知一次函数 $y = (1 - m)x + 2$ 图像上两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m > 1$

【解析】

【分析】 根据题意可得 y 随 x 的增大而减小, 可得 $1 - m < 0$, 从而可得答案.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = (1 - m)x + 2$ 图像上两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$$\therefore 1 - m < 0,$$

解得: $m > 1$,

故答案为: $m > 1$.

【点睛】 本题考查的是一次函数的性质, 熟记一次函数的增减性是解本题的关键.

12. 如果从多边形的一个顶点出发可以作 3 条对角线, 那么它的内角和是_____.

【答案】 720° 度

【解析】

【分析】 根据从多边形的一个顶点可以作对角线的条数公式 $(n - 3)$ 求出边数, 再根据多边形内角和公式求解即可得解.

【详解】 $\because$ 多边形从一个顶点出发可引出 3 条对角线,

$$\therefore n-3=3,$$

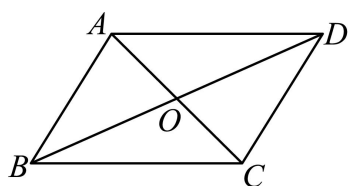
解得 $n=6$.

十边形的内角和为: $180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$,

故答案为: 720° .

【点睛】 本题考查了一个顶点出发的对角线条数以及多边形内角和公式, n 边形的内角和为 $180^\circ \times (n-2)$, 牢记公式是解题的关键.

13. 如图, $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{CB} =$ _____.



【答案】 $\vec{a} + \vec{b}$

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质和三角形法则, 进行求解即可.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore CO = OA$$

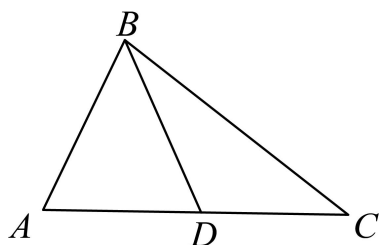
$$\therefore \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA} = \vec{a}$$

$$\therefore \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB} = \vec{a} + \vec{b}$$

故答案为: $\vec{a} + \vec{b}$

【点睛】 本题考查向量的线性计算, 熟练掌握三角形法则是解题的关键.

14. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AC 的中点, 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{CB} =$ _____.



【答案】 $-\vec{a} - \vec{b}$

【解析】

【分析】由点 D 为边 AC 的中点，根据 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \vec{a} + \vec{b}$ 即可求得 $\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC} = -\vec{a} - \vec{b}$ ；

【详解】解： $\because \overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$ ，点 D 是边 AC 的中点，

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} = \vec{a},$$

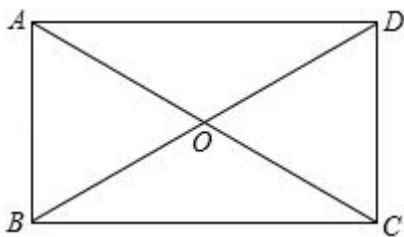
$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC} = -\vec{a} - \vec{b},$$

故答案为： $-\vec{a} - \vec{b}$.

【点睛】此题考查了平面向量的知识，解题的关键是三角形法则的应用.

15. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $\angle AOB = 60^\circ$ ， $AB = 6$. 则线段 $AD =$ _____.



【答案】 $6\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据矩形的性质得出 $OA = OB = OC = OD$ ， $\angle BAD = 90^\circ$ ，求出 $\triangle AOB$ 是等边三角形，求出 $OB = AB = 6$ ，根据矩形的性质求出 BD ，根据勾股定理求出 AD 即可.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AC = BD, OA = OC, OB = OD, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore AO = OB = OC = OD,$$

$$\because \angle AOB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形，

$$\therefore OB = AB = 6,$$

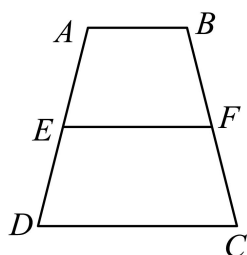
$$\therefore BD = 2BO = 12,$$

在 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中， $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 6\sqrt{3}$ ，

故答案为： $6\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了矩形的性质，等边三角形的性质和判定，勾股定理的应用，熟记矩形的性质是解此题的关键.

16. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 、 F 分别是 AD 、 BC 的中点, 如果 $AB = 2$, $EF = 3$. 那么 $CD =$ _____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 连接 AF 延长, 交 DC 延长线于点 G , 证得 $\triangle BAF \cong \triangle CGF$, 于是 $AF = GF$, $AB = CG$, $DG = 2EF = 6$, 从而 $CD = DG - CG = 4$.

【详解】 连接 AF 延长, 交 DC 延长线于点 G ,

$\because AB \parallel CD$

$\therefore \angle B = \angle FCG, \angle BAF = \angle CGF$

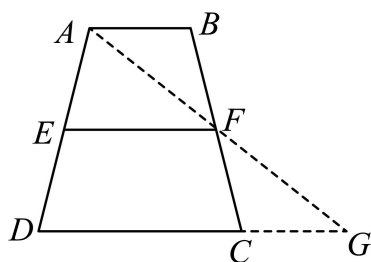
又 $BF = CF$

$\therefore \triangle BAF \cong \triangle CGF$

$\therefore AF = GF, AB = CG$

$\therefore DG = 2EF = 6$

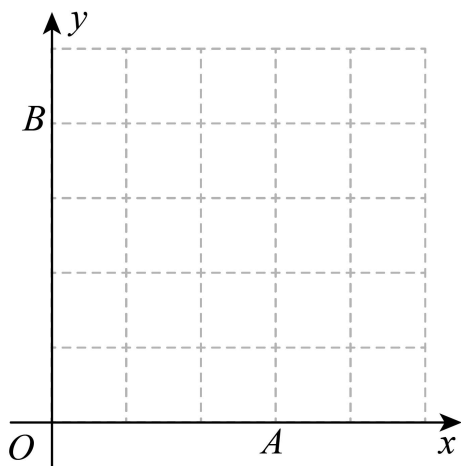
$\therefore CD = DG - CG = 6 - 2 = 4$



故答案为: 4

【点睛】 本题考查三角形中位线性质, 全等三角形的判定和性质, 添设辅助线构造全等三角形是解题的关键.

17. 我们如下定义: 如果一个四边形中存在相邻两边的平方和等于一条对角线的平方, 那么称这个四边形为勾股四边形, 这两条相邻的边称为这个四边形的勾股边. 如图, 已知 $O(0,0)$, $A(3,0)$, $B(0,4)$, 如果格点四边形 $OAMB$ (即四边形的顶点都在格点上) 是以 OA, OB 为勾股边且对角线相等的勾股四边形, 那么点 M 的坐标是_____.

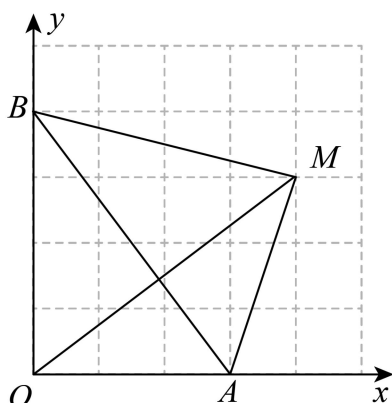
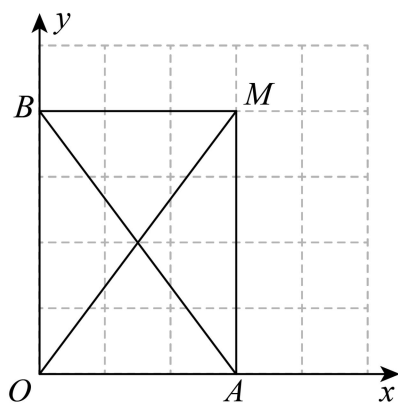


【答案】 $(3,4)$ 或 $(4,3)$ ## $(4,3)$ 或 $(3,4)$

【解析】

【分析】根据勾股四边形的定义进行作图，即可求解.

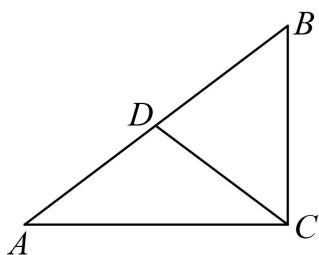
【详解】由题意得，格点四边形 $OAMB$ 如图所示，



故答案为: $(3,4)$ 或 $(4,3)$.

【点睛】本题考查了勾股定理，能够理解并运用新定义是解题的关键.

18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 6$ ，点 D 是 AB 的中点. 将 $\triangle ADC$ 绕点 A 旋转得到 $\triangle AD_1C_1$ (点 D 与点 D_1 对应，点 C 与点 C_1 对应)，当点 C_1 落在边 AB 上时，连接 BD_1 ，那么线段 BD_1 的长是_____.

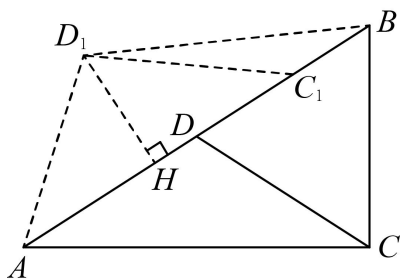


【答案】 $3\sqrt{5}$

【解析】

【分析】如图，过 D_1 作 $D_1H \perp AB$ 于 H ，求解 $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ，证明 $AD = BD = CD = 5$ ，由旋转可得： $AD_1 = C_1D_1 = 5$ ， $AC_1 = AC = 8$ ，证明 $AH = C_1H = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ ，可得 $BH = 10 - 4 = 6$ ，
 $DH = \sqrt{AD_1^2 - AH^2} = 3$ ，再利用勾股定理可得答案.

【详解】解：如图，过 D_1 作 $D_1H \perp AB$ 于 H ，



$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad AC = 8, \quad BC = 6,$$

$$\therefore AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$\because$ 点 D 是 AB 的中点,

$$\therefore AD = BD = CD = 5,$$

由旋转可得:

$$AD_1 = C_1D_1 = 5, \quad AC_1 = AC = 8,$$

$$\because D_1H \perp AB,$$

$$\therefore AH = C_1H = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$$\therefore BH = 10 - 4 = 6, \quad DH = \sqrt{AD_1^2 - AH^2} = 3,$$

$$\therefore BD_1 = \sqrt{DH^2 + BH^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5};$$

故答案为: $3\sqrt{5}$

【点睛】 本题考查的是旋转的性质，勾股定理的应用，直角三角形斜边上的中线的性质，等腰三角形的性质，熟练的利用勾股定理进行计算是解本题的关键.

三、解答题

19. 解方程: $\frac{x}{x+3} + \frac{18}{9-x^2} = \frac{1}{x-3}.$

【答案】 $x = 7$

【解析】

【分析】去分母，整理得 $x^2 - 4x - 21 = 0$ ，求出方程的根，最后检验.

【详解】解： $x(x-3) - 18 = x + 3$

整理得： $x^2 - 4x - 21 = 0$

解得： $x_1 = 7$ ， $x_2 = -3$

经检验 $x_1 = 7$ 是原方程的根，

$x_2 = -3$ 是原方程的增根，舍去.

所以，原方程的根为 $x = 7$

【点睛】此题考查了解分式方程，解题的关键是熟悉分式方程求解过程.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x + 2y = 12 \text{①} \\ 9x^2 - 12xy + 4y^2 = 16 \text{②} \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 5 \end{cases}$$

【解析】

【分析】把方程②化为 $3x - 2y = 4$ 或 $3x - 2y = -4$ ，再转化为两个二元一次方程组，再解方程组即可.

【详解】解：由②得 $(3x - 2y)^2 = 16$.

$\therefore 3x - 2y = 4$ 或 $3x - 2y = -4$.

则原方程组可化为
$$\begin{cases} x + 2y = 12 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}, \begin{cases} x + 2y = 12 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases},$$

解这两个方程组，得
$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 5 \end{cases},$$

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 4 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 5 \end{cases};$$

【点睛】本题考查的是二元二次方程组的解法，熟练的把二元二次方程组化为二元一次方程组的方法是解本题的关键.

21. 一个不透明袋子中有 1 个红球，1 个绿球和 n 个白球，这些球除颜色外无其他差别.

(1) 当 $n = 1$ 时，从袋中随机摸出 1 个球，摸到白球的概率是_____；

(2) 从袋中随机摸出一个球，如果摸到绿球的概率是 0.25，那么 n 的值是_____；

(3) 在 (2) 的条件下，从袋中随机摸出两个球，求摸出的两个球是不同颜色的概率.

【答案】(1) $\frac{1}{3}$

(2) 2

(3) $\frac{5}{6}$

【解析】

【分析】(1) 按照概率公式求解即可；

(2) 根据摸到绿球的概率是 0.25 列出方程，解方程并检验即可；

(3) 画出树状图，共有 12 种等可能的情况，其中摸出的两个球是不同颜色的情况共有 10 种，根据概率公式进行求解即可.

【小问 1 详解】

解：当 $n=1$ 时，不透明袋子中有 1 个红球，1 个绿球和 1 个白球，则摸到白球的概率是 $\frac{1}{3}$ ，

故答案为： $\frac{1}{3}$

【小问 2 详解】

由题意可得， $\frac{1}{1+1+n} = 0.25$ ，

解得 $n=2$ ，

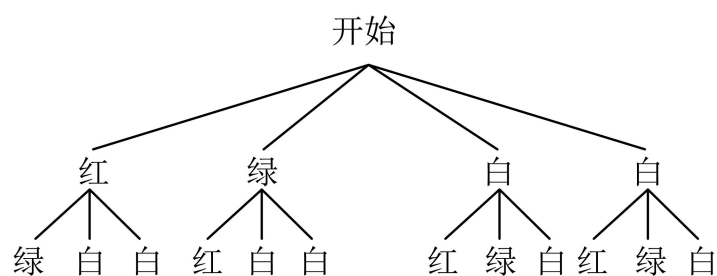
经检验 $n=2$ 是方程的解且符合题意，

即 n 的值是 2，

故答案为： 2

【小问 3 详解】

画树状图如下：



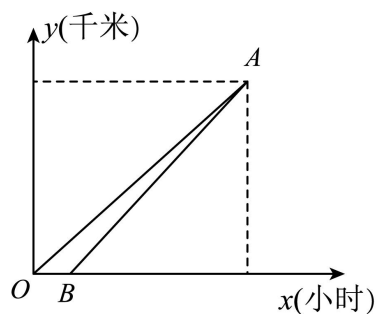
共有 12 种等可能的情况，其中摸出的两个球是不同颜色的情况共有 10 种，

$\therefore$ 摸出的两个球是不同颜色的概率 $P = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

【点睛】此题考查了用树状图或列表法求概率、概率公式等知识，熟练掌握树状图或列表法、概率公式是解题的关键.

22. 已知甲、乙两地相距 360 千米，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发前往乙地，轿车比货车晚出发 2 小

时，轿车每小时比货车多行驶 30 千米，最后同时到达.



(1) 求货车的速度;

(2) 设货车行驶时间为 x 小时，离甲地的距离是 y 千米，如图，线段 OA 、 BA 分别表示货车、轿车离甲地距离 y (千米) 与 x (小时) 之间的函数关系，那么点 A 的坐标是_____；线段 BA 对应的函数解析式为_____。(不需要写出定义域)

【答案】 (1) 货车的速度为 60 千米/小时

(2) $(6, 360)$, $y = 90x - 180$

【解析】

【分析】 (1) 设货车每小时行驶 m 千米，则轿车每小时 $(m+30)$ 千米，根据“轿车比货车晚出发 2 小时，轿车每小时比货车多行驶 30 千米，最后同时到达”列方程，解方程并检验后即可得到答案；

(2) 设货车行驶时间为 x 小时，离甲地的距离是 y 千米，利用货车行驶的路程除以速度可得 $x = 6$ ，由甲、乙两地相距 360 千米得 $y = 360$ ，即可得到点 A 的坐标，利用待定系数法求出线段 BA 对应的函数解析式即可.

【小问 1 详解】

解：设货车每小时行驶 m 千米，则轿车每小时 $(m+30)$ 千米，

则可列方程： $\frac{360}{m} - \frac{360}{m+30} = 2$,

解得： $m_1 = -90$, $m_2 = 60$,

经检验， $m_1 = -90$, $m_2 = 60$ 均为原方程的解，

但 $m = -90$ 不符合题意，舍去.

$\therefore m = 60$,

答：货车的速度为 60 千米/小时.

【小问 2 详解】

设货车行驶时间为 x 小时，离甲地的距离是 y 千米，则 $x = \frac{360}{60} = 6$ ，甲、乙两地相距 360 千米，则 $y = 360$ ，即点 A 的坐标是 $(6, 360)$ ，

设线段 BA 对应的函数解析式为 $y = kx + b$ ，把 $(2, 0)$ 和 $(6, 360)$ 代入得，

$$\begin{cases} 2k + b = 0 \\ 6k + b = 360 \end{cases},$$

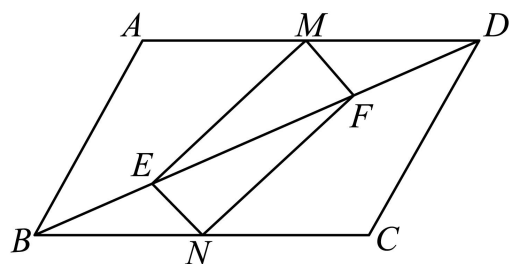
$$\text{解得} \begin{cases} k = 90 \\ b = -180 \end{cases},$$

$\therefore$ 线段 BA 对应的函数解析式为 $y = 90x - 180$ 。

故答案为： $(6, 360)$ ， $y = 90x - 180$

【点睛】 此题考查了一次函数的应用、分式方程的应用等知识，读懂题意，正确列出方程和求出一次函数解析式是解题的关键。

23. 如图，在 $ABCD$ 中， M 、 N 分别是边 AD 、 BC 的中点，点 E 、 F 在对角线 BD 上，且 $MF \parallel EN$ 。



(1) 求证： $\triangle DMF \cong \triangle BNE$ ；

(2) 如果 $EF = AB$ ，求证：四边形 $ENFM$ 是矩形。

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据平行四边形的性质、中点的意义及平行线的性质得出相关条件，再利用 AAS 证明三角形全等即可；

(2) 连接 MN ，先分别证明四边形 $ENFM$ 是平行四边形，四边形 $ABNM$ 是平行四边形，再根据矩形的判定定理进行证明即可。

【小问 1 详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，

$\therefore \angle MDF = \angle NBE$ ，

$\because M、N$ 分别是 $AD、BC$ 的中点,

$$\therefore AM = DM = \frac{1}{2}AD, \quad BN = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AM = DM = BN,$$

$$\because MF \parallel EN,$$

$$\therefore \angle EFM = \angle FEN,$$

$$\because \angle EFM + \angle DFM = 180^\circ, \quad \angle FEN + \angle BEN = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DFM = \angle BEN,$$

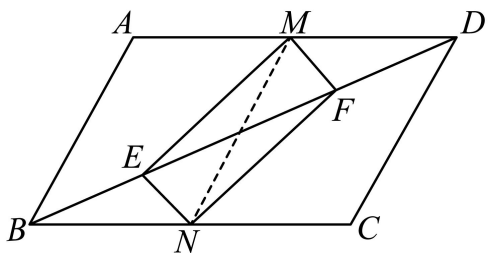
在 $\triangle DMF$ 和 $\triangle BNE$ 中,

$$\begin{cases} \angle MDF = \angle NBE, \\ \angle DFM = \angle BEN, \\ DM = BN. \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DMF \cong \triangle BNE \text{ (AAS)};$$

【小问 2 详解】

连接 MN ,



$$\because \triangle DMF \cong \triangle BNE,$$

$$\therefore FM = EN,$$

$$\because MF \parallel EN,$$

$\therefore$ 四边形 $ENFM$ 是平行四边形,

$$\because AM = BN, \quad AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABNM$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = MN,$$

$$\because EF = AB,$$

$$\therefore EF = MN,$$

$\therefore$ 平行四边形 $ENFM$ 是矩形.

【点睛】 本题考查了平行四边形的判定和性质, 矩形的判定, 全等三角形的判定和性质, 平行线的性质,

中点的意义，熟练掌握知识点并添加适当的辅助线是解题的关键.

24. 如图 1, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $\angle ABC = 60^\circ$, $AD = 5$, $BC = 13$, 点 O 是对角线 BD 的中点. 点 E 为边 BC 上一动点, 联结 EO .

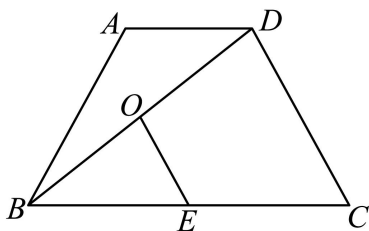


图1

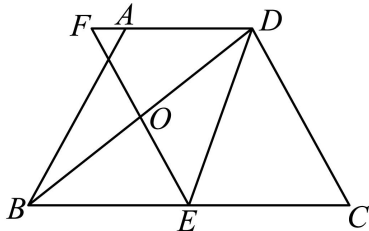


图2

- (1) 求 AB 的长;
- (2) 如果点 E 为边 BC 的中点, 联结 CO , 求 $\triangle OEC$ 的面积;
- (3) 如图 2, 延长 EO 交射线 DA 于点 F , 联结 DE 、 BF , 如果 EF 平分 $\angle BED$, 求四边形 $BEDF$ 的周长.

【答案】 (1) 8 (2) $\frac{13}{2}\sqrt{3}$

(3) $\frac{86}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 过 A 作 $AM \perp BC$, 过 D 作 $DN \perp BC$, 垂足分别为 M 、 N , 证明四边形 $AMND$ 是平行四边形, 则 $MN = AD = 5$, $AM = DN$, 再证 $\text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle DCN$, 可得 $BM = CN = 4$, 在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\angle BAM = 30^\circ$, 则 $BM = \frac{1}{2}AB$, 即可得到 AB 的长;

(2) 过点 O 作 $OQ \perp BC$, 垂足为点 Q , 则 $\angle OQE = 90^\circ$, 由三角形中位线定理可得 $OE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 4$, $OE \parallel CD$, 由中点的定义可得 $CE = \frac{1}{2}BC = \frac{13}{2}$, 进一步得到 $\angle QOE = 30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle OEQ$ 中, $EQ = \frac{1}{2}OE = 2$, $OQ = 2\sqrt{3}$, 根据三角形面积公式即可得到答案;

(3) 证明四边形 $BEDF$ 是菱形, 过点 D 作 $DN \perp BC$ 于点 N , 由 (1) 可知, $CN = 4$, $BN = 9$, 由勾股定理得 $DN = 4\sqrt{3}$, 设 $DE = BE = x$, 则 $EN = 9 - x$, 在 $\text{Rt}\triangle END$ 中, 由勾股定理可得 $EN^2 + DN^2 = DE^2$, 即 $(9 - x)^2 + (4\sqrt{3})^2 = x^2$, 解得 $x = \frac{43}{6}$, 即可得到四边形 $BEDF$ 的周长.

【小问 1 详解】

解: 过 A 作 $AM \perp BC$, 过 D 作 $DN \perp BC$, 垂足分别为 M 、 N ,

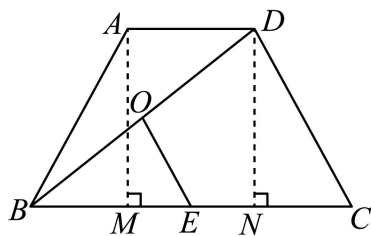


图1

则 $\angle AMB = \angle AMC = \angle DNC = 90^\circ$,

$\therefore AM \parallel DN$,

$\because AD \parallel MN$,

$\therefore$ 四边形 $AMND$ 是平行四边形,

$\therefore MN = AD = 5$, $AM = DN$,

$\because AB = CD$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ABM \cong \text{Rt}\triangle DCN (\text{HL})$,

$\therefore BM = CN$,

$\because BC = 13$, $MN = 5$,

$\therefore BM = CN = 4$,

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中,

$\because \angle ABC = 60^\circ$

$\therefore \angle BAM = 30^\circ$,

$\therefore BM = \frac{1}{2}AB$,

$\therefore AB = 8$.

【小问 2 详解】

过点 O 作 $OQ \perp BC$, 垂足为点 Q , 则 $\angle OQE = 90^\circ$,

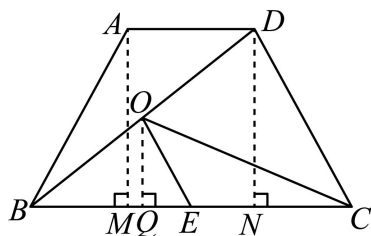


图1

$\because O$ 是 BD 的中点, E 是 BC 的中点,

$\therefore OE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 4$, $OE \parallel CD$, $CE = \frac{1}{2}BC = \frac{13}{2}$,

$\therefore \angle OEB = \angle C = 60^\circ$,

$$\therefore \angle QOE = 90^\circ - \angle OEQ = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OEQ \text{ 中, } EQ = \frac{1}{2}OE = 2, \quad OQ = \sqrt{OE^2 - QE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$S_{\triangle OEC} = \frac{1}{2}EC \cdot OQ = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times 2\sqrt{3} = \frac{13}{2}\sqrt{3}.$$

【小问3详解】

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DFO = \angle OEB,$$

$$\therefore O \text{ 是 } BD \text{ 的中点,}$$

$$\therefore OB = OD,$$

在 $\triangle DOF$ 和 $\triangle BOE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DFO = \angle OEB \\ \angle FOD = \angle EOB, \\ OD = OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DOF \cong \triangle BOE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore DF = BE,$$

$$\therefore DF \parallel BE,$$

$$\therefore \text{四边形 } BEDF \text{ 是平行四边形,}$$

$$\therefore EF \text{ 平分 } \angle BED,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle DEF,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle DFE,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DFE,$$

$$\therefore DE = DF,$$

$$\therefore \text{四边形 } BEDF \text{ 是菱形,}$$

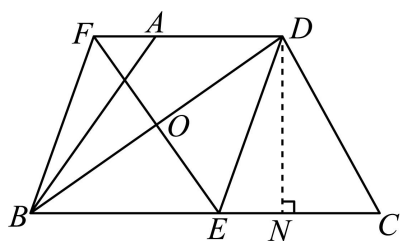


图2

过点 D 作 $DN \perp BC$ 于点 N ,

由 (1) 可知, $CN = 4$,

$$\therefore BN = BC - CN = 13 - 4 = 9,$$

由勾股定理得 $DN = \sqrt{CD^2 - CN^2} = \sqrt{AB^2 - CN^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$,

设 $DE = BE = x$, 则 $EN = 9 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle END$ 中, $EN^2 + DN^2 = DE^2$,

$$\text{即 } (9-x)^2 + (4\sqrt{3})^2 = x^2,$$

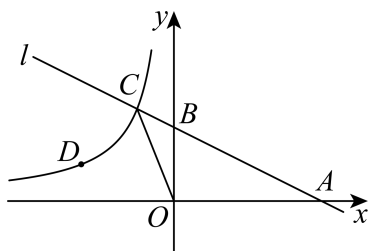
$$\text{解得 } x = \frac{43}{6},$$

$$\therefore \text{四边形 } BEDF \text{ 的周长} = 4DE = 4 \times \frac{43}{6} = \frac{86}{3}.$$

【点睛】 此题考查了菱形的判定和性质、平行四边形的判定和性质、三角形中位线定理、勾股定理、含 30° 角的直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质等知识, 综合性较强, 添加适当的辅助线和数形结合是解题的关键.

25. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: y = -\frac{1}{2}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 与双曲线

$y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 相交于点 C , 点 C 在第二象限且 $\triangle CAO$ 的面积为 20. 点 $D(-5, m)$ 在双曲线上.



(1) 求点 C 的坐标以及 k 的值;

(2) 联结 CD , 直线 l 向上平移交直线 CD 于点 P , 点 Q 为平面内任意一点, 如果四边形 $ACPQ$ 为菱形, 求点 P 的坐标;

(3) 点 E 为 y 轴上一动点, 联结 DE , 以 DE 为边向 DE 右侧作正方形 $DEFG$, 在点 E 运动的过程中, 当顶点 F 落在直线 AB 上时, 求点 E 的坐标.

【答案】 (1) $C(-2, 5)$, $k = -10$

$$(2) P\left(\frac{5\sqrt{10}}{2} - 2, \frac{5\sqrt{10}}{2} + 5\right)$$

$$(3) E(0, -4) \text{ 或 } \left(0, \frac{20}{3}\right)$$

【解析】

【分析】(1) 先求出 A 点坐标, 根据 $S_{\triangle CAO} = \frac{1}{2}OA \cdot |y_C| = 20$, 求出 C 点纵坐标, 然后代入 $y = -\frac{1}{2}x + 4$,

即可求出 C 点横坐标, 最后将 C 点坐标代入 $y = \frac{k}{x}$, 求得 $k = -10$;

(2) 先求出点 D 坐标, 再求出直线 CD 表达式为 $y = x + 7$, 设点 $P(x, x + 7)$, 根据四边形 ACPQ 是菱形, 得出 $CP = CA$, 列出方程求解即可得出点 P 坐标;

(3) 设点 $E(0, t)$, 分两种情况①当点 E 在点 D 的下方时, ②当点 E 在点 D 的上方时, 分别求解即可.

【小问 1 详解】

把 $y = 0$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x + 4$, 得 $x = 8$,

$\therefore$ 点 A 坐标是 $(8, 0)$,

$\because S_{\triangle CAO} = \frac{1}{2}OA \cdot |y_C| = 20$,

$\therefore |y_C| = 5$,

$\because$ 点 C 在第二象限,

$\therefore y_C = 5$,

把 $y = 5$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x + 4$, 得 $x = -2$,

$\therefore$ 点 C 坐标是 $(-2, 5)$.

把 $C(-2, 5)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = -10$.

【小问 2 详解】

由 (1) 可知, 双曲线为 $y = -\frac{10}{x}$.

把 D 坐标 $(-5, m)$, 代入 $y = -\frac{10}{x}$, 得 $m = 2$,

$\therefore$ 点 D 坐标是 $(-5, 2)$.

设直线 CD 表达式为: $y = k'x + b (k' \neq 0)$,

把 $C(-2, 5)$, $D(-5, 2)$ 代入, 得 $\begin{cases} 5 = -2k' + b \\ 2 = -5k' + b \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} k' = 1 \\ b = 7 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 CD 表达式为: $y = x + 7$.

$\therefore$ 四边形 $ACPQ$ 是菱形,

$\therefore CP = CA$,

$\therefore$ 点 P 在直线 CD 上,

$\therefore$ 设点 $P(x, x + 7)$,

$$\text{则 } \sqrt{(x+2)^2 + (x+7-5)^2} = \sqrt{(-2-8)^2 + (5-0)^2},$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{5\sqrt{10}}{2} - 2, \quad x_2 = -\frac{5\sqrt{10}}{2} - 2 \quad (\text{不合题意, 舍去}).$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 坐标是 } \left(\frac{5\sqrt{10}}{2} - 2, \frac{5\sqrt{10}}{2} + 5 \right),$$

【小问 3 详解】

设点 $E(0, t)$,

①当点 E 在点 D 的下方时,

如图, 过点 E 作 $EM \parallel x$ 轴, 过点 D 作 $DM \perp EM$, 垂足为 M ,

过点 F 作 $FN \perp EM$, 垂足为 N , 则 $\angle DME = \angle ENF = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 D 坐标是 $(-5, 2)$,

$\therefore EM = 5, \quad DM = 2 - t$,

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是正方形,

$\therefore DE = EF, \quad \angle DEF = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEM + \angle FEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEM + \angle EDM = 90^\circ$,

$\therefore \angle FEN = \angle EDM$,

$\therefore \triangle DME \cong \triangle ENF (AAS)$;

$\therefore FN = EM = 5, \quad EN = DM = 2 - t$,

$\therefore$ 点 F 坐标是 $(2 - t, t + 5)$,

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能