

2022 学年第二学期上海民办南模中学初中课程

初二年级数学 5 月阶段检测试卷

满分：100 分 考试时间：90 分钟

一、填空题（每题 2 分，满分 36 分）

1. 有 5 只红球，3 只绿球，共 8 只球，任取一只红球的概率是_____.

【答案】 $\frac{5}{8}$

【解析】

【分析】 根据概率公式直接计算即可.

【详解】 解：由题意可得：

任取一只红球的概率是 $\frac{5}{8}$,

故答案为： $\frac{5}{8}$.

【点睛】 此题考查了概率公式，如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种可能，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

2. 已知一次函数 $y = (1-6m)x - 20 + m$ ，函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m > \frac{1}{6}$

【解析】

【分析】 根据一次函数 $y = (1-6m)x - 20 + m$ 的增减性列出不等式 $1-6m < 0$ ，通过解该不等式即可求得 m 的取值范围.

【详解】 解：由题意得， $1-6m < 0$,

解得， $m > \frac{1}{6}$;

故答案为： $m > \frac{1}{6}$.

【点睛】 本题考查了一次函数图象与系数的关系. 在直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中，当 $k > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大；当 $k < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小.

3. 一次函数 $y = -\frac{1+2x}{5}$ 的截距是_____.

【答案】 $-\frac{1}{5}$ ## -0.2

【解析】

【分析】 将函数表达式变形，可得截距.

【详解】 解： $y = -\frac{1+2x}{5} = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$,

令 $x=0$ ，则 $y = -\frac{1}{5}$,

$\therefore$ 截距是 $-\frac{1}{5}$,

故答案为： $-\frac{1}{5}$.

【点睛】 本题考查了一次函数的截距，解题的关键是掌握截距的求法.

4. 如果直线 $y=kx+b$ ($k<0$) 是由正比例函数 $y=kx$ 向左平移 2 个单位得到，那么不等式 $kx+b \leq 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x \geq -2$

【解析】

【分析】 直接利用一次函数平移规律得出图象平移后与 x 轴交点，进而得出答案.

【详解】 解： $\because$ 直线 $y=kx+b$ ($k<0$) 是由正比例函数 $y=kx$ 的图象向左平移 2 个单位得到，

$\therefore y=kx+b$ 经过 $(-2, 0)$,

$\therefore$ 不等式 $kx+b \leq 0$ 的解集是： $x \geq -2$.

故答案为： $x \geq -2$.

【点睛】 此题主要考查了一次函数的几何变换以及一次函数与一元一次方程的应用不等式，正确得出图象与 x 轴交点是解题关键.

5. 若一元二次方程 $k(x^2 - 2x + 1) - 2x^2 - x = 0$ 有实数根，求 k 的取值范围_____.

【答案】 $k \geq -\frac{1}{12}$

【解析】

【分析】 若一元二次方程有实数根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，建立关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围.

【详解】 解： 方程变形可得： $(k-2)x^2 - (2k+1)x + k = 0$,

$\therefore [-(2k+1)]^2 - 4k(k-2) \geq 0$,

解得: $k \geq -\frac{1}{12}$,

故答案为: $k \geq -\frac{1}{12}$.

【点睛】 本题考查了根的判别式, 总结: 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系: (1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根; (2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根; (3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根. 注意方程若为一元二次方程, 则 $k \neq 0$.

6. 用换元法解分式方程 $\frac{3x-2x^2}{x} = 5 + \frac{x}{2x^2-3x}$, 如果设 $\frac{3x-2x^2}{x} = y$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - 5y + 1 = 0$

【解析】

【分析】 换元后, 再化成整式方程即可.

【详解】 解: 若设 $\frac{3x-2x^2}{x} = y$,

$$\text{则 } \frac{x}{2x^2-3x} = -\frac{1}{y},$$

$$\text{则原方程可化为 } y = 5 - \frac{1}{y},$$

$$\text{即 } y^2 - 5y + 1 = 0,$$

故答案为: $y^2 - 5y + 1 = 0$.

【点睛】 本题考查换元法解分式方程, 理解换元法的意义是解决问题的关键.

7. 点 $P(x, 2x-5)$ 不可能在第_____象限.

【答案】 二

【解析】

【分析】 直接利用四个象限内点的坐标特点分析得出答案即可.

【详解】 解: 假设点 P 在第一象限, 则 $\begin{cases} x > 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases}$,

$$\text{解得 } x > \frac{5}{2},$$

故点 $P(x, 2x-5)$ 可能在第一象限;

假设点 P 在第二象限, 则 $\begin{cases} x < 0 \\ 2x - 5 > 0 \end{cases}$,

不等式组无解,

故点 $P(x, 2x-5)$ 不可能在第二象限;

假设点 P 在第三象限, 则 $\begin{cases} x < 0 \\ 2x - 5 < 0 \end{cases}$,

解得 $x < 0$,

故点 $P(x, 2x-5)$ 可能在第三象限;

假设点 P 在第四象限, 则 $\begin{cases} x > 0 \\ 2x - 5 < 0 \end{cases}$,

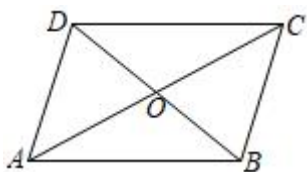
解得 $0 < x < \frac{5}{2}$,

故点 $P(x, 2x-5)$ 能在第四象限;

故答案为: 二.

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式组以及点的坐标, 记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键, 四个象限的符号特点分别是: 第一象限 $(+, +)$; 第二象限 $(-, +)$; 第三象限 $(-, -)$; 第四象限 $(+, -)$.

8. 如图, 在 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AC = 16$, $BD = 12$, 如果 $\triangle AOD$ 的周长为 23, 那么 $BC =$ _____.



【答案】 9

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质得到 $OD = \frac{1}{2}BD = 6$, $OA = \frac{1}{2}AC = 8$, 再根据周长即可求出 $AD = 9$, 从而得到结果.

【详解】 解: 在 $ABCD$ 中,

$$OD = \frac{1}{2}BD = 6, \quad OA = \frac{1}{2}AC = 8,$$

$\therefore \triangle AOD$ 的周长为 23,

$$\therefore OA + OD + AD = 8 + 6 + AD = 23,$$

$$\therefore AD = 9,$$

$$\therefore BC = 9$$

故答案为：9.

【点睛】本题主要考查平行四边形的性质，三角形的周长，关键在于根据相关的性质推出 OA 和 OD 的长度.

9. 已知一个多边形的每一个内角都等于 108° ，则这个多边形的边数是_____.

【答案】5

【解析】

【详解】解： $\because$ 多边形的每一个内角都等于 108°

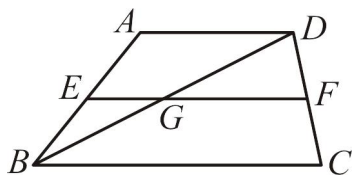
$$\therefore \text{每一个外角为 } 72^\circ$$

$$\therefore \text{多边形的外角和为 } 360^\circ$$

$$\therefore \text{这个多边形的边数是：} 360 \div 72 = 5$$

故答案为：5

10. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 中位线 EF 与对角线 BD 交于点 G . 若 $EG:GF = 3:5$, 且 $AD = 6$, 则 BC 的长是_____.



【答案】10

【解析】

【分析】根据中位线的定理可求得 EG 的长, 再根据 $EG:GF = 3:5$, 即可求得 BG 的长, 再根据三角形中位线定理即可求得 BC 的长.

【详解】解： $\because EF$ 是梯形的中位线, $AD = 6$,

$$\therefore EG = \frac{1}{2}AD = 3,$$

$$\therefore EG:GF = 3:5,$$

$$\therefore GF = 5,$$

$\therefore GF$ 是 $\triangle BCD$ 的中位线,

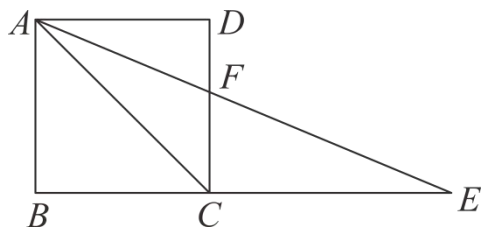
$$\therefore BC = 2GF = 10.$$

故答案为：10.

【点睛】此题考查的是三角形中位线的性质，即三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半.

11. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 2 厘米, 点 E 为边 BC 延长线上一点, 且 $CE = AC$, AE 交 CD 于 F ,

则 $FC =$ _____ 厘米



【答案】 $(4 - 2\sqrt{2}) \# (-2\sqrt{2} + 4)$

【解析】

【分析】 根据正方形的性质求出 $AC = CE = 2\sqrt{2}$ ，再利用面积法列出方程，即可求出 CF 。

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，边长为 2，

$$\therefore AB = BC = 2, \quad \angle B = \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = CE = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times CE \times AB = \frac{1}{2} \times CF \times (BC + CE),$$

$$\text{即 } 2\sqrt{2} \times 2 = CF \times (2 + 2\sqrt{2}),$$

$$\text{解得： } CF = \frac{4\sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}} = 4 - 2\sqrt{2} (\text{cm}),$$

故答案为： $4 - 2\sqrt{2}$ 。

【点睛】 本题考查了正方形的性质，勾股定理，分母有理化，面积法，解题的关键是利用面积法建立关于 CF 的方程。

12. 正方形 $ABCD$ 的对角线长 AC 为 8， O 是 AC 的中点，点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 边上，且 $CE = DF$ ，那么四边形 $OECF$ 的面积为_____。

【答案】 8

【解析】

【分析】 证明 $\triangle OCE \cong \triangle ODF$ (SAS)，得到 $S_{\triangle OCE} = S_{\triangle ODF}$ ，从而将四边形 $OECF$ 的面积转化为 $\triangle OCD$ 的面积，即可求解。

【详解】 解： 在正方形 $ABCD$ 中，

$$\angle OCE = \angle ODF = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ, \quad AC \perp BD,$$

$$\therefore AC = 8,$$

$$\therefore OA = OC = OD = OB = \frac{1}{2} AC = 4,$$

在 $\triangle OCE$ 和 $\triangle ODF$ 中，

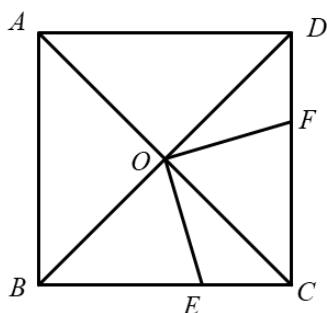
$$\begin{cases} OC = OD \\ \angle OCE = \angle ODF, \\ CE = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCE \cong \triangle ODF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore S_{\triangle OCE} = S_{\triangle ODF},$$

$$\therefore S_{OECF} = S_{\triangle OEC} + S_{\triangle OFC} = S_{\triangle ODF} + S_{\triangle OFC} = S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} \times OD \times OC = 8,$$

故答案为：8.



【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，正方形的性质，解题的关键是利用正方形的性质证明全等，将所求面积进行转化.

13. 已知直线 $y = -3x + 8$ 与 $y = kx - 1$ 的交点在 x 轴上，则 $k =$ _____.

【答案】 $\frac{3}{8}$

【解析】

【分析】因为两函数相交于 x 轴上一点，所以令两方程中 $y = 0$ ，分别解得 x ，令其相等即可.

【详解】解：∵ 直线 $y = -3x + 8$ 与 $y = kx - 1$ 的交点在 x 轴上，

$$\therefore \text{令 } -3x + 8 = 0,$$

$$\text{解得： } x = \frac{8}{3},$$

$$\text{令 } kx - 1 = 0,$$

$$\text{解得 } x = \frac{1}{k},$$

$$\text{令 } \frac{8}{3} = \frac{1}{k},$$

$$\text{解得： } k = \frac{3}{8},$$

$$\text{故答案为： } \frac{3}{8}.$$

【点睛】 本题考查了一次函数与 x 轴的交点问题，难度一般，关键是掌握一次函数图象上点的坐标特征.

14. 写出一个二元二次方程组，使它的解是 $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -5 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = +5 \end{cases}$ _____.

【答案】 $\begin{cases} xy = -15 \\ x^2 - y^2 = -16 \end{cases}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据方程组的解可得 $xy = -15$, $x^2 - y^2 = -16$, 则可写出满足条件的一个方程组为 $\begin{cases} xy = -15 \\ x^2 - y^2 = -16 \end{cases}$

(答案不唯一).

【详解】解: $\because$ 方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = -5 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x_2 = -3 \\ y_2 = +5 \end{cases}$,

$$\therefore xy = -15, \quad x^2 - y^2 = -16,$$

$$\therefore \text{方程组可以是 } \begin{cases} xy = -15 \\ x^2 - y^2 = -16 \end{cases},$$

故答案为: $\begin{cases} xy = -15 \\ x^2 - y^2 = -16 \end{cases}$ (答案不唯一).

【点睛】 本题考查了高次方程组，能熟记二元二次方程组的定义是解此题的关键，方程组中共含有两个不同的未知数，并且所含未知数的项的最高次数是 2 的整式方程组，叫二元二次方程组.

15. 已知一个直角三角形的周长为 $4 + \sqrt{17}$, 斜边上的中线长为 2, 那么这个直角三角形的面积是_____.

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】直接利用直角三角形的性质得出斜边长，进而得出两直角边的和，可求出两直角边的积，则可求出直角三角形的面积.

【详解】解: $\because$ 直角三角形斜边上的中线长为 2,

$\therefore$ 直角三角形斜边长为 4,

$\because$ 直角三角形的周长是 $4 + \sqrt{17}$,

$\therefore$ 两直角边长和为 $\sqrt{17}$,

设两直角边为 a , b ,

$$\therefore \begin{cases} a + b = \sqrt{17} \\ a^2 + b^2 = 16 \end{cases},$$

$$\therefore ab = \frac{1}{2},$$

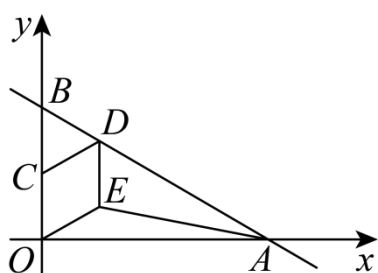
$$\therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{4}.$$

$\therefore$ 直角三角形的面积为 $\frac{1}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点睛】 本题主要考查直角三角形的性质，勾股定理以及三角形的面积，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

16. 如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 8$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A ， B 两点， C 是 OB 的中点， D 是 AB 上一点，四边形 $OEDC$ 是菱形，则 $\triangle OAE$ 的面积为_____.



【答案】 $8\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】 已知直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 8$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A ， B 两点，可求得点 A 、 B 的坐标分别为: $(8\sqrt{3}, 0)$ 、 $(0, 8)$ ；又因 C 是 OB 的中点，可得点 $C(0, 4)$ ，所以菱形的边长为 4，根据菱形的性质可得 $DE = 4 = DC$ ，设点 $D(m, -\frac{\sqrt{3}}{3}m + 8)$ ，则点 $E(m, -\frac{\sqrt{3}}{3}m + 4)$ ，由两点间的距离公式可得 $CD^2 = m^2 + (-\frac{\sqrt{3}}{3}m + 8 - 4)^2 = 16$ ，解方程求得 $m = 2\sqrt{3}$ ，即可得点 $E(2\sqrt{3}, 2)$ ，再根据 $S_{\triangle OAE} = \frac{1}{2} \times OA \times y_E$ 即可求得 $\triangle OAE$ 的面积.

【详解】 $\because$ 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 8$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A ， B 两点，

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时， $y = 8$ ；当 $y = 0$ 时， $x = 8\sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 点 A 、 B 的坐标分别为: $(8\sqrt{3}, 0)$ 、 $(0, 8)$ ，

$\because C$ 是 OB 的中点，

$\therefore$ 点 $C(0, 4)$ ，

∴菱形的边长为4，则 $DE = 4 = DC$ ，

设点 $D(m, -\frac{\sqrt{3}}{3}m+8)$ ，则点 $E(m, -\frac{\sqrt{3}}{3}m+4)$ ，

则 $CD^2 = m^2 + (-\frac{\sqrt{3}}{3}m+8-4)^2 = 16$ ，

解得： $m = 2\sqrt{3}$ ，

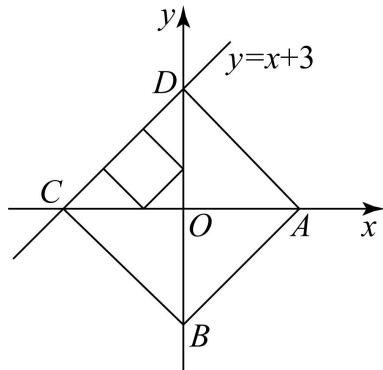
故点 $E(2\sqrt{3}, 2)$ ，

$S_{\triangle OAE} = \frac{1}{2} \times OA \times y_E = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 2 = 8\sqrt{3}$ ，

故答案为 $8\sqrt{3}$ 。

【点睛】本题是一次函数与几何图形的综合题，正确求得点E的坐标是解决问题的关键。

17. 已知点A、B分别是x轴、y轴上的动点，点C、D是某个函数图像上的点，当四边形ABCD（A、B、C、D各点依次排列）为正方形时，我们称这个正方形为此函数图像的“伴侣正方形”。例如：在图中，正方形ABCD是一次函数 $y = x + 3$ 图像的其中一个“伴侣正方形”，如图，若某函数是一次函数 $y = x + 3$ ，则它的图像的所有“伴侣正方形”的边长是_____。



【答案】 $3\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$ 或 $3\sqrt{2}$

【解析】

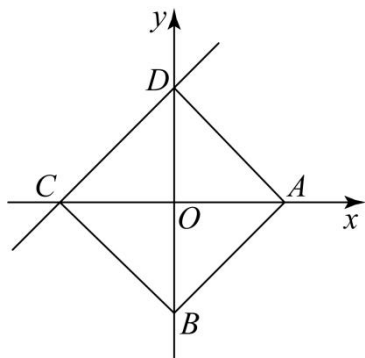
【分析】先求出一一次函数与坐标轴的交点，分A在x轴正半轴、点B在y轴负半轴上；点A在x轴负半轴、点B在y轴正半轴上，两种情况，正确画出图形，结合正方形的性质以及全等三角形的性质求解即可。

【详解】解：∵一次函数 $y = x + 3$ ，

∴直线与x轴的交点为 $(-3, 0)$ ，与y轴的交点为 $(0, 3)$ ，

当点A在x轴正半轴、点B在y轴负半轴上时：

正方形 $ABCD$ 的边长为 $3\sqrt{2}$.



当点 A 在 x 轴负半轴、点 B 在 y 轴正半轴上时:

过 D 作 $DH \perp x$ 轴于 H 点, 同上可得: $OA = OB$,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ, \angle DHA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAH + \angle BAO = 90^\circ, \angle DAH + \angle ADH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle ADH, \text{ 又 } AD = AB, \angle AHD = \angle AOB,$$

$$\therefore \triangle DHA \cong \triangle AOB (\text{AAS}),$$

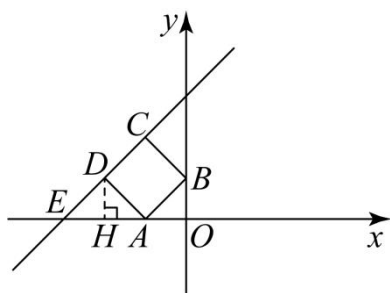
$$\therefore OA = OB = AH = DH,$$

$$\therefore OA + AH + EH = OE = 3,$$

$$\therefore OA = OB = 1,$$

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

此时正方形的边长为 $\sqrt{2}$.

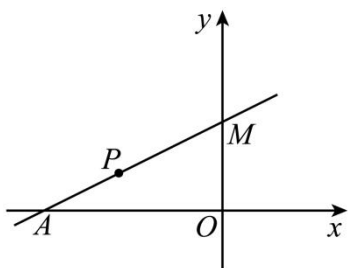


$\therefore$ 所求“伴侣正方形”的边长为 $3\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$,

故答案为: $3\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$.

【点睛】 本题是一次函数综合题, 比较复杂, 先要正确理解伴侣正方形的意义, 特别要注意的是正方形的顶点所处的位置, 因为涉及到相关点的坐标, 所以过某一点作坐标轴的垂线是必不可少的, 再利用正方形的性质和全等三角形的知识确定相关点的坐标即可求解.

18. 直线 $y = \frac{1}{2}x + 6$ 交 x 轴于 A 、 y 轴于 M ， P 是线段 AM 上一动点， OP 将 $\triangle AOM$ 分成面积比是 $3:4$ 的两部分，则点 P 坐标为_____.



【答案】 $\left(-\frac{48}{7}, \frac{18}{7}\right)$ 或 $\left(-\frac{36}{7}, \frac{24}{7}\right)$

【解析】

【分析】 根据一次函数表达式求出 A 、 M 的坐标，根据面积之比推出 $AP = \frac{3}{4}PM$ 或 $MP = \frac{3}{4}AP$ ，设 $P\left(a, \frac{1}{2}a + 6\right)$ ，根据坐标，利用勾股定理列出方程，解之即可.

【详解】 解：在 $y = \frac{1}{2}x + 6$ 中，

令 $x = 0$ ，则 $y = 6$ ，

令 $y = 0$ ，则 $x = -12$ ，

$\therefore A(-12, 0)$ ， $M(0, 6)$ ，

$\because OP$ 将 $\triangle AOM$ 分成面积比是 $3:4$ 的两部分，

$\therefore AP = \frac{3}{4}PM$ 或 $MP = \frac{3}{4}AP$ ，

设 $P\left(a, \frac{1}{2}a + 6\right)$ ，

$$\text{则 } \sqrt{(-12-a)^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6\right)^2} = \frac{3}{4} \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6 - 6\right)^2}$$

$$\text{或 } \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6 - 6\right)^2} = \frac{3}{4} \sqrt{(-12-a)^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6\right)^2},$$

解得： $a = -48$ (舍) 或 $a = -\frac{48}{7}$ 或 $a = 36$ (舍) 或 $a = -\frac{36}{7}$ ，

$\therefore P\left(-\frac{48}{7}, \frac{18}{7}\right)$ 或 $\left(-\frac{36}{7}, \frac{24}{7}\right)$ ，

故答案为： $\left(-\frac{48}{7}, \frac{18}{7}\right)$ 或 $\left(-\frac{36}{7}, \frac{24}{7}\right)$.

【点睛】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点问题，两点之间的距离，勾股定理，解题的关键是将三角形的面积之比转化为底边之比.

二、选择题（每题 3 分，共 12 分）

19. 把直线 $y = 3x - 2$ 沿着 x 轴向右平移两个单位，得到的函数解析式是（ ）

A. $y = 3x + 1$

B. $y = 3x - 5$

C. $y = 3x + 4$

D. $y = 3x - 8$

【答案】D

【解析】

【分析】利用一次函数平移规律，左加右减进而得出平移后函数解析式即可.

【详解】解：把直线 $y = 3x - 2$ 沿 x 轴向右平移两个单位长度后，得到直线的函数关系式为： $y = 3(x - 2) - 2$ ，
即 $y = 3x - 8$ ，

故选：D.

【点睛】此题主要考查了一次函数平移变换，正确记忆一次函数平移规律是解题关键.

20. 下列说法合理的是（ ）

A. 某彩票的中奖机会是 3%，那么如果买 100 张彩票一定会有 3 张中奖.

B. 在一次课堂进行的实验中，甲、乙两组同学估计硬币落地后，正面朝上的频率分别为 0.48 和 0.51.

C. 抛掷一枚正六面体骰子，出现 2 的概率是 $\frac{1}{6}$ 的意思是，每 6 次就有 1 次掷得 2.

D. 在 100 次抛图钉的实验中 66 次针尖朝上，由此说针尖朝上的概率是 66% .

【答案】B

【解析】

【分析】直接利用概率的意义分别分析得出答案.

【详解】解：A、某彩票的中奖机会是 3%，那么如果买 100 张彩票不一定会有 3 张中奖，故原选项不合题意；

B、在一次课堂进行的实验中，甲、乙两组同学估计硬币落地后，正面朝上的频率分别为 0.48 和 0.51，故原选项符合题意；

C、抛掷一枚正六面体骰子，出现 2 的概率是 $\frac{1}{6}$ 不代表每 6 次就有 1 次掷得 2，故原选项不合题意；

D、在 100 次抛图钉的实验中 66 次针尖朝上，不能说明针尖朝上的概率是 66%，只能表示频率，故原选项不合题意；

故选：B.

【点睛】此题主要考查了概率和频率的意义，正确理解概率的意义是解题关键.

21. 下列命题中：①有两个内角相等的梯形是等腰梯形；②顺次连接矩形的各边中点所成四边形是菱形③两条对角线相等的梯形是等腰梯形；④对角线互相平分且垂直的四边形是矩形. 其中真命题有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据梯形、菱形和矩形的判定定理判断即可.

【详解】 解：①有两个内角相等的梯形不一定是等腰梯形，故为假命题；

②顺次连接矩形的各边中点所成四边形是菱形，故为真命题；

③两条对角线相等的梯形是等腰梯形，是真命题；

④对角线互相平分且垂直的四边形是菱形，故是假命题.

$\therefore$ 真命题的有 2 个，

故选： B.

【点睛】 本题考查命题与定理，解答本题的关键是明确题意，会判断命题的真假.

22. 有一个内角是直角的四边形 $ABCD$ 的边长 $AB = 2$ ， $BC = 3$ ， $CD = 2$ ， $DA = 3$ ， 那么下列结论错误的是 ()

- A. 四边形的对角线互相平分 B. 四边形的对角相等
C. 四边形的对角线互相垂直 D. 四边形的对角线相等

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据已知条件判断出平行四边形，再根据有一个角是直角判断矩形，最后根据矩形的性质判断正确选项即可.

【详解】 解： $\because AB = CD = 2$ ， $BC = AD = 3$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ 有一个内角是直角，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore$ 对角线互相平分， 对角相等， 对角线相等， 故 A， B， D 正确， 不合题意；

对角线不一定互相垂直， 故 C 错误， 符合题意；

故选 C.

【点睛】 本题考查了矩形的判定和性质，解题的关键是根据已知条件判断出该四边形是矩形.

三、解答题 (每题 8 分，共 40 分)

23. 若 a 、 b 、 c 为一个三角形三边的长，方程组 $\begin{cases} x^2 - ax - y + b^2 + ac = 0 \\ ax - y + bc = 0 \end{cases}$ 只有一组解，试判断三角形的形状.

【答案】等腰三角形

【解析】

【分析】由方程组得到 $x^2 - 2ax - bc + b^2 + ac = 0$ ，根据根的判别式得到 $\Delta = (-2a)^2 - 4(b^2 + ac - bc) = 0$ ，因式分解可得 $(a-b)(a+b-c) = 0$ ，利用三角形三边关系得到 $a+b-c > 0$ ，从而得到 $a = b$ ，即可得出结论.

【详解】解： $\begin{cases} x^2 - ax - y + b^2 + ac = 0 \text{①} \\ ax - y + bc = 0 \text{②} \end{cases}$ ，

由②得： $y = ax + bc$ ③，代入①得：

$$x^2 - ax - (ax + bc) + b^2 + ac = 0,$$

$$\text{整理得： } x^2 - 2ax - bc + b^2 + ac = 0,$$

$\therefore$ 方程组 $\begin{cases} x^2 - ax - y + b^2 + ac = 0 \\ ax - y + bc = 0 \end{cases}$ 只有一组解，

$$\therefore \Delta = (-2a)^2 - 4(b^2 + ac - bc) = 0,$$

$$\therefore (a-b)(a+b-c) = 0,$$

$$\therefore a+b > c,$$

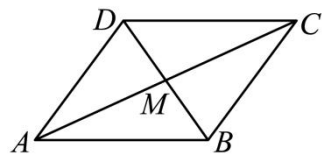
$$\therefore a+b-c > 0,$$

$$\therefore a-b = 0, \text{ 即 } a = b,$$

$\therefore$ 此三角形为等腰三角形.

【点睛】本题考查了代入消元法，一元二次方程根的判别式，因式分解的应用，等腰三角形的定义，三角形三边关系，解题的关键是根据方程组的解联系到一元二次方程根的判别式.

24. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 M . 设 $\overrightarrow{DB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$



(1) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$

(3) 在图中求作: $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DM}$

【答案】(1) $\vec{b}$

(2) $\vec{a}$

(3) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据平行四边形的性质得到 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, 则 $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \vec{b}$;

(2) 根据向量的线性计算法则求解即可;

(3) 如图所示, 作平行四边形 $BDEC$, 连接 BE 交 DC 于 F , 连接 MF 并延长, 交 CE 于 G , 连接 AG , 则 $\overrightarrow{AG}$ 即为所求.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \vec{b},$$

故答案为: $\vec{b}$;

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB} = \vec{a},$$

故答案为: $\vec{a}$

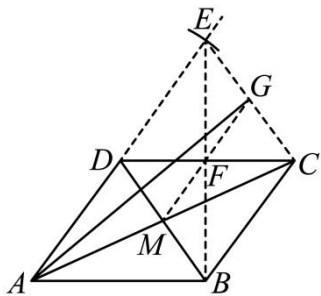
【小问 3 详解】

解: 如图所示, $\overrightarrow{AG}$ 即为所求;

如图所示, 作平行四边形 $BDEC$, 连接 BE 交 DC 于 F , 连接 MF 并延长, 交 CE 于 G , 连接 AG ,

由作图方法可知 $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{DM}$,

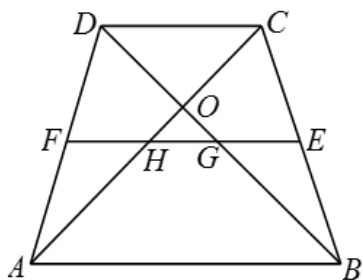
$$\therefore \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG}.$$



【点睛】 本题主要考查了平行四边形的性质，向量的线性运算，灵活运用所学知识

是解题的关键.

25. 如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $AB = 26$ ， $DC = 18$ ，中位线 FE 交 BD 于 G ，交 AC 于 H .



(1) 求 EF 、 GH 的长度.

(2) 对角线 $AC \perp BD$ ，垂足为点 O ，求梯形 $ABCD$ 的面积.

【答案】 (1) $EF = 22$ ， $GH = 4$

(2) 484

【解析】

【分析】 (1) 先根据梯形中位线定理得到 $EF = \frac{1}{2}(AB + CD) = 22$ ， $EF \parallel CD \parallel AB$ ，再由 E 、 F 分别为 AD 、 BC 的中点，得到 $FH = GE = \frac{1}{2}CD = 9$ ，则 $HG = EF - FH - GE = 4$ ；

(2) 如图所示，过点 C 作 $CM \parallel BD$ 交 AB 延长线于 M ，先证明四边形 $CDBM$ 是平行四边形，得到 $CD = BM = 18$ ， $CM = BD$ ， $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BCM}$ ，进而证明 $S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM}$ ，由等腰梯形的性质得到 $AC = BD$ ，则 $AC = CM$ ，证明 $AC \perp CM$ ，得到 $\triangle ACM$ 是等腰直角三角形，则可求出 $AC = CM = 22\sqrt{2}$ ，由此可得 $S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2}AC \cdot CM = 484$.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $AB = 26$ ， $DC = 18$ ，中位线 FE 交 BD 于 G ，交 AC 于 H ，

$\therefore EF = \frac{1}{2}(AB + CD) = 22$ ， $EF \parallel CD \parallel AB$ ，

$\because E$ 、 F 分别为 AD 、 BC 的中点，

$$\therefore FH = GE = \frac{1}{2}CD = 9,$$

$$\therefore HG = EF - FH - GE = 4;$$

【小问2详解】

解：如图所示，过点 C 作 $CM \parallel BD$ 交 AB 延长线于 M ，

$$\therefore AB \parallel DC, \text{ 即 } CD \parallel BM,$$

$\therefore$ 四边形 $CDBM$ 是平行四边形，

$$\therefore CD = BM = 18, \quad CM = BD, \quad S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BCM},$$

$$\text{又} \because S_{BCD} = S_{ACD},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCM},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM},$$

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形，

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore AC = CM,$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

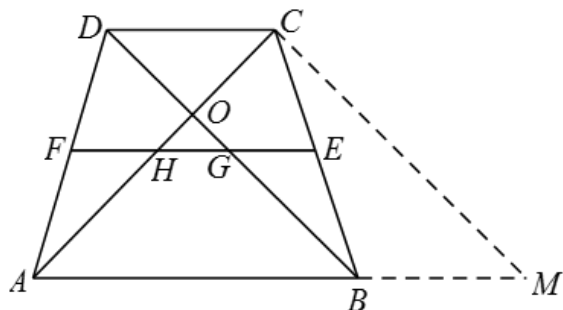
$$\therefore AC \perp CM,$$

$\therefore \triangle ACM$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore AM = AB + BM = 44,$$

$$\therefore AC = CM = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = 22\sqrt{2},$$

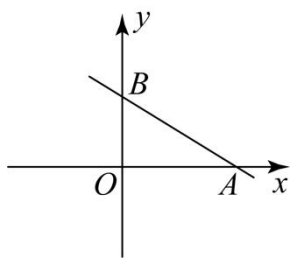
$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM = 484.$$



【点睛】 本题主要考查了梯形中位线定理，平行四边

形的性质与判定，勾股定理，等腰直角三角形的性质与判定，三角形中位线定理等等，灵活运用所学知识是解题的关键.

26. 已知一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$



- (1) 求图像与 x 轴、 y 轴的交点 A 、 B 的坐标.
- (2) 求点 O 到直线 AB 的距离.
- (3) 点 P 在 x 轴, 四边形 A 、 B 、 P 、 Q 是菱形, 求出 Q 点的坐标.

【答案】(1) $A(4,0)$, $B(0,3)$

(2) $\frac{12}{5}$

(3) $(0,-3)$ 或 $(-5,3)$ 或 $(5,3)$ 或 $(\frac{25}{8},3)$

【解析】

【分析】(1) 先求出当 $x=0$ 时, y 的值, $y=0$ 时, x 的值即可得到答案;

(2) 利用等面积法求解即可;

(3) 分当 BQ 为对角线时, 当 BP 为对角线时, 当 BA 为对角线时, 三种情况利用菱形的性质讨论求解即可.

【小问 1 详解】

解: 在 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 中, 令 $x=0$, 则 $y=3$, 令 $y = -\frac{3}{4}x + 3 = 0$, 则 $x=4$,

$\therefore A(4,0)$, $B(0,3)$;

【小问 2 详解】

解: 设点 O 到直线 AB 的距离为 h ,

$\therefore A(4,0)$, $B(0,3)$,

$\therefore OA=4$, $OB=3$,

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}AB \cdot h$,

$$\therefore h = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{12}{5};$$

【小问3详解】

解：设点 P 的坐标为 $(m, 0)$,

当 BQ 为对角线时, 则 $BQ \perp PA$, 即 $BQ \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 Q 在 y 轴上, 且 BQ 被 x 轴垂直平分,

$$\therefore Q(0, -3);$$

当 BP 为对角线时, 则 $BQ = AB = 5$, $BQ \parallel PA$, 即 $BQ \parallel x$ 轴,

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-5, 3)$ 或 $(5, 3)$;

当 BA 为对角线时, 则 $PA = PB$,

$$\therefore |m - 4|^2 = m^2 + 3^2,$$

$$\text{解得 } m = \frac{7}{8},$$

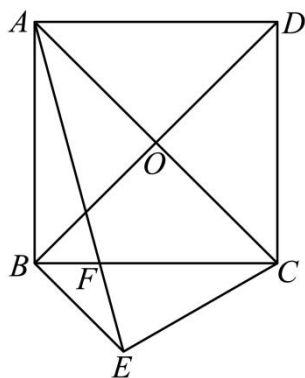
$$\therefore BQ = PA = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8},$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } \left(\frac{25}{8}, 3\right);$$

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(0, -3)$ 或 $(-5, 3)$ 或 $(5, 3)$ 或 $\left(\frac{25}{8}, 3\right)$.

【点睛】本题主要考查了求一次函数与坐标轴的交点, 菱形的性质, 勾股定理, 三角形面积, 灵活运用所学知识是解题的关键.

27. 如图, 点 E 在正方形 $ABCD$ 外, $\angle EAC = 30^\circ$, $AE = AC$, AB 交 CE 于点 F , 对角线 AC 与 BD 交于点 O .



(1) 求证: $CE = CF$

(2) 求证: $BE \parallel AC$

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】(1) 先根据等边对等角得到 $\angle AEC = \angle ACE = 75^\circ$, 再根据正方形得到 $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle ABC = 90^\circ$, 进而利用三角形内角和定理和对顶角相等得到 $\angle CFE = \angle BFA = 75^\circ$, 即可得到 $\angle CEF = \angle CFE$, 则 $CE = CF$;

(2) 如图所示, 过点 E 作 $EH \perp AC$ 于 H , 先根据含 30° 度角的直角三角形的性质得到 $EH = \frac{1}{2}AE$, 进而得到 $EH = \frac{1}{2}AC$, 再由正方形的性质得到 $OB = \frac{1}{2}AC$, $OB \perp AC$, 进而得到 $BO = EH$, $EO \parallel EH$, 即可证明四边形 $OBEH$ 是矩形, 由此即可证明 $BE \parallel OH$, 即 $BE \parallel AC$.

【小问 1 详解】

证明: $\because \angle EAC = 30^\circ$, $AE = AC$,

$$\therefore \angle AEC = \angle ACE = \frac{180^\circ - \angle EAC}{2} = 75^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BFA = 90^\circ - \angle BAE = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle BFA = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle CFE,$$

$$\therefore CE = CF;$$

【小问 2 详解】

证明: 如图所示, 过点 E 作 $EH \perp AC$ 于 H ,

$$\therefore \angle EAH = 30^\circ,$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AE,$$

$$\therefore AE = AC,$$

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore OB = \frac{1}{2}AC, OB \perp AC,$$

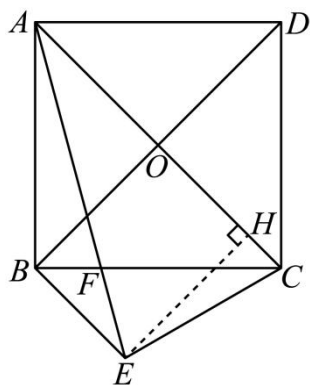
$$\therefore BO = EH, BO \parallel EH,$$

∴ 四边形 $OBEH$ 是平行四边形,

又 $EH \perp AC$,

∴ 四边形 $OBEH$ 是矩形,

∴ $BE \parallel OH$, 即 $BE \parallel AC$.



【点睛】 本题主要考查了正方形的性质，矩形的性质与判定，等边对等角，三

角形内角和定理等等，正确作出辅助线是解题的关键.

四、综合题 (本题 12 分)

28. 如图，等边 $\triangle ABC$ 的边长是 2，点 P 是边 BC 上的任意一点 (不与点 B 点 C 重合)，连接 AP ，将 $\triangle ABC$ 翻折，使顶点 A 与 P 重合，折痕分别交边 AB 、 AC 于 G 、 H ，折痕交 AP 于 O 。

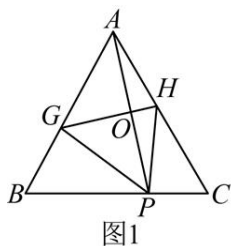


图1

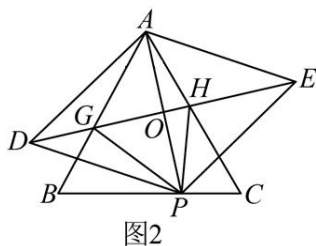


图2

(1) 当 $GO = \frac{1}{2} AP$ 时，求证： $\angle AGP = 90^\circ$

(2) 设 $BP = x$ ， $AP = y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式及定义域.

(3) 如图 2 在直线 GH 上找点 D (点 D 在 $\triangle ABC$ 外)，满足 $\angle DAB = \angle PAC$ ，连接 AD 、 DP ，过点 P 作 $PE \parallel AD$ 交直线 GH 于 E ，连接 AE 、 PE 。

①求证：四边形 $ADPE$ 是菱形，

②当四边形 $ADPE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分面积是 $\frac{13}{16}\sqrt{3}$ 时，求 BP 的值，

【答案】 (1) 证明见解析

(2) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ ($0 < x < 2$)

(3) $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】(1) 根据折叠的性质得到 $OA = OP = \frac{1}{2}AP$ ，进而得到 $OG = OA = OP$ ，根据等边对等角证明 $\angle OGP + \angle OGA = 90^\circ$ ，即可证明结论；

(2) 如图所示，过点 A 作 $AK \perp BC$ 于 K ，根据等边三角形的性质和勾股定理得到 $BK = 1$ ， $AK = \sqrt{3}$ ，则 $PK = |x - 1|$ ，则由勾股定理可得 $AP = \sqrt{AK^2 + PK^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ ，即 $y = \sqrt{x^2 - 2x + 4} (0 < x < 2)$ ；

(3) 折叠的性质可得 $OA = OP$ ， $AP \perp DE$ ，进而得到 $DA = DP$ ， $AE = PE$ ，证明 $\triangle AOD \cong \triangle POE$ ，得到 $AD = PE = DP = AE$ ，由此即可证明四边形 $ADPE$ 是菱形；②如图所示，设 AB 、 DP 交于 M ， AC 、 PE 交于 N ，则四边形 $AMPN$ 的面积即为四边形 $ADPE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积，先证明 $\triangle ADP$ 是等边三角形，得到 $AP = AD = PE = AE$ ，进而证明 $\triangle APE$ 是等边三角形，得到 $\angle APN = \angle ADM = 60^\circ$ ，再证明 $\triangle ADM \cong \triangle APN$ ，得到 $S_{\triangle ADM} = S_{\triangle APN}$ ，进而推出 $S_{\text{四边形}AMPN} = S_{\triangle ADP}$ 。根据等边三角形的性质和

勾股定理得到 $S_{\text{四边形}AMPN} = S_{\triangle ADP} = \frac{\sqrt{3}}{4}AP^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(x^2 - 2x + 4)$ ，再由四边形 $ADPE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分

面积是 $\frac{13}{16}\sqrt{3}$ ，得到方程 $\frac{\sqrt{3}}{4}(x^2 - 2x + 4) = \frac{13}{16}\sqrt{3}$ ，解方程即可得到答案。

【小问 1 详解】

证明：由折叠的性质可得 $OA = OP = \frac{1}{2}AP$ ，

$$\therefore GO = \frac{1}{2}AP,$$

$$\therefore OG = OA = OP,$$

$$\therefore \angle OGP = \angle OPG, \quad \angle OGA = \angle OAG,$$

$$\therefore \angle OGP + \angle OPG + \angle OGA + \angle OAG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OGP + \angle OGA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGP = 90^\circ;$$

【小问 2 详解】

解：如图所示，过点 A 作 $AK \perp BC$ 于 K ，

$\therefore \triangle ABC$ 是边长为 2 厘米的等边三角形，

$$\therefore BK = \frac{1}{2}BC = 1, \quad AB = 2,$$

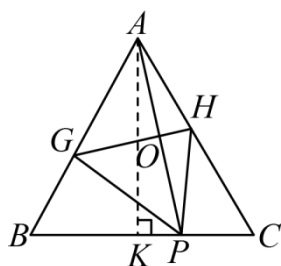
$$\therefore AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore BP = x,$$

$$\therefore PK = |BP - BK| = |x - 1|,$$

$$\therefore AP = \sqrt{AK^2 + PK^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 4},$$

$$\therefore y = \sqrt{x^2 - 2x + 4} \quad (0 < x < 2);$$



【小问 3 详解】

解：①由折叠的性质可得 $OA = OP$ ， $AP \perp DE$ ，

$\therefore DE$ 垂直平分 AP ，

$\therefore DA = DP$ ， $AE = PE$ ，

$\therefore PE \parallel AD$ ，

$\therefore \angle ODA = \angle OEP$ ， $\angle OAD = \angle OPE$ ，

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle POE$ (AAS)，

$\therefore AD = PE$ ，

$\therefore AD = PE = DP = AE$ ，

$\therefore$ 四边形 $ADPE$ 是菱形；

②如图所示，设 AB 、 DP 交于 M ， AC 、 PE 交于 N ，则四边形 $AMPN$ 的面积即为四边形 $ADPE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积，

$\therefore \angle DAB = \angle PAC$ ，

$\therefore \angle DAP = \angle BAC = 60^\circ$ ，

又 $\therefore AD = PD$ ，

$\therefore \triangle ADP$ 是等边三角形，

$\therefore AP = AD = PE = AE$ ，

$\therefore \triangle APE$ 是等边三角形，

$\therefore \angle APN = \angle ADM = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ADM \cong \triangle APN$ (ASA)，

$\therefore S_{\triangle ADM} = S_{\triangle APN}$ ，

$\therefore S_{\text{四边形}AMPN} = S_{\triangle APM} + S_{\triangle APN} = S_{\triangle APM} + S_{\triangle APN} = S_{\triangle APM} + S_{\triangle ADM} = S_{\triangle ADP}$ 。

由 (2) 得 $AP^2 = x^2 - 2x + 4$ ，

【点睛】本题主要考查了折叠的性质，等边三角形的性质与判定，勾股定理，菱形的性质与判断，解一元二次方程等等，灵活运用所学知识是解题的关键.