

罗南中学 2022 学年第二学期八年级第一次学业评价

数学试卷

一、填空题 (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

1. 直线 $y = 2x - 3$ 在 y 轴上的截距为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 当 $x = 0$ 时, 进行计算即可得.

【详解】 解: 当 $x = 0$ 时, $y = -3$,

则直线 $y = 2x - 3$ 在 y 轴上的截距为 -3 ,

故答案为: -3 .

【点睛】 本题考查了一次函数图像与 x 轴、 y 轴交点, 解题的关键是掌握一次函数的性质.

2. 一次函数 $y = (1 - 2k)x + 3$, y 随 x 增大而减小, 则 k _____.

【答案】 $> \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 直接利用一次函数的增减性解答即可.

【详解】 解: 对于一次函数 $y = (1 - 2k)x + 3$,

$\because y$ 随 x 增大而减小,

$\therefore 1 - 2k < 0$,

解得 $k > \frac{1}{2}$,

故答案是: $> \frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的增减性: 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

3. 已知直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 平行, 且经过点 $(0, 3)$, 那么该直线的表达式是_____.

【答案】 $y = \frac{1}{2}x + 3$.

【解析】

【分析】 由两直线平行可得出 $k = \frac{1}{2}$, 根据直线上一点的坐标利用一次函数图象上点的坐标特征即可求出 b

值，此题得解.

【详解】 $\because$ 直线 $y=kx+b$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x-1$ 平行,

$$\therefore k=\frac{1}{2}, b\neq-1.$$

$\because$ 直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 过点 $(0, 3)$,

$$\therefore b=3.$$

故答案为 $y=\frac{1}{2}x+3$.

【点睛】本题考查了两条直线相交或平行问题以及一次函数图象上点的坐标特征，由两直线平行找出 $k=\frac{1}{2}$ 、 $b\neq-1$ 是解题的关键.

4. 直线 $y=3x-2$ 向上平移 5 个单位后的直线解析式是_____.

【答案】 $y=3x+3$

【解析】

【分析】根据一次函数平移的性质进行求解即可.

【详解】解：由题意知直线 $y=3x-2$ 向上平移 5 个单位后的直线解析式为 $y=3x-2+5=3x+3$,

故答案为： $y=3x+3$.

【点睛】本题考查了一次函数平移的性质. 熟练掌握一次函数平移的性质是解题的关键.

5. 已知函数 $y=(k-1)x^{|k|}+3$ 是一次函数，则 $k=$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】根据一次函数的定义可得 $k-1\neq 0$ ， $|k|=1$ ，然后计算求解即可.

【详解】解：由题意得， $k-1\neq 0$ ， $|k|=1$ ，

解得 $k=-1$ ，

故答案为： -1 .

【点睛】本题考查了一次函数的定义. 解题的关键在于根据一次函数的定义列等式和不等式.

6. 点 $P_1(x_1, y_1)$ ，点 $P_2(x_2, y_2)$ 是一次函数 $y=-4x+3$ 图象上的两个点，且 $x_1 < x_2$ ，则 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”或“ $<$ ”).

【答案】 $>$

【解析】

【分析】根据一次函数 $k < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小进行判断即可.

【详解】解： $\because k = -4 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\because x_1 < x_2$,

$\therefore y_1 > y_2$,

故答案为： $>$.

【点睛】 本题考查了一次函数的性质. 解题的关键在于明确一次函数，当 $k < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小.

7. 如果一次函数 $y = kx + k - 1$ 的图像不经过第二象限，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $0 < k \leq 1$

【解析】

【分析】 根据一次函数图像的性质列出关于 b 的不等式组求解即可.

【详解】 解： 一次函数 $y = kx + k - 1$ 的图像不经过第二象限

则 $\begin{cases} k > 0 \\ k - 1 \leq 0 \end{cases}$, 解得： $0 < k \leq 1$.

故答案为 $0 < k \leq 1$.

【点睛】 本题主要考查一次函数的图像的性质，根据一次函数图像的性质列出关于 b 的不等式组是解题的关键.

8. 已知直线 $y = kx + 4$ ，该直线与两坐标轴围成的三角形面积为 8，那么 k 的值是_____.

【答案】 $k = \pm 1$

【解析】

【分析】 先用 k 表示出直线与坐标轴的交点，再根据三角形的面积公式求解即可.

【详解】 解： $\because$ 当 $x = 0$ 时， $y = 4$,

当 $y = 0$ 时， $x = -\frac{4}{k}$,

$\therefore$ 直线与 y 轴的交点分别为 $(0, 4)$ ，与 x 轴的交点分别为 $(-\frac{4}{k}, 0)$,

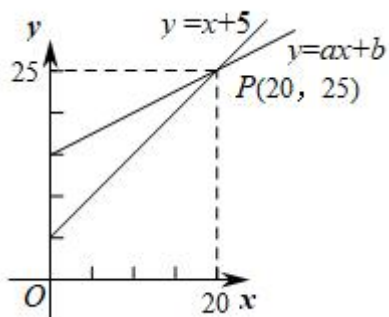
$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times |-\frac{4}{k}| = 8$,

解得， $k = \pm 1$,

故答案为： $k = \pm 1$.

【点睛】 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

9. 如图，直线 $y = x + 5$ 和直线 $y = ax + b$ 相交于点 P ，根据图象可知，关于 x 的方程 $x + 5 = ax + b$ 的解是_____.



【答案】 $x = 20$

【解析】

【分析】 根据图象解出方程，即可得到答案.

【详解】 解：根据题意，则

$\because$ 直线 $y = x + 5$ 与直线 $y = ax + b$ 交于点 $P(20, 25)$,

$\therefore$ 关于 x 的方程 $x + 5 = ax + b$ 的解是： $x = 20$,

故答案为： $x = 20$.

【点睛】 本题主要考查了函数解析式与图象的关系，理解满足解析式的点就在函数的图象上，在函数的图象上的点，就定满足函数解析式. 函数图象交点的横坐标为两函数解析式组成的方程的解是解题的关键.

10. 方程 $\frac{3}{2x-1} = \frac{2}{x}$ 的根是_____.

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 解分式方程即可.

【详解】 解： $\frac{3}{2x-1} = \frac{2}{x}$,

两边同时乘 $(2x-1)x$ 得， $3x = 2(2x-1)$,

去括号得， $3x = 4x - 2$,

移项合并得， $-x = -2$,

系数化为 1 得， $x = 2$,

经检验， $x = 2$ 是原分式方程的根.

故答案为: $x=2$.

【点睛】 本题考查了解分式方程. 解题的关键在于正确的运算.

11. 方程组
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = 1 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -2 \end{cases}$$
 的解是_____.

【答案】
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 设 $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{y} = b$, 将方程组变形后, 求出 a 与 b 的值, 即可确定出 x 与 y 的值.

【详解】 解: 设 $\frac{1}{x} = a$, $\frac{1}{y} = b$, 将方程组变形为
$$\begin{cases} a - 2b = 1 \\ a + b = -2 \end{cases}$$
,

解得
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$$
,

$$\therefore \frac{1}{x} = -1, \quad \frac{1}{y} = -1,$$

解得: $x = -1$, $y = -1$,

经检验: $x = -1$, $y = -1$ 满足题意,

$$\therefore \text{方程组的解为} \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases},$$

故答案为:
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

【点睛】 此题考查了解分式方程, 以及解二元一次方程组, 熟练掌握运算是解本题的关键.

12. 用换元法解方程 $\frac{x-1}{x^2} + \frac{2x^2}{x-1} = 3$ 时, 如果设 $y = \frac{x-1}{x^2}$, 那么原方程化成关于 y 的整式方程是_____

【答案】 $y^2 - 3y + 2 = 0$

【解析】

【分析】 将原方程左右两边同时乘以 $\frac{x-1}{x^2}$, 再将 $\frac{x-1}{x^2} = y$ 代入即可.

【详解】 解: $\because \frac{x-1}{x^2} + \frac{2x^2}{x-1} = 3$,

$$\therefore \frac{x-1}{x^2} \cdot \frac{x-1}{x^2} + 2 = 3 \times \frac{x-1}{x^2},$$

$$\text{设 } \frac{x-1}{x^2} = y,$$

则原方程可化成 $y^2 - 3y + 2 = 0$.

故答案为 $y^2 - 3y + 2 = 0$.

【点睛】 本题主要考查整体思想，解此题的关键在于根据题找到原方程与所求式子之间的关系.

13. 关于 x 的方程 $\frac{2x-a}{x+3} = 5$ 有增根，则 $a =$ _____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 分式方程去分母化为整式方程，根据分式方程有增根，得到 $x+3=0$ ，求出 x 的值，代入整式方程即可求出答案.

【详解】 解：两边同乘 $x+3$ 得： $2x-a = 5(x+3)$,

整理的： $2x-a = 5x+15$,

$$\text{解得： } x = -\frac{15+a}{3},$$

$\because$ 原方程有增根，

$$\therefore x+3=0,$$

$$\text{解得： } x = -3,$$

$$\therefore -\frac{15+a}{3} = -3,$$

$$\text{解得： } a = -6,$$

故答案为： -6 .

【点睛】 本题考查了分式方程的增根，增根问题可按以下步骤进行：让最简公分母为 0 确定增根，化分式方程为整式方程，将增根代入整式方程即可求出.

14. 如图 (1)，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 P 以每秒 1cm 的速度从点 A 出发，沿折线 $AC-CB$ 运动，到点 B 停止，过点 P 作 $PD \perp AB$ ，垂足为 D ， PD 的长 $y(\text{cm})$ 与点 P 的运动时间 $x(\text{s})$ 的函数图象如图 (2) 所示，当点 P 运动 5s 时， PD 的长是_____.

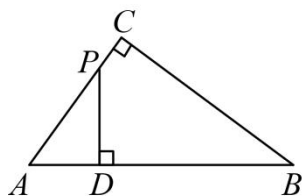


图 (1)

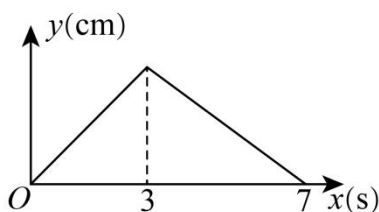


图 (2)

【答案】1.2cm

【解析】

【分析】根据图2可判断 $AC=3$, $BC=4$, 则可确定 $t=5$ 时 BP 的值, 利用 $\sin B$ 的值, 可求出 PD .

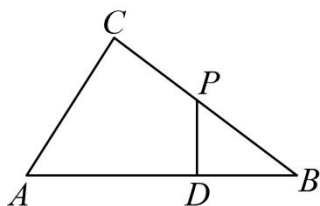
【详解】解: 由题图(2)可得 $AC=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $\therefore AB=\sqrt{3^2+4^2}=5\text{ cm}$.

当 $x=5$ 时, 点 P 在 BC 边上, $\therefore AC+CP=5\text{ cm}$,

$$\therefore BP=AC+BC-AC-CP=2,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle PBD$ 中, $\therefore PD = BP \cdot \sin B = 2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5} = 1.2 \text{ (cm)}$.



【点睛】此题考查了动点问题的函数图象, 解答本题的关键是根据图2得到 AC 、

BC 的长度.

二、选择题 (本大题共4题, 每题3分, 满分12分)

15. 下列方程中, 是二项方程的是 ()

A. $x^2 + y^2 = 4$;

B. $x^2 = 0$;

C. $x^2 - x = 2$;

D. $x^3 + 2 = 0$.

【答案】D

【解析】

【分析】如果一元 n 次方程的一边只有含未知数的一项和非零的常数项, 另一边是零, 那么这样的方程就叫做二项方程. 据此可以判断.

【详解】解: $x^2 + y^2 = 4$, 有2个未知数项, 故A选项不合题意;

$x^2 = 0$, 没有非0常数项, 故B选项不合题意;

$x^2 - x = 2$, 有2个项, 故C选项不合题意;

$x^3 + 2 = 0$, D选项符合题意.

故选: D.

【点睛】本题考查了二项方程, 解题关键点为理解二项方程的定义.

16. 直线 $y = 3 - 2x$ 的图像经过 ()

A. 第一、二、三象限

B. 第一、三、四象限

C. 第一、二、四象限

D. 第二、三、四象限

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据一次函数解析式和一次函数的性质即可解答.

【详解】 解: $\because$ 直线 $y = 3 - 2x = -2x + 3$, $k = -2 < 0$, $b = 3 > 0$,

$\therefore$ 该函数图像经过第一、二、四象限.

故选: C.

【点睛】 本题主要考查了一次函数的性质, 掌握一次函数解析式中比例系数 k 和常数项 b 的几何意义是解答本题的关键.

17. 用换元法解方程 $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4$ 时, 设 $y = x + \frac{1}{x}$ 则原方程可变形为 ()

A. $y^2 + y = 4$

B. $y^2 + y = 2$

C. $y^2 + y = 6$

D. $y^2 - y = 4$

【答案】 C

【解析】

【分析】 已知方程变形后, 将 $y = x + \frac{1}{x}$ 代入即可得到结果.

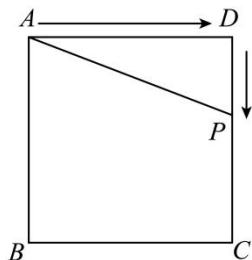
【详解】 解: 根据题意得: $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + x + \frac{1}{x} = 4$, 即 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 6$,

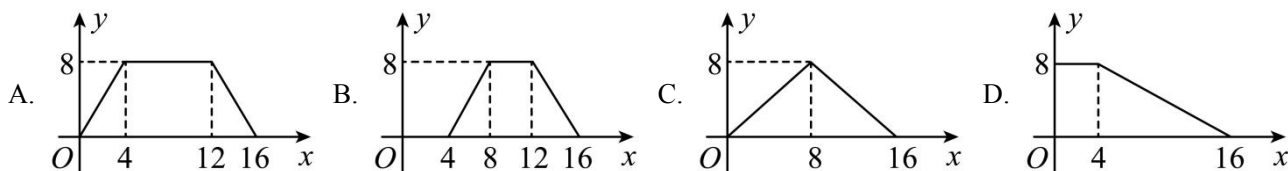
由 $y = x + \frac{1}{x}$, 得到方程化为关于 y 的整式方程是 $y^2 + y = 6$,

故选: C.

【点睛】 此题考查了换元法解分式方程, 熟练掌握运算是解本题的关键.

18. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, P 为正方形边上一动点, 运动路线是 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$, 设 P 点经过的路程为 x , 以点 A 、 P 、 D 为顶点的三角形的面积是 y . 则下列图象能大致反映 y 与 x 的函数关系的是 ()





【答案】 B

【解析】

【分析】 根据特殊点和三角形的面积公式解答即可.

【详解】 解: 由题意可知, P 点在 AD 段时面积为零, 在 DC 段时面积 y 由 0 逐渐增大到 8, 在 CB 段因为底和高不变所以面积 y 不变, 在 BA 段时面积 y 逐渐减小为 0,

故选: B.

【点睛】 本题考查动点问题的函数图象识别, 根据动点 P 的位置正确得出三角形的面积变化情况是解答的关键.

三、解方程 (本大题共 5 题, 每题 6 分, 满分 30 分)

19. 解关于 x 的方程: $a(x-4)=1$.

【答案】 当 $a \neq 0$, $x = \frac{1+4a}{a}$; 当 $a = 0$, 原方程无解.

【解析】

【分析】 分两种情况求解: 当 $a \neq 0$ 时和当 $a = 0$ 时.

【详解】 $\because a(x-4)=1$,

$$\therefore ax-4a=1,$$

$$\therefore ax=1+4a,$$

$$\text{当 } a \neq 0, \quad x = \frac{1+4a}{a};$$

当 $a = 0$, 原方程无解.

【点睛】 本题考查了一元一次方程解的情况, 一元一次方程 (形如 $ax=b$) 的解的情况: ①当 $a \neq 0$ 时, 方程有唯一解 $x = \frac{b}{a}$, ②当 $a=0$, $b \neq 0$ 时, 方程无解, ③当 $a=0$, $b=0$ 时, 方程有无数个解.

20. 解方程: $\frac{1}{4}(x-1)^4 - 64 = 0$.

【答案】 $x_1 = 5$, $x_2 = -3$.

【解析】

【分析】 首先移项, 再两边同时乘以 4 得到 $(x-1)^4 = 16^2$, 开方得到 $(x-1)^2 = 16$, 最后两边直接开平方即可得到两个一元一次方程, 再解一元一次方程即可.

【详解】解： $\because \frac{1}{4}(x-1)^4 - 64 = 0,$

$$\therefore (x-1)^4 = 256 = 16^2,$$

$$\therefore (x-1)^2 = 16, \text{ 或 } (x-1)^2 = -16 \text{ (舍去),}$$

则 $x-1=4$ 或 $x-1=-4,$

解得 $x_1=5, x_2=-3.$

【点睛】此题主要考查了解高次方程，解这类问题要把所含未知数的项移到等号的左边，把常数项移项等号的右边，利用数的开方求解.

21. 解方程： $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = \frac{5}{2}.$

【答案】 $x_1=2, x_2=-4$

【解析】

【分析】先去分母得到整式方程，解这个整式方程再验根即可.

【详解】解：方程两边同乘 $x(x+2)$ 得： $x^2 + (x+2)^2 = \frac{5}{2}x(x+2),$

整理得： $-\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = 0,$

配方得： $(x+1)^2 = 9,$

解得： $x+1=3$ 或 $x+1=-3,$

即 $x_1=2, x_2=-4,$

检验 $x_1=2, x_2=-4$ 时， $x(x+2) \neq 0,$

$\therefore$ 原方程的解为 $x_1=2, x_2=-4.$

【点睛】本题考查了解分式方程，解一元二次方程，去分母化成整式方程是解题关键.

22. 解方程： $\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{1}{3x} = \frac{x+5}{3x-3}$

【答案】 $x=-4$

【解析】

【详解】试题分析：

方程两边都乘 $3x(x-1)$ ，将原方程化为一元二次方程，再用因式分解法求解，注意检验.

试题解析：

方程两边都乘 $3x(x-1)$ ，得： $3(x+1) - (x-1) = (x+5)x,$

整理得: $x^2 + 3x - 4 = 0$, 解得: $x_1 = -4, x_2 = 1$.

经检验: $x = -4$ 是原方程的解.

点睛: 本题主要考查了可化为一元二次方程的分式方程的解法, 基本方法是, 将方程两边都乘以分母的最简公分母, 化分式方程为整式方程, 求出整式方程的解后, 要代入到最简公分母中检验, 若最简公分母不等于 0, 则是原分式方程的解, 否则原分式方程无解.

23. 解方程: $x^2 + 2x - \frac{6}{x^2 + 2x} = 1$.

【答案】 $x_1 = -3, x_2 = 1$.

【解析】

【分析】 设 $x^2 + 2x = y$, 则原方程化为 $y - \frac{6}{y} = 1$, 求出 y 的值, 再代入求出 x 即可.

【详解】 解: 设 $x^2 + 2x = y$, 则原方程化为: $y - \frac{6}{y} = 1$,

$$y^2 - y - 6 = 0$$

$$(y - 3)(y + 2) = 0$$

解得: $y_1 = 3, y_2 = -2$,

当 $y = 3$ 时, $x^2 + 2x = 3$,

解得: $x_1 = -3, x_2 = 1$;

当 $y = -2$ 时, $x^2 + 2x = -2$,

此时 $\Delta = -4 < 0$, 方程无解

所以原方程的解为: $x_1 = -3, x_2 = 1$.

【点睛】 此题考查了解分式方程的应用, 正确使用能正确换元是解此题的关键.

四、简答题 (本大题共 4 题, 满分 30 分)

24. 已知 y 关于 x 的一次函数 $y = (2 - k)x - k^2 + 4$.

(1) 若 y 随 x 的增大而减小, 求 k 的取值范围;

(2) k 为何值时, 它的图象经过原点?

【答案】 (1) $k > 2$ (2) $k = -2$

【解析】

【分析】 (1) 根据“ y 随 x 的增大而减小”可得 $2 - k < 0$, 由此可求出 k 的取值范围;

(2) 由函数图象经过原点得 $-k^2 + 4 = 0, 2 - k \neq 0$, 由此求解即可.

【小问 1 详解】

解：由一次函数 $y = (2-k)x - k^2 + 4$ ， y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore 2-k < 0.$$

$$\therefore k > 2.$$

$\therefore k$ 的取值范围为 $k > 2$.

【小问 2 详解】

由一次函数 $y = (2-k)x - k^2 + 4$ 的图象经过原点，

$$\therefore -k^2 + 4 = 0.$$

解得： $k = \pm 2$.

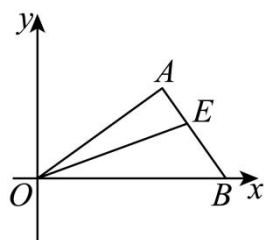
$$\therefore 2-k \neq 0,$$

$$\therefore k \neq 2,$$

$$\therefore k = -2.$$

【点睛】 本题考查了一次函数的性质，解题的关键要熟练掌握一次函数的增减性与图象特点与参数之间的关系.

25. 已知：如图，在 $\triangle AOB$ 中，点 E 在线段 AB 上， $A(3,2)$ ， $B(5,0)$ ， $E(4, m)$ ，求：



(1) 直线 AB 的解析式；

(2) $\triangle AOE$ 的面积.

【答案】 (1) 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 5$ ；

$$(2) S_{\triangle AOE} = \frac{5}{2}.$$

【解析】

【分析】 (1) 根据待定系数法即可求得直线 AB 的解析式；

(2) 把 $E(4, m)$ 解析式求得 m 的值，然后根据三角形面积公式和 $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle OBA} - S_{\triangle OBE}$ 进行计算.

【小问 1 详解】

解：设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$ ，

$$\text{把 } A(3,2), B(5,0) \text{ 代入得 } \begin{cases} 3k + b = 2 \\ 5k + b = 0 \end{cases},$$

解得, $\begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 5$;

【小问 2 详解】

解: 把 $E(4, m)$ 代入 $y = -x + 5$ 得, $m = -4 + 5 = 1$,

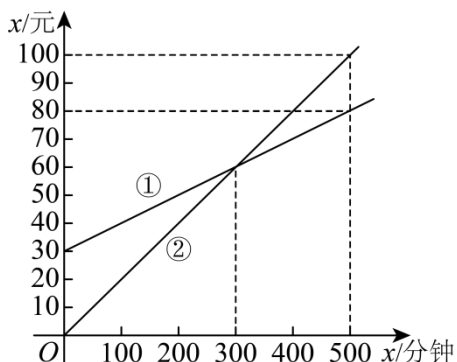
$\therefore E(4, 1)$,

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5, \quad S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2} \times 5 \times 1 = \frac{5}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOE} = S_{\triangle OBA} - S_{\triangle OBE} = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}.$$

【点睛】 本题考查了待定系数法求一次函数的解析式, 三角形面积, 熟练掌握待定系数法是解题的关键.

26. 某通讯公司推出①②两种收费方式供用户选择, 其中一种有月租费, 另一种没有月租费, 且两种收费方式的通话时间 x (分钟) 与收费 y (元) 之间的函数关系如图所示:



(1) 有月租费的收费方式是_____ (填①或②), 月租费是_____元;

(2) 请结合图象, 根据用户通话时间的多少, 给出经济实惠的选择建议;

(3) 当 x 值为多少时, 第②种方案比第一种方案每个月多 30 元?

【答案】 (1) ①, 30

(2) 当通话时间为 300 分钟时, 两种收费方式的收费相同; 当通话时间小于 300 分钟时, 收费方式②的收费更实惠; 当通话时间大于 300 分钟时, 收费方式①的收费更实惠;

(3) 当 $x = 600$ 分钟时, 第②种方案比第①种方案每个月多 30.

【解析】

【分析】 (1) 根据图象即可解答;

(2) 找到图象的交点, 结合图象即可解答;

即可解答; 根据函数图象中的数据, 可以分别求得①②两种方案的收费 y (元) 与通话时间 x (分钟) 之间的函数关系式; 再由题意列出方程, 解方程即可.

【小问 1 详解】

解：有月租费的收费方式是①，月租费是 30 元；

故答案为：①，30；

【小问 2 详解】

解：由函数图象知，当通话时间为 300 分钟时，两种收费方式的收费相同；

当通话时间小于 300 分钟时，收费方式②的收费更实惠；

当通话时间大于 300 分钟时，收费方式①的收费更实惠；

【小问 3 详解】

解：设①种方案的收费 y （元）与通话时间 x （分钟）之间的函数关系式是 $y = kx + b$ ，

∵ 点 $(0, 30)$ ， $(500, 80)$ 在此函数图象上，

$$\therefore \begin{cases} b = 30 \\ 500k + b = 80 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 0.1 \\ b = 30 \end{cases},$$

即①种方案的收费 y （元）与通话时间 x （分钟）之间的函数关系式是 $y = 0.1x + 30$ ；

设②种方案的收费 y （元）与通话时间 x （分钟）之间的函数关系式是 $y = ax$ ，

∵ 点 $(500, 100)$ 在此函数图象上，

$$\therefore 100 = 500a, \text{ 得 } a = 0.2,$$

即②种方案的收费 y （元）与通话时间 x （分钟）之间的函数关系式是 $y = 0.2x$ ；

$$\text{由题意得： } 0.2x - (0.1x + 30) = 30,$$

$$\text{解得 } x = 600,$$

答：当 $x = 600$ 时，第②种方案比第①种方案每个月多 30.

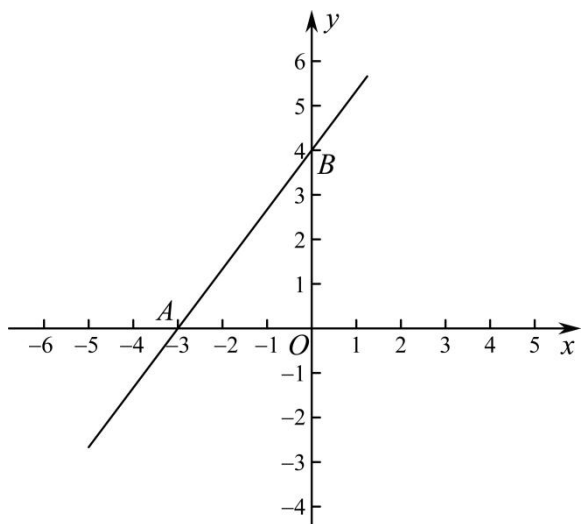
【点睛】 本题考查一次函数的应用，解答本题的关键是明确题意，求出相应的函数解析式，利用数形结合的思想解答.

27. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数的图象经过点 $A(-3, 0)$ 与点 $B(0, 4)$.

(1) 求这个一次函数的表达式；

(2) 若点 M 为此一次函数图象上一点，且 $\triangle MOB$ 的面积为 12，求点 M 的坐标；

(3) 点 P 为 x 轴上一动点，且 $\triangle ABP$ 是等腰三角形，请直接写出点 P 的坐标.



【答案】 (1) $y = \frac{4}{3}x + 4$; (2) $(6, 12)$ 或 $(-6, -4)$; (3) 点 $P(3, 0)$ 或 $(-8, 0)$ 或 $(2, 0)$ 或 $(\frac{7}{6}, 0)$

【解析】

【分析】 (1) 设一次函数的表达式为 $y = kx + b$, 把点 A 和点 B 的坐标代入求出 k, b 的值即可;

(2) 点 M 的坐标为 $(a, \frac{4}{3}a + 4)$, 根据 $\triangle MOB$ 的面积为 12, 列出关于 a 的等式, 解之即可;

(3) 分三种情形讨论即可①当 $AB = AP$ 时, ②当 $BA = BP$ 时, ③当 $PA = PB$ 时.

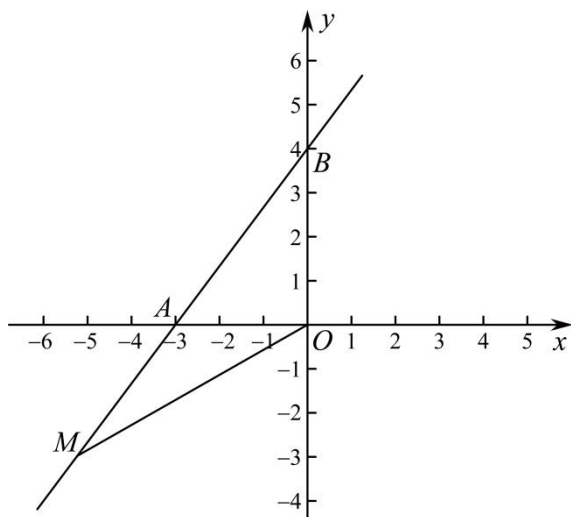
【详解】 解: (1) 设这个一次函数的表达式为 $y = kx + b$, 依题意得:

$$\begin{cases} -3k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{4}{3} \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x + 4.$$

(2) 如图:



设点 M 的坐标为 $\left(a, \frac{4}{3}a + 4\right)$,

$$\therefore B(0, 4),$$

$$\therefore OB = 4,$$

$\therefore \triangle MOB$ 的面积为 12,

$$\frac{1}{2} \times 4 \times |a| = 12,$$

$$\therefore |a| = 6,$$

$$\therefore a = \pm 6,$$

$$\text{当 } a = 6 \text{ 时, } \frac{4}{3}a + 4 = 12;$$

$$\text{当 } a = -6 \text{ 时, } \frac{4}{3}a + 4 = -4;$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为: $(6, 12)$ 或 $(-6, -4)$.

(3) $\therefore$ 点 $A(-3, 0)$, 点 $B(0, 4)$.

$$\therefore OA = 3, OB = 4,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

当 $PA = AB$ 时, P 的坐标为 $(-8, 0)$ 或 $(2, 0)$;

当 $PB = AB$ 时, P 的坐标为 $(3, 0)$;

当 $PA = PB$ 时, 设 P 为 $(m, 0)$,

$$\text{则 } (m+3)^2 = m^2 + 4^2,$$

$$\text{解得: } m = \frac{7}{6},$$

$\therefore P$ 的坐标为 $(\frac{7}{6}, 0)$;

综上, 点 P 的坐标是: $(3, 0)$ 或 $(-8, 0)$ 或 $(2, 0)$ 或 $(\frac{7}{6}, 0)$.

【点睛】 本题考查一次函数综合题、待定系数法、等腰三角形的判定和性质、三角形面积等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识, 学会用转化的思想思考问题, 属于中考常考题型.