

2022 学年八年级数学练习卷

(2023.06)

(完卷时间 90 分钟, 满分 100 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 26 题, 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列关于 x 的函数是一次函数的是 ()

- A. $y = 2x$ B. $y = kx + b$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = 2x + \frac{1}{x}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据一次函数的定义即可求解. 一次函数 $y = kx + b$ 中 k 、 b 为常数, $k \neq 0$, 自变量次数为 1.

【详解】 解: A. $y = 2x$, 是一次函数, 故该选项正确, 符合题意;

B. $y = kx + b$, 当 $k \neq 0$ 时, 是一次函数, 故该选项不正确, 不符合题意;

C. $y = \frac{1}{x}$, 自变量次数不为 1, 不是一次函数, 故该选项不正确, 不符合题意;

D. $y = 2x + \frac{1}{x}$, 自变量次数不为 1, 不是一次函数, 故该选项不正确, 不符合题意;

故选: A.

【点睛】 本题考查了一次函数的定义, 熟练掌握一次函数的定义是解题的关键.

2. 下列说法正确的是 ()

- A. $\frac{x^2 - 1}{2} + \frac{x}{3} = 1$ 是分式方程 B. $x^2 + 3y = 1$ 是二元二次方程

- C. $x^2 + \sqrt{2}x - 1 = 0$ 是无理方程 D. $x^2 + x = 0$ 是二项方程

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的定义对 A、B、C 进行判断; 根据二元二次方程的定义对 B 进行判断,

【详解】 A. $\frac{x^2 - 1}{2} + \frac{x}{3} = 1$ 为一元二次方程, 所以 A 选项的说法错误;

B. $x^2 + 3y = 1$ 为二元二次方程, 所以 B 选项的说法正确;

C、 $x^2 + \sqrt{2}x - 1 = 0$ 是一元二次方程，所以 C 选项的说法错误；

D、 $x^2 + x = 0$ 是一元二次方程，所以 D 选项的说法错误。

故选：B.

【点睛】 本题考查了无理方程，解题的关键是掌握分式方程、二元二次方程及无理方程的概念.

3. 下列关于向量说法错误的是 ()

A. 既有大小，又有方向的量叫做向量

B. 向量的大小叫做向量的模

C. 长度为零的向量叫做零向量

D. 零向量是没有方向的

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据向量的相关定义，逐项分析判断即可求解.

【详解】 A. 既有大小，又有方向的量叫做向量，故该选项正确，符合题意；

B. 向量的大小叫做向量的模，故该选项正确，符合题意；

C. 长度为零的向量叫做零向量，故该选项正确，符合题意；

D. 零向量有方向的，但方向不是确定的，故该选项不正确，不符合题意；

故选：D.

【点睛】 本题考查了向量的相关定义，熟练掌握向量的定义是解题的关键.

4. 下列事件中，属于不可能事件的是 ()

A. 经过红绿灯路口，遇到绿灯

B. 在十进制中， $1+1=2$

C. 班里的两名同学，他们的生日是同一天

D. 任意一个三角形的内角和为 360°

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据确定事件和随机事件的定义来区分判断即可，必然事件和不可能事件统称确定性事件；必然事件：在一定条件下，一定会发生的事件称为必然事件；不可能事件：在一定条件下，一定不会发生的事件称为不可能事件；随机事件：在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件称为随机事件.

【详解】 解：A. 经过红绿灯路口，遇到绿灯，是随机事件，故该选项不符合题意；

B. 在十进制中， $1+1=2$ ，是必然事件，故该选项不符合题意；

C. 班里的两名同学，他们的生日是同一天，是随机事件，故该选项不符合题意；

D. 任意一个三角形的内角和为 360° ，是不可能事件，故该选项符合题意；

故选：D.

【点睛】 本题考查了确定事件和随机事件的定义，熟悉定义是解题的关键.

5. 已知四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AC = BD$, 下列说法不正确的是()

- A. 如果 $AD = BC$, 那么四边形 $ABCD$ 是矩形
- B. 如果 $AB = DC$, 那么四边形 $ABCD$ 是矩形
- C. 如果 $AB \parallel DC$, 那么四边形 $ABCD$ 是矩形
- D. 如果 $\angle ABC = 90^\circ$, 那么四边形 $ABCD$ 是矩形

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意可得对角线相等, 且有一组对边平行, 寻找构成平行四边形的条件即可求解.

【详解】解: A. $\because AD \parallel BC$, $AD = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

又 $AC = BD$, 则四边形 $ABCD$ 是矩形, 故该选项正确, 不符合题意;

B. 如果 $AB = DC$, 那么四边形 $ABCD$ 可以是等腰梯形, 故该选项不正确, 符合题意;

C. $\because AD \parallel BC$, $AB \parallel DC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

又 $AC = BD$, 则四边形 $ABCD$ 是矩形, 故该选项正确, 不符合题意;

D. $\because AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$,

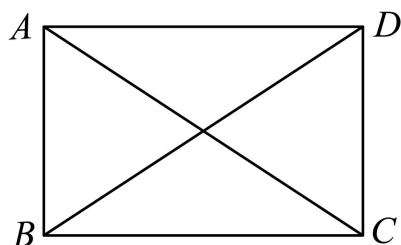
$\therefore AB = BA, AC = BD$,

$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle BAD$,

$\therefore AD = BC$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

又 $AC = BD$, 则四边形 $ABCD$ 是矩形, 故该选项正确, 不符合题意;

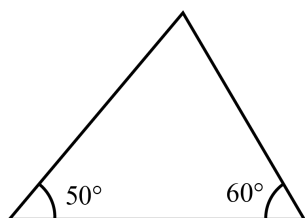


故选: B.

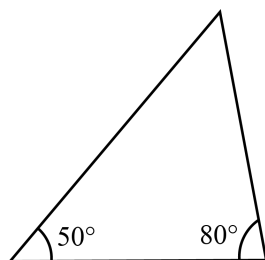
【点睛】本题考查了平行四边形的判定, 矩形的判定, 熟练掌握矩形的判定定理是解题的关键.

6. 下列三角形纸片中, 用一条平行于三角形一边的直线, 把它分割成一个四边形和一个小三角形, 得到的四边形可能是等腰梯形的是 ()

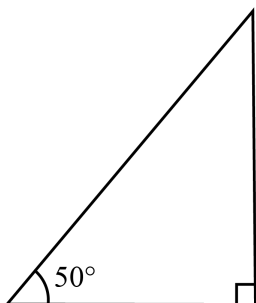
A.



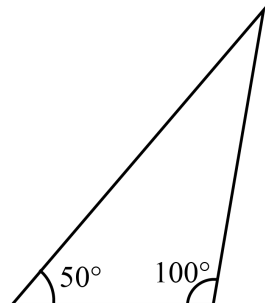
B.



C.



D.



【答案】 B

【解析】

【分析】 根据三角形内角和定理求得第三个角的度数，结合等腰梯形的性质即可求解.

【详解】 解： A、 $180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$ ，没有相等的角，故不合题意，

B、 $180^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 50^\circ$ ，有 2 个 50° 的角，符合题意；

C、 $180^\circ - 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ$ ，没有相等的角，故不合题意；

D、 $180^\circ - 50^\circ - 100^\circ = 30^\circ$ ，没有相等的角，故不合题意；

故选： B.

【点睛】 本题考查了三角形内角和定理，等腰梯形的性质，熟练掌握等腰梯形的性质是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 12 题. 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 已知 $f(x) = x + 3$ ，那么 $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2

【解析】

【分析】 根据函数的定义求函数值，将 $x = -1$ 代入 $x + 3$ ，即可求解.

【详解】 解： $\because f(x) = x + 3$,

$\therefore f(-1) = -1 + 3 = 2$,

故答案为： 2.

【点睛】 本题考查了求函数值，熟练掌握函数的定义是解题的关键.

8. 方程 $3x^3 - 3 = 0$ 根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】先移项，然后根据立方根的定义即可求解.

【详解】解: $3x^3 - 3 = 0$

移项得: $3x^3 = 3$

$$\therefore x^3 = 1$$

$$\therefore x = 1,$$

故答案为: $x = 1$.

【点睛】本题考查了求一个数的立方根, 熟练掌握立方根的定义是解题的关键.

9. 关于 x 的方程 $(m-1)x=1$ 有解, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \neq 1$

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件可得 $m-1 \neq 0$, 即可求解.

【详解】解: $\because (m-1)x=1$ 有解,

$$\therefore x = \frac{1}{m-1}, \text{ 则 } m-1 \neq 0,$$

$$\therefore m \neq 1,$$

故答案为: $m \neq 1$.

【点睛】本题考查了分式有意义的条件, 熟练掌握分式有意义的条件是解题的关键.

10. 直线 $y=x+1$ 向上平移 5 个单位后, 得到的直线的表达式是_____.

【答案】 $y = x + 6$

【解析】

【分析】直接根据上加下减的平移规律求解即可.

【详解】解: 直线 $y=x+1$ 向上平移 5 个单位后, 得到的直线的解析式是:

$$y = x + 1 + 5, \text{ 即 } y = x + 6.$$

故答案为: $y = x + 6$.

【点睛】本题考查了一次函数图像与几何变换, 注意上下移动改变的是纵坐标, 左右移动改变的是横坐标, 规律是上加下减, 左加右减. 理解和掌握“上加下减, 左加右减”的平移规律是解题的关键.

11. 用换元法解方程组: $\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 8 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 7 \end{cases}$, 如果设 $\frac{1}{x+y} = u$, $\frac{1}{x-y} = v$, 那么原方程组化为关于 u 、 v

的方程组是_____.

【答案】 $\begin{cases} 3u + v = 8 \\ 2u - v = 7 \end{cases}$

【解析】

【分析】 根据题意, 将 $\frac{1}{x+y} = u$, $\frac{1}{x-y} = v$, 代入原方程组即可求解.

【详解】 根据题意, 设 $\frac{1}{x+y} = u$, $\frac{1}{x-y} = v$,

则 $\begin{cases} \frac{3}{x+y} + \frac{1}{x-y} = 8 \\ \frac{2}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 7 \end{cases}$ 可化为: $\begin{cases} 3u + v = 8 \\ 2u - v = 7 \end{cases}$,

故答案为: $\begin{cases} 3u + v = 8 \\ 2u - v = 7 \end{cases}$.

【点睛】 本题考查了换元法解方程组, 熟练掌握换元法是解题的关键.

12. 已知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像经过点 $(2, 0)$ 与 $(0, 4)$, 那么 y 随着 x 的增大而_____. (填“增大”或“减小”)

【答案】 减小

【解析】

【分析】 根据一次函数的性质即可求解.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像经过点 $(2, 0)$ 与 $(0, 4)$,

$$\therefore 0 < 2, 4 > 0,$$

$\therefore y$ 随着 x 的增大而减小,

故答案为: 减小.

【点睛】 本题考查了一次函数的性质, 根据题意判断一次函数的增减性是解题的关键.

13. 已知一个多边形的每个外角都是 30° , 那么这个多边形的边数是_____.

【答案】 12

【解析】

【分析】利用任何多边形的外角和是 360° 除以外角度数即可求出答案.

【详解】解：多边形的外角的个数是 $360 \div 30 = 12$,

所以多边形的边数是 12,

故答案为：12.

【点睛】本题主要考查了多边形的外角和定理，已知外角求边数的这种方法是需要熟记的内容.

14. 某品牌新能源汽车的某款车型售价为 30 万元，连续两次降价后售价为 24.3 万元，假知每次平均降价的百分率都为 x ，那么可列方程为_____.

【答案】 $30(1-x)^2 = 24.3$

【解析】

【分析】设每次平均降价的百分率都为 x ，根据题意列出一元二次方程.

【详解】解：设每次平均降价的百分率都为 x ，那么可列方程为 $30(1-x)^2 = 24.3$,

故答案为： $30(1-x)^2 = 24.3$.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，根据增长率问题列出一元二次方程是解题的关键.

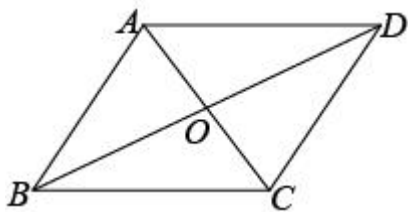
15. 菱形的两条对角线分别是 12 和 16，则此菱形的边长是_____.

【答案】10

【解析】

【分析】首先根据题意画出图形，然后由菱形的两条对角线的长分别为 12cm 和 16cm，求得 OA 与 OB，再由勾股定理即可求得菱形的边长.

【详解】解：如图，



$\because$ 菱形 ABCD 中， $AC = 12$ ， $BD = 16$,

$\therefore OA = \frac{1}{2} AC = 6$ ， $OB = \frac{1}{2} BD = 8$ ， $AC \perp BD$,

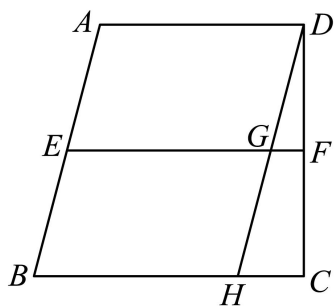
$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 10$,

即菱形的边长是 10,

故答案为：10.

【点睛】此题考查了菱形的性质以及勾股定理. 掌握菱形的对角线互相平分且垂直是解题的关键.

16. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD=6$, $BC=8$, E 、 F 是边 AB 、 CD 的中点, 过点 D 作 AB 的平行线, 交 EF 、 BC 于点 G 、 H , 那么线段 $GF =$ _____.



【答案】 1

【解析】

【分析】根据题意得出 EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线, $EF \parallel AD$, 根据题意得出四边形 $AEGD$ 是平行四边形, 进而根据 $FG = EF - EG$ 即可求解.

【详解】解: $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中, E 、 F 是边 AB 、 CD 的中点,

$\therefore EF$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线, $EF \parallel AD$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}(AD + BC) = 7,$$

$\because EF \parallel AD$, $DG \parallel AE$,

$\therefore$ 四边形 $AEGD$ 是平行四边形,

$$\therefore EG = AD = 6,$$

$$\therefore FG = EF - EG = 7 - 6 = 1,$$

故答案为: 1.

【点睛】本题考查了平行四边形的性质与判定, 梯形的中位线的性质, 熟练掌握梯形的中位线的性质是解题的关键.

17. 已知直线 $l_1: y_1 = k_1x + b_1$ 与直线 $l_2: y_2 = k_2x + b_2$, 如果满足 $k_1 = b_2$, $k_2 = b_1$, 那么直线 l_1 与直线 l_2 称为“互为交换直线” 如果直线 $y = 2x + m$ 与其交换直线分别与 y 轴交于点 A 、 B , 且 $AB = 1$, 那么 $m =$ _____.

【答案】 1或3

【解析】

【分析】根据新定义得出 $y = 2x + m$ 的交换直线为 $y = mx + 2$, 得出 $A(0, m)$, $B(0, 2)$, 根据 $AB = 1$, 即可求解.

【详解】解: 依题意, $y = 2x + m$ 的交换直线为 $y = mx + 2$,

$y = 2x + m$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = m$, 则 $A(0, m)$,

$y = mx + 2$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 2$, 则 $B(0, 2)$,

$\therefore AB = 1$,

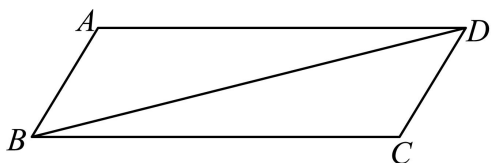
$\therefore m - 2 = 1$ 或 $2 - m = 1$

解得: $m = 3$ 或 $m = 1$,

故答案为: 1 或 3.

【点睛】本题考查了求一次函数与坐标轴交点问题, 理解新定义是解题的关键.

18. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 边 $AB = \sqrt{2}$, 对角线 $BD = 5$, 将平行四边形 $ABCD$ 绕着点 A 逆时针旋转 90° , 点 B 的对应点 E 恰好落在对角线 BD 上, 那么边 BC 的长为_____.

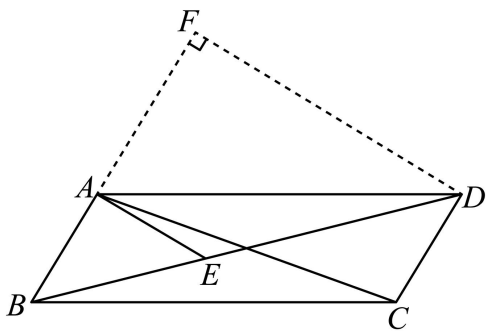


【答案】 $\sqrt{17}$

【解析】

【分析】过点 D 作 $DF \perp AB$ 交 BA 的延长线于点 F , 根据题意, 得出 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形, 进而求得 $FD = FB = \frac{5\sqrt{2}}{2}$, 在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, 勾股定理即可求解.

【详解】解: 如图所示, 过点 D 作 $DF \perp AB$ 交 BA 的延长线于点 F ,



依题意, $\angle BAE = 90^\circ$, $BA = AE$, 则 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle ABE = 45^\circ$,

$\because AB = \sqrt{2}$, 则 $BE = \sqrt{2}AB = 2$,

$\because BD = 5$,

$\therefore DE = DB - BE = 5 - 2 = 3$,

$\therefore \angle ABE = 45^\circ$,

∴ $\triangle FBD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore FB = FD = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore AF = BF - AB = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AFD \text{ 中, } AD = \sqrt{AF^2 + DF^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{17},$$

$$\therefore BC = AD = \sqrt{17},$$

故答案为: $\sqrt{17}$.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质, 勾股定理, 旋转的性质, 等腰直角三角形的性质与判定, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 8 题, 19、20、21、22、23 每题 6 分, 24 题 8 分, 25, 26 每题 10 分)

19. 解方程: $\frac{x}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}.$

【答案】 原方程的根是 $x = -3$.

【解析】

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【详解】 解: 方程两边乘 $(x-2)(x+2)$,

$$\text{得 } x(x+2) - 8 = x - 2,$$

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x+3)(x-2) = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -3, \quad x_2 = 2.$$

经检验: $x_1 = -3$ 是原方程的根, $x_2 = 2$ 是增根.

∴ 原方程的根是 $x = -3$.

【点睛】 本题考查分式方程的解法, 掌握分式方程的解题的步骤是解题的关键, 注意检验.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0. \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

【解析】

【详解】 $x^2-2xy-3y^2=0$

$$(x-y)^2-4y^2=0$$

又因: $x-y=2$ 代入上式

$$4-4y^2=0$$

$$y=1 \text{ 或 } y=-1$$

再将 $y=1$ 、 $y=-1$ 分别代入 $x-y=2$

$$\text{则 } x=1, x=3$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -1 \end{cases} \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

21. 木盒内有四个形状、大小完全相同的小球，分别标注数字1、2、3、4.

(1) 从木盒内随机摸取一个小球，球上标注的数字是偶数的概率是_____；

(2) 从木盒内连续摸出两个小球组成一个两位数（摸出后不放回），将第一次摸出的数作为十位数字，将第二次摸出的数作为个位数字，请用树状图或列表法求出这个两位数是3的倍数的概率.

【答案】 (1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 直接由概率公式求解即可；

(2) 列表法求概率即可求解.

【小问1 详解】

解: 数字1、2、3、4，偶数是2，4，共2个，

从木盒内随机摸取一个小球，球上标注的数字是偶数的概率是 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ；

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【小问2 详解】

解: 列表法如下，

	1	2	3	4
1		12	13	14
2	21		23	24

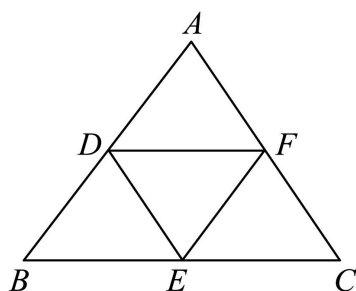
3	31	32		34
4	41	42	43	

共有12种等可能结果，其中12,21,24,42是3的倍数，有4种，

$\therefore$ 这个两位数是3的倍数的概率 $\frac{1}{3}$.

【点睛】 本题考查的是根据概率公式求概率，列表法求概率．掌握求概率的方法是解题的关键，要注意此题是放回试验还是不放回试验．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 、 CA 的中点．



- (1) 写出图中所有与 $\overrightarrow{BE}$ 相等的向量：_____；
- (2) 用图中的向量表示： $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DF} =$ _____；
- (3) 求作： $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EB}$ （不要求写作法，但要写出结论）．

【答案】 (1) $\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{EC}$

(2) $\overrightarrow{DE}$ 或 $\overrightarrow{AF}$ 或 $\overrightarrow{FC}$

(3) 见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据中位线的性质得出 $DF \parallel BC$ ， $DF = \frac{1}{2}BC = BE = EC$ ，即可求解；

(2) 根据三角形法则求向量的和，进而即可求解；

(3) 连接 AE ，则 $\overrightarrow{AE}$ 即为所求，

【小问1详解】

解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 、 CA 的中点

$$\therefore DF = \frac{1}{2}BC = BE = EC, \quad DF \parallel BC$$

$\therefore$ 与 $\overrightarrow{BE}$ 相等的向量是： $\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{EC}$ ，

故答案为： $\overrightarrow{DF}, \overrightarrow{EC}$ ．

【小问 2 详解】

解: $\because \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{BE}$

$$\therefore \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DE},$$

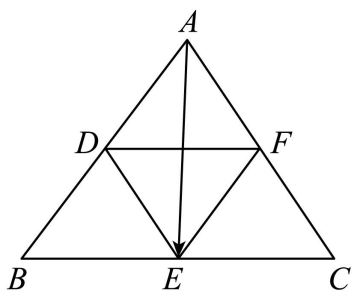
又点 D 、 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 、 CA 的中点, 则 $DE = AF = FC$

$$\therefore \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FC}$$

故答案为: $\overrightarrow{DE}$ 或 $\overrightarrow{AF}$ 或 $\overrightarrow{FC}$

【小问 3 详解】

解: 如图所示, $\overrightarrow{AE}$ 即为所求,

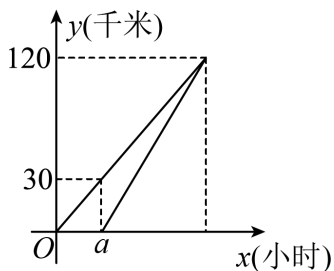


$$\because \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$$

$\therefore \overrightarrow{AE}$ 即为所求,

【点睛】 本题考查了向量的应用, 三角形法则求向量, 熟练掌握向量的定义以及线性运算是解题的关键.

23. 一辆货车从甲地出发运送物资到乙地, 稍后一辆轿车从甲地运送乘客到乙地, 货车行驶的平均速度是 60 千米/时, 两车行驶了 120 千米之后同时进入加油站, 从甲地到加油站这段路程中, 两车离甲地的路程 y (千米) 与时间 x (小时) 的函数图象如图所示:



(1) a 的值为_____;

(2) 轿车的速度为_____千米/小时;

(3) 加完油后, 货车和轿车按照各自原来的行驶速度同时从加油站出发前往乙地, 轿车比货车早 $\frac{1}{5}$ 个小时到达乙地, 求加油站和乙地之间的距离.

【答案】 (1) 0.5

(2) 80

(3) 加油站和乙地之间的距离为 48 千米

【解析】

【分析】(1) 根据货车行驶的路程为 30 千米，平均速度是 60 千米/时，即可求得 a 的值；

(2) 根据路程为 120 千米，时间为 $\left(\frac{120}{60} - 0.5\right)$ 小时，即可求得轿车的速度；

(3) 轿车到达乙地的时间为 t 小时，则货车到达乙地的时间为 $\left(t + \frac{1}{5}\right)$ 小时，根据两车与乙地的距离相等，

列出方程，解方程即可求解.

【小问 1 详解】

解: $a = \frac{30}{60} = 0.5,$

故答案为: 0.5.

【小问 2 详解】

解: 轿车的速度为 $120 \div \left(\frac{120}{60} - 0.5\right) = 80$ 千米/小时;

故答案为: 80.

【小问 3 详解】

设轿车到达乙地的时间为 t 小时，则货车到达乙地的时间为 $\left(t + \frac{1}{5}\right)$ 小时. 依题意，得

$$80(t - 0.5) = 60\left(t + \frac{1}{5}\right)$$

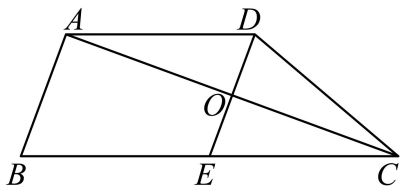
解得: $t = \frac{13}{5}$

$$\therefore \text{则加油站和乙地之间的距离为 } 80\left(\frac{13}{5} - 0.5\right) - 120 = 48 \text{ 千米}$$

答: 加油站和乙地之间的距离为 48 千米.

【点睛】本题考查了函数图象，一元一次方程的应用，从函数图象获取信息是解题的关键.

24. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交边 BC 于点 E ，连接 AC 交 DE 点 O ，且 O 是 DE 的中点.



(1) 求证：点 E 是 BC 的中点；

(2) 连接 AE ，当 $\angle AEB = 2\angle DAC$ 时，求证：四边形 $AECD$ 是菱形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 证明 $\triangle AOD \cong \triangle COE$ ，得出 $AD = EC$ ，证明四边形 $ABED$ 是平行四边形，得出 $AD = BE$ ，即可得出 $EB = EC$ ；

(2) 先证明四边形 $AECD$ 是平行四边形，根据 $\angle AEB = 2\angle DAC$ ，结合平行线的性质可证明 $AE = EC$ ，即可得证.

【小问 1 详解】

证明： $\because AD \parallel BC$ ， $DE \parallel AB$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形，

$\therefore AD = BE$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DAO = \angle ECO, \angle ADO = \angle CEO$ ，

$\because O$ 是 DE 的中点，

$\therefore OD = OE$ ，

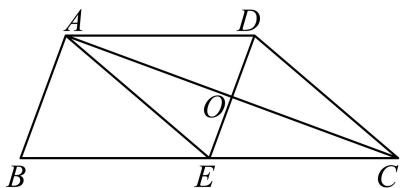
$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COE$ (AAS)，

$\therefore AD = EC$ ，

$\therefore EB = EC$ ，即点 E 是 BC 的中点；

【小问 2 详解】

证明：如图所示，



$\because AD = EC$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形， $\angle DAC = \angle ACE$ ， $\angle AEB = \angle DAE$ ，

$$\therefore \angle AEB = 2\angle DAC,$$

$$\therefore \angle DAE = 2\angle DAC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EAC,$$

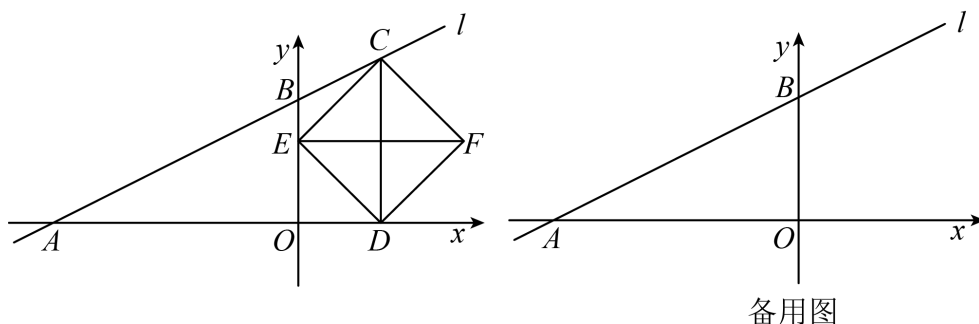
$$\therefore \angle ACE = \angle EAC,$$

$$\therefore EA = EC,$$

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是菱形.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质与判定，菱形的判定，熟练掌握平行四边形的性质与判定是解题的关键.

25. 已知在平面直角坐标系中，直线 $l: y = kx + 3 (k \neq 0)$ 交 x 轴负半轴于点 A ，交 y 轴于点 B ，且 $AO = 2OB$.



(1) 求直线 l 的表达式;

(2) 已知点 C 在直线 l 上且在第一象限内，过点 C 作 $CD \perp x$ 轴，垂足为点 D ，以线段 CD 为对角线作正方形 $CEDF$ (点 E 在点 F 的左侧).

①如图，当点 E 落在 y 轴上时，求点 C 的坐标;

②当 CE 的延长线经过点 O 时，求正方形 $CEDF$ 的边长.

【答案】 (1) $y = \frac{1}{2}x + 3$

(2) ① $(2, 4)$; ② $3\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 (1) 由 $y = kx + 3$ ，当 $x = 0$ ，求得 B 点的坐标，根据 $AO = 2OB$ ，结合图象，即可求得 A 点的坐标，代入解析式即可求解.

(2) ①设 CD, EF 交于点 G ， C 的坐标为 $\left(m, \frac{1}{2}m + 3\right)$ ，则 $G\left(m, \frac{1}{4}m + \frac{3}{2}\right)$ ，根据 $OE = EG = GD$ ，得出 $\frac{1}{4}m + \frac{3}{2} = m$ ，解方程即可求解;

②设 C 的坐标为 $\left(n, \frac{1}{2}n + 3\right)$, $D(m, 0)$, 当 OE 经过点 O 时, $\triangle OCD$ 是等腰直角三角形, 则 $CD = OC$,

根据题意列出方程, 解方程, 进而即可求得对角线的长, 根据勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

解: 由 $y = kx + 3$, 当 $x = 0$, $y = 3$,

则 $B(0, 3)$,

$\therefore AO = 2OB$,

$\therefore OA = 6$,

$\therefore A$ 在 x 轴的负半轴,

$\therefore A(-6, 0)$,

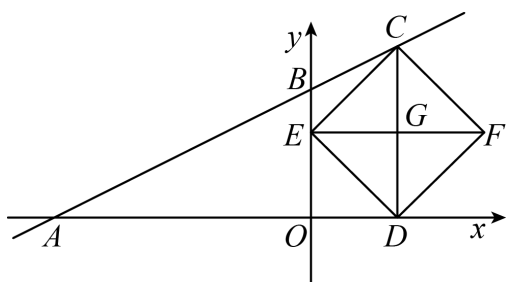
代入 $y = kx + 3$, 即 $0 = -6k + 3$,

解得: $k = \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 直线 l 的表达式为: $y = \frac{1}{2}x + 3$;

【小问 2 详解】

①设 CD, EF 交于点 G ,



设 C 的坐标为 $\left(m, \frac{1}{2}m + 3\right)$, 则 $G\left(m, \frac{1}{4}m + \frac{3}{2}\right)$

$\therefore CD \perp x$ 轴,

$\therefore D(m, 0)$,

$\therefore CD$ 为正方形 $CEDF$ 的对角线,

$\therefore EF \parallel x$ 轴, $\angle ODE = \angle EDG = 45^\circ$,

则 $OE = EG = GD$

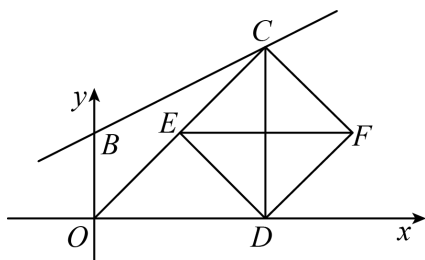
$$\therefore E(0, m),$$

$$\therefore \frac{1}{4}m + \frac{3}{2} = m$$

$$\text{解得: } m = 2$$

$$\therefore C(2, 4);$$

②如图所示, 设 C 的坐标为 $\left(n, \frac{1}{2}n + 3\right)$, $D(m, 0)$,



$\because$ 四边形 $CEDF$ 是正方形, CD 是对角线,

$$\therefore \angle DCE = 45^\circ,$$

当 OE 经过点 O 时, $\triangle OCD$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore CD = OC,$$

$$\therefore \frac{1}{2}n + 3 = n,$$

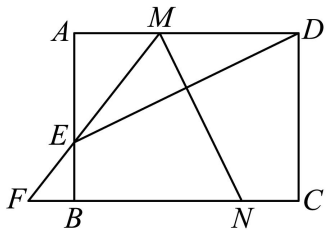
$$\text{解得: } n = 6,$$

$$\therefore CD = 6,$$

$$\therefore \text{边长为 } \frac{\sqrt{2}}{2} \times 6 = 3\sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查了一次函数与结合图形综合, 正方形的性质, 等腰直角三角形的性质与判定, 勾股定理, 熟练掌握一次函数的性质是解题的关键.

26. 如图, 矩形 $ABCD$ 中的边 $AB = 6$, $AD = 8$, 点 E 是边 AB 上一点, 线段 DE 的垂直平分线交边 AD 、 BC 于点 M 、 N , 连接 ME 并延长交 CB 的延长线于点 F .



(1) 证明: $MF = NF$;

(2) 当 $\angle AEM = \angle ADE$ 时, 求 $\triangle MFN$ 的面积;

(3) 当 $AE = 2BE$ 时, 求 MN 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $12\sqrt{3}$

(3) $3\sqrt{5}$

【解析】

【分析】(1) 根据垂直平分线的性质得出 $ME = MD$, $MN \perp ED$, 根据三线合一可得 $\angle EMN = \angle DMN$, 进而根据矩形的性质得出 $AD \parallel CB$, 即可得出 $\angle DMN = \angle FNM$, 等量代换得出 $\angle FMN = \angle FNM$, 根据等边对等角即可得证;

(2) 根据已知条件, 得出 $\angle AEM = \angle MED = \angle MDE = 30^\circ$, 根据含 30° 度角的直角三角形的性质, 在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, 设 $AM = a$, 则 $ME = MD = 8 - a$, 勾股定理求得 ME, EF , 根据等边三角形的性质, 可得 $FN = FM$, 进而根据三角形的面积公式, 即可求解;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $EM^2 = AE^2 + AM^2$, 勾股定理求得 $AM = 3$, 延长 EF, EB , 使得 $FG = EF, BH = EB$, 则 FB 是 $\triangle EGH$ 是中位线, $GH \parallel FB$, $FB = \frac{1}{2}GH$, 根据全等三角形的性质与判定, 以及中位线的性质求得 $BF = \frac{3}{2}, FE = \frac{5}{2}$, 进而求得 $FN = \frac{15}{2}$, $BN = 6$, 过点 M 作 $MK \perp BC$, 则四边形 $AMKB$ 是矩形, 在 $\text{Rt}\triangle MNK$ 中, 勾股定理即可求解.

【小问 1 详解】

证明: $\because MN$ 是 ED 的垂直平分线,

$\therefore ME = MD, MN \perp ED$,

$\therefore \angle EMN = \angle DMN$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel CB$

$\therefore \angle DMN = \angle FNM$

$\therefore \angle FMN = \angle FNM$

$\therefore MF = NF$;

【小问 2 详解】

解: $\because ME = MD$,

$\therefore \angle MED = \angle ADE$,

又 $\angle AEM = \angle ADE$

$\therefore \angle AEM = \angle MED = \angle MDE$,

$\therefore \angle A = 90^\circ$

$$\therefore \angle AEM = \angle MED = \angle MDE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DMN = 90^\circ - \angle MDE = 60^\circ,$$

由 (1) 可得 $MF = NF$

则 $\triangle MFN$ 是等边三角形,

在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, 设 $AM = a$, 则 $ME = MD = 8 - a$,

$$\therefore \angle AEM = 30^\circ,$$

$$\therefore ME = 2a,$$

$$\therefore 2a = 8 - a,$$

$$\text{解得 } a = \frac{8}{3}, \text{ 则 } EM = \frac{16}{3}, \quad AE = \sqrt{3}AM = \frac{8\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore BE = 6 - AE = 6 - \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \angle FEB = \angle AEM = 30^\circ,$$

$$\therefore EF = 2FB = \frac{2\sqrt{3}}{3}EB = \frac{2\sqrt{3}}{3}\left(6 - \frac{8\sqrt{3}}{3}\right) = 4\sqrt{3} - \frac{16}{3}$$

$$\therefore MF = EF + EM = 4\sqrt{3} - \frac{16}{3} + \frac{16}{3} = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore FN = FM = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle MFN \text{ 的面积为 } \frac{1}{2}FN \times AB = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$$

【小问 3 详解】

$$\therefore AE = 2BE, \quad AB = 6,$$

$$\therefore AE = 4, BE = 2,$$

设 $AM = b$, 则 $MD = 8 - b$,

$$\therefore ME = MD = 8 - b,$$

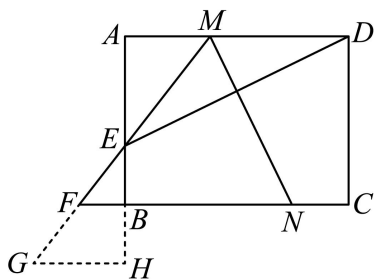
在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $EM^2 = AE^2 + AM^2$,

$$\therefore b^2 + 4^2 = (8 - b)^2,$$

解得: $b = 3$, 则 $EM = MD = 8 - 3 = 5$,

如图所示, 延长 EF, EB , 使得 $FG = EF, BH = EB$, 则 FB 是 $\triangle EGH$ 是中位线, $GH \parallel FB$, $FB = \frac{1}{2}GH$,

$$\therefore \angle H = \angle FBE = 90^\circ = \angle A,$$



在 $\triangle AEM$, $\triangle HEG$ 中, $EH = 2EB = 4 = AE$, $\angle A = \angle H$, $\angle AEM = \angle GEH$

$$\therefore \triangle AEM \cong \triangle HEG$$

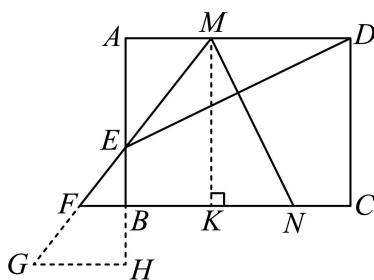
$$\therefore GH = AM = 3$$

$$\therefore FB = \frac{3}{2}, \quad EF = \frac{1}{2}EG = \frac{1}{2}EM = \frac{5}{2},$$

$$\text{则 } FM = EM + EF = 5 + \frac{5}{2} = \frac{15}{2},$$

$$\therefore BN = FN - FB = FM - FB = \frac{15}{2} - \frac{3}{2} = 6,$$

如图所示, 过点 M 作 $MK \perp BC$, 则四边形 $AMKB$ 是矩形,



$$\therefore BK = AM = 3, \quad KN = BN - BK = 6 - 3 = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle KMN \text{ 中, } MN = \sqrt{MK^2 + KN^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}.$$

【点睛】 本题考查了矩形的性质, 等腰三角形的性质与判定, 垂直平分线的性质, 勾股定理, 三角形中位线的性质, 全等三角形的性质与判定, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

免费增值服务介绍



- ✓ 学科网 (<https://www.zxxk.com/>) 致力于提供K12教育资源方服务。
- ✓ 网校通合作校还提供学科网高端社群出品的《老师请开讲》私享直播课等增值服务。



扫码关注学科网

每日领取免费资源

回复“ppt”免费领180套PPT模板

回复“天天领券”来抢免费下载券



- ✓ 组卷网 (<https://zujuan.xkw.com>) 是学科网旗下智能题库，拥有小初高全学科超千万精品试题，提供智能组卷、拍照选题、作业、考试测评等服务。



扫码关注组卷网

解锁更多功能