

2023 学年第二学期第一次阶段练习

八年级数学学科

时长：90 分钟 总分：100 分

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 下列函数中， y 值随 x 的增大而减小的函数（ ）

- A. $y = -x + 3$; B. $y = \frac{1}{2}x$; C. $y = 3x + 1$; D. $y = \frac{1}{x} + 1$.

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查函数的性质，熟知一次函数的性质及反比例函数的性质是解题的关键，根据函数性质依次判断即可.

【详解】A. 是一次函数， $k < 0$ ， y 值随 x 的增大而减小，故符合题意；

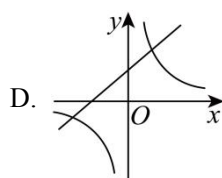
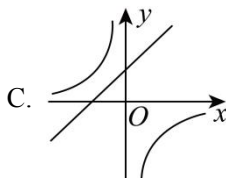
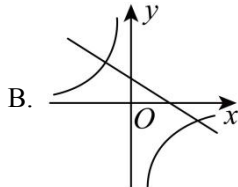
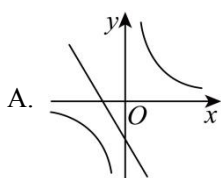
B. 是正比例函数， $k > 0$ ， y 值随 x 的增大而增大，故不符合题意；

C. 是一次函数， $k > 0$ ， y 值随 x 的增大而增大，故不符合题意；

D. 由 $x \neq 0$ 得函数图象是两个分支，在每个象限内， y 值随 x 的增大而减小，故不符合题意；

故选：A.

2. 下图中表示函数 $y = \frac{x}{a} - a$ 和 $y = \frac{a}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图像是（ ）



【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了一次函数图像及反比例函数图像，根据 a 的取值分别确定一次函数及反比例函数图像所在的象限，即可得到答案

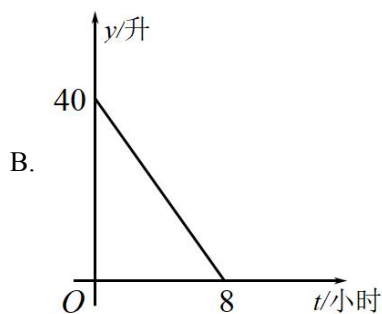
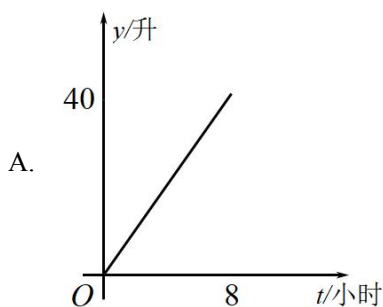
【详解】当 $a > 0$ 时， $y = \frac{x}{a} - a$ 的图像过第一，三，四象限； $y = \frac{a}{x}$ 的图像在第一，三象限；故 C 错误，

D 错误；

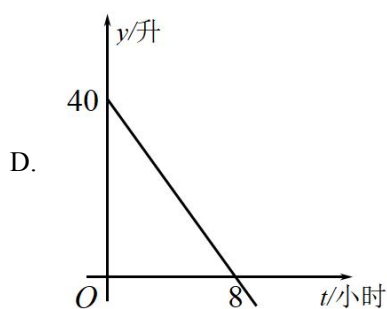
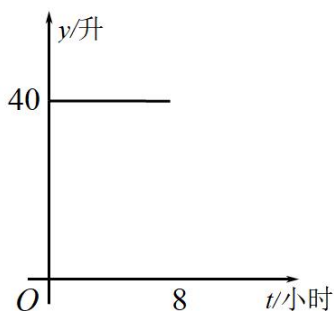
当 $a < 0$ 时， $y = \frac{x}{a} - a$ 的图像过第一，二，四象限； $y = \frac{a}{x}$ 的图像在第二，四象限；故 A 错误，B 正确；

故选：B

3. 汽车开始行驶时，油箱内有油 40 升，如果每小时耗油 5 升，则油箱内余油量 y （升）与行驶时间 t （时）的函数关系用图象表示应为下图中的（ ）



C.



【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，列出函数关系式，即可求解.

【详解】解：根据题意得： $y = -5t + 40 (0 \leq t \leq 8)$,

$\therefore$ 该图象为一次函数图象的一部分.

故选：B

【点睛】本题主要考查了一函数的图象，根据题意，列出函数关系式是解题的关键.

4. 下列方程中，有实数根的方程是 ()

A. $\sqrt{x-1} + 4 = 0$; B. $x^2 + 3x + 5 = 0$; C. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$; D. $x^3 + 8 = 0$.

【答案】D

【解析】

【分析】此题考查了二次根式的性质，一元二次方程根的判别式，解分式方程，立方根的概念，据此依次判断即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{x-1} + 4 = 0$ 变形为 $\sqrt{x-1} = -4$ ，无意义，故无实数根，不符合题意；

B、 $\Delta = 3^2 - 4 \times 5 = -11 < 0$ ，无实数根，故不符合题意；

C、去分母，得 $x = 1$ ，此时 $x - 1 = 0$ ，无实数根，故不符合题意；

D、 $x^3 + 8 = 0$ ，得 $x = -2$ ，有实数根，故符合题意；

故选：D.

5. 已知各组 x 、 y 的值 ① $\begin{cases} x=-1, \\ y=2; \end{cases}$ ② $\begin{cases} x=-2, \\ y=0; \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x=-3, \\ y=4; \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x=-4, \\ y=1; \end{cases}$ 其中，是二元二次方程 $x^2 + 4xy + 4y^2 - x - 2y - 6 = 0$ 的解的个数为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查二元二次方程的解，将题目中的各组解分别代入 $x^2 + 4xy + 4y^2 - x - 2y - 6$ 中，看哪一组解使得 $x^2 + 4xy + 4y^2 - x - 2y - 6 = 0$ ，则哪一组解就是方程的解，本题得以解决

【详解】解： $x^2 + 4xy + 4y^2 - x - 2y - 6 = 0$ 即 $(x+2y)(x+2y-1) = 6$

①当 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 时， $(x+2y)(x+2y-1) = 6$ ，故该选项符合题意；

②. 当 $\begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases}$ ， $(x+2y)(x+2y-1) = 6$ ，故该选项符合题意；

③. $\begin{cases} x=-3 \\ y=4 \end{cases}$ ， $(x+2y)(x+2y-1) \neq 6$ 故该选项不符合题意；

④. $\begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$ ， $(x+2y)(x+2y-1) = 6$ 故该选项符合题意；

则符合题意得有 3 个.

故选：C.

6. 已知关于 x 的方程 $\sqrt{m-2x} + m + x = 3$ 有一个实数根是 $x=1$ ，那么 m 的值为 ()

A. 2

B. 3

C. 2 或 3

D. 一切实数.

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查的是无理方程，先把方程的根代入方程，可以求出 m 的值，然后根据无理方程中二次根式的双重非负性列出不等式，得 $m=2$.

【详解】解：把 $x=1$ 代入方程有：

$$\sqrt{m-2} + m + 1 = 3,$$

$$\text{即 } \sqrt{m-2} = 2 - m,$$

两边同时平方得: $m-2=4-4m+m^2$,

即 $m^2-5m+6=0$,

即 $(m-2)(m-3)=0$,

$\therefore m_1=2, m_2=3$,

由题意得: $\begin{cases} m-2x \geq 0 \\ 2-m \geq 0 \end{cases}$,

$\therefore \begin{cases} m-2 \geq 0 \\ 2-m \geq 0 \end{cases}$,

$\therefore m=2$.

经检验 $m=2$ 是 $\sqrt{m-2}+m+1=3$ 的解, $m=3$ 不符合题意, 要舍去.

故选: A.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 当 m _____ 时, 函数 $y=mx+7$ 是一次函数.

【答案】 $\neq 0$ ## 不等于 0

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的定义, 熟练掌握一次函数的定义是解题的关键. 根据一次函数的定义即可求解.

【详解】 $\because$ 函数 $y=mx+7$ 是一次函数,

$\therefore m \neq 0$

故答案为: $\neq 0$.

8. 直线 $y=2x-5$ 的截距是_____.

【答案】 -5

【解析】

【分析】 此题考查了一次函数截距的定义, 截距即为图象与 y 轴交点的纵坐标, 据此解答即可.

【详解】 当 $x=0$ 时, $y=2x-5$ 中 $y=-5$,

故答案为 -5.

9. 已知一次函数 $f(x)=\frac{1}{2}x-1$, 那么 $f(2)=$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】此题考查求一次函数值，根据公式代入计算即可.

【详解】 $\because f(x) = \frac{1}{2}x - 1,$

$\therefore f(2) = \frac{1}{2} \times 2 - 1 = 0,$

故答案为: 0.

10. 如果点 $A(-1, a)$ 、点 $B(1, b)$ 在直线 $y = -x + 1$ 上, 那么 a _____ b (填 “>”、“<”).

【答案】>

【解析】

【分析】此题考查比较一次函数值的大小, 将点 $A(-1, a)$ 、点 $B(1, b)$ 代入 $y = -x + 1$, 分别求出 a, b , 比较即可.

【详解】将点 $A(-1, a)$ 、点 $B(1, b)$ 代入 $y = -x + 1$, 得

$a = 1 + 1 = 2, b = -1 + 1 = 0,$

$\therefore a > b,$

故答案为: >.

11. 若一次函数 $y = 2x + m$ 的图象不经过第四象限, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq 0$

【解析】

【分析】本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k, b 的关系, 先判断出一次函数图象经过第一、二、三象限或一、三象限, 即可确定 m 的取值范围, 解题的关键是熟练掌握一次函数的图象及性质.

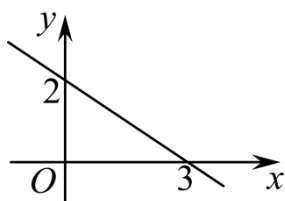
【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = 2x + m$ 的图象不经过第四象限,

$\therefore$ 一次函数 $y = 2x + m$ 图象经过第一、二、三象限或一、三象限,

$\therefore m \geq 0,$

故答案为: $m \geq 0$.

12. 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像如图所示, 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是_____.



【答案】 $x < 3$

【解析】

【分析】 本题主要考查一次函数图像和一元一次不等式的解集，根据图像直接解答即可.

【详解】 解：根据函数图像可知：当 $x < 3$ 时， $y > 0$ ，

故答案为： $x < 3$.

13. 换元法解方程 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{3(x^2-1)}{x} = \frac{5}{2}$ 时，如果设 $\frac{x}{x^2-1} = y$ ，那么得到关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - \frac{5}{2}y + 3 = 0$

【解析】

【分析】 由 $\frac{x}{x^2-1} = y$ ，则 $\frac{x^2-1}{x} = \frac{1}{y}$ ，将方程 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{3(x^2-1)}{x} = \frac{5}{2}$ 变形得 $y^2 - \frac{5}{2}y + 3 = 0$.

【详解】 解：设 $\frac{x}{x^2-1} = y$ ，则 $\frac{x^2-1}{x} = \frac{1}{y}$ ，

则方程 $\frac{x}{x^2-1} + \frac{3(x^2-1)}{x} = \frac{5}{2}$ 为 $y + \frac{3}{y} = \frac{5}{2}$

整理得 $y^2 - \frac{5}{2}y + 3 = 0$ ，

故答案为 $y^2 - \frac{5}{2}y + 3 = 0$.

14. 方程 $(x-2)\sqrt{x-4} = 0$ 的解是_____

【答案】 $x = 4$

【解析】

【详解】 解： $\because (x-2)\sqrt{x-4} = 0$

$\therefore x-2=0$ 或 $x-4=0$ ，

解得： $x=2$ 或 $x=4$ ，

$\because x-4 \geq 0$

$\therefore x \geq 4$

$\therefore x=4$

故答案为： $x=4$

【点睛】 此题考查解无理方程，注意被开方数必须大于或等于 0，求此类方程的解必须满足这一条件.

15. 某校举行篮球单循环赛，即两队之间互相比赛，共进行了 m 场比赛. 设有 x 个队参加这个比赛，那么可

以列出方程为_____.

【答案】 $\frac{1}{2}x(x-1)=m$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方的应用，解决本题的关键是读懂题意，得到总场数的等量关系. 根据

“比赛场数 = $\frac{x(x-1)}{2}$ ”，即可求解.

【详解】 解：根据题意得： $\frac{1}{2}x(x-1)=m$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}x(x-1)=m$.

16. 已知一个多边形的每个内角都是 160° ，则这个多边形的边数是_____.

【答案】 18

【解析】

【分析】 首先计算出多边形的外角的度数，再根据外角和 $\div$ 外角度数 = 边数可得答案.

【详解】 解： $\because$ 多边形每一个内角都等于 160°

$\therefore$ 多边形每一个外角都等于

$$180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

$$\therefore \text{边数 } n = 360^\circ \div 20^\circ = 18$$

故答案为： 18

【点睛】 此题主要考查了多边形的外角与内角，解题的关键是掌握多边形的外角与它相邻的内角互补，外角和为 360° .

17. 已知 $A(-6, 2)$, $B(-3, -4)$ ，点 P 在 y 轴上且 $PA + PB$ 最短，则点 P 的坐标为_____

【答案】 $(0, -2)$

【解析】

【分析】 要使点 P 在 y 轴上且 $PA + PB$ 最短，作 A 点关于 y 轴对称点 A' ，连接 $A'B$ 交 y 轴于点 P ， P 即为所求.

【详解】 解：作 A 点关于 y 轴对称点 A' ，连接 $A'B$ 交 y 轴于点 P ，
则此时使 $PA + PB$ 最小，

$$\because A(-6, 2),$$

$$\therefore A' \text{ 坐标为 } (6, 2),$$

设直线 A'B 的解析式为 $y = kx + b$,

将 A' (6, 2), B (-3, -4) 代入 $y = kx + b$ 得:
$$\begin{cases} 2 = 6k + b \\ -4 = -3k + b \end{cases}$$

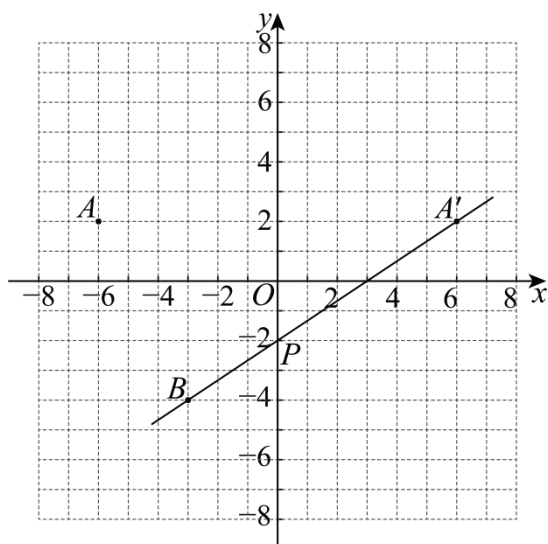
解得:
$$\begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = -2 \end{cases}$$

∴ 直线 A'B 的解析式为 $y = \frac{2}{3}x - 2$,

当 $x=0$ 时, $y=-2$,

∴ 点 P 的坐标为 (0, -2),

故答案为 (0, -2).



【点睛】此题主要考查了最短路径求法以及待定系数法求一

次函数解析式等知识, 求得直线 A'B 的解析式是解题关键.

18. 如果关于 x 的方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$ 只有一个实数根, 则实数 a 的值为_____.

【答案】 $-\frac{7}{2}, -4, -8$

【解析】

【分析】先将分式方程化为整式方程, 此整式方程为一元二次方程, 根据判别式等于 0 求得 a 的值, 再分为两种情况, 当 $\Delta=0$ 和 $\Delta > 0$, 再分别求出即可.

【详解】解: 去分母得整式方程为: $2x^2 - 2x + a + 4 = 0$,

∴ 方程只有一个实数根,

当 $\Delta=0$ 时,

$$(-2)^2 - 4 \times 2 \times (a+4) = 0,$$

$$\text{解得: } a = -\frac{7}{2},$$

此时方程的解为: $x = -\frac{7}{2}$, 满足条件;

当 $\Delta > 0$ 时,

$$a < -\frac{7}{2},$$

此时方程 $2x^2 - 2x + a + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, 代入方程得: } a = -4 < -\frac{7}{2},$$

即 $a = -4$ 时, $x=0$ 是方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$ 的增根,

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 代入方程得: } a = -8 < -\frac{7}{2},$$

即 $a = -8$ 时, $x=2$ 是方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$ 的增根,

综上: a 的值为 $-\frac{7}{2}$ 或 -4 或 -8 .

【点睛】本题考查了分式方程的解和分式有意义的条件, 以及一元二次方程根的判别式, 能求出符合的所有情况是解此题的关键.

三、简答题: (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 解关于 x 的方程: $x(x-1) = 3$.

$$\text{【答案】 } x_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}$$

【解析】

【分析】本题主要考查了用公式法解一元二次方程, 先把方程变形得到 $x^2 - x - 3 = 0$, 再按公式法解方程即可.

【详解】解: 方程 $x(x-1) = 3$ 可化为: $x^2 - x - 3 = 0$,

$$a = 1, \quad b = -1, \quad c = -3,$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 13 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2},$$

$$\therefore x_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{13}}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

20. 解方程: $\frac{6}{x^2-1} - \frac{3}{x-1} = 1$

【答案】 $x = -4$

【解析】

【分析】 本题考查解分式方程的能力. 因为 $x^2-1 = (x+1)(x-1)$, 所以可得方程最简公分母为 $(x+1)(x-1)$. 再去分母整理为整式方程即可求解. 结果需检验.

【详解】 方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$,

$$\text{得 } 6 - 3(x+1) = x^2 - 1,$$

$$\text{整理得 } x^2 + 3x - 4 = 0,$$

$$\text{即 } (x+4)(x-1) = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = -4, \quad x_2 = 1.$$

经检验 $x = 1$ 是增根, 应舍去,

$\therefore$ 原方程的解为 $x = -4$.

【点睛】 本题考查了分式方程的解法, 其基本思路是把方程的两边都乘以各分母的最简公分母, 化为整式方程求解, 求出 x 的值后不要忘记检验.

21. $\sqrt{2x+1} + \sqrt{x} = 1$

【答案】 $x_1 = 0$

【解析】

【分析】 根据解无理方程的一般步骤求解即可.

【详解】 解: $\sqrt{2x+1} = 1 - \sqrt{x}$

$$2x + 1 = 1 + x - 2\sqrt{x}$$

$$x = -2\sqrt{x}$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = 0, \quad x_2 = 4$$

经检验 $x_2 = 4$ 是原方程的增根,

所以原方程的解为 $x_1 = 0$

【点睛】 本题主要考查解无理方程，去掉根号把无理方程化成有理方程是解题的关键，注意无理方程需验根，需要同学们仔细掌握.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组，先变形 (1) 得出 $x - y = 3$ ， $x - y = -3$ ，作出两个方程组，求出方程组的解即可.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9 (1) \\ x + y - 1 = 0 (2) \end{cases},$$

由 (1) 得出 $x - y = 3$ ， $x - y = -3$ ，

故有
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x - y = -3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$$

原方程组的解是
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

四、解答题: (本大题共 3 题, 每题 8 分, 满分 24 分)

23. 已知一次函数图象经过点 $A(1, 7)$ 、点 $B(-1, 5)$.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 求这个一次函数图象、直线 $y = -x$ 与 x 轴围成的三角形面积.

【答案】 (1) $y = x + 6$

(2) 9

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一次函数的解析式，一次函数与 x 轴的交点，两直线的交点以及一次函数的几何应用.

(1) 用待定系数法求一次函数解析式即可.

(2) 根据题意作出图象，分解求出点 A ， B ， O 的坐标，然后计算 $S_{\triangle ABO}$ 即可.

【小问 1 详解】

解：设一次函数的解析式为 $y = kx + b$,

$\therefore$ 一次函数图象经过点 $A(1, 7)$, 点 $B(-1, 5)$,

$$\therefore \begin{cases} k + b = 7 \\ -k + b = 5 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = x + 6$.

【小问 2 详解】

根据题意作图如下:

令 $y = x + 6 = 0$, 解得: $x = -6$,

$\therefore$ 一次函数 $y = x + 6$ 与 x 轴的交点坐标为: $B(-6, 0)$

令 $y = -x = 0$, 解得: $x = 0$,

$\therefore$ 直线 $y = -x$ 与 x 轴为 $O(0, 0)$,

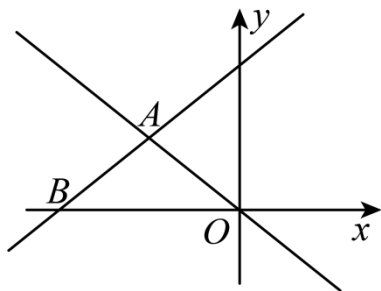
$\therefore OB = 6$,

$$\text{联立两直线: } \begin{cases} y = x + 6 \\ y = -x \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x = -3 \\ y = 3 \end{cases},$$

$\therefore A(-3, 3)$.

$\therefore$ 点 A 到 x 轴的距离为 3.

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9.$$



24. 某校组织甲、乙两班学生参加“美化校园”的义务劳动. 如果甲班做 2 小时, 乙班做 3 小时, 那么可完成全部工作的一半; 如果甲班先做 2 小时后另有任务, 剩下工作由乙班单独完成, 那么乙班所用的时间恰好比甲班单独完成全部工作的时间多 1 小时. 问: 甲乙两班单独完成这项工作各需多少时间?

【答案】 甲、乙两班单独完成这项工作各需 8 小时、12 小时.

【解析】

【分析】 单独完成这项工作甲需要 x 小时, 乙需要 y 小时, 则甲每小时完成全部工作的

$\frac{1}{x}$, 乙每小时完成全部工作的 $\frac{1}{y}$, 再根据题意列方程组即可求解.,

【详解】解: 设甲、乙两班单独完成这项工作各需 x 小时、 y 小时.

由题意得

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{2} \text{①} \\ \frac{2}{x} + \frac{x+1}{y} = 1 \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①}-\text{②得: } \frac{x-2}{y} = \frac{1}{2}$$

$$\text{得: } y = 2x - 4 \text{ ③}$$

将③代①得:

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{2x-4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{解得: } x = 8$$

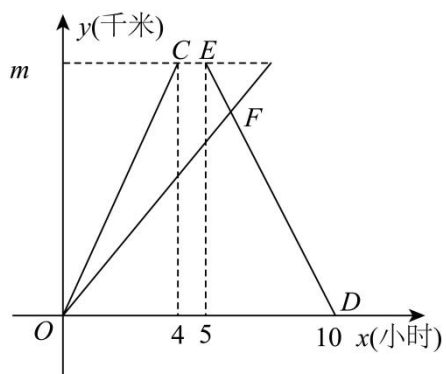
$$\text{所以 } y = 12$$

经检验: $\begin{cases} x = 8 \\ y = 12. \end{cases}$ 是原方程的解且符合题意.

答: 甲、乙两班单独完成这项工作各需 8 小时、12 小时.

【点睛】本题考查了分式方程组的应用, 根据方程组的特点化二元分式方程为一元分式方程进一步转化为整式方程求解是关键.

25. A、B 两城间的公路长为 m 千米, 甲、乙两车同时从 A 城出发沿这一公路驶向 B 城, 甲车到达 B 城 1 小时后沿原路用每小时 90 千米的速度返回. 如图是它们离 A 城的路程 y (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数图像.



(1) 由题设可以得出 m 的值为_____;

- (2) 甲车从 A 城出发时的速度为_____千米/小时;
- (3) 甲车返回过程中 y 与 x 之间的函数解析式是_____;
- (4) 如果乙车的行驶速度为 60 千米/小时, 那么甲从 B 城开始返回, 经过几个小时与途中的乙车相遇.

【答案】(1) 450

(2) 112.5

(3) $y = -90x + 900$

(4) 甲从 B 城开始返回, 经过 1 个小时与途中的乙车相遇

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的实际应用, 数形结合是解题的关键.

- (1) 根据“路程 = 速度 $\times$ 时间”, 即可求解;
- (2) 根据“速度 = 路程 $\div$ 时间”, 即可求解;
- (3) 利用待定系数法即可求解;
- (4) 设甲车经过 t 小时与途中的乙车相遇, 列出等量关系即可求解.

【小问 1 详解】

解: 根据题意得: $m = 90 \times (10 - 5) = 450$ (千米),

故答案为: 450;

【小问 2 详解】

甲车从 A 城出发时的速度为: $\frac{450}{4} = 112.5$ (km/h),

故答案为: 112.5;

【小问 3 详解】

设直线 DE 的解析式为: $y = kx + b$,

当 $x = 5$ 时, $y = 450$; 当 $x = 10$ 时, $y = 0$;

$$\therefore \begin{cases} 5k + b = 450 \\ 10k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -90 \\ b = 900 \end{cases},$$

$\therefore$ 甲车返回过程中 y 与 x 之间的函数解析式是 $y = -90x + 900$,

故答案为: $y = -90x + 900$;

【小问 4 详解】

设经过 t 小时与途中的乙车相遇,

$$\therefore 60t = -90t + 900,$$

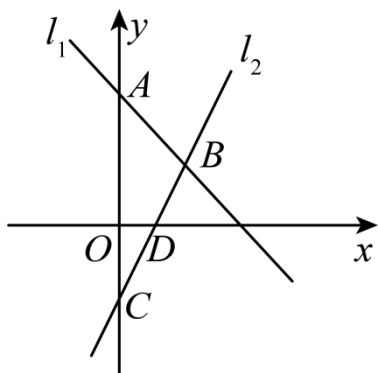
解得: $t = 6$,

$$\therefore 6 - 5 = 1 \text{ (小时)},$$

$\therefore$ 甲从 B 城开始返回, 经过 1 个小时与途中的乙车相遇.

五、综合题: (本题满分 10 分, 第 (1) (3) 小题各 4 分, 第 (2) 小题 2 分)

26. 如图, 直线 $l_1: y = -x + m$ 与 y 轴交于点 A , 直线 $l_2: y = 2x + n$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于点 D , 且它们都经过点 $B(2, 2)$.



(1) 求点 A 、点 D 坐标;

(2) 过点 A 作 BC 的平行线交 x 轴于点 E , 求点 E 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 直线 l_2 上是否存在一动点 P , 使 $\triangle EDP$ 是等腰三角形? 若存在, 请直接写出 P 点坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $A(0, 4)$, $D(1, 0)$

(2) $E(-2, 0)$

(3) 点 P 的坐标为 $\left(1 + \frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ 或 $\left(1 - \frac{3\sqrt{5}}{5}, -\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{12}{5}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的综合, 涉及一次函数与二元一次方程, 一次函数与坐标轴交点问题, 等腰三角形的性质, 掌握灵活运用这些知识是解题的关键.

(1) 根据点 $B(2, 2)$ 求出直线 l_1 、 l_2 的解析式, 即可求解;

(2) 根据 $AE \parallel BC$, 可设直线 AE 的解析式为 $y = 2x + b$, 利用待定系数法求出直线 AE 的解析, 即可求出点 E 的坐标;

(3) 分为三种情况讨论: ①以 EP 为底时; ②以 PD 为底时; ③以 ED 为底时; 根据等腰三角形的性质列

出方程即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 $l_1: y = -x + m$ 过点 $B(2, 2)$,

$$\therefore 2 = -2 + m,$$

解得: $m = 4$,

$\therefore$ 直线 l_1 的解析式为: $y = -x + 4$,

令 $x = 0$, 则 $y = 0 + 4 = 4$,

$$\therefore A(0, 4),$$

$\because$ 直线 $l_2: y = 2x + n$ 过点 $B(2, 2)$,

$$\therefore 2 = 2 \times 2 + n,$$

解得: $n = -2$,

$\therefore$ 直线 l_2 的解析式为: $y = 2x - 2$,

令 $y = 0$, 则 $0 = 2x - 2$,

解得: $x = 1$,

$$\therefore D(1, 0);$$

【小问 2 详解】

$\because AE \parallel BC$,

$\therefore$ 设直线 AE 的解析式为 $y = 2x + b$,

将 $A(0, 4)$ 代入得: $4 = 0 + b$,

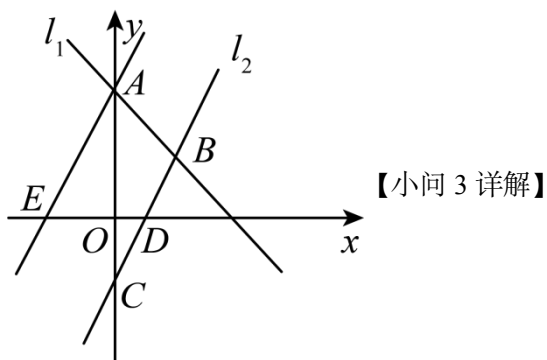
解得: $b = 4$,

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为 $y = 2x + 4$,

令 $y = 0$, 则 $0 = 2x + 4$,

解得: $x = -2$,

$$\therefore E(-2, 0);$$



综上所述，点 P 的坐标为 $\left(1 + \frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ 或 $\left(1 - \frac{3\sqrt{5}}{5}, -\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{12}{5}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$.

