

2023 学年第二学期阶段学习自我评估

八年级数学 (2024 年 3 月)

(考试时间: 90 分钟 满分 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列函数中, 是一次函数的是 ()

A. $y = \frac{2x-1}{3}$;

B. $y = \frac{1}{x} + 1$;

C. $y = x^2 + 1$;

D. $y = \sqrt{x}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的定义, 根据一次函数的定义 $y = kx + b (k \neq 0)$ 逐项验证即可.

【详解】 解: 由一次函数的定义知, $y = \frac{2x-1}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ 是一次函数,

故选: A

2. 下列方程中是二项方程的是 ()

A. $x^4 + x = 0$

B. $x^5 = 0$

C. $x^3 + x = 1$

D. $\frac{1}{2}x^3 + 8 = 0$

【答案】 D

【解析】

【分析】 如果一元 n 次方程的一边只有含未知数的一项和非零的常数项, 另一边是零, 那么这样的方程就叫做二项方程. 据此可以判断.

【详解】 $x^4 + x = 0$, 有 2 个未知数项, 故 A 选项不合题意;

$x^5 = 0$, 没有非 0 常数项, 故 B 选项不合题意;

$x^3 + x = 1$, 有 2 个未知数项且等号另一端不为 0, 故 C 选项不合题意;

$\frac{1}{2}x^3 + 8 = 0$, D 选项符合题意.

故选 D.

【点睛】 本题考核知识点: 二项方程, 解题关键点为理解二项方程的定义.

3. 用换元法解方程 $\frac{x+1}{x^2} + \frac{x^2}{x+1} = 2$ 时, 若设 $\frac{x+1}{x^2} = y$, 则原方程可化为关于 y 的方程是()

A. $y^2 - 2y + 1 = 0$

B. $y^2 + 2y + 1 = 0$

C. $y^2 + y + 2 = 0$

D. $y^2 + y - 2 = 0$

【答案】A

【解析】

【分析】方程的两个分式具备倒数关系，设 $\frac{x+1}{x^2} = y$ ，则原方程化为 $y + \frac{1}{y} = 2$ ，再转化为整式方程 $y^2 - 2y + 1 = 0$ 即可求解.

【详解】把 $\frac{x+1}{x^2} = y$ 代入原方程得： $y + \frac{1}{y} = 2$ ，转化为整式方程为 $y^2 - 2y + 1 = 0$.

故选：A.

【点睛】考查了换元法解分式方程，换元法解分式方程时常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，化难为易，对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点，寻找解题技巧.

4. 下列说法中，正确的是（ ）

A. 方程 $\frac{1}{xy} + 2y^2 - x = 0$ 是二元二次方程；

B. 方程 $\frac{x}{x} + \frac{x^2}{4} = 6$ 不是分式方程；

C. 判断一个方程是否是无理方程的关键就是看方程中是否出现了根号，如果出现了根号，那么就是无理方程；

D. 方程组 $\begin{cases} xy = -10 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 是二元二次方程组.

【答案】D

【解析】

【详解】解：选项 A，方程 $\frac{1}{xy} + 2y^2 - x = 0$ 是分式方程，错误，不符合题意，

选项 B，方程 $\frac{x}{x} + \frac{x^2}{4} = 6$ 是分式方程，错误，不符合题意，

选项 C，判断一个方程是否是无理方程的关键就是看根号下是否出现未知数，如果出现了根号，那么就是无理方程，错误，不符合题意，

选项 D，方程组 $\begin{cases} xy = -10 \\ x - y = 2 \end{cases}$ 是二元二次方程组，正确，故符合题意，

故选：D

5. 下列方程或方程组中，有实数解的是（ ）

A. $x^2 + y = -1$;

B. $\frac{x}{x^2 - 4} = -\frac{2}{x^2 - 4}$;

C. $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 2$;

D. $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$.

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了解分式方程、二次根式有意义的条件、一元二次方程根的判别式，根据解分式方程、二次根式有意义的条件、一元二次方程根的判别式逐项判断即可得出答案.

【详解】解：A、当 $x=1$ ， $y=-2$ 时， $x^2 + y = 1^2 + (-2) = -1$ ，故 $x^2 + y = -1$ 有实数解，符合题意；

B、两边同时乘 $x^2 - 4$ 得： $x = -2$ ，当 $x = -2$ 时， $x^2 - 4 = 0$ ，故 $\frac{x}{x^2 - 4} = -\frac{2}{x^2 - 4}$ 没有实数解，不符合题意；

C、由二次根式有意义的条件可得： $x-1 \geq 0$ ， $1-x \geq 0$ ，解得 $x=1$ ，此时左边 $\neq$ 右边，故 $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 2$ 没有实数解，不符合题意；

D、由 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$ 得： $3x + \frac{1}{2}x^2 = -6$ ，整理得： $x^2 + 6x + 12 = 0$ ， $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 12 = -12 < 0$ ，方程

$x^2 + 6x + 12 = 0$ 无解，故 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$ 没有实数解，不符合题意；

故选：A.

6. 取一次函数 $y = kx + b$ 部分的自变量 x 值和对应函数 y 值如表：

x	...	-2023	0	2023	...
y	...	-3	-2	-1	...

根据信息，下列说法正确的个数是（ ）

① $-2023k + b = -3$ ； ② 当 $x < 0$ 时 $y < -2$ ； ③ $2023k + b - 1 = 0$ ； ④ 不等式 $kx + b > -1$ 的解集是 $x > 2023$.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式，一次函数图象上点的坐标特征，认真体会一次函数与一元一次不等式之间的内在联系及一次函数的增减性是解决本题的关键．根据表格数据逐项判定即可求解．

【详解】解：①由表格可知， $x = -2023$ 时， $y = -3$ ，即 $-2023k + b = -3$ ，故本选项说法正确，符合题意；

②由表格可知， $x = 0$ 时， $y = -2$ ，且 y 随 x 的增大而增大，即当 $x < 0$ 时 $y < -2$ ，故本选项说法正确，符合题意；

③由表格可知， $x = 2023$ 时， $y = -1$ ，即 $2023k + b = -1$ ，则有 $2023k + b + 1 = 0$ ，故本选项说法错误，不符合题意；

④由表格可知， $x = 2023$ 时， $y = -1$ ，且 y 随 x 的增大而增大，即不等式 $kx + b > -1$ 的解集是 $x > 2023$ ，故本选项说法正确，符合题意；

故选：C

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 直线 $y = -1 + 2x$ 的截距是_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征及一次函数性质，熟记截距的定义是解题的关键．根据截距的定义：直线 $y = kx + b$ 中， b 的值就是截距，即可得到答案．

【详解】解：令 $x = 0$ ，得 $y = -1$ ，

∴ 直线 $y = -1 + 2x$ 的截距是 -1，

故答案为：-1.

8. 如果点 $A(1, m)$ 、点 $B(2, n)$ 在直线 $y = -\sqrt{2}x - 4$ 上，那么 m _____ n （填“>”、“<”）.

【答案】 >

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，牢记“ $k > 0$ ， y 随 x 的增大而增大； $k < 0$ ， y 随 x 的增大而减小”是解题的关键．据此进行判断即可．

【详解】解：∵ $k = -\sqrt{2} < 0$ ，

∴ y 随 x 的增大而减小，

又∵ 点 $A(1, m)$ ，点 $B(2, n)$ 都在直线 $y = -\sqrt{2}x - 4$ 上，且 $1 < 2$ ，

$$\therefore m > n.$$

故答案为: $>$.

9. 已知 y 与 $x-2$ 成正比例, 且当 $x=-1$ 时, $y=1$, 那么当 $x=11$ 时, y 的值为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 本题考查的是正比例函数, 解答本题的关键是熟练掌握正比例函数的一般形式: $y=kx(k \neq 0)$. 由题意设 $y=k(x-2)(k \neq 0)$, 根据当 $x=-1$ 时, $y=1$, 即可求出 k 的值, 从而得到结果.

【详解】 解: 设 $y=k(x-2)(k \neq 0)$,

把 $x=-1$, $y=1$, 代入得:

$$1=k(-1-2),$$

$$\text{解得 } k=-\frac{1}{3},$$

$$\therefore y=-\frac{1}{3}(x-2),$$

$$\text{当 } x=11 \text{ 时, } y=-\frac{1}{3}(11-2)=-\frac{1}{3} \times 9 = -3.$$

故答案为: -3

10. 直线 $l_1: y=-\frac{3}{4}x+1$ 向下平移 4 个单位得到的直线 l_2 与 x 轴的交点的坐标是_____.

【答案】 $(-4,0)$

【解析】

【分析】 本题考查一次函数图象的平移, 一次函数图象与坐标轴的交点坐标. 掌握函数图象平移的规律“上加下减”是解题关键. 据此可求出平移后的直线解析式, 再令其 $y=0$, 求出 x 的值, 即得出其与 x 轴的交点坐标.

【详解】 解: 将直线 $y=-\frac{3}{4}x+1$ 向下平移 4 个单位后所得的直线解析式为: $y=-\frac{3}{4}x+1-4=-\frac{3}{4}x-3$.

$$\text{令其 } y=0, \text{ 则 } 0=-\frac{3}{4}x-3,$$

$$\text{解得: } x=-4,$$

$\therefore$ 得到的直线与 x 轴的交点坐标为 $(-4,0)$.

故答案为: $(-4,0)$.

11. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ ——方程组 $\begin{cases} x+y=-1 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$ 的解 (填“是”或“不是”).

【答案】不是

【解析】

【分析】本题考查的是方程组的解的含义，掌握方程组的解满足方程组的每一个方程是解题的关键。把

$\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 代入原方程组的两个方程即可得到答案.

【详解】解：把 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 代入原方程组 $\begin{cases} x+y=-1 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$ 中的 $x^2-y^2=5$ 中，

方程左边 $=1^2 - (-2)^2 = 1 - 4 = -3 \neq$ 右边，所以 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ 不是原方程组的解.

故答案为：不是.

12. 如果关于 x 的方程 $(m+2)x=8$ 无解，那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m=-2$

【解析】

【分析】根据一元一次方程无解，即未知数系数为 0，即可求解.

【详解】 $\because$ 关于 x 的方程 $(m+2)x=8$ 无解，

$\therefore m+2=0$ ，即 $m=-2$

故答案为： $m=-2$

【点睛】此题考查了一元一次方程的解，属于基础知识考查，难度不大。解题的关键是掌握一元一次方程无解时未知数的系数为 0。此外方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

13. 已知二元二次方程有一个解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ ，写出一个符合上述条件的二元二次方程为_____.

【答案】 $xy=6$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】本题考查了二元二次方程的定义，二元二次方程的解，二元二次方程的定义是：含有两个未知数的整式方程，其中未知数的最高次项的次数为 2，由二元二次方程的定义结合解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ ，即可得出答案.

【详解】解：由题意得：符合上述条件的二元二次方程为 $xy=6$ ，

故答案为: $xy = 6$ (答案不唯一).

14. 如果代数式 $-x$ 与 $\sqrt{3x}$ 的值相等, 那么代数式 $\frac{2+x}{2-x}$ 的值为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题二次根式的有意义的条件、求代数式的值, 先根据代数式 $-x$ 与 $\sqrt{3x}$ 的值相等得出 $x = 0$, 代入计算即可得出答案, 求出 $x = 0$ 是解此题的关键.

【详解】 解: $\because \sqrt{3x}$ 有意义,

$$\therefore 3x \geq 0, \quad \sqrt{3x} \geq 0, \quad \text{即 } x \geq 0,$$

$\because$ 代数式 $-x$ 与 $\sqrt{3x}$ 的值相等,

$$\therefore -x \geq 0, \quad -x = \sqrt{3x}$$

解得: $x = 0$,

$$\therefore \frac{2+x}{2-x} = \frac{2+0}{2-0} = 1,$$

故答案为: 1.

15. 按照解分式方程的一般步骤解关于 x 的分式方程 $\frac{k}{(x+1)(x-1)} + 7 = \frac{1}{x-1}$, 出现增根 $x = 1$, 那么 k 的值为_____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根、解分式方程, 先将分式方程去分母, 化为整式方程, 再将增根代入计算即可得出答案.

【详解】 解: 去分母得: $k + 7(x+1)(x-1) = x+1$,

$$\text{将增根 } x = 1 \text{ 代入得: } k + 7 \times (1+1) \times (1-1) = 1+1,$$

解得: $k = 2$,

故答案为: 2.

16. 已知一次函数 $y = \frac{1+2m}{3}x + m - 1$ (其中 m 是常数) 的函数值 y 随 x 的值增大而增大, 且这个函数的图象与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴上, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-\frac{1}{2} < m < 1$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象与系数的关系：一次函数 $y = kx + b$ (k 、 b 为常数， $k \neq 0$) 是一条直线，当 $k > 0$ 时，图象经过一、三象限， y 随 x 的增大而增大，当 $k < 0$ 时，图象经过二、四象限， y 随 x 的增大而减小，图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, b)$ 。由题意得出 $\frac{1+2m}{3} > 0$ ， $m-1 < 0$ ，求解即可得出答案。

【详解】 解：∵ 一次函数 $y = \frac{1+2m}{3}x + m - 1$ (其中 m 是常数) 的函数值 y 随 x 的值增大而增大，且这个函数的图象与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴上，

$$\therefore \frac{1+2m}{3} > 0, \quad m-1 < 0,$$

$$\text{解得：} -\frac{1}{2} < m < 1,$$

$$\text{故答案为：} -\frac{1}{2} < m < 1.$$

17. 自变量 x 的不同取值范围有着不同的解析式的函数称为分段函数。对于分段函数

$$f(x) = \begin{cases} 3x-12 & (x > 3) \\ 2x + \sqrt{3-x} & (x \leq 3) \end{cases}, \text{ 当 } x=4 \text{ 时的函数值为 } f(4)=0, \text{ 当 } x=0 \text{ 时的函数值为 } f(0)=\sqrt{3}, \text{ 若当}$$

$x=a$ 时，函数值 $f(a)=3$ ，那么 a 的值为_____。

【答案】 5 或 $\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查的是函数的性质，函数值的计算等，正确把握相关知识是解题的关键。分别根据 $a > 3$ 和 $a \leq 3$ 分别计算即可。

【详解】 解：当 $a > 3$ 时，

$$3a-12=3,$$

$$\text{解得 } a=5$$

当 $a \leq 3$ 时，

$$2a + \sqrt{3-a} = 3,$$

$$\text{解得, } a_1 = \frac{3}{4}, a_2 = 2 \text{ (舍去)}$$

$$\text{故答案为：} 5 \text{ 或 } \frac{3}{4}$$

18. 已知点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ ，将点 A 绕着坐标原点 O 顺时针旋转 60° 后，点 A 恰好落在直线

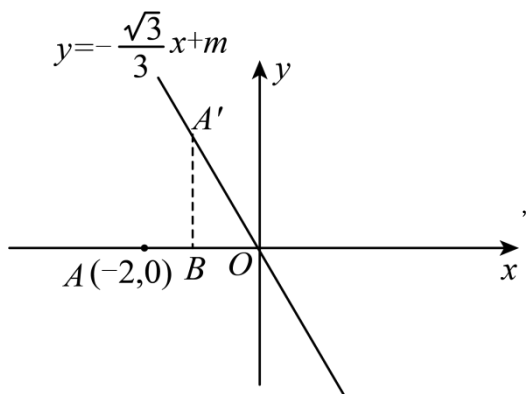
$y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + m$ 上, 那么点 m 的值为_____.

【答案】 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上的点的坐标特征、旋转的性质、含 30° 角的直角三角形的性质、勾股定理, 将点 A 绕着坐标原点 O 顺时针旋转 60° 后得到 A' , 作 $A'B \perp x$ 轴于 B , 则 $\angle A'BO = 90^\circ$, 由旋转的性质可得: $OA = OA' = 2$, $\angle A'OB = 60^\circ$, 再由含 30° 角的直角三角形的性质并结合勾股定理得出 $A'(-1, \sqrt{3})$, 将 $A'(-1, \sqrt{3})$ 代入一次函数解析式即可得出 m 的值.

【详解】 解: 如图, 将点 A 绕着坐标原点 O 顺时针旋转 60° 后得到 A' , 作 $A'B \perp x$ 轴于 B , 则 $\angle A'BO = 90^\circ$,



$\because$ 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$,

$\therefore OA = 2$,

由旋转的性质可得: $OA = OA' = 2$, $\angle A'OB = 60^\circ$,

$\therefore \angle BA'O = 90^\circ - \angle A'OB = 30^\circ$,

$\therefore OB = \frac{1}{2}OA' = 1$, $A'B = \sqrt{OA'^2 - OB^2} = \sqrt{3}$,

$\therefore A'(-1, \sqrt{3})$,

将 $A'(-1, \sqrt{3})$ 代入 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + m$ 得: $-\frac{\sqrt{3}}{3} \times (-1) + m = \sqrt{3}$,

解得: $m = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

故答案为: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

三、简答题：(本大题共 5 题，每题 6 分，满分 30 分)

19. 解关于 x 的方程： $a(x-3)=2$.

【答案】 当 $a=0$ 时，原方程无解；当 $a \neq 0$ 时，原方程的解为 $x = \frac{3a+2}{a}$

【解析】

【分析】 本题考查了解方程，将方程整理为 $ax=3a+2$ ，再分两种情况：当 $a=0$ 时；当 $a \neq 0$ 时；分别求解即可得出答案.

【详解】 解： $a(x-3)=2$

去括号得： $ax-3a=2$,

移项得： $ax=3a+2$,

当 $a=0$ 时，方程无解，

当 $a \neq 0$ 时，方程的解为 $x = \frac{3a+2}{a}$,

$\therefore$ 当 $a=0$ 时，原方程无解；当 $a \neq 0$ 时，原方程的解为 $x = \frac{3a+2}{a}$.

20. 解方程： $\frac{2}{x-3} = \frac{5}{x^2-9} - 1$.

【答案】 $x_1 = -4$, $x_2 = 2$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，先去分母将分式方程化为整式方程，解整式方程并检验，即可得出答案.

【详解】 解： 方程两边同时乘以 $(x+3)(x-3)$ ，得 $2(x+3) = 5 - (x^2 - 9)$,

整理，得 $x^2 + 2x - 8 = 0$,

解这个整式方程，得 $x_1 = -4$, $x_2 = 2$,

经检验：当 $x = -4$, $x = 2$ 时， $(x+3)(x-3) \neq 0$,

所以，原方程的根是 $x_1 = -4$, $x_2 = 2$.

21. 解方程： $\sqrt{2x-3} + x = 3$

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 先移项将原方程进行变形 $\sqrt{2x-3} = 3-x$ ，再等式两边平方得到 $2x-3 = (3-x)^2$ ，然后整理得一元二次方程即可解答.

【详解】解：移项： $\sqrt{2x-3}=3-x$ ，

两边平方： $2x-3=(3-x)^2$ ，

整理得： $x^2-8x+12=0$ ，解得： $x_1=2$ ， $x_2=6$ ．

经检验： $x_1=2$ 是原方程的根， $x_2=6$ 是增根，舍去．

所以，原方程的根是 $x=2$ ．

【点睛】 本题主要考查了解一元二次方程，将原方程化成一元二次方程是解答本题的关键．

22. 用换元法解方程组：
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} - \frac{3}{y} = -4 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了换元法解方程组，设 $\frac{1}{x}=u$ ， $\frac{1}{y}=v$ ，则原方程组可化为 $\begin{cases} u+2v=1 \\ u-3v=-4 \end{cases}$ ，求出 $\begin{cases} u=-1 \\ v=1 \end{cases}$ ，

从而得到 $\begin{cases} \frac{1}{x} = -1 \\ \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$ ，求解即可，正确换元是解此题的关键．

【详解】解：设 $\frac{1}{x}=u$ ， $\frac{1}{y}=v$ ，则原方程组可化为 $\begin{cases} u+2v=1 \\ u-3v=-4 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} u = -1 \\ v = 1 \end{cases}$ ，

于是，得 $\begin{cases} \frac{1}{x} = -1 \\ \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$ ，

得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ ，

检验：把 $x=-1$ ， $y=1$ 代入原方程组中所含各分式的分母，各分母的值不为零，

∴ 原方程组的解是 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$.

23. 解方程组: $\begin{cases} x^2 - 6xy + 9y^2 = 4 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元二次方程, 方法 1, 将方程①的左边分解因式, 方程①可变形为 $(x-3y)^2 = 4$,

从而得出 (I) $\begin{cases} x-3y=2 \\ x+3y=-4 \end{cases}$ 或 (II) $\begin{cases} x-3y=-2 \\ x+3y=-4 \end{cases}$, 分别解方程组即可; 方法 2, 由方程②, 得 $x = -4-3y$ ③,

把③代入①, 得 $(-4-3y)^2 - 6(-4-3y)y + 9y^2 = 4$.

整理, 得 $3y^2 + 4y + 1 = 0$, 求出 y 的值, 再代入③即可得解.

【详解】 解: $\begin{cases} x^2 - 6xy + 9y^2 = 4 \text{ ①} \\ x + 3y = -4 \text{ ②} \end{cases}$,

方法 1: 将方程①的左边分解因式, 方程①可变形为 $(x-3y)^2 = 4$.

即 $x-3y=2$ 或 $x-3y=-2$,

将它们与方程②分别组成方程组, 得

(I) $\begin{cases} x-3y=2 \\ x+3y=-4 \end{cases}$ 或 (II) $\begin{cases} x-3y=-2 \\ x+3y=-4 \end{cases}$,

解方程组 (I), 得 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = -1 \end{cases}$,

解方程组 (II), 得 $\begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$,

所以, 原方程组的解是 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$;

方法 2: 由方程②, 得 $x = -4-3y$ ③,

把③代入①，得 $(-4-3y)^2-6(-4-3y)y+9y^2=4$ ．

整理，得 $3y^2+4y+1=0$ ，

解这个方程，得 $y_1=-\frac{1}{3}$ ， $y_2=-1$ ，

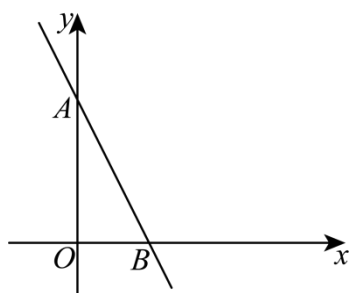
把 $y_1=-\frac{1}{3}$ 代入③，得 $x_1=-3$ ，

把 $y_2=-1$ 代入③，得 $x_2=-1$ ，

所以，原方程组的解是 $\begin{cases} x_1=-1 \\ y_1=-1 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x_2=-3 \\ y_2=-\frac{1}{3} \end{cases}$ ．

四、解答题：（本大题共 2 题，24 题 8 分，25 题 10 分，满分 18 分）

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知一次函数 $y=-2x+4$ 的图象与 x 轴、 y 轴的交点分别为点 A 和点 B ．



(1) 求 $\triangle AOB$ 的周长；

(2) 如果直线 l 经过线段 AB 的中点 C ，且与直线 $y=3x+1$ 平行，求直线 l 、直线 AB 与 y 轴围成的三角形的面积．

【答案】 (1) $6+2\sqrt{5}$

(2) $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要是考查一次函数的综合，熟练掌握一次函数的图象与性质是解题的关键；

(1) 由题意易得 $A(2,0)$ ， $B(0,4)$ ，根据勾股定理求 AB 的长，问题可求解；

(2) 设 $C(t,-2t+4)$ ，由题意易得 $C(1,2)$ ，然后可得直线 l 的表达式为 $y=3x-1$ ，进而问题可求解

【小问 1 详解】

解：令 $x=0$ 时，则有 $y=4$ ，令 $y=0$ 时，则有 $-2x+4=0$ ，解得： $x=2$ ，

$$\therefore A(2,0), B(0,4),$$

$$\therefore OA=2, OB=4,$$

$$\therefore AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5},$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的周长为 } OA+OB+AB=6+2\sqrt{5};$$

【小问 2 详解】

解： $\because$ 点 C 在直线 AB 上，可设 $C(t, -2t+4)$ 。

$\because$ 点 C 是 AB 中点，

$$\therefore CB=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}=\sqrt{5}.$$

$$\therefore \sqrt{t^2+(-2t)^2}=\sqrt{5},$$

解得， $t_1=1$ ， $t_2=-1$ ，

经检验 $t_1=1$ ， $t_2=-1$ 均是原方程的根，但是 $0<t<2$ ，

$\therefore t_1=1$ 符合题意， $t_2=-1$ 不符合题意（舍去），

即 $C(1,2)$ ，

依题意可设直线 l 的表达式为 $y=3x+b$ 。

把 $C(1,2)$ 代入 $y=3x+b$ 中，得 $3+b=2$ ， $\therefore b=-1$ 。

$\therefore$ 直线 l 的表达式为 $y=3x-1$ ，

设直线 l 与 y 轴的交点为点 D ，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, -1)$ ，

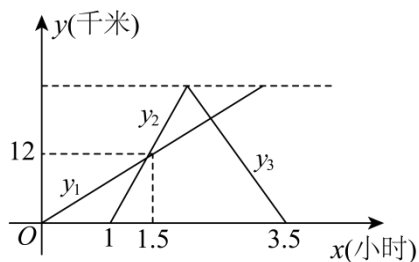
$$\therefore DB=5.$$

过 C 作 $CN \perp y$ 轴，垂足为点 N ，

$$\therefore CN=1.$$

那么直线 l 、直线 AB 与 y 轴围成的三角形的面积为 $S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}BD \cdot CN = \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = \frac{5}{2}$

25. 甲乙两人先后由 A 地沿同一路线前往 B 地，甲先出发，一小时后乙再出发，半小时后在离 A 地 12 千米处乙追上甲，此时两人正好到达 AB 的中点。然后两人各自保持原速不变，先后到达 B 地。若甲由 A 地出发的行驶时间为 x 小时，甲、乙离开 A 地的距离为 y_1 千米和 y_2 千米，函数图象如图所示。



- (1) 请直接写出甲的速度是_____千米/小时;
- (2) 求 y_2 关于 x 的函数关系式 (不写 x 的取值范围);
- (3) 乙到达 B 地后立即从原路返回 A 地. 过程中, 他离开 A 地的距离 y_3 (千米) 关于 x (小时) 的函数图象如图所示. 请直接写出乙在返回途中与甲相遇时, $x =$ _____小时.

【答案】 (1) 8 (2) $y_2 = 24x - 24$

(3) $\frac{7}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 根据“速度 = 路程 ÷ 时间”即可算出甲车的速度;

(2) 设乙车离 A 地的距离 y 与时间 x 的函数关系式, 观察函数图象找出点的坐标利用待定系数法即可求出函数关系式;

(3) 根据题意得到 y_3 (千米) 关于 x (小时) 的函数解析式为: $y_3 = -16x + 56$, y_1 关于 x 的函数关系式为: $y_1 = 8x$, 解方程组即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: 甲的速度 = $\frac{12}{1.5} = 8$ 千米/小时;

故答案为: 8;

【小问 2 详解】

解: 设 $y_2 = kx + b$,

把 $(1, 0)$, $(1.5, 12)$ 代入得, $\begin{cases} k + b = 0 \\ 1.5k + b = 12 \end{cases}$,

$$\therefore \begin{cases} k = 24 \\ b = -24 \end{cases},$$

$$\therefore y_2 = 24x - 24;$$

【小问 3 详解】

解: 当 $y_2 = 24$ 时, $x = 2$,

设 y_3 (千米) 关于 x (小时) 的函数解析式为: $y_3 = mx + n$,

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=24 \\ 3.5m+n=0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} m=-16 \\ n=56 \end{cases},$$

$\therefore y_3$ (千米) 关于 x (小时) 的函数解析式为: $y_3 = -16x + 56$,

$\therefore y_1$ 关于 x 的函数关系式为: $y_1 = 8x$,

$$\text{解} \begin{cases} y=8x \\ y=-16x+56 \end{cases} \text{ 得, } \begin{cases} x=\frac{7}{3} \\ y=\frac{56}{3} \end{cases},$$

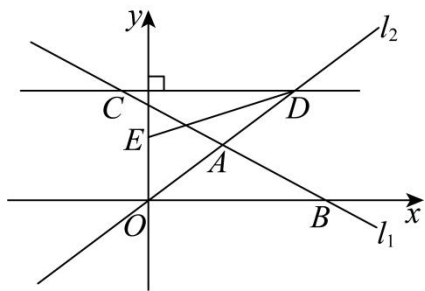
$\therefore$ 乙在返回途中与甲相遇时, $x = \frac{7}{3}$ 小时.

故答案为: $\frac{7}{3}$.

【点睛】 本题考查了一次函数的应用以及待定系数法求函数解析式, 解题的关键是观察函数图象找出点的坐标, 再利用待定系数法求出函数解析式.

五、综合题 (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 2 分, 第 (2) 小题①3 分, ②5 分)

26. 已知: 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x + n$ 与直线 $l_2: y = kx$ 相交于点 $A(4, 3)$, 直线 l_1 与 x 轴交于点 B . 点 C 在直线 l_1 上, 且在第二象限内, 过点 C 作 $CD \perp y$ 轴, 交直线 l_2 于点 D .



(1) 分别求直线 l_1 和直线 l_2 的表达式;

(2) 若点 D 的坐标为 $(8, 6)$, 作 $\angle CDO$ 的平分线, 交 y 轴于点 E .

①求点 E 的坐标;

②是否存在点 F , 使得 $\triangle ODF$ 与 $\triangle ODE$ 全等? 若存在, 直接写出所有符合条件的点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) 直线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x + 5$; 直线 $l_2: y = \frac{3}{4}x$

(2) ① E 的坐标 $\left(0, \frac{10}{3}\right)$; ② $F_1\left(8, \frac{8}{3}\right)$, $F_2\left(\frac{24}{5}, \frac{104}{15}\right)$, $F_3\left(\frac{16}{5}, -\frac{14}{15}\right)$

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式、角平分线的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理、坐标与图形，熟练掌握以上知识点，采用分类讨论的思想是解此题的关键.

(1) 利用待定系数法求解即可;

(2) ①作 $EG \perp OD$ 于 G ，令 CD 交 y 轴于 H ，则 $\angle DGE = \angle DHE = 90^\circ$ ，由角平分线的性质得出 $EH = EG$ ，由 $\text{Rt}\triangle EDH \cong \text{Rt}\triangle EDG$ (HL) 得出 $DG = DH = 8$ ，从而得出 $OG = 2$ ，设 $OE = x$ ，则 $EG = EH = 6 - x$ ，再由勾股定理计算即可得出答案; ②分三种情况: 当 $\triangle ODE \cong \triangle DOF$ 时; 当 $\triangle ODE \cong \triangle ODF$ 时，作 $FM \perp x$ 轴于 M ，连接 EF 交 OD 于 N ; 当 $\triangle ODE \cong \triangle DOF$ 时; 分别画出图形，利用全等三角形的性质以及勾股定理求解即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 $l_1: y = -\frac{1}{2}x + n$ 与直线 $l_2: y = kx$ 相交于点 $A(4, 3)$,

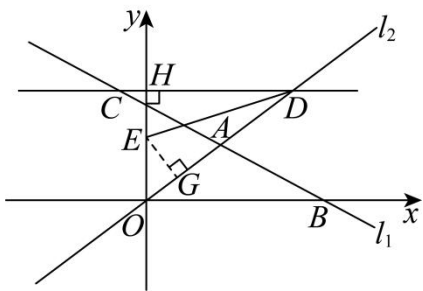
$$\therefore -\frac{1}{2} \times 4 + n = 3, \quad 4k = 3,$$

解得: $n = 5, \quad k = \frac{3}{4}$,

$$\therefore \text{直线 } l_1: y = -\frac{1}{2}x + 5; \quad \text{直线 } l_2: y = \frac{3}{4}x;$$

【小问 2 详解】

解: ①如图，作 $EG \perp OD$ 于 G ，令 CD 交 y 轴于 H ，则 $\angle DGE = \angle DHE = 90^\circ$ ，



$\because$ 点 D 的坐标为 $(8, 6)$,

$$\therefore DH = 8, \quad OH = 6,$$

$$\therefore OD = \sqrt{DH^2 + OH^2} = 10,$$

$\because DE$ 平分 $\angle ODC$,

$$\therefore EH = EG,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle EDH \cong \text{Rt}\triangle EDG (\text{HL}),$$

$$\therefore DG = DH = 8,$$

$$\therefore OG = OD - DG = 2,$$

设 $OE = x$, 则 $EG = EH = 6 - x$,

$$\because OE^2 = EG^2 + OG^2,$$

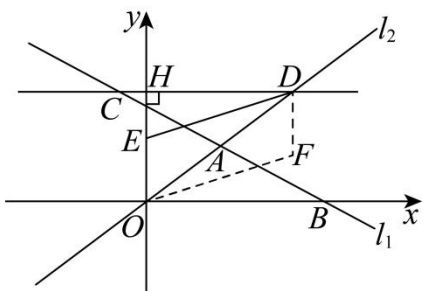
$$\therefore x^2 = (6 - x)^2 + 2^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{10}{3},$$

$$\therefore OE = \frac{10}{3},$$

$$\therefore E\left(0, \frac{10}{3}\right);$$

②如图, 当 $\triangle ODE \cong \triangle DOF$ 时,



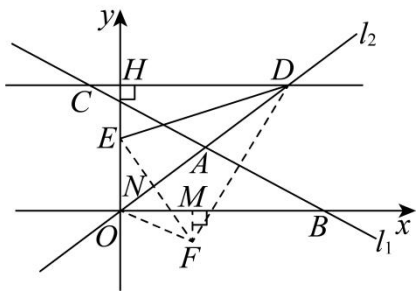
此时 $\angle EOD = \angle FDO$, $DF = OE = \frac{10}{3}$,

$\therefore DF \parallel y$ 轴,

$$\because 6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3},$$

$$\therefore F\left(8, \frac{8}{3}\right);$$

如图, 当 $\triangle ODE \cong \triangle ODF$ 时, 作 $FM \perp x$ 轴于 M , 连接 EF 交 OD 于 N ,



$$\because \triangle ODE \cong \triangle ODF,$$

$$\therefore DE = DF, \quad OE = OF = \frac{10}{3},$$

$\therefore OD$ 垂直平分 EF ,

$$\text{设 } F(m, n), \text{ 则 } N\left(\frac{m}{2}, \frac{n + \frac{10}{3}}{2}\right), \quad MF = -n, \quad OM = m,$$

$$\text{将 } N\left(\frac{m}{2}, \frac{n + \frac{10}{3}}{2}\right) \text{ 代入 } y = \frac{3}{4}x \text{ 得: } \frac{3}{4} \times \frac{m}{2} = \frac{n + \frac{10}{3}}{2},$$

$$\text{解得: } n = \frac{3}{4}m - \frac{10}{3},$$

$$\text{由勾股定理得出 } OF^2 = OM^2 + FM^2,$$

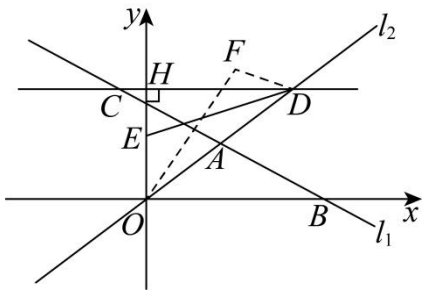
$$\therefore \left(\frac{10}{3}\right)^2 = m^2 + \left(\frac{10}{3} - \frac{3}{4}m\right)^2,$$

$$\text{解得: } m = 0 \text{ (不符合题意, 舍去) 或 } m = \frac{16}{5},$$

$$\text{此时 } n = \frac{3}{4}m - \frac{10}{3} = -\frac{14}{15},$$

$$\text{故 } F\left(\frac{16}{5}, -\frac{14}{15}\right);$$

如图, 当 $\triangle ODE \cong \triangle DOF$ 时,



$$\text{由 (1) 可得: } OE = \frac{10}{3},$$

$$\therefore HE = OH - OE = 6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3},$$

$$\therefore DE = \sqrt{DH^2 + HE^2} = \frac{8\sqrt{10}}{3},$$

$$\because \triangle ODE \cong \triangle DOF,$$

$$\therefore DF = OE = \frac{10}{3}, \quad OF = DE = \frac{8\sqrt{10}}{3},$$

$$\text{设 } F(x, y), \text{ 则 } \begin{cases} x^2 + y^2 = \left(\frac{8\sqrt{10}}{3}\right)^2 \\ (8-x)^2 + (6-y)^2 = \left(\frac{10}{3}\right)^2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = \frac{24}{5} \\ y = \frac{104}{15} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 8 \\ y = \frac{8}{3} \end{cases} \text{ (舍去)},$$

$$\text{故 } F\left(\frac{24}{5}, \frac{104}{15}\right);$$

$$\text{综上所述: } F_1\left(8, \frac{8}{3}\right), \quad F_2\left(\frac{24}{5}, \frac{104}{15}\right), \quad F_3\left(\frac{16}{5}, -\frac{14}{15}\right).$$