

2022 学年第二学期期末考试八年级

数学试卷

考生注意:

1. 本试卷共 25 题:试卷满分 150 分, 考试时间 100 分钟;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效的;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特殊说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤。

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 一次函数 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 的图象不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】因为 $k = \frac{1}{2} > 0$, $b = -1 < 0$, 根据一次函数的图象与系数的关系判断即可得出结果.

【详解】解: 对于一次函数 $y = \frac{1}{2}x - 1$,

$$\because k = \frac{1}{2} > 0,$$

$\therefore$ 图象经过一、三象限,

$$\because b = -1 < 0,$$

$\therefore$ 一次函数的图象与 y 轴的交点在 x 轴的下方, 即函数图象还经过第四象限,

$\therefore$ 一次函数 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 的图象不经过第二象限,

故选: B.

【点睛】本题考查了一次函数图象, 熟练掌握一次函数图象和系数的关系是解答本题的关键.

2. 下列方程有实数根的是 ()

- A. $x^4 + 1 = 0$ B. $x^3 + 1 = 0$ C. $\sqrt{x-3} + 1 = 0$ D. $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用高次方程、无理方程及分式方程的定义分别判断后即可确定正确的选项.

【详解】解：A、 $x^4+1=0$ ，整理得 $x^4=-1$ ，故此方程无解，不符合题意；

B、 $x^3+1=0$ ，整理得 $x^3=-1$ ，解得 $x=-1$ ，符合题意；

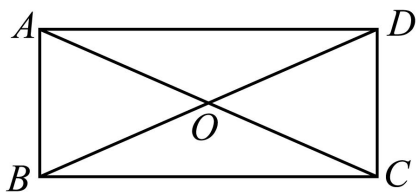
C、 $\sqrt{x-3}+1=0$ ，整理得 $\sqrt{x-3}=-1$ ，故此方程无解，不符合题意；

D、 $\frac{1}{x-1}=\frac{x}{x-1}$ ，去分母得 $x=1$ ，经检验原方程没有实数解，不符合题意。

故选：B。

【点睛】本题考查了高次方程、无理方程及分式方程的定义的知识，解题的关键是了解相关的定义。

3. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 交于点 O ，下列选项中错误的是（ ）



A. $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{DO}$

D. $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据矩形的性质和向量的大小、方向判断即可。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore AD = BC, AB = DC, AD \parallel BC, AB \parallel DC, AO = OC = BO = DO,$$

$\overrightarrow{AD}$ 和 $\overrightarrow{BC}$ 大小相同、方向相同，

$\therefore AD = BC$ ，故 A 选项正确，不符合题意；

∵ $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CD}$ 大小相同、方向相反，

$\therefore \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ ，故 B 选项正确，不符合题意；

∵ $\overrightarrow{BO}$ 和 $\overrightarrow{DO}$ 大小相同、方向相反，

$\therefore \overrightarrow{BO} = -\overrightarrow{DO}$ ，故 C 选项错误，符合题意；

$\therefore \overrightarrow{CO}$ 和 $\overrightarrow{OA}$ 大小相同、方向相同，

$\therefore \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$ ，故 D 选项正确，不符合题意，

故选：C。

【点睛】本题考查了矩形的性质，平面向量的知识，解题的关键是注意注意向量的大小和方向。

4. 上海市 16 个区共约 1326 条健身步道和绿道，甲、乙两人沿着总长度为 9 千米的“健身步道”行走，甲的速度是乙的 1.5 倍，甲比乙提前 15 分钟走完全程，如果设乙的速度为 x 千米/时，那么下列方程中正确的是（ ）

- A. $\frac{9}{x} - \frac{9}{1.5x} = 15$ B. $\frac{9}{1.5x} - \frac{9}{x} = 0.25$ C. $\frac{9}{1.5x} - \frac{9}{x} = 15$ D. $\frac{9}{x} - \frac{9}{1.5x} = 0.25$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意可直接进行求解.

【详解】解：由题意得： $\frac{9}{x} - \frac{9}{1.5x} = 0.25$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查分式方程的应用，熟练掌握分式方程的应用是解题的关键.

5. 北京时间 2023 年 5 月 10 日，搭载天舟六号货运飞船的长征七号运载火箭发射成功. 某校六年级航天兴趣小组共 16 人，随机调查了六年级的部分学生对中国航天事业的关注程度，发现很多同学心中都有一个伟大的航天梦，那么“在该校六年级所有学生中随机抽取一人参加中国航天主题分享活动，抽中的学生一定来自航天兴趣小组”是（ ）

- A. 随机事件 B. 确定事件 C. 必然事件 D. 不可能事件

【答案】A

【解析】

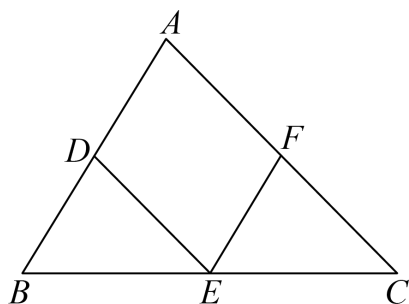
【分析】不可能事件：在每一次实验中都一定不会发生的事件；必然事件：是那些无需通过实验就能够预先确定在每一次实验中都一定会发生的事件；随机事件：无法预先确定在一次实验中会不会发生.

【详解】那么“在该校六年级所有学生中随机抽取一人参加中国航天主题分享活动，抽中的学生一定来自航天兴趣小组”是随机事件.

故选：A.

【点睛】本题考查了事件的分类，熟练掌握各种事件的概念是判断此类问题的关键.

6. 如图， $\triangle ABC$ 中，已知点 D, E, F 分别是 AB, BC, AC 的中点，那么下列判断中错误的是（ ）



- A. 四边形 $ADEF$ 是平行四边形

- B. 如果 $AB = AC$ ，那么四边形 $ADEF$ 是菱形
- C. 如果 $\angle A = 90^\circ$ ，那么四边形 $ADEF$ 是矩形
- D. 如果 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，那么四边形 $ADEF$ 是正方形

【答案】D

【解析】

【分析】利用正方形的性质，矩形的判定，菱形的性质，平行四边形的判定，等腰直角三角形的判定进行依次推理，可求解.

【详解】解：∵点 D, E, F 分别是 AB, BC, AC 的中点，

$$\therefore FE \parallel AB, DE \parallel AC, EF = \frac{1}{2} AB, DE = \frac{1}{2} AC,$$

∴四边形 $ADEF$ 是平行四边形，故 A 正确，不符合题意；

∵ $AB = AC$ ，

$$\therefore EF = DE,$$

∴四边形 $ADEF$ 是菱形，故 B 正确，不符合题意；

∵ $\angle A = 90^\circ$ ，

∴四边形 $ADEF$ 是矩形，故 C 正确，不符合题意；

$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，因为没有说清谁是顶角，所以不能判断四边形 $ADEF$ 是正方形，故 D 错误，符合题意，

故选：D.

【点睛】本题考查了正方形的性质，矩形的判定，菱形的性质，平行四边形的判定，等腰直角三角形的判定，熟练运用这些性质进行推理是题的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}| = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】0

【解析】

【分析】根据 $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ 即可得到答案.

【详解】解：∵ $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} = 0,$$

$$\therefore |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}| = 0,$$

故答案为：0

【点睛】此题考查了向量，熟练掌握互为相反向量的和为0是解题的关键.

8. 一次函数 $y = \sqrt{2}x + 2$ 的图像在 y 轴上的截距是_____.

【答案】2

【解析】

【分析】一次函数的图像在 y 轴上的截距即为直线与 y 轴交点的纵坐标，据此解答即可.

【详解】解：对于一次函数 $y = \sqrt{2}x + 2$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = 2$ ，即一次函数 $y = \sqrt{2}x + 2$ 的图像在 y 轴上的截距是2；

故答案为：2.

【点睛】本题考查了直线与坐标轴的交点问题，正确理解一次函数图像在 y 轴上的截距的定义是解题的关键.

9. 方程 $3x^3 = 81$ 的根是_____.

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】原式整理得 $x^3 = 27$ ，再开立方即可得出最后结果.

【详解】解： $3x^3 = 81$ ，

$$x^3 = 27,$$

$$x = \sqrt[3]{27},$$

$$x = 3.$$

故答案为： $x = 3$.

【点睛】本题考查了解方程，用开立方的方法求根，熟练掌握正数的立方是正数，负数的立方是负数，0的立方是0是解答本题的关键

10. 方程 $(x-2)\sqrt{3-2x} = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x = \frac{3}{2}$

【解析】

【分析】先把无理方程化为 $x-2=0$ 或 $\sqrt{3-2x}=0$ ，分别求解，再检验，即可.

【详解】解： $\because (x-2)\sqrt{3-2x} = 0$ ，

$$\therefore x-2=0 \text{ 或 } \sqrt{3-2x}=0,$$

$$\text{解得: } x=2 \text{ 或 } x=\frac{3}{2},$$

$$\because 3-2x \geq 0,$$

$$\therefore x \leq \frac{3}{2}$$

$$\therefore x=\frac{3}{2},$$

检验: $x=\frac{3}{2}$ 为方程的根, $x=2$ 不是方程的根,

故答案为 $x=\frac{3}{2}$.

【点睛】 本题主要考查解无理方程, 无理方程要对根进行检验.

11. 已知直线 $y=3x+1$ 与直线 $y=mx+2$ 相交于点 $P(a,7)$, 那么 $m=$ _____.

【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 首先把点 $P(a,7)$ 代入直线 $y=3x+1$ 即可求出 a 的值, 从而得到 P 点坐标, 再将 P 点坐标代入直线 $y=mx+2$ 中即可求得 m 的值.

【详解】 解: $\because$ 点 $P(a,7)$ 在直线 $y=3x+1$ 上,

$$\therefore 7=3a+1,$$

解得: $a=2$,

$\therefore P$ 点坐标为 $(2,7)$,

$\because$ 点 $P(2,7)$ 在直线 $y=mx+2$ 上,

$$\therefore 7=2m+2,$$

解得: $m=\frac{5}{2}$.

故答案为: $\frac{5}{2}$.

【点睛】 本题考查了一次函数交点的问题, 将点 P 代入函数解析式求出 a 的值, 是解答本题的关键.

12. 已知点 $A(m, 2.5)$, $B(n, -1)$ 都在一次函数 $y=7x+1$ 的图像上, 那么 m 与 n 的大小关系是_____.

【答案】 $m > n$ ## $n < m$

【解析】

【分析】根据一次函数的性质，通过题中 $k=7>0$ ，可判断 y 随着 x 的增大而增大，即可得答案.

【详解】解： $\because y=7x+1$,

$$\therefore k=7>0,$$

$\therefore y$ 随着 x 的增大而增大,

$\because$ 点 $A(m, 2.5)$, $B(n, -1)$ 在一次函数 $y=7x+1$ 的图像上, $2.5 > -1$,

$$\therefore m > n,$$

故答案为: $m > n$.

【点睛】本题考查了一次函数的性质，解题的关键是掌握 $k>0$ ， y 随着 x 的增大而增大.

13. 已知点 A 是直线 $y=-3x+1$ 在第一象限内的一点，且它到两坐标轴的距离相等，那么点 A 的坐标是_____.

【答案】 $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

【解析】

【分析】在第一象限内的一点，且它到两坐标轴的距离相等，说明此点的横纵坐标的相等，那么 $x=y$ ，且为正数，据此作答.

【详解】解：设 $A(x, y)$,

$\because$ 点 A 为直线 $y=-3x+1$ 上的一点,

$$\therefore y=-3x+1,$$

又 $\because$ 点 A 在第一象限内的一点，且它到两坐标轴的距离相等，

$$\therefore x=y, \text{ 且为正数,}$$

$$\therefore x=-3x+1,$$

$$\text{解得: } x=\frac{1}{4},$$

$$\therefore y=\frac{1}{4},$$

$$\therefore A\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right),$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right).$$

【点睛】本题考查了一次函数图像上点的坐标特征，解题的关键是根据点 A 在第一象限内的一点，且它到

两坐标轴的距离相等，列出方程.

14. 如果一个二十边形的每个内角都相等，那么它的每个外角的度数是_____.

【答案】18度## 18°

【解析】

【分析】根据 n 边形的外角和为 360° 求解即可.

【详解】解： $\because$ 二十边形的外角和为 360° ，且每个内角都相等，

$\therefore$ 二十边形的每个外角的度数为： $360^\circ \div 20 = 18^\circ$.

故答案为：18度.

【点睛】本题考查了多边形的外角，熟记 n 边形的外角和为 360° 是解题的关键.

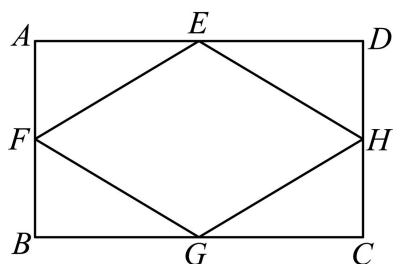
15. 顺次联结矩形四边中点所得的四边形是_____.

【答案】菱形

【解析】

【分析】根据矩形中点四边形的性质即可进行解答.

【详解】解：如图，点 E 、 F 、 G 、 H 为矩形四边中点，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$\therefore AD = BC, AB = CD, \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$,

$\because$ 点 E 、 F 、 G 、 H 为矩形四边中点，

$\therefore AE = DE = \frac{1}{2}AD, AF = DH = \frac{1}{2}AB$,

根据勾股定理可得： $EF = \sqrt{AE^2 + AF^2}, EH = \sqrt{DE^2 + DH^2}$,

$\therefore EF = EH$,

同理可得： $EF = EH = FG = GH$,

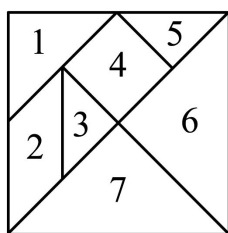
$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 为菱形，

故答案为：菱形.

【点睛】本题主要考查了矩形的中点四边形，解题的关键是熟练掌握矩形的性质以及菱形的判定定理.

16. 七巧板游戏是中国人的智慧结晶. 如图，七巧板是由7个几何图形组成的正方形，其中1、3、5、6、

7是等腰直角三角形，4是正方形，2是平行四边形。一只蚂蚁在七巧板上随机停留，刚巧停在2号板区域的概率是_____.



【答案】 $\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】设4号板的边长为1，2号板的短边长为1，3号板的直角边为1，7号板的直角边为2，从而得出大正方形边长为 $2\sqrt{2}$ ，再根据正方形的面积公式求出大正方形的面积和2号板的面积，然后根据概率公式即可得出答案.

【详解】解：设4号板的边长为1，则2号板的短边长为1，3号板的直角边为1，7号板的直角边为2，
 $\therefore$ 7号板的斜边长 $=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

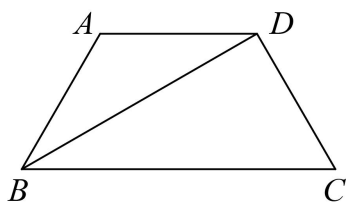
$\therefore$ 大正方形的面积为 $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8$ ，2号板的面积 $=1 \times 1 = 1$

刚巧停在2号板区域的概率 $=\frac{1}{8}$ ，

故答案为： $\frac{1}{8}$.

【点睛】此题主要考查了几何概率问题，勾股定理，熟练掌握概率=相应的面积与总面积之比是解答本题的关键.

17. 如图，已知梯形 $ABCD$ ， $AB=AD=CD=4$ ， $\angle BAD=120^\circ$ ，那么 $S_{\text{梯形}ABCD} =$ _____.

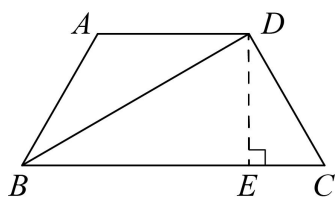


【答案】 $12\sqrt{3}$

【解析】

【分析】过点E作 $DE \perp BC$ 交BC于点E，首先得到四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，然后利用平行线的性质得到 $\angle ADE = 180^\circ - \angle BED = 90^\circ$ ，利用勾股定理得到 $DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = 2\sqrt{3}$ ，然后利用 30° 角的直角三角形的性质得到 $BC = 2CD = 8$ ，最后利用梯形面积公式求解即可.

【详解】如图所示，过点 E 作 $DE \perp BC$ 交 BC 于点 E ，



$\because$ 梯形 $ABCD$, $AB = AD = CD = 4$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形

$\therefore \angle ADC = \angle A = 120^\circ$

$\because AD \parallel BC$

$\therefore \angle ADE = 180^\circ - \angle BED = 90^\circ$,

$\therefore \angle EDC = \angle ADC - \angle ADE = 30^\circ$

$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = 2$,

$\therefore DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = 2\sqrt{3}$

$\because \angle BAD = 120^\circ$, $AB = AD$

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 30^\circ$

$\because AD \parallel BC$

$\therefore \angle DBC = \angle ADB = 30^\circ$, $\angle C = 180^\circ - \angle ADC = 60^\circ$

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$

$\therefore BC = 2CD = 8$

$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot DE = \frac{1}{2} \times (4 + 8) \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

故答案为: $12\sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查等腰梯形的性质，含 30° 角的直角三角形的性质，勾股定理的综合应用，掌握等腰梯形的性质，直角三角形勾股定理，及含 30° 角的直角三角形的性质是解题的关键.

18. 已知矩形 $ABCD$, $AB = 3$, 把矩形 $ABCD$ 沿直线 BD 翻折, 点 A 落在点 E 处, 如果 CE 的长度等于该矩形的一条边长, 那么 $BD =$ _____.

【答案】6 或 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】分两种情况：①当 $CE = BC$ 时，利用矩形的性质和全等三角形的判定与性质证明 $\triangle ABE$ 是等边三角形，得出 $\angle ABD = 30^\circ$ ，然后根据 30° 度角的直角三角形的性质和勾股定理即可求解；②当 $CE = CD$ 时，同理可求.

【详解】解：如图，当 $CE = BC$ 时，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle ADC = \angle BCD = \angle DAC = 90^\circ, \quad AD = BC,$$

根据翻折的性质可得： $AD = DE, BA = BE$,

$$\therefore AD = DE = BC = CE,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BCE,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCE,$$

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore AE = BE = AB,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAE = 60^\circ,$$

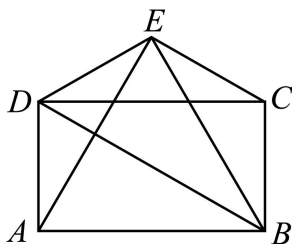
$$\because AE \perp BD,$$

$$\therefore \angle ABD = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BD,$$

$$\because AD^2 + AB^2 = BD^2, \quad \text{即} \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 + 3^2 = BD^2,$$

解得： $BD = 2\sqrt{3}$;



当 $CE = CD$ 时，如图，

同理可得 $\triangle ADE$ 是等边三角形，

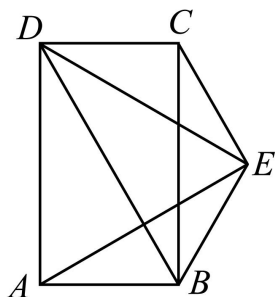
$$\therefore \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\because AE \perp BD,$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ,$$

$$\therefore BD = 2AB = 6;$$

故答案为： 6 或 $2\sqrt{3}$.



【点睛】本题考查了矩形的性质、等边三角形的判定和性质、含 30 度角的直角三

角形的性质以及勾股定理等知识，熟练掌握相关图形的判定和性质、数形结合是解题的关键.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 解方程: $\frac{1}{x-3} + 2 = \frac{1-x}{3-x}$.

【答案】 $x = 4$

【解析】

【分析】分式方程去分母化为整式方程，求出方程的解并检验后即可得出答案.

【详解】解：方程两边同时乘以 $x-3$ ，去分母，得 $1+2(x-3)=x-1$ ，

解这个方程，得 $x=4$ ，

检验：当 $x=4$ 时， $x-3=1 \neq 0$ ，

$\therefore$ 原方程的解是 $x=4$.

【点睛】本题考查了分式方程的求解，熟练掌握解分式方程的方法和步骤是解题的关键.

20. 解方程组： $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2-4y^2=0 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x_1=4 \\ y_1=-2 \end{cases}, \begin{cases} x_2=\frac{4}{3} \\ y_2=\frac{2}{3} \end{cases}$

【解析】

【分析】由第一个方程得到 $x=2-y$ ，再代入第二个方程中，解一元二次方程即可求出 y ，再回代第一个方程中即可求出 x .

【详解】解：由题意： $\begin{cases} x+y=2 \text{ ①} \\ x^2-4y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$,

由方程①得到： $x=2-y$ ，再代入方程②中：

得到： $(2-y)^2-4y^2=0$,

进一步整理为: $2-y=2y$ 或 $2-y=-2y$,

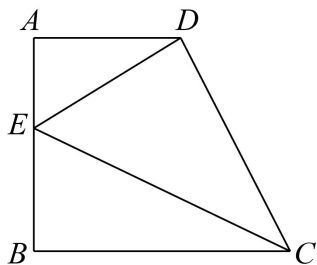
解得 $y_1 = \frac{2}{3}$, $y_2 = -2$,

再回代方程①中, 解得对应的 $x_1 = \frac{4}{3}$, $x_2 = 4$,

故方程组的解为: $\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = -2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x_2 = \frac{4}{3} \\ y_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$.

【点睛】 本题考查了代入消元法解方程及二元二次方程的解法, 熟练掌握代入消元法, 运算过程中细心即可.

21. 如图, 已知点 E 在梯形 $ABCD$ 的边 AB 上.



(1) 计算 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} =$ _____;

(2) 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$, $\overrightarrow{EC} = \vec{c}$.

①试用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{DC} =$ _____;

②在图中求作: $\vec{a} + \vec{b}$. (不要求写出作法, 只需写出结论即可)

【答案】 (1) $\overrightarrow{AD}$

(2) ① $-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$; ②图见解析, $\overrightarrow{AF}$ 即为所求向量

【解析】

【分析】 (1) 利用三角形法则, 进行求解即可;

(2) ①利用向量的线性运算进行计算即可; ②利用平行四边形法则, 进行作图即可.

【小问 1 详解】

解: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$;

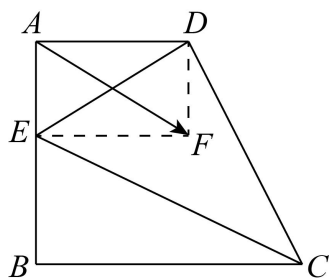
故答案为: $\overrightarrow{AD}$;

【小问 2 详解】

$$\textcircled{1} \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} - \overrightarrow{AD} = \vec{c} + \vec{b} - \vec{a},$$

故答案为: $-\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$;

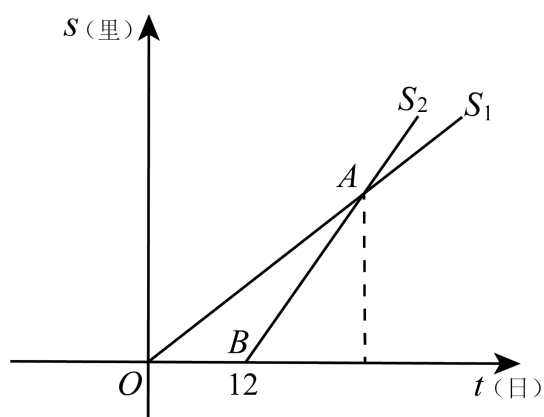
②如图, $\overrightarrow{AF}$ 即为所求向量;



【点睛】 本题考查向量的线性运算. 熟练掌握三角形法则和平行四边形法则,

是解题的关键.

22. 元朝朱世杰的《算学启蒙》一书记载了一个数学问题: “良马日行二百四十里, 驽马日行一百五十里, 驽马先行一十二日, 问良马几何追及之.” 它的大意是: “良马每天行 240 里, 劣马每天行 150 里, 劣马先行 12 天, 良马需要多少天才能追上劣马?” 如图, 是良马与驽马行走路程 s (单位: 里) 关于行走时间 t (单位: 日) 的函数图象.



(1) 射线 OA 记为 S_1 , 射线 BA 记为 S_2 , 那么良马行走路程 s 关于行走时间 t 的函数图象是_____;

(填 S_1 或 S_2)

(2) 两图象交点 A 的坐标是_____;

(3) 求良马行走路程 S 关于行走时间 t 的函数解析式.

【答案】 (1) S_2

(2) $(32, 4800)$

(3) $S = 240t - 2880$

【解析】

【分析】(1) 根据良马行走的速度大于劣马，即单位时间内的路程大，反映在函数图象上是与 x 轴夹角较大的射线，据此即可求解；

(2) 根据题意，列出方程，解方程即可求解；

(3) 设 $S = kt + b$ ，将点 $(12, 0)$ ， $(32, 4800)$ 代入，根据待定系数法求解析式即可求解。

【小问 1 详解】

解：根据题意，可得良马行走的速度大于劣马，

则良马行走路程 s 关于行走时间 t 的函数图象是 S_2 ，

故答案为： S_2 。

【小问 2 详解】

根据题意可得： $240(t - 12) = 150t$ ，

解得： $t = 32$ ，

$\therefore$ 良马行走了 $32 - 12 = 20$ (天)

$\therefore$ A 的纵坐标为 $240 \times 20 = 4800$

【小问 3 详解】

解：设 $S = kt + b$ ，将点 $(12, 0)$ ， $(32, 4800)$ 代入得，

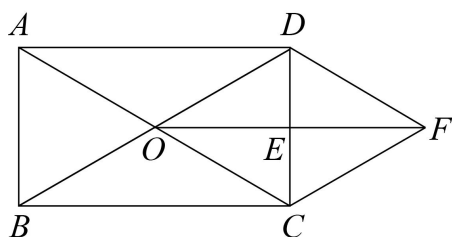
$$\therefore \begin{cases} 4800 = 32k + b \\ 12k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 240 \\ b = -2880 \end{cases},$$

$$\therefore S = 240t - 2880 \quad (t > 12).$$

【点睛】 本题考查了一次函数的应用，熟练掌握一次函数的性质是解题的关键。

23. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， E 为 CD 的中点，连接 OE 并延长至点 F ，使 $EF = EO$ ，连接 DF 、 CF 。



(1) 求证：四边形 $DOCF$ 是菱形；

(2) 已知 $AB = 6$ ， $\angle DOE = 30^\circ$ ，求 AC 的长。

【答案】(1) 证明见解析

(2) 12

【解析】

【分析】(1) 首先证明四边形 $DOCF$ 是平行四边形, 再由 $OD = OC$ 即可推出四边形 $DOCF$ 是菱形;

(2) 由菱形性质可得 $OF \perp DC$, $DE = EC = \frac{1}{2}DC$, 利用直角三角形中 30° 角所对边是斜边的一半求出 $DE = \frac{1}{2}OD$, 利用矩形性质推出 $AC = BD = 2OD$, 即可得出最后结果.

【小问 1 详解】

证明: $\because E$ 为 CD 的中点,

$$\therefore ED = CD,$$

在 $\triangle OED$ 和 $\triangle FEC$ 中,

$$\begin{cases} ED = CD \\ \angle OED = \angle FEC, \\ EF = EO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OED \cong \triangle FEC (\text{SAS}),$$

$$\therefore OD = FC, \quad \angle DOE = \angle CEF,$$

$$\therefore OD \parallel FC,$$

$\therefore$ 四边形 $DOCF$ 为平行四边形,

$\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,

$$\therefore OD = OC,$$

$\therefore$ 四边形 $DOCF$ 为菱形;

【小问 2 详解】

由 (1) 可知四边形 $DOCF$ 为菱形,

$$\therefore OF \perp DC, \quad DE = EC = \frac{1}{2}DC,$$

$$\therefore \angle DEO = 90^\circ,$$

$$\because \angle DOE = 30^\circ,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}OD,$$

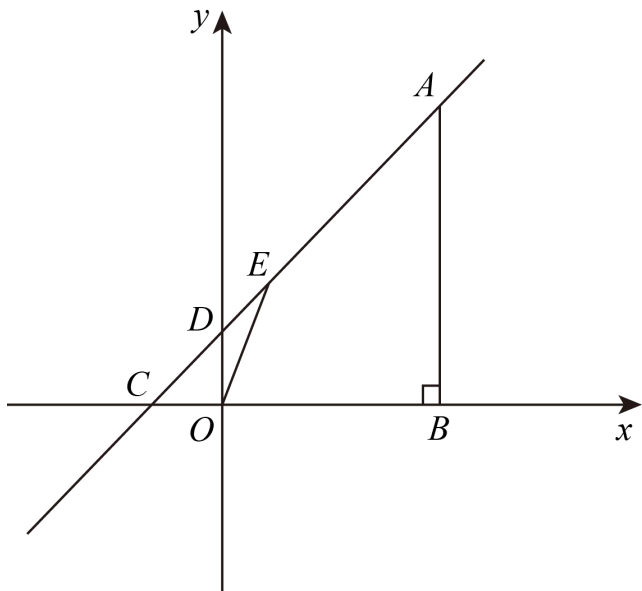
$$\because AB = CD,$$

$$\therefore OD = CD = AB = 6,$$

$$\therefore AC = BD = 2OD = 12.$$

【点睛】 本题考查了全等三角形的判定与性质，平行四边形的判定与性质，菱形的判定与性质，矩形的性质，利用三角形全等推出四边形 $DOCF$ 为平行四边形是解答本题的关键.

24. 如图，点 A 的坐标为 $(6,8)$ ，点 B 、 C 在 x 轴上，且 $AB \perp x$ 轴， $AB = BC$ ，直线 AC 与 y 轴交于点 D ， E 是直线 AC 上的一个动点.



- (1) 求直线 AC 的表达式；
- (2) 当点 E 在线段 AD 上，联结 OE ，如果 $\triangle ODE$ 的面积是 $\triangle OCD$ 面积的一半，求点 E 的坐标；
- (3) 设点 F 是平面内一点，如果以 A 、 E 、 B 、 F 为顶点的四边形为正方形，试求出点 F 的坐标.

【答案】 (1) $y = x + 2$

(2) $(1,3)$

(3) $(10,4)$ 或 $(-2,8)$

【解析】

【分析】 (1) 求出点 C 的坐标，由待定系数法求出直线 AC 的表达式即可；

(2) 求出点 D 的坐标是 $(0,2)$ ，得到 $OD = 2$ ，设点 E 的坐标是 $(t, t+2)$ ，由 $\triangle ODE$ 的面积是 $\triangle OCD$ 面积的一半列出关于 t 的方程，求出 t 的值，即可得点 E 的坐标；

(3) 根据点 E 的位置，利用正方形的性质分两种情况求出点 F 的坐标即可.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 点 A 的坐标为 $(6,8)$ ，且 $AB \perp x$ 轴，

$\therefore AB = 8$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $OB = 6$ ，

$\therefore AB = BC$ ，

$$\therefore AB = BC = 8,$$

$$\therefore OC = BC - OB = 8 - 6 = 2,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标是 } (-2, 0),$$

设直线 AC 的表达式为 $y = kx + b$,

$$\text{则} \begin{cases} -2k + b = 0 \\ 6k + b = 8 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的表达式为 } y = x + 2;$$

【小问 2 详解】

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = x + 2 = 2,$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标是 } (0, 2),$$

$$\therefore OD = 2,$$

$\because$ 点 E 在线段 AD 上,

$$\therefore \text{可设点 } E \text{ 的坐标是 } (t, t + 2),$$

$\because \triangle ODE$ 的面积是 $\triangle OCD$ 面积的一半,

$$\therefore \frac{1}{2} OD \cdot t = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} OD \cdot OC,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2t = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2,$$

$$\text{解得 } t = 1,$$

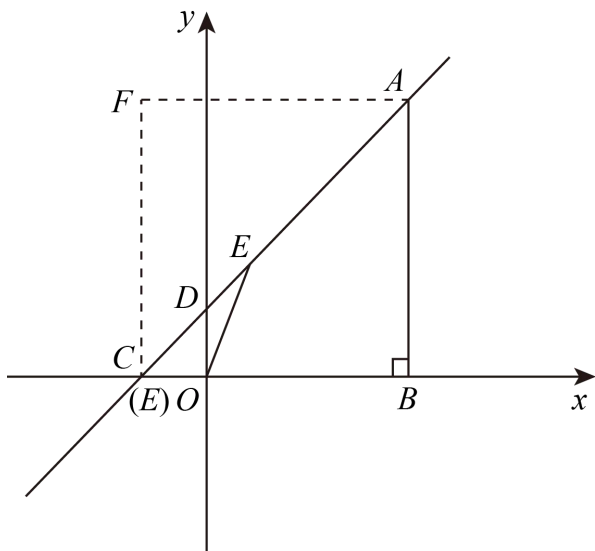
$$\therefore t + 2 = 1 + 2 = 3,$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标是 } (1, 3);$$

【小问 3 详解】

$\because E$ 是直线 AC 上的一个动点, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore$ 当点 E 与点 C 重合时, 四边形 $ABEF$ 是正方形,



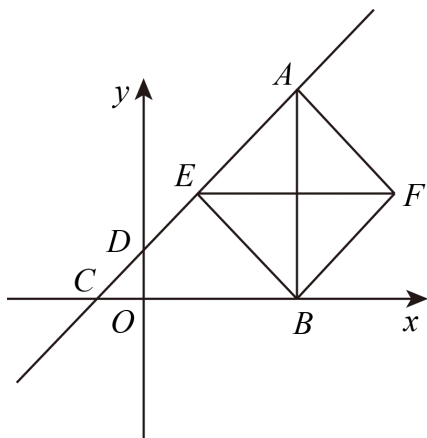
此时 $BE = AB = 8$,

$\therefore EF = AF = AB = 8$, $AF \parallel BE$,

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(-2, 8)$,

当点 E 为线段 AC 的中点时, $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形,

此时点 E 的坐标为 $(2, 4)$, 四边形 $AEBF$ 是正方形, 则有 EF 与 AB 互相垂直平分且相等,



$\therefore EF = AB = 8$, $EF \perp AB$,

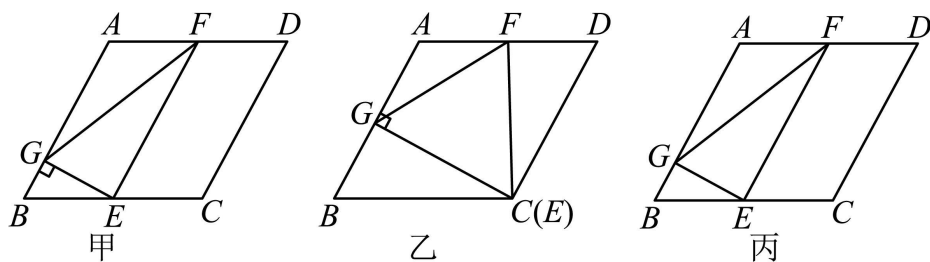
$\therefore EF \parallel x$ 轴,

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(10, 4)$,

$\therefore$ 点 F 的坐标是 $(10, 4)$ 或 $(-2, 8)$.

【点睛】 此题是一次函数和几何综合题, 考查了一次函数的图象和性质、正方形的性质、待定系数法求一次函数解析式、等腰直角三角形的判定和性质等知识, 数形结合是解题的关键.

25. 平行四边形 $ABCD$ 中, E 是边 BC 上的动点, 过点 E 作 $EG \perp AB$, 垂足为点 G , F 是边 AD 的中点, 连接 EF 、 FG .



- (1) 如图甲，当 E 是边 BC 的中点时，如果四边形 $ABCD$ 的面积为 10，求 $\triangle EFG$ 的面积；
- (2) 如图乙，点 E 移动至点 C 处，试判断 $\triangle EFG$ 形状，并说明理由；
- (3) 如图丙，如果 $AB = AD = 2$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，设 $BE = x$ ， $S_{\triangle EFG} = y$ ，求 y 与 x 的函数关系式，并写出定义域。

【答案】(1) $\frac{5}{2}$

(2) $\triangle EFG$ 是等腰三角形，理由见解析

$$(3) y = -\frac{\sqrt{3}}{8}x^2 + \frac{5\sqrt{3}}{8}x (0 < x \leq 2)$$

【解析】

【分析】(1) 根据平行四边形的性质和判定定理得出四边形 $ABEF$ 是平行四边形，设平行四边形 $ABEF$ 边 EF 上的高为 h ，根据面积之间的关系求解即可；

(2) 取 BC 中点 H ，连接 FH 与 CG 交于点 P ，根据平行线的性质及垂直平分线的判定和性质得出 $FG = FC$ ，即可得出结果；

(3) 过点 G 作 $GN \perp BC$ 于 N ，过点 A 作 $AM \perp BC$ 于 M ，根据含 30° 度角的直角三角形的性质及勾股定理得出 $BG = \frac{1}{2}x$ ， $BN = \frac{1}{4}x$ ， $NG = \frac{\sqrt{3}}{4}x$ ， $AM = \sqrt{3}$ ，结合图形得出 $S_{\triangle EFG} = S_{\text{梯形}ABEF} - S_{\triangle AFG} - S_{\triangle BGE}$ 代入求解即可。

【小问 1 详解】

解： $\because$ 平行四边形 $ABCD$ ，

$$\therefore AB \parallel CD, AF \parallel BE,$$

$\because E$ 是边 BC 的中点时， F 是边 AD 的中点，

$$\therefore EF \parallel AB,$$

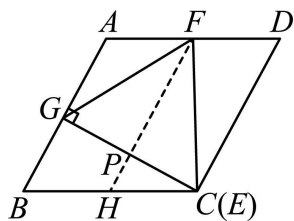
$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形，

设平行四边形 $ABEF$ 边 EF 上的高为 h ，

$$\therefore S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} EF \cdot h = \frac{1}{2} S_{\text{平行四边形} ABEF} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形} ABCD} = \frac{5}{2};$$

【小问 2 详解】

取 BC 中点 H , 连接 FH 与 CG 交于点 P ,



由 (1) 可知 $EF \parallel AB$,

$\therefore EG \perp AB$,

$\therefore P$ 是 CG 中点, $\angle FPG = \angle BGC = 90^\circ$,

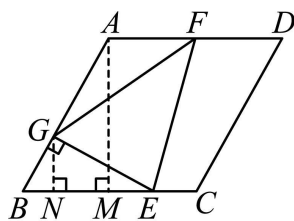
$\therefore FH$ 垂直平分 CG ,

$\therefore FG = FC$,

$\therefore \triangle EFG$ 是等腰三角形;

【小问 3 详解】

过点 G 作 $GN \perp BC$ 于 N , 过点 A 作 $AM \perp BC$ 于 M ,



在 $Rt\triangle BGE$ 中, $\angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle BEG = 30^\circ$,

$\therefore BG = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} x$,

在 $Rt\triangle BNG$ 中, $\angle BGN = 30^\circ$,

$\therefore BN = \frac{1}{2} BG = \frac{1}{4} x$,

$\therefore NG = \sqrt{BG^2 - BN^2} = \frac{\sqrt{3}}{4} x$,

在 $Rt\triangle ABM$ 中,

$\angle BAM = 30^\circ$,

$\therefore BM = \frac{1}{2} AB = 1$,

$$\therefore AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 到 } AD \text{ 的距离为 } AM - NG = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}x,$$

$$\therefore y = S_{\text{梯形}ABEF} - S_{\triangle AFG} - S_{\triangle BGE}$$

$$= \frac{1}{2}(x+1) \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}x \right) \times 1 - \frac{1}{2}x \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}x$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{8}x^2 + \frac{5\sqrt{3}}{8}x (0 < x \leq 2) .$$

【点睛】 题目主要考查平行四边形的判定和性质，勾股定理解三角形及含 30 度角的直角三角形的性质，线段垂直平分线的判定和性质及确定函数解析式等，理解题意，作出辅助线，综合运用这些知识点是解题关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能