

2022 学年第二学期八年级混合式教学适应性训练 3 数学

一、单选题 (每题 4 分, 共 24 分)

1. 一次函数 $y=kx+1$, y 随 x 的增大而减小, 则一次函数的图象不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】C

【解析】

【分析】根据函数的增减性及解析式判断函数图象所经过的象限即可.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y=kx+1$, y 随 x 的增大而减小, $\therefore k < 0$,

$\because 1 > 0$, $\therefore$ 函数图象经过一、二、四象限.

故选 C.

【点睛】首先能够根据待定系数法正确求出直线的解析式. 在直线 $y=kx+b$ 中,

当 $k > 0$, $b > 0$ 时, 函数图象过一、二、三象限, y 随 x 增大而增大;

当 $k > 0$, $b < 0$ 时, 函数图象过一、三、四象限, y 随 x 增大而增大;

当 $k < 0$, $b > 0$ 时, 函数图象过一、二、四象限, y 随 x 增大而减小;

当 $k < 0$, $b < 0$ 时, 函数图象过二、三、四象限, y 随 x 增大而减小.

2. 下列命题正确的是 ().

- A. 任何事件发生的概率为 1
B. 随机事件发生的概率可以是任意实数
C. 可能性很小的事件在一次实验中有可能发生
D. 不可能事件在一次实验中也可能发生

【答案】C

【解析】

【分析】根据随机事件、不可能事件的定义和概率的性质判断各选项即可.

【详解】A 中, 只有必然事件概率才是 1, 错误;

B 中, 随机事件的概率 p 取值范围为: $0 < p < 1$, 错误;

C 中, 可能性很小的事件, 是有可能发生的, 正确;

D 中, 不可能事件一定不发生, 错误

故选: C

【点睛】本题考查事件的可能性, 注意, 任何事件的概率 P 一定在 0 至 1 之间.

3. 下列方程中, 有实数解的是 ()

A. $\frac{2}{x^2} + 3 = 0$

B. $\frac{3}{x-3} = \frac{x}{x-3}$

C. $\sqrt{x-1} = 3$

D. $x^2 - 3x + 5 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】解方程，验证是否有实数满足等式关系；

【详解】A 选项： $\frac{2}{x^2} > 0$ ，故方程没有实数解；

B 选项：方程两边同时乘以 $x-3$ ，得到 $x=3$ ，经检验， $x=3$ 不是方程的根；

C 选项： $x-1=9$ ， $x=10$ ，有实数解；

D 选项： $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -11 < 0$ ，无实数解。

故选：C。

【点睛】本题考查方程解得判断，分式方程通分后要验证根，二次方程可由根的判别式。

4. 下列命题中，假命题是（ ）

A. 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形

B. 两条对角线互相垂直的平行四边形是菱形

C. 两条对角线相等的平行四边形是矩形

D. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是正方形

【答案】D

【解析】

【分析】利用平行四边形及特殊的平行四边形的性质分别判断后即可确定正确的选项。

【详解】解：A、对角线互相平分的四边形是平行四边形，正确，是真命题，不符合题意；

B、对角线互相垂直的平行四边形是菱形，正确，是真命题，不符合题意；

C、对角线相等的平行四边形是矩形，正确，是真命题，不符合题意；

D、对角线互相垂直平分且相等的四边形是正方形，不正确，是假命题，符合题意，

故选 D。

【点睛】考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平行四边形及特殊的平行四边形的性质，难度不大。

5. 如果 $\overrightarrow{AB}$ 是非零向量，那么下列等式中正确的是（ ）。

A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}|$

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = 0$

D. $|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BA}| = 0$

【答案】A

【解析】

【分析】根据向量的线性运算法则逐项判断即可。

【详解】 $\because \overrightarrow{AB}$ 为非零向量,

$\therefore |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}|$, 故 A 正确;

$\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BA}$ 为相反向量, 故 B 错误;

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \mathbf{0}$, 故 C 错误;

$\because \overrightarrow{AB}$ 为非零向量,

$\therefore |\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BA}| \neq 0$, 故 D 错误;

故选 A.

【点睛】本题考查向量的线性运算. 掌握向量的线性运算是解题关键.

6. 我们把梯形下底与上底的差叫做梯形的底差, 梯形的高与中位线的比值叫做梯形的纵横比. 如果一个腰长为 5 的等腰梯形, 底差等于 6, 面积为 24, 那么这个等腰梯形的纵横比等于 ()

A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{5}{6}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{3}{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】作 $AE \perp BC$ 于 E , $DF \perp BC$ 于 F , 根据 $BC - AD = 6$ 求出 $BE = CF = 3$, 利用勾股定理求出高 AE 的长, 利用梯形面积公式求出 AD 的长, 由此得到梯形中位线的长, 即可得到答案.

【详解】解: 如图, 由题意得: $AB = CD = 5$, $BC - AD = 6$,

作 $AE \perp BC$ 于 E , $DF \perp BC$ 于 F ,

$$\therefore BE = CF = 3,$$

$$\therefore AE = DF = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore \text{梯形面积 } S = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot AE = \frac{1}{2} \times (AD + AD + 6) \times 4 = 24,$$

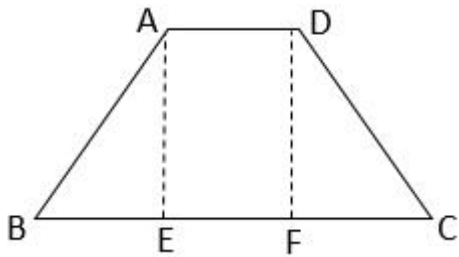
$$\therefore AD = 3,$$

$$\therefore BC = 9,$$

$$\therefore \text{梯形的中位线} = \frac{AD + BC}{2} = \frac{3 + 9}{2} = 6,$$

$$\therefore \text{这个等腰梯形的纵横比} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3},$$

故选: C.



【点睛】此题考查勾股定理，梯形面积公式及中位线公式，正确理解题意确定各线之间的数量及关系是解题的关键.

二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. 已知直线 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = x + 3$, 且在 y 轴上的截距是-1, 那么这条直线的表达式_____.

【答案】 $y = x - 1$

【解析】

【分析】直线 $y = kx + b$, k 表示倾斜程度, b 表示 y 轴上的截距; 两直线平行, 即倾斜程度一样;

【详解】解: 因为直线 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = x + 3$, 且在 y 轴上的截距是-1,

所以 $k = 1$, $b = -1$, 所以直线表达式为 $y = x - 1$.

故答案为: $y = x - 1$.

【点睛】此题考查直线 $y = kx + b$ 的系数 k , b 的性质, 熟记性质是解题关键.

8. 已知 $y = m x^{m^2 - 2m + 1} + 1$ 是一次函数, 则 $m =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】利用一次函数定义可得 $m^2 - 2m + 1 = 1$, 且 $m \neq 0$, 进而可得 m 的值.

【详解】解: 由题意得: $m^2 - 2m + 1 = 1$, 且 $m \neq 0$,

解得: $m = 2$,

故答案为: 2.

【点睛】本题主要考查的是一元二次方程的求解, 一次函数的定义, 系数不为 0 是本题的易错点.

9. 解关于 x 的方程 $ax = 2 + x (a \neq 1)$, 则方程的解是_____.

【答案】 $x = \frac{2}{a - 1}$

【解析】

【分析】依据等式的基本性质依次移项、合并同类项、系数化为 1 即可得出答案.

【详解】解: 方程移项得: $ax - x = 2$,

合并得: $(a-1)x=2$,

$\because a \neq 1$,

$\therefore a-1 \neq 0$,

解得: $x = \frac{2}{a-1}$.

故答案为: $x = \frac{2}{a-1}$.

【点睛】 本题主要考查解一元一次方程的能力, 熟练掌握等式的基本性质及解一元一次方程的基本步骤是解题的关键.

10. 无理方程 $\sqrt{2x+3} = -x$ 的实数解是_____.

【答案】 -1.

【解析】

【分析】 化为有理方程, 再解出有理方程, 最后检验即可得答案.

【详解】 解: 将 $\sqrt{2x+3} = -x$ 两边平方得: $2x+3=x^2$,

整理得 $x^2-2x-3=0$,

解得 $x_1=3$, $x_2=-1$,

当 $x_1=3$, 左边 $=\sqrt{2 \times 3+3}=3$, 右边 $=-3$,

$\therefore$ 左边 $\neq$ 右边,

$\therefore x_1=3$ 不是原方程的解, 舍去,

当 $x_2=-1$ 时, 左边 $=\sqrt{-1 \times 2+3}=1$, 右边 $=1$,

$\therefore$ 左边 $=$ 右边,

$\therefore x_2=-1$ 是原方程的解,

$\therefore x=-1$,

故答案为: -1.

【点睛】 本题考查解无理方程, 利用两边平方将无理方程化为有理方程是解题的关键.

11. 关于 x 的方程 $\frac{1}{3}x^5 + 81 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = -3$

【解析】

【分析】 先移项, 系数化 1, 利用开方求出方程的根即可.

【详解】解：移项得： $\frac{1}{3}x^5 = -81$,

系数化1： $x^5 = -81 \times 3$ 即 $x^5 = (-3)^5$,

开5次方得 $x = -3$.

【点睛】本题考查高次方程的解法，开方法，掌握解方程的方法与步骤，理解开平方，开立方解方程的方法，探索高次方程的解法是解题根据.

12. 用换元法解分式方程 $\frac{x+1}{x} - \frac{2x}{x+1} = 1$ 时，如果设 $\frac{x}{x+1} = y$ ，那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $2y^2 + y = 1$

【解析】

【分析】根据换元法，可得答案.

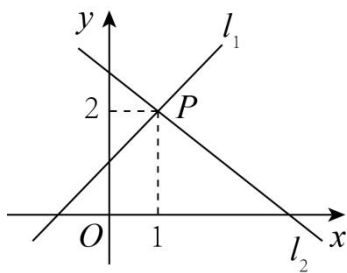
【详解】解：根据题意得： $\frac{1}{y} - 2y = 1$,

去分母得： $2y^2 + y = 1$.

故答案为： $2y^2 + y = 1$.

【点睛】本题考查了解分式方程，利用换元法是解题关键.

13. 如图，直线 $l_1: y = x + 1$ 与直线 $l_2: y = mx + n$ 相交于点 $P(1, 2)$ ，则关于 x 的不等式 $x + 1 > mx + n$ 的解集为_____.



【答案】 $x > 1$

【解析】

【分析】结合函数图象，写出直线 l_1 在直线 l_2 上方所对应的自变量的范围即可.

【详解】解： $\because$ 直线 $l_1: y = x + 1$ 与直线 $l_2: y = mx + n$ 相交于点 $P(1, 2)$,

$\therefore$ 当 $x > 1$ 时， $x + 1 > mx + n$,

即关于 x 的不等式 $x + 1 > mx + n$ 的解集为 $x > 1$.

故答案为： $x > 1$.

【点睛】 本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

14. 正多边形的一个外角是 72° ，则这个多边形的内角和的度数是_____.

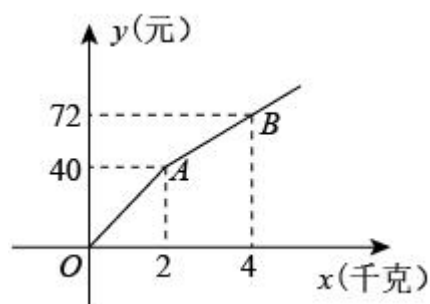
【答案】 540° ##540 度

【解析】

【详解】 根据多边形的外角和为 360° ，因此可以求出多边形的边数为 $360^\circ \div 72^\circ = 5$ ，
根据多边形的内角和公式 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，
可得 $(5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$.

【点睛】 考查了多边形内角与外角，根据外角和的大小与多边形的边数无关，由外角和求正多边形的边数，是常见的题目，需要熟练掌握.

15. 若购买荔枝所付金额 y (元)与购买数量 x (千克)之间的函数图像如图所示，则购买 3 千克荔枝需要付_____元.



【答案】 56

【解析】

【分析】 根据图像可得购买 3kg 荔枝需要付的钱即为当 $x=3$ 时， y 所对应的值，即求出 AB 段的函数解析式，将 $x=3$ 代入即可.

【详解】 解：设直线 AB 的解析式为： $y = kx + b$ ，

由图像可知：
$$\begin{cases} 2k + b = 40 \\ 4k + b = 72 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = 16 \\ b = 8 \end{cases}$$

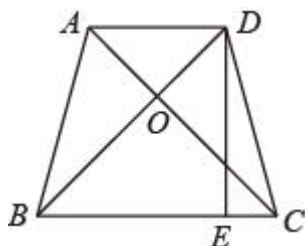
$$\therefore y = 16x + 8,$$

当 $x=3$ 时, $y=16 \times 3+8=56$,

故答案为: 56.

【点睛】 本题考查了一次函数中利用图像解决实际问题, 掌握用待定系数法求函数解析式是解题的关键.

16. 如图, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=CD$, 对角线 $AC \perp BD$, 如果高 $DE=8\text{cm}$, 那么等腰梯形 $ABCD$ 的中位线的长为_____ cm .



【答案】 8

【解析】

【分析】 过点 D 作 $DF \parallel AC$, 交 BC 延长线于 F , 根据等腰梯形的性质证得 $AC=BD$, $AD \parallel BC$, 由此得到四边形 $ACFD$ 是平行四边形, 再推出 $\triangle BDF$ 是等腰直角三角形, 根据等腰直角三角形斜边中线的性质推出

$DE = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}(BC + CF)$, 由此得到答案.

【详解】 解: 过点 D 作 $DF \parallel AC$, 交 BC 延长线于 F ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$\therefore AC=BD$, $AD \parallel BC$,

$\because DF \parallel AC$,

$\therefore$ 四边形 $ACFD$ 是平行四边形,

$\therefore AC=DF$, $AD=CF$,

$\therefore BD=DF$,

$\because AC \perp BD$,

$\therefore DF \perp BD$,

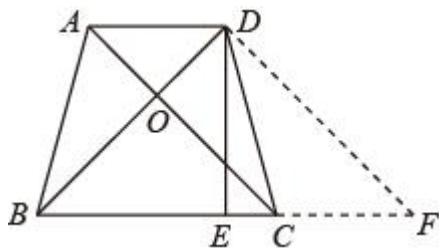
$\therefore \triangle BDF$ 是等腰直角三角形,

$\because DE \perp BF$,

$\therefore DE = \frac{1}{2}BF = \frac{1}{2}(BC + CF)$

$\therefore \frac{1}{2}(BC + AD) = 8$, 即梯形的中位线是 8cm ,

故答案为: 8.



【点睛】此题考查等腰梯形的性质，平行四边形的判定及性质，等腰直角三角形斜边中线的性质，正确引出辅助线是解题的关键.

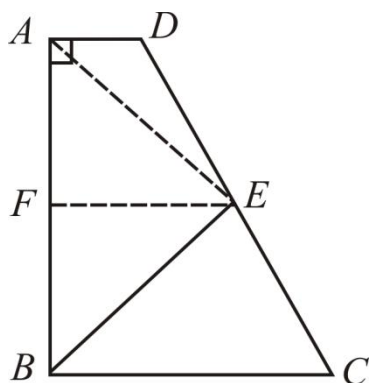
17. 直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, E 点是 CD 边上的中点, 且满足 $AB = AD + BC$, $BE = 3$, 则梯形的面积为_____.

【答案】9

【解析】

【分析】连接 AE , 过 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AB 于点 F , 先证明 $EF = \frac{1}{2}(AD + BC)$, 由垂直平分线的性质, 得到 $AE = BE = 3$, 然后由勾股定理求出 $AB = 3\sqrt{2}$, 再求出梯形的面积即可.

【详解】解: 连接 AE , 过 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AB 于点 F ,



$\because E$ 为 CD 的中点,

$\therefore$ 点 F 是 AB 的中点, EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线,

故 $EF = \frac{1}{2}(AD + BC)$,

又 $\because BC \perp AB$,

$\therefore EF$ 是 AB 的垂直平分线, 根据垂直平分线的性质得: $AE = BE = 3$,

$\because AB = AD + BC$, $EF = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2}AB$,

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰直角三角形.

由勾股定理得: $AB = \sqrt{AE^2 + BE^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$,

即 $AD + BC = 3\sqrt{2}$,

$$S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot AB = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot (AD + BC) = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 9.$$

【点睛】 本题考查了垂直平分线的判定和性质，勾股定理，等腰三角形的性质，解题的关键是正确的作出辅助线，从而进行解题.

18. 将矩形 $ABCD$ 折叠，使得对角线的两个端点 A 、 C 重合，折痕所在直线交射线 AB 于点 E ，如果 $AB = 4$ ， $BE = 1$ ，那么 BC 的长是_____.

【答案】 $2\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{6}$ 或 $2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 分类讨论：当点 E 在 AB 上时，连接 CE ，根据折叠性质得 $EC = EA = 3$ ，再由勾股定理求出 BC ；当点 E 在 BC 上时，连接 CE ，由折叠得 $EC = EA = 5$ ，再由勾股定理求 BC ；

【详解】 当点 E 在线段 AB 上，如图 1，连接 CE ，

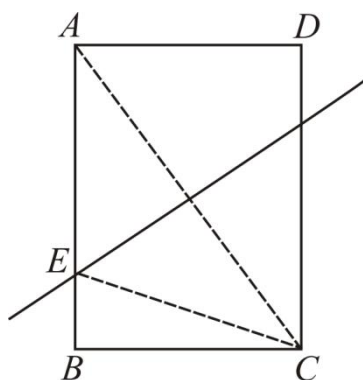


图1

$\because AB = 4$ ， $BE = 1$ ， $\therefore AE = 3$ ，

$\because$ 将矩形 $ABCD$ 折叠，使得对角线的两个端点 A ， C 重合，

$\therefore AE = CE = 3$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $BC = \sqrt{CE^2 - BE^2} = \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ ；

当点 E 在线段 AB 的延长线上，如图 2，连接 CE ，

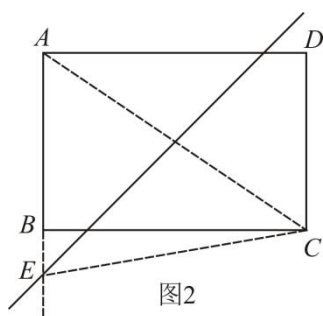


图2

$\because AB = 4$ ， $BE = 1$ ， $\therefore AE = 5$ ，

$\because$ 将矩形 $ABCD$ 折叠，使得对角线的两个端点 A ， C 重合，

$\therefore AE = CE = 5$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $BC = \sqrt{CE^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 1^2} = 2\sqrt{6}$ ，

故: BC 的长为 $2\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{6}$.

【点睛】 本题考查了折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称; 勾股定理, 分类讨论的思想, 找出折叠后哪两条边重合是做题的关键.

三、解答题 (第 19 题 7 分; 第 20~24 题, 每题 8 分; 第 25 题 9 分, 第 26 题 10 分, 第 27 题 12 分, 共 78 分)

19. 解方程: $2\sqrt{x+6}+2=x$.

【答案】 $x=10$

【解析】

【分析】 先移项, 再两边平方, 再整理为一元二次方程的一般形式, 解一元二次方程, 再检验即可.

【详解】 解: $2\sqrt{x+6}+2=x$,

移项得: $2\sqrt{x+6}=x-2$,

两边平方得: $4x+24=x^2-4x+4$,

整理得: $x^2-8x-20=0$,

$\therefore (x+2)(x-10)=0$,

解得: $x_1=-2, x_2=10$,

经检验: $x=-2$ 是原方程的增根, $x=10$ 是方程的根,

$\therefore$ 方程的根为 $x=10$.

【点睛】 本题考查的是无理方程的解法, 掌握“解无理方程的方法与步骤”是解本题的关键, 易错点是不注意检验.

20. 解方程组
$$\begin{cases} x^2-4y^2=0 \\ x^2+6xy+9y^2=16 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x=\frac{8}{5} \\ y=\frac{4}{5} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-\frac{8}{5} \\ y=-\frac{4}{5} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-8 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=-4 \end{cases}.$$

【解析】

【分析】 由①可得 $x=2y$ 或 $-2y$, 由②可得 $x+3y=4$ ③或 $x+3y=-4$ ④, 然后分别把 $x=2y$, $x=-2y$ 代入③、④, 即可求解.

【详解】解：
$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \text{①} \\ x^2 + 6xy + 9y^2 = 16 \text{②} \end{cases},$$

由①得： $(x+2y)(x-2y)=0,$

$\therefore x+2y=0, \quad x-2y=0,$

$\therefore x=2y \text{ 或 } -2y,$

由②得： $(x+3y)^2=16,$

$\therefore x+3y=4 \text{③} \text{ 或 } x+3y=-4 \text{④},$

把 $x=2y$ 代入③得： $y=\frac{4}{5},$

$\therefore x=\frac{8}{5},$

把 $x=2y$ 代入④得： $y=-\frac{4}{5},$

$\therefore x=-\frac{8}{5},$

把 $x=-2y$ 代入③得： $y=4,$

$\therefore x=-8,$

把 $x=-2y$ 代入④得： $y=-4,$

$\therefore x=8,$

$\therefore$ 方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{8}{5} \\ y=\frac{4}{5} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-\frac{8}{5} \\ y=-\frac{4}{5} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-8 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=8 \\ y=-4 \end{cases}.$

【点睛】 本题考查了解高次方程组，能把高次方程组转化成二元一次方程组是解此题的关键.

21. 在 1 个不透明的口袋里，装有红、白、黄三种颜色的乒乓球（除颜色外，其余都相同），其中有白球 2 个，黄球 1 个，若从中任意摸出一个球，这个球是白色的概率为 0.5.

(1) 求口袋中红球的个数；

(2) 若摸到红球记 0 分，摸到白球记 1 分，摸到黄球记 2 分，甲从口袋中摸出一个球，不放回，再摸出一个，请用画树状图的方法求甲摸出两个球且得 2 分的概率.

【答案】 (1) 口袋中红球的个数是 1 个；

(2) $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】(1) 首先设口袋中红球的个数为 x ；然后由从中任意摸出一个球，这个球是白色的概率为 0.5，根据概率公式列方程即可求得口袋中红球的个数；

(2) 根据题意画树状图，可得共有 12 种等可能的情况，其中甲摸出两个球且得 2 分的情况有 4 种，然后根据概率公式可得答案.

【小问 1 详解】

解：设口袋中红球的个数为 x ，

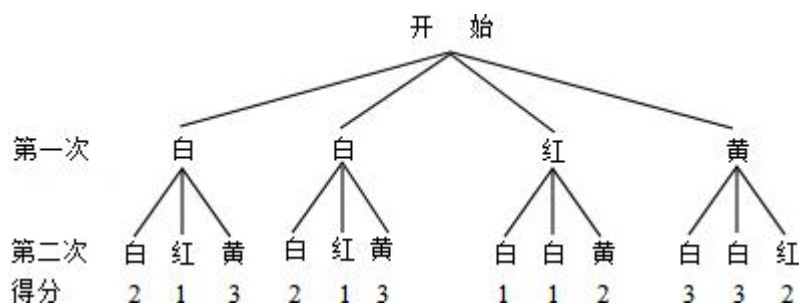
根据题意得： $\frac{2}{2+1+x} = 0.5$ ，

解得： $x = 1$ ，

$\therefore$ 口袋中红球的个数是 1 个；

【小问 2 详解】

画树状图得：



由树状图可知，共有 12 种等可能的情况，其中甲摸出两个球且得 2 分的情况有 4 种，

$\therefore$ 甲摸出两个球且得 2 分的概率为： $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

【点睛】此题考查的是概率公式的应用，用列表法或树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；解题时要注意是放回试验还是不放回试验. 用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

22. “新冠肺炎”疫情期间，口罩是非常重要的防疫物资. 某工厂接到了生产 3000 箱口罩的任务，为了尽快完成生产任务，工厂紧急增加生产线，实际每天可多生产 50 箱，这样就可比原计划提前 10 天完成任务，求原计划每天生产多少箱口罩？

【答案】原计划每天生产 100 箱口罩.

【解析】

【分析】设原计划每天生产 x 箱口罩，则实际每天生产 $(x+50)$ 箱口罩，根据工作时间 = 工作总量 ÷ 工作效

率，结合实际比原计划提前 10 天完成任务，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

【详解】解：设原计划每天生产 x 箱口罩，则实际每天生产 $(x+50)$ 箱口罩，

依题意得，
$$\frac{3000}{x} - \frac{3000}{x+50} = 10,$$

整理得：
$$x^2 + 50x - 1500 = 0,$$

解得：
$$x_1 = 100, \quad x_2 = -150,$$

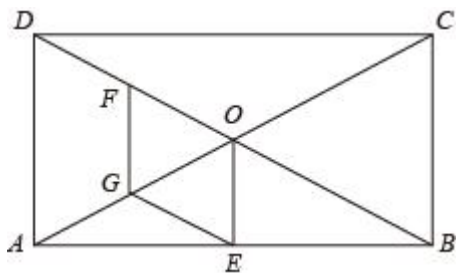
经检验， $x_1 = 100$ ， $x_2 = -150$ 都是原方程的解，

但 $x_2 = -150$ 不符合题意，舍去.

答：原计划每天生产 100 箱口罩.

【点睛】本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

23. 如图，已知矩形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ，点 E 、 F 和 G 分别平分线段 AB 、 OD 和 OA .



(1) 求证：四边形 $OFGE$ 是平行四边形.

(2) 猜想：当 $\angle ABD = \underline{\quad\quad}$ ° 时四边形 $OFGE$ 是菱形，并证明.

【答案】(1) 见解析 (2) 30，证明见解析

【解析】

【分析】(1) 通过“点 E 、 F 和 G 分别平分线段 AB 、 OD 和 OA ”得到 OE 、 FG 分别为 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADO$ 的中位线，再由中位线的性质可以证明 $OE \parallel FG$ 且 $OE = FG$ ，即可证明四边形 $OFGE$ 是平行四边形.

(2) 根据“邻边相等的平行四边形是菱形”得到 $OF = FG$ 时四边形 $OFGE$ 是菱形，从而得到 $\triangle OAD$ 为等边三角形，推出 $\angle ABD = 30^\circ$.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 矩形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ,

$$\therefore OD = OB = OA,$$

又 $\because$ 点 E 、 F 和 G 分别平分线段 AB 、 OD 和 OA ,

$\therefore OE$ 为 $\triangle ABD$ 的中位线， FG 为 $\triangle AOD$ 的中位线，

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AD, \quad OE \parallel AD, \quad FG \parallel AD, \quad FG = \frac{1}{2}AD,$$

$\therefore OE \parallel FG, OE = FG,$

$\therefore$ 四边形 $OFGE$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 知, 四边形 $OFGE$ 是平行四边形

当四边形 $OFGE$ 是菱形时, 则 $OF = FG$

$\therefore OD = AD,$

$\therefore \triangle AOD$ 为等边三角形,

$\therefore \angle ADB = 60^\circ,$

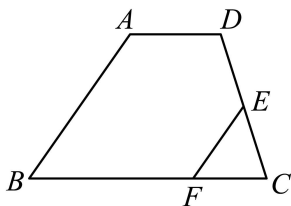
$\therefore \angle ABD = 30^\circ,$

$\therefore$ 当 $\angle ABD = 30^\circ$ 时, 四边形 $OFGE$ 是菱形.

故答案为: 30

【点睛】 本题考查了三角形的中位线、矩形的性质、平行四边形的判定、菱形的判定与性质, 掌握矩形的性质、平行四边形的判定、菱形的性质与判定是解题关键.

24. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 是 CD 的中点, $EF \parallel BA$, 交 BC 于点 F , 求证: $BF = \frac{1}{2} (AD + BC)$ (括号里只需写本学期所学的定理).



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 在 BF 上取 $FG = FC$, 连接 DG , 根据中位线定理得到 $EF \parallel DG$, 且 $EF = \frac{1}{2} DG$, 再证明四边形 $ABGD$ 是平行四边形, 得到 $AD = BG$, 根据线段的关系可得结论.

【详解】 解: 证明: 在 BF 上取 $FG = FC$, 连接 DG ,

$\because E$ 为 CD 中点, $FG = FC$, (已知)

$\therefore EF$ 为 $\triangle CDG$ 的中位线, (中位线的定义)

$\therefore EF \parallel DG$, 且 $EF = \frac{1}{2} DG$, (三角形的中位线平行于第三边且等于第三边的一半)

又 $\because EF \parallel AB$, (已知)

$\therefore AB \parallel DG$, (平行于同一条直线的两直线平行)

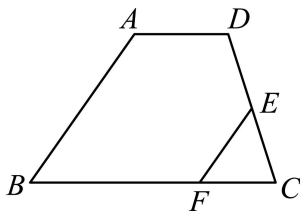
又 $\because AD \parallel BC$, (已知)

∴ 四边形 $ABGD$ 是平行四边形, (两组对边分别平行的四边形是平行四边形)

∴ $AD=BG$, (平行四边形对边相等)

∴ $AD+BC=BG+BG+FG+FC=2BF$, (等量代换)

∴ $BF=\frac{1}{2}(AD+BC)$. (等式的性质)



【点睛】 本题考查平行四边形的判定和性质, 三角形中位线定理, 梯形的性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造特殊四边形解决问题, 属于中考常考题型.

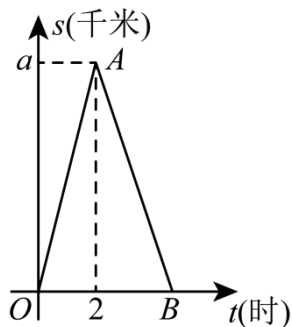
25. 某单位举行“健康人生”徒步走活动, 某人从起点体育村沿建设路到市生态园, 再沿原路返回, 设此人离开起点的路程 s (千米) 与徒步时间 t (小时) 之间的函数关系如图所示, 其中从起点到市生态园的平均速度是 4 千米/小时, 用 2 小时, 根据图象提供信息, 解答下列问题.

(1) 求图中的 a 值.

(2) 若在距离起点 5 千米处有一个地点 C , 此人从第一次经过点 C 到第二次经过点 C , 所用时间为 1.75 小时.

①求 AB 所在直线的函数解析式;

②请你直接回答, 此人走完全程所用的时间.



【答案】 (1) $a=8$; (2) ① $s=-3t+14$; ② $t=\frac{14}{3}$.

【解析】

【分析】 (1) 根据路程=速度 $\times$ 时间即可求出 a 值;

(2) ①根据速度=路程 $\div$ 时间求出此人返回时的速度, 再根据路程=8-返回时的速度 $\times$ 时间即可得出 AB 所在直线的函数解析式;

②令①中的函数关系式中 $s=0$, 求出 t 值即可.

【详解】 (1) $a=4\times 2=8$.

(2) ①此人返回的速度为 $(8-5) \div (1.75 - \frac{8-5}{4}) = 3$ (千米/小时),

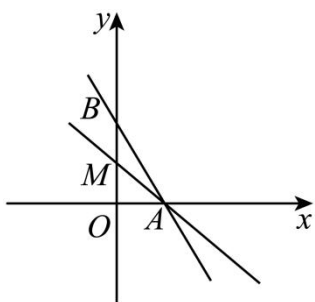
AB 所在直线的函数解析式为 $s=8-3(t-2)=-3t+14$.

②当 $s=-3t+14=0$ 时, $t=\frac{14}{3}$.

答: 此人走完全程所用的时间为 $\frac{14}{3}$ 小时.

【点睛】 本题考查了一次函数的应用, 解题的关键是: (1) 根据路程=速度 $\times$ 时间求出 a 值; (2) ①根据路程=8-返回时的速度 $\times$ 时间列出 s 与 t 之间的函数解析式; ②令 $s=0$ 求出 t 值.

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 函数 $y=-2x+8$ 的图象分别交 x 轴, y 轴于 A 、 B 两点, 过点 A 的直线交 y 轴正半轴于点 M , 且点 M 为线段 OB 的中点.



(1) 求直线 AM 的解析式.

(2) 试在直线 AM 上找一点 P , 使得 $S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOB}$, 请求出点 P 的坐标.

【答案】 (1) 直线 AM 的解析式为 $y=-x+4$;

(2) 点 P 的坐标为 $P_1(-4, 8)$ 或 $P_2(12, -8)$;

【解析】

【分析】 (1) 先根据 $y=-2x+8$ 求出 A 、 B 两点坐标, 从而求出点 M , 用待定系数法求解即可;

(2) 过点 O 作直线 $l_1 \parallel AB$, P_1 为 l_1 与 AM 的交点, 可得 $-2x = -x + 4$; 根据题意把 l_1 沿 y 轴向上平移 8 个单位长度得到直线 AB , 直线 AB 沿 y 轴向上平移 8 个单位长度得到直线 l_2 , 联立方程即可求出坐标.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 函数 $y=-2x+8$ 的图象分别交 x 轴, y 轴于 A 、 B 两点,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, $y=8$, 当 $y=0$ 时, $x=4$,

$\therefore A(4, 0)$, $B(0, 8)$,

$\because$ 点 M 为线段 OB 的中点,

$$\therefore M(0,4),$$

设直线 AM 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{把 } A(4,0), M(0,4) \text{ 代入得: } \begin{cases} 4k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AM \text{ 的解析式为 } y = -x + 4;$$

【小问 2 详解】

解: 过点 O 作直线 $l_1 \parallel AB$, P_1 为 l_1 与 AM 的交点, 如图所示,

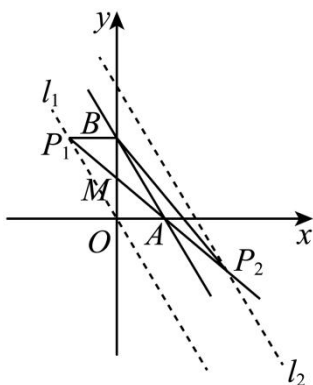


图1

$$\text{此时 } S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOB},$$

$$\therefore \text{直线 } AB: y = -2x + 8,$$

$$\therefore \text{直线 } l_1: y = -2x,$$

由 (1) 得: 直线 AM 的解析式为 $y = -x + 4$,

$$\therefore -2x = -x + 4, \text{ 解得: } x = -4,$$

$$\therefore y = -2x = -2 \times (-4) = 8,$$

$$\therefore P_1(-4,8);$$

根据题意把 l_1 沿 y 轴向上平移 8 个单位长度得到直线 AB , 直线 AB 沿 y 轴向上平移 8 个单位长度得到直线

$$l_2,$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的解析式为: } y = -2x + 16,$$

作 l_2 与 AM 交与 P_2 ,

$$\text{此时 } S_{\triangle ABP} = S_{\triangle AOB},$$

$$\therefore -2x+16=-x+4, \text{ 解得: } x=12,$$

$$\therefore y=-2x+16=-8,$$

$$\therefore P_2(12,-8),$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $P_1(-4,8)$ 或 $P_2(12,-8)$;

【点睛】 本题考查了一次函数综合题, 涉及到待定系数法求解析式, 注意“数形结合”数学思想的应用.

27. 如图, 已知直角梯形 $ABCD$, $AD \parallel BC, \angle DCB = 90^\circ$, 过点 A 作 $AH \perp BC$, 垂足为点 H , $CD = 4, BH = 2$, 点 F 是 CD 边上的一动点, 过 F 作线段 AB 的垂直平分线, 交 AB 于点 E , 并交射线 BC 于点 G .

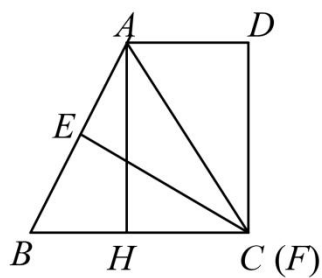
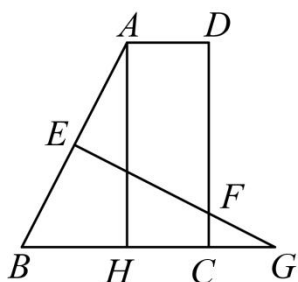


图 1

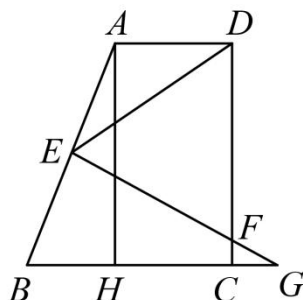


图 2

- (1) 如图 1, 当点 F 与点 C 重合时, 求 BC 的长;
- (2) 设 $AD = x, DF = y$, 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出定义域.
- (3) 如图 2, 联结 DE , 当 DEF 是等腰三角形时, 求 AD 的长.

【答案】 (1) 5 (2) $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, 0 \leq x \leq 3$

(3) $AD = 3$ 或 $AD = \sqrt{5}$ 或 $AD = \frac{5}{3}$.

【解析】

【分析】 (1) 根据垂直平分线的性质得到 $AC = BC = BH + HC = 2 + AD$; 再根据勾股定理建立方程得到 $(2 + AD)^2 = AD^2 + 4$, 解方程求出 AD , 即可求得 BC ;

(2) 连接 AF, BF , 得到 $AF = BF$, 根据勾股定理得, $AD^2 + DF^2 = BC^2 + CF^2$, 即可得到 y 与 x 的函数关系式, 再根据 $0 \leq CG \leq HG$ 即可求出定义域;

(3) 分别根据 $DE = EF$, $EF = DF$ 和 $DE = DF$ 两种情况展开讨论, 当 $DE = EF$ 时, 得到 $EM = AD + 1 = x + 1$, 再根据 $BF^2 = FC^2 + BC^2$, $BF^2 = BE^2 + EF^2$ 建立方程, 结合 (2) 的结论建立方程组, 解方程组即可得到答案; 当 $EF = DF$ 时, $BF^2 = FC^2 + BC^2, DF = y$ 建立方程, 解方程即可求得

答案: 当 $DE = DF$ 时, 过点 E 作 $EM \perp AH$, 垂足为 M , 作 $EN \perp AD$, 垂足为 N , 根据 $ED^2 = NE^2 + ND^2$ 和 $DE = DF = y$ 建立方程, 结合 (2) 的结论建立方程组, 解方程组即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: $\because AD \parallel BC, \angle DCB = 90^\circ, AH \perp BC$

$\therefore$ 四边形 $AHCD$ 是矩形,

$\therefore AH = CD = 4,$

$\because EF$ 垂直平分 AB ,

$\therefore AC = BC = BH + HC = 2 + AD,$

$\because AC^2 = AD^2 + DC^2,$

$\therefore (2 + AD)^2 = AD^2 + 16,$

解方程得 $AD = 3,$

$\therefore AC = BC = 2 + AD = 5,$

$\therefore BC = 5;$

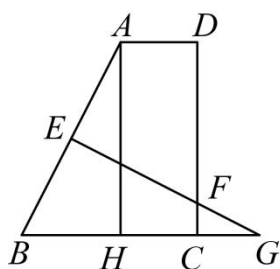


图 1

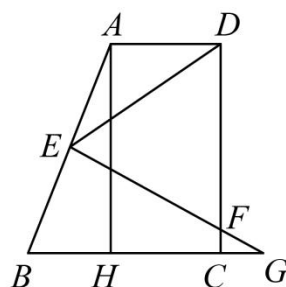
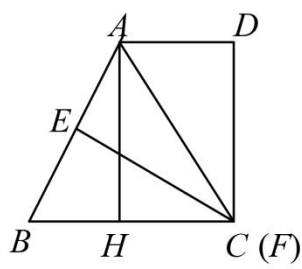
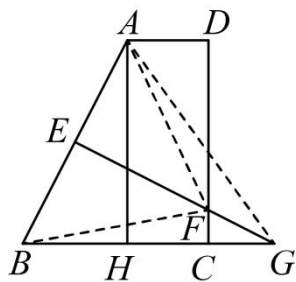


图 2

【小问 2 详解】

解: 如下图所示, 连接 AF , BF , AG ,



$\because EF$ 垂直平分 AB ,

$\therefore AF = BF, BG = AG$

$\because AG^2 = AH^2 + GH^2, AG = BG = BH + HG = 2 + HG,$

$\therefore (2 + HG)^2 = 16 + GH^2,$

解得 $GH = 3$,

$$\therefore BG = 5,$$

$$\therefore HC = AD = x$$

$$\therefore CG = BG - BH - HC = 5 - 2 - x = 3 - x,$$

$$\therefore AF^2 = AD^2 + DF^2, \quad BF^2 = BC^2 + CF^2, \quad CF = 4 - y$$

$$\therefore AD^2 + DF^2 = BC^2 + CF^2,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (2 + x)^2 + (4 - y)^2,$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 4 + 4x + x^2 + 16 - 8y + y^2,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2},$$

$$\therefore 0 \leq CG \leq HG, \quad HG = BG - BH = 3$$

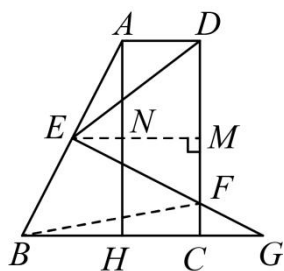
$$\therefore 0 \leq 3 - x \leq 3,$$

$$\therefore 0 \leq x \leq 3,$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, \quad 0 \leq x \leq 3;$$

【小问3 详解】

解：当 $DE = EF$ 时，如下图所示，过点 D 作 $DM \perp DC$ ，垂足为 M ， EM 交 AH 于点 N ，连接 BF ，设 $AD = x, DF = y$ ，



$$\therefore DE = EF, \quad DM \perp DC,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 是 } DF \text{ 的中点, } EM \parallel AD,$$

$$\therefore \text{四边形 } ANMD \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 是 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore EN = \frac{1}{2}BH, \quad NM = AD,$$

$$\therefore EM = AD + 1 = x + 1,$$

$$\therefore BF^2 = FC^2 + BC^2, BF^2 = BE^2 + EF^2,$$

$$\therefore FC^2 + BC^2 = BE^2 + EF^2,$$

$$\therefore EF^2 = FC^2 + BC^2 - BE^2 = (4-y)^2 + (x+2)^2 - 5,$$

$$\because EF^2 = MF^2 + EM^2 = \frac{y^2}{4} + (x+1)^2,$$

$$\therefore (4-y)^2 + (x+2)^2 - 5 = \frac{y^2}{4} + (x+1)^2,$$

$$\therefore 3y^2 - 32y + 8x + 56 = 0$$

根据 (2) 得 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$, 得到 $x = 2y - 5$,

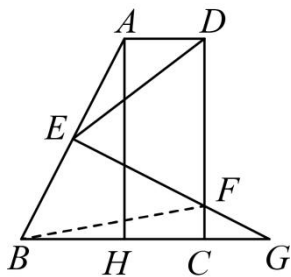
$$\therefore 3y^2 - 16y + 16 = 0,$$

解方程得 $y = \frac{4}{3}$, 或 $y = 4$,

$$\therefore x = -\frac{7}{3} \text{ (舍去)}, \text{ 或 } x = 3$$

$$\therefore AD = 3;$$

当 $EF = DF$ 时, 如下图所示, 连接 BF ,



$$\therefore EF^2 = FC^2 + BC^2 - BE^2 = (4-y)^2 + (x+2)^2 - 5,$$

$$\therefore (4-y)^2 + (x+2)^2 - 5 = y^2,$$

$$\therefore x^2 + 4x - 8y + 15 = 0,$$

$$\because y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2},$$

$$\therefore x^2 + 4x - 8\left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}\right) + 15 = 0,$$

解方程得 $x = -\sqrt{5}$ (舍去), 或 $x = \sqrt{5}$,

$$\therefore AD = \sqrt{5},$$

当 $DE = DF$ 时, 如下图所示, 过点 E 作 $EM \perp AH$, 垂足为 M , 作 $EN \perp AD$, 垂足为 N ,

