

2022 学年第二学期八年级数学阶段练习

(满分 150 分, 时间 90 分钟)

一、选择题 (每题 4 分, 共 24 分)

1. 下列说法正确的个数是 ()

(1) 方程 $x + \frac{1}{x} = 0$ 是分式方程;

(2) 方程 $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$ 是无理方程;

(3) 方程 $x^3 = x$ 是二项方程;

(4) 方程 $xy = 1$ 是二元二次方程.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据分式方程, 无理方程, 二项方程, 二元二次方程的定义逐一判断即可.

【详解】解: 方程 $x + \frac{1}{x} = 0$ 是分式方程; 故 (1) 符合题意;

方程 $\sqrt{2}x^2 + x - 1 = 0$ 是有理方程; 故 (2) 不符合题意;

方程 $x^3 = x$ 不是二项方程; 故 (3) 不符合题意;

方程 $xy = 1$ 是二元二次方程; 故 (4) 符合题意;

∴ 正确的表述是 (1) (4),

故选 B

【点睛】本题考查的是分式方程的定义, 无理方程的定义, 二项方程的定义, 二元二次方程的定义, 熟记各方程的定义是解本题的关键.

2. 下列方程没有实数根的个数是 ()

(1) $\sqrt{3x+5} + 1 = 0$, (2) $\sqrt{x+3} = -x$, (3) $\sqrt{x-3} = 2-x$, (4) $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{x-2}$

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】根据算术平方根的含义可判断 A, 通过解方程可判断 B, 根据未知数的取值范围可判断 C, 通过解方程可判断 D, 从而可得答案.

【详解】解： $\because \sqrt{3x+5}+1=0$,

$$\therefore \sqrt{3x+5}=-1,$$

$\therefore$ 由算术平方根的含义可得方程无解;

$$\because \sqrt{x+3}=-x,$$

$$\therefore x+3=x^2,$$

$$\therefore x^2-x-3=0,$$

解得: $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$, 经检验 $x=\frac{1-\sqrt{13}}{2}$ 是原方程的解;

$$\because \sqrt{x-3}=2-x,$$

$$\text{由 } \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 不等式组无解,

$\therefore$ 原方程无解;

$$\because \frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2},$$

$\therefore x=2$, 经检验 $x=2$ 是增根,

$\therefore$ 原方程无解.

$\therefore$ 方程没有实数根的个数有 3 个,

故选 C

【点睛】 本题考查的是分式方程, 无理方程有无解问题, 选择合适的方法进行判断是解本题的关键.

3. 如果一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一象限, 且与 y 轴负半轴相交, 那么 ()

A. $k>0, b>0$

B. $k>0, b<0$

C. $k<0, b>0$

D. $k<0, b<0$

【答案】 B

【解析】

【详解】 由题意得, 函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、三、四象限, $k>0, b<0$,

故选 B.

【点睛】 本题考查了一次函数图象与系数的关系, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象有四种情况: ①当 $k>0, b>0$, 函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、三象限, y 的值随 x 的值增大而增大; ②当 $k>0, b<0$, 函数 $y=kx+b$

的图象经过第一、三、四象限， y 的值随 x 的值增大而增大；③当 $k < 0$ ， $b > 0$ 时，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限， y 的值随 x 的值增大而减小；④当 $k < 0$ ， $b < 0$ 时，函数 $y=kx+b$ 的图象经过第二、三、四象限， y 的值随 x 的值增大而减小.

4. 下列命题中正确的是 ()

- A. 对角线相等的四边形是矩形
B. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形
C. 对角线垂直的四边形是矩形
D. 对角线相等且垂直的四边形是矩形

【答案】B

【解析】

【分析】根据矩形的判定方法逐一分析即可.

【详解】解：对角线相等的平行四边形是矩形，故 A 不符合题意；

对角线互相平分且相等的四边形是矩形，表述正确，故 B 符合题意；

对角线垂直的四边形不一定是矩形，故 C 不符合题意；

对角线相等且垂直的四边形不一定是矩形，故 D 不符合题意；

故选 B

【点睛】本题考查的是矩形的判定，熟记矩形的判定方法是解本题的关键.

5. 一件工作，甲独做 a 小时完成，乙独做 b 小时完成，则甲、乙两人合作完成需要()小时.

- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
B. $\frac{1}{ab}$
C. $\frac{1}{a+b}$
D. $\frac{ab}{a+b}$

【答案】D

【解析】

【分析】甲、乙合作完成工程的时间=工作总量÷甲乙工效之和，没有工作总量，可设其为 1，所以甲、乙合

做此项工程所需的时间为 $1 \div (\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) = \frac{ab}{a+b}$ 小时.

【详解】设工作量为 1，由甲 1 小时完成 $\frac{1}{a}$ ，乙 1 小时完成 $\frac{1}{b}$ ，

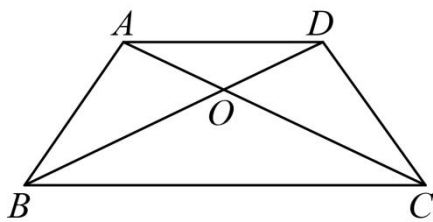
因此甲、乙合作此项工程所需的时间为 $1 \div (\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) = \frac{ab}{a+b}$ 小时，

故选：D.

【点睛】本题考查了利用列代数式（分式），分式的加减乘除运算，解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量与已知量间的关系.

6. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ， O 为对角线 AC 与 BD 的交点，那么下列结论正确的是

()



- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ B. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据平面向量的定义与运算法则即可判断各选项.

【详解】 解: $\because$ 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$,

$\therefore \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BD}$, 故 A 不符合题意;

$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$, 故 B 符合题意;

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$, 故 C 不符合题意;

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, 故 D 不符合题意;

故选 B

【点睛】 本题考查的是向量的线性运算, 熟记运算法则是解本题的关键.

二、填空题 (每题 4 分, 共 48 分)

7. 已知一次函数 $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$, 则 $f(2) =$ _____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 将 $x = 2$ 代入函数解析式进行计算即可.

【详解】 解: $\because f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$,

$\therefore f(2) = -\frac{1}{2} \times 2 - 2 = -3$,

故答案为: -3.

【点睛】 本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征, 直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$.

8. 已知一个正多边形的一个内角是 120° , 则这个多边形的边数是 _____.

【答案】 6

【解析】

【分析】一个正多边形的每个内角都相等，根据内角与外角互为邻补角，因而就可以求出外角的度数．根据任何多边形的外角和都是 360 度，利用 360 除以外角的度数就可以求出外角的个数，即多边形的边数．

【详解】解：∵一个正多边形的一个内角是 120° ，

∴这个正多边形的一个外角为： $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，

∴多边形的外角和为 360° ，

∴ $360^\circ \div 60^\circ = 6$ ，

则这个多边形是六边形．

故答案为：6．

【点睛】考查了多边形内角与外角，根据外角和的大小与多边形的边数无关，由外角和求正多边形的边数，是常见的题目，需要熟练掌握．

9. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，代数式 $\frac{x^2}{x-3}$ 与 $\frac{9}{x-3}$ 的值相等．

【答案】 -3

【解析】

【分析】先建立方程 $\frac{x^2}{x-3} = \frac{9}{x-3}$ ，再去分母解方程即可．

【详解】解：由题意可得： $\frac{x^2}{x-3} = \frac{9}{x-3}$ ，

∴ $x^2 = 9$ ，

解得： $x = \pm 3$ ，

经检验 $x = 3$ 不符合题意，

∴ $x = -3$ ，

故答案为：-3．

【点睛】本题考查的是分式方程的解法，掌握解分式方程的方法与步骤是解本题的关键．

10. 用换元法解分式方程 $\frac{3x}{x-1} + \frac{2x-2}{x} + 3 = 0$ 时，如果设 $\frac{x}{x-1} = y$ ，那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是_____．

【答案】 $3y^2 + 3y + 2 = 0$

【解析】

【分析】把原方程化为 $\frac{3x}{x-1} + \frac{2(x-1)}{x} + 3 = 0$ ，设 $\frac{x}{x-1} = y$ ，原方程可以化为 $3y + \frac{2}{y} + 3 = 0$ ，可得

$$3y^2 + 3y + 2 = 0.$$

【详解】解： $\therefore \frac{3x}{x-1} + \frac{2x-2}{x} + 3 = 0$,

$$\therefore \frac{3x}{x-1} + \frac{2(x-1)}{x} + 3 = 0,$$

$$\text{设 } \frac{x}{x-1} = y,$$

$$\therefore \text{原方程可以化为 } 3y + \frac{2}{y} + 3 = 0,$$

$$\therefore 3y^2 + 3y + 2 = 0,$$

$$\text{故答案为: } 3y^2 + 3y + 2 = 0.$$

【点睛】本题考查的是利用换元法解分式方程，掌握换元的方法是解本题的关键.

11. 方程 $\sqrt{x+2} = -x$ 的解是_____.

【答案】 $x = -1$.

【解析】

【分析】把方程两边平方后求解，注意检验.

【详解】把方程两边平方得 $x+2 = x^2$,

$$\text{整理得 } (x-2)(x+1) = 0,$$

$$\text{解得: } x = 2 \text{ 或 } -1,$$

经检验， $x = -1$ 是原方程的解.

故本题答案为: $x = -1$.

【点睛】本题考查无理方程的求法，注意无理方程需验根.

12. 当 $m =$ _____ 时，解关于 x 的方程 $x + \frac{x}{x-2} = \frac{m}{2-x}$ 会产生增根.

【答案】 -2

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程有增根求出 x 的值，代入整式方程计算即可求出 m 的值.

【详解】解：解：去分母得： $x(x-2)+x=-m$ ，

由分式方程有增根，得到 $x-2=0$ ，即 $x=2$ ，

把 $x=2$ 代入整式方程得： $m=-2$ ，

故答案为： -2 。

【点睛】此题考查了分式方程的增根，增根确定后可按如下步骤进行：①化分式方程为整式方程；②把增根代入整式方程即可求得相关字母的值。

13. 在平行四边形 $ABCD$ 中，两邻角的度数比是 $7:2$ ，那么较小角的度数为_____度。

【答案】40

【解析】

【分析】本题主要依据平行四边形的性质，得出两邻角之和 180° ，再有两邻角的度数比是 $7:2$ ，得出较小角的度数。

【详解】解：设两邻角分别为 $7x, 2x$ ，

则 $7x+2x=180^\circ$ ，

解得： $x=20^\circ$ ，

$\therefore$ 较小的角为 40° 。

故答案为：40。

【点睛】本题主要考查了平行四边形的基本性质，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握平行四边形的两邻角之和为 180° 。

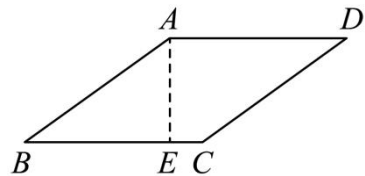
14. 已知菱形 $ABCD$ 中，边长 $AB=4$ ， $\angle B=30^\circ$ ，那么该菱形的面积等于_____。

【答案】8

【解析】

【分析】根据直角三角形的性质： 30° 的角所对的高为边长的一半，可利用菱形的面积公式求解。

【详解】解：如图，菱形 $ABCD$ 中，边长 $AB=4$ ， $\angle B=30^\circ$ ，



$\therefore AB=BC=4$ ， $AE=\frac{1}{2}AB=2$ ，

$\therefore$ 菱形 $ABCD$ 的面积为： $4 \times 2 = 8$ ；

故答案为：8

【点睛】 本题考查的是含 30° 的直角三角形的性质，菱形的性质，熟记菱形的面积公式是解本题的关键.

15. 顺次连接对角线互相垂直的四边形各边中点所得的四边形一定是_____.

【答案】 矩形

【解析】

【分析】 作出图形，根据已知条件证明即可.

【详解】 如图： $\because E、F$ 分别为 $AB、BC$ 的中点，

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore EF \parallel AC, EF = \frac{1}{2} AC,$$

同理： $GH \parallel AC, GH = \frac{1}{2} AC,$

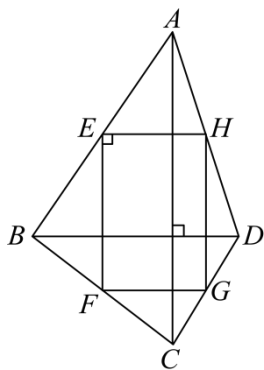
$$\therefore EF \parallel GH, EF = GH$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

又 $EH \parallel BD, AC \perp BD,$

$$\therefore EF \perp EH,$$

$\therefore$ 平行四边形 $EFGH$ 是矩形.



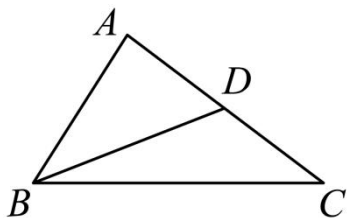
16. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 AC 的中点， $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么用 $\vec{a}、\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD} =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$

【解析】

【分析】 由点 D 是边 AC 的中点， $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，可得 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$ ，根据 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$ ，从而可得答案.

【详解】 解： 如图，



∵ 点 D 是边 AC 的中点, $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \vec{b} - \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2} (\vec{b} - \vec{a}),$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b} - \frac{1}{2} \vec{a} = \frac{1}{2} \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{a},$$

故答案为: $\frac{1}{2} \vec{b} + \frac{1}{2} \vec{a}$

【点睛】 本题主要考查了平面向量, 注意: 平行向量既有大小又有方向.

17. 某经济开发区今年 1 月份工业产值达 50 亿元, 第一季度总产值 175 亿元, 问二三月份月平均增长率是多少? 设平均每月增长的百分率为 x , 根据题意得方程_____.

【答案】 $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 175$

【解析】

【分析】 本题为增长率问题, 一般用增长后的量 = 增长前的量 $\times$ (1+增长率), 如果设平均每月增长的百分率为 x , 根据题意可用 x 分别表示二三月份月工业产值, 然后根据已知条件列出方程.

【详解】 解: 设平均每月增长的百分率为 x ,

那么二三月份的工业产值分别为 $50(1+x)$, $50(1+x)^2$,

$$\therefore 50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 175.$$

故填空答案: $50 + 50(1+x) + 50(1+x)^2 = 175$.

【点睛】 增长率问题, 一般形式为 $a(1+x)^2 = b$, a 为起始时间的有关数量, b 为终止时间的有关数量.

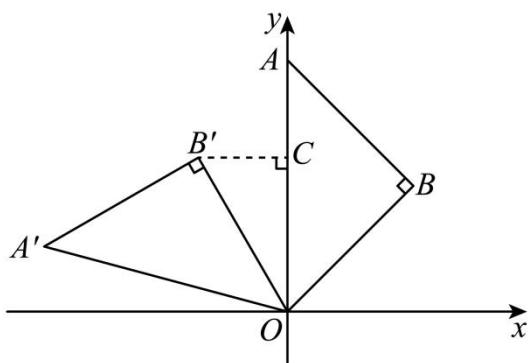
18. 已知在 $\triangle AOB$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = OB$, 点 O 的坐标为 $(0, 0)$, 点 A 的坐标为 $(0, 4)$, 点 B 在第一象限内, 将这个三角形绕原点 O 逆时针旋转 75° 后, 那么旋转后点 B 的坐标为_____.

【答案】 $(-\sqrt{2}, \sqrt{6})$

【解析】

【分析】 根据题意画出图形, 利用旋转的性质, 以及含 30° 直角三角形的性质以及勾股定理, 求解即可.

【详解】 解: 如图所示, B' 是旋转后点 B 的对应点, 过点 B' 作 $B'C \perp y$ 轴于点 C ,



则 $\angle BOB' = 75^\circ$,

$\because \angle B = 90^\circ$, $AB = OB$, 点 A 的坐标为 $(0, 4)$,

$\therefore \triangle ABO$ 是等腰直角三角形, 则 $OB = OB' = \frac{\sqrt{2}}{2}AO = 2\sqrt{2}$,

$\therefore \angle B'OC = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$,

$\therefore CB' = \frac{1}{2}OB' = \sqrt{2}$, $OC = \sqrt{OB'^2 - B'C^2} = \sqrt{6}$,

$\therefore B'(-\sqrt{2}, \sqrt{6})$,

故答案为: $(-\sqrt{2}, \sqrt{6})$.

【点睛】本题考查了坐标与图形变化-旋转, 等腰直角三角形的性质, 熟记旋转变换只改变图形的位置不改变图形的形状与大小是解题的关键, 难点在于要分情况讨论, 作出图形更形象直观.

三、简答题 (每题 8 分, 共 32 分)

19. 解关于 x 的方程: $(2a-1)x = 2(x+1)$

【答案】 $x = \frac{2}{2a-3}$

【解析】

【分析】将 a 看作已知数, 根据解一元一次方程的一般步骤, 解方程即可.

【详解】解: $(2a-1)x = 2(x+1)$,

移项得: $(2a-1)x - 2(x+1) = 0$,

整理得: $(2a-3)x = 2$,

解得: $x = \frac{2}{2a-3}$.

【点睛】本题主要考查了解一元一次方程, 解题的关键是熟练掌握解一元一次方程的步骤, 准确计算.

20. 解方程: $1 - \frac{4}{1-x^2} = \frac{x-3}{x-1}$

【答案】 $x = -3$

【解析】

【分析】 先去分母，将分式方程化为整式方程，然后解整式方程，最后对方程的解进行检验即可.

【详解】 解: $1 - \frac{4}{1-x^2} = \frac{x-3}{x-1}$,

方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$ 得: $x^2 - 1 + 4 = (x-3)(x+1)$,

去括号得: $x^2 - 1 + 4 = x^2 - 2x - 3$,

移项合并同类项得: $2x = -6$,

解得: $x = -3$,

检验: 把 $x = -3$ 代入 $(x+1)(x-1)$ 得 $(-3+1)(-3-1) = 8 \neq 0$,

$\therefore x = -3$ 是原方程的解.

【点睛】 本题主要考查了解分式方程，解题的关键是熟练掌握解分式方程的一般步骤，准确计算，注意最后要对方程的解进行检验.

21. 解方程: $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$.

【答案】 $x = 20$

【解析】

【分析】 根据方程的特点可以构造平方差公式，进而转化为一元二次方程，解一元二次方程即可，最后根据无理方程的特点，要进行检验.

【详解】 $\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1$ ①

设 $\sqrt{2x-4} + \sqrt{x+5} = k$ ②

① $\times$ ② 得: $k = x - 9$

$\therefore \sqrt{2x-4} + \sqrt{x+5} = x - 9$ ③

① + ③ 得: $2\sqrt{2x-4} = x - 8$

两边平方得: $x^2 - 24x + 80 = 0$

$\therefore (x-4)(x-20) = 0$

解得 $x_1=4, x_2=20$

经检验, $x=20$ 是原方程的解.

【点睛】 本题考查了解无理方程, 掌握解无理方程的技巧和解一元二次方程是解题的关键.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 1 \\ (x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = 0 \end{cases}$$

【答案】

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 根据题意利用因式分解, 将原方程组化为 $\begin{cases} (x+y-1)(x-y+1) = 0 \text{①} \\ (x-y-2)(x-y-1) = 0 \text{②} \end{cases}$, 然后分类讨论即可求解.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 1 \\ (x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = 0 \end{cases}$$

原方程组可化为
$$\begin{cases} (x+y-1)(x+y+1) = 0 \text{①} \\ (x-y-2)(x-y-1) = 0 \text{②} \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y-2=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y-2=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y-1=0 \end{cases}$$

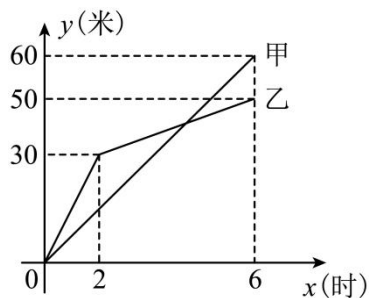
解得:
$$\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{原方程组的解为: } \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了解二元二次方程组, 熟练掌握因式分解法是解题的关键.

四、解答题 (共 46 分)

23. 有两段长度相等的河渠挖掘任务, 分别交给甲、乙两个工程队同时进行挖掘. 如图是表示所挖河渠长度 y (米) 与挖渠时间 x (时) 之间关系的部分图像. 解答下列问题:



- (1) 乙队开挖到 30 米时, 用了_____小时, 开挖 6 小时时, 甲队比乙队多挖了_____米;
 (2) 求: 甲队在 $0 \leq x \leq 6$ 的时段内, y 与 x 之间的函数关系式_____;
 (3) 乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内, y 与 x 之间的函数关系式_____;
 (4) 开挖_____小时后, 甲队所挖掘河渠的长度超过乙队.

【答案】 (1) 2; 10

(2) $y = 10x$

(3) $y = 5x + 20$

(4) 4

【解析】

【分析】 (1) 可以从图象直接求解;

(2) 用待定系数法求函数解析式即可;

(3) 用待定系数法求函数解析式即可;

(4) 令 $10x = 5x + 20$, 求出 x 的值, 即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 乙队开挖到 30 米时, 用了 2 小时, 开挖 6 小时时, 甲队比乙队多挖了 $60 - 50 = 10$ (米);

故答案为: 2; 10;

【小问 2 详解】

解: 设甲队在 $0 \leq x \leq 6$ 的时段内 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = k_1x$,

由图可知, 函数图象过点 $(6, 60)$,

$$\therefore 6k_1 = 60,$$

$$\text{解得 } k_1 = 10,$$

$$\therefore y = 10x;$$

故答案为: $y = 10x$;

【小问 3 详解】

解：设乙队在 $2 \leq x \leq 6$ 的时段内 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = k_2x + b$,

由图可知，函数图象过点 $(2, 30)$, $(6, 50)$,

$$\therefore \begin{cases} 2k_2 + b = 30 \\ 6k_2 + b = 50 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_2 = 5 \\ b = 20 \end{cases},$$

$$\therefore y = 5x + 20;$$

故答案为: $y = 5x + 20$;

【小问 4 详解】

解：令 $10x = 5x + 20$,

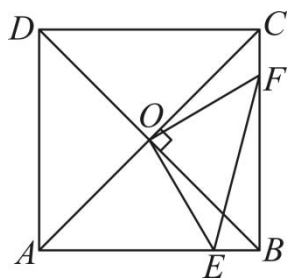
解得: $x = 4$,

开挖 4 小时后，甲队所挖掘河渠的长度超过乙队.

故答案为: 4.

【点睛】本题主要考查一次函数的图象题，利用待定系数法求函数解析式，有理数混合运算，根据图象求工作效率，这是一次函数的综合运用，是一道代数型综合题.

24. 如图，已知正方形 $ABCD$ 边长为 4，对角线 AC 、 BD 交于 O 点， E 、 F 分别是边 AB 、 BC 上两点 (E 、 F 不与 A 、 B 、 C 重合)，且 $OE \perp OF$



(1) 求证: $BE = CF$;

(2) 若 $EF = \sqrt{10}$, 求 BE 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $BE = 1$ 或 3 .

【解析】

【分析】(1) 根据正方形的性质，结合 ASA 证明 $\triangle COF \cong \triangle BOE$ 即可；

(2) 设 $BE = CF = x$, 则 $BF = 4 - x$, 根据勾股定理得出 $x^2 + (4 - x)^2 = 10$, 解方程即可得出答案.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore OB = OC, \quad AC \perp BD, \quad \angle OBE = \angle OCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore OE \perp OF,$$

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COF + \angle BOF = \angle BOF + \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COF = \angle BOE,$$

$$\therefore \triangle COF \cong \triangle BOE,$$

$$\therefore BE = CF;$$

【小问 2 详解】

解: 设 $BE = CF = x$, 则 $BF = 4 - x$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore \angle EBF = 90^\circ,$$

$$\therefore BE^2 + BF^2 = EF^2,$$

$$\text{即 } x^2 + (4 - x)^2 = 10,$$

解得: $x = 1$ 或 $x = 3$,

即 $BE = 1$ 或 3 .

【点睛】本题主要考查了正方形的性质, 三角形全等的判定和性质, 余角的性质, 勾股定理, 解一元二次方程, 解题的关键是熟练掌握三角形全等的判定方法, 证明 $\triangle COF \cong \triangle BOE$.

25. 近几年我省高速公路建设有了较大的发展, 有力地促进了我省的经济建设. 正在修建中的某段高速公路要招标, 现有甲、乙两个工程队合做 24 天可以完成, 需费用 120 万元; 若甲单独做 20 天后, 剩下的工程由乙做, 还需 40 天才能完成, 这样需要费用 110 万元. 问:

(1) 甲、乙两队单独完成此项工程, 各需多少天?

(2) 甲、乙两队单独完成此项工程, 各需多少万元?

【答案】(1) 甲需要 30 天, 乙需要 120 天;

(2) 甲费用 135 万元, 乙要的费用 60 万.

【解析】

【分析】(1) 设甲队单独完成此项工程需要 x 天, 乙队单独完成此项工程需 y 天

可得等量关系甲的效率+乙的效率=合作的效率及甲的工作总量+乙的工作总量=总工作量, 解方程即可.

(2) 求出甲乙每天的费用, 再乘以时间即可.

【小问 1 详解】

解：设甲队单独完成此项工程需要 x 天，乙队单独完成此项工程需 y 天。根据题意，得

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \\ \frac{20}{x} + \frac{40}{y} = 1 \end{cases} \quad \text{解之得} \quad \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \end{cases}.$$

答：甲队单独完成需要 30 天，乙队单独完成需要 120 天。

【小问 2 详解】

设甲队每天费用为 a 万元，乙队每天费用为 b 万元，根据题意，得 $\begin{cases} 24a + 24b = 120 \\ 20a + 40b = 110 \end{cases}$

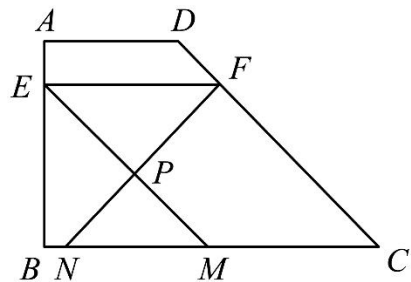
$$\text{解之得} \quad \begin{cases} a = 4.5 \\ b = 0.5 \end{cases},$$

$\therefore$ 甲队单独完成这项工程所需要的费用为 $30 \times 4.5 = 135$ (万元)

乙队单独完成这项工程所要的费用为 $120 \times 0.5 = 60$ (万元)

【点睛】 本题考查了分式方程，二元一次方程组的应用，正确找出等量关系列方程组是解题的关键.

26. 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 14$ ，点 E ， F 分别在边 AB 、 CD 上， $EF \parallel AD$ ，点 P 与 AD 在直线 EF 的两侧， $\angle EPF = 90^\circ$ ， $PE = PF$ ，射线 EP 、 FP 与边 BC 分别相交于点 M 、 N ，设 $AE = x$ ， $MN = y$ 。



- (1) 求 AD 的长；
- (2) 如图，当点 P 在梯形 $ABCD$ 内部时，求 y 关于 x 的函数解析式；
- (3) 如果 MN 的长为 2，求梯形 $AEFD$ 的面积. (直接写出结果)

【答案】 (1) $AD = 6$

(2) $y = -3x + 10$

(3) $\frac{176}{9}$ 或 32

【解析】

【分析】 (1) 过 D 作 $DH \perp BC$ ， DH 与 EF 、 BC 分别相交于点 G 、 H ，从而判定四边形 $ABHD$ 是矩

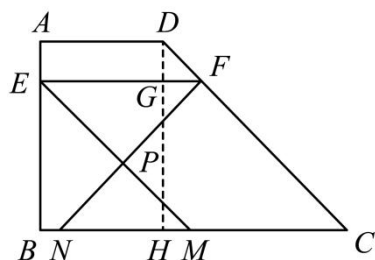
形，在 $\text{Rt}\triangle DHC$ 中求出 CH 的长，利用 $AD = BH = BC - CH$ 可得出 AD 的长.

(2) 首先确定 $PM = PN$ ，过点 P 作 $QR \perp EF$ ， QR 与 EF 、 MN 分别相交于 Q 、 R ，根据 $\angle MPN = \angle EPF = 90^\circ$ ， $QR \perp MN$ ，可表示出 PQ 、 PR ，继而可得出 y 关于 x 的函数解析式.

(3) ①当点 P 在梯形 $ABCD$ 内部时，由 $MN = 2$ 及 (2) 的结论得 $2 = -3x + 10$ ， $AE = x = \frac{8}{3}$ ，可求得梯形的面积，②当点 P 在梯形 $ABCD$ 外部时，由 $MN = 2$ 及与 (2) 相同的方法得： $\frac{1}{2}(x+6) - \frac{1}{2} \times 2 = 8 - x$ ， $AE = x = 4$ ，可求得梯形的面积.

【小问 1 详解】

解：过 D 作 $DH \perp BC$ ， DH 与 EF 、 BC 分别相交于点 G 、 H ，



$\because$ 梯形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，

$\therefore DH \parallel AB$ ，

又 $\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABHD$ 是矩形，

$\therefore AD = BH$

$\because \angle C = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle CDH = 45^\circ$ ，

$\therefore CH = DH = AB = 8$ ，

$\therefore AD = BH = BC - CH = 6$ 。

【小问 2 详解】

$\because DH \perp EF$ ， $\angle DFE = \angle C = \angle FDG = 45^\circ$ ，

$\therefore FG = DG = AE = x$ ，

$\because EG = AD = 6$ ，

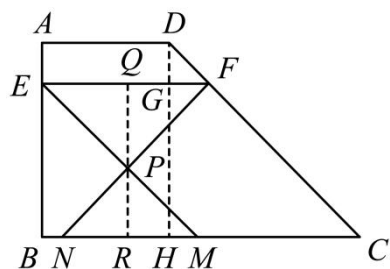
$\therefore EF = x + 6$ ，

$\because PE = PF$ ， $EF \parallel BC$ ，

$\therefore \angle PFE = \angle PEF = \angle PMN = \angle PNM$ ，

$\therefore PM = PN$ ，

过点 P 作 $QR \perp EF$ ， QR 与 EF 、 MN 分别相交于 Q 、 R ，



$\therefore \angle MPN = \angle EPF = 90^\circ$ ， $QR \perp MN$ ，

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}EF = \frac{1}{2}(x+6), \quad PR = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}y,$$

$\therefore QR = BE = 8 - x$ ，

$$\therefore \frac{1}{2}(x+6) + \frac{1}{2}y = 8 - x,$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -3x + 10$ 。

【小问 3 详解】

当点 P 在梯形 $ABCD$ 内部时，由 $MN = 2$ 及 (2) 的结论得 $2 = -3x + 10$ ， $AE = x = \frac{8}{3}$ ，

$$\therefore S_{\text{梯形}AEFD} = \frac{1}{2}(AD + EF) \cdot AE = \frac{1}{2}\left(6 + 6 + \frac{8}{3}\right) \times \frac{8}{3} = \frac{176}{9},$$

当点 P 在梯形 $ABCD$ 外部时，由 $MN = 2$ 及与 (2) 相同的方法得： $\frac{1}{2}(x+6) - \frac{1}{2} \times 2 = 8 - x$ ， $AE = x = 4$ ，

$$\therefore S_{\text{梯形}AEFD} = \frac{1}{2}(AD + EF) \cdot AE = \frac{1}{2}(6 + 6 + 4) \times 4 = 32.$$

【点睛】 本题考查梯形及有实际问题列一次函数关系式的知识，属于综合性较强的题目，难度较大，对于此类题目要学会由小及大，将所求的问题缩小，一步一步求解。