

2022-2023 年宝钢新世纪八下 3 月月考数学试卷

一、选择题

1. 在下列二次根式中，与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{2a}$ B. $\sqrt{3a^2}$ C. $\sqrt{a^3}$ D. $\sqrt{a^4}$

【答案】C

【解析】

【分析】先将各选项化简，再找到被开方数为 a 的选项即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{2a}$ 与 $\sqrt{a}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

B、 $\sqrt{3a^2} = \sqrt{3}|a|$ 与 $\sqrt{a}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式；

C、 $\sqrt{a^3} = |a|\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{a}$ 被开方数相同，故是同类二次根式；

D、 $\sqrt{a^4} = a^2$ 与 $\sqrt{a}$ 被开方数不同，故不是同类二次根式.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同的二次根式叫做同类二次根式.

2. 下列函数中，是一次函数的是 ()

- A. $y = \frac{1}{x} + 1$ B. $y = \sqrt{x} + 1$ C. $y = x^2 + 1$ D. $y = 2x$

【答案】D

【解析】

【分析】一般地，形如： $y = kx + b (k \neq 0)$ ， k, b 为常数，则 y 是 x 的一次函数，由一次函数的定义可得答案.

【详解】解：A、 $y = \frac{1}{x} + 1$ 是反比例函数，故本选项错误；

B、 $y = \sqrt{x} + 1$ 不是一次函数，故本选项错误；

C、 $y = x^2 + 1$ 是二次函数，故本选项错误；

D、 $y = 2x$ 是正比例函数，是一次函数，故本选项正确.

故选：D.

【点睛】本题考查的是一次函数的定义，即一般地，形如 $y = kx + b (k \neq 0)$ ， k, b 为常数，则 y 是 x 的一次

函数，掌握定义是解题关键.

3. 已知一次函数 $y = -x + b$ 的图象经过第一、二、四象限，则 b 的值可以是()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

【答案】D

【解析】

【详解】解：对于一次函数 $y = kx + b$ ，当 $k > 0$ ， $b > 0$ 时，函数经过一、二、三象限；

当 $k > 0$ ， $b < 0$ 时，函数经过一、三、四象限；

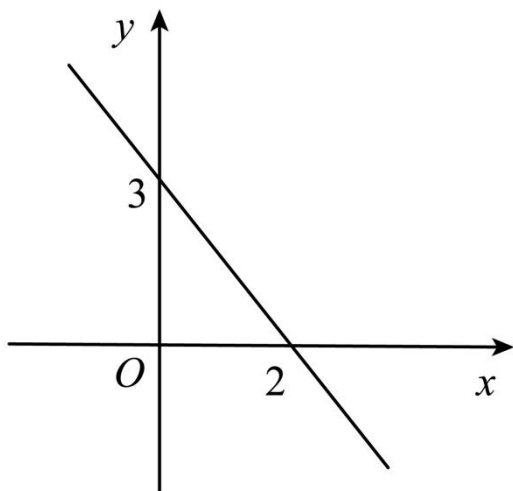
当 $k < 0$ ， $b > 0$ 时，函数经过一、二、四象限；

当 $k < 0$ ， $b < 0$ 时，函数经过二、三、四象限.

故选：D

【点睛】本题考查一次函数的性质，掌握数形结合解题思想是关键.

4. 一次函数 $y = kx + b$ 的图像如图所示，当 $kx + b > 3$ 时， x 的取值范围是 ()



- A. $x > 0$ B. $x < 0$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数与不等式的关系，将 $kx + b > 3$ 转化为 $y > 3$ ，再通过图像判断其所对应的 x 的取值范围，得出答案即可.

【详解】解： $\because kx + b > 3$ 且 $y = kx + b$,

$\therefore y > 3$,

$\therefore$ 当 $y > 3$ 时，由图像判断可得满足要求的图像是：函数与 y 轴交点上方的图像，

$\therefore x < 0$ ，故 B 正确.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了一次函数和一元一次不等式的关系，正确判断关系合理运用图像是解题的关键.

5. 若 $M(-\frac{1}{2}, y_1)$ 、 $N(-\frac{1}{4}, y_2)$ 、 $P(\frac{1}{2}, y_3)$ 三点都在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 ()

- A. $y_2 > y_3 > y_1$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_3 > y_2 > y_1$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据 k 值判断函数图像及增减性, 再利用增减性比较大小即可.

【详解】 $\because k > 0$,

$\therefore$ 函数图象分布于一、三象限, 且在每个象限内, y 随 x 的增大而减小,

$$\because -\frac{1}{2} < -\frac{1}{4} < 0, \quad \frac{1}{2} > 0,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < 0, \quad y_3 > 0,$$

$$\therefore y_3 > y_1 > y_2.$$

故选 C.

【点睛】 本题考查反比例函数的图象与性质, 掌握 k 值的意义是解题关键.

6. 已知弹簧在弹性限度内, 它的长度 y (厘米)与所挂重物质量 x (千克)是一次函数关系. 如果经过测量, 不挂重物时弹簧长度是 6 厘米, 挂上 2 千克重物时弹簧长度是 7.2 厘米, 那么挂上 1 千克重物时弹簧长度是 () 厘米.

- A. 3.6 B. 6.6 C. 6.8 D. 7

【答案】 B

【解析】

【分析】 设函数解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 根据题意可得 $b = 6$, 再将 $(2, 7.2)$ 代入求出 k 的值, 继而得出函数解析式, 然后再求 $x = 1$ 时 y 的值即可.

【详解】 解: 设函数解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

由题意得: $b = 6$,

$\because$ 挂上 2 千克的重物时弹簧长度为 7.2 厘米,

$$\therefore 7.2 = 2x + 6,$$

$$\text{解得: } k = \frac{3}{5}, \text{ 即 } y = \frac{3}{5}x + 6,$$

$$\text{当 } x = 1 \text{ 时, } y = \frac{3}{5}x + 6 = 6.6,$$

故选: B.

【点睛】 本题考查的是一次函数的实际应用，熟练掌握待定系数法是解题的关键.

二、填空题

7. 函数 $y = \sqrt{2x+1}$ 的定义域是_____.

【答案】 $x \geq -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 根据二次根式成立的条件求解即可.

【详解】 解： 由题意可得： $2x+1 \geq 0$

解得： $x \geq -\frac{1}{2}$

故答案为： $x \geq -\frac{1}{2}$

【点睛】 本题考查二次根式成立的条件，掌握二次根式的被开方数是非负数是本题的解题关键.

8. 在实数范围内因式分解： $x^2 - 3x + 1 =$ _____.

【答案】 $(x - \frac{3+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{3-\sqrt{5}}{2})$

【解析】

【分析】 根据一元二次方程的解法在实数范围内分解因式即可.

【详解】 解： 解一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore x^2 - 3x + 1 = (x - \frac{3+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{3-\sqrt{5}}{2})$$

故答案为： $(x - \frac{3+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{3-\sqrt{5}}{2})$

【点睛】 此题主要考查了一元二次方程的解法以及实数范围内分解因式，根据题意得出方程的根是解决问题的关键.

9. 关于 x 的方程 $2x^2 + 3x - m = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m > -\frac{9}{8}$

【解析】

【分析】 根据根的判别式大于零列不等式求解即可.

【详解】解：由题意得

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 2 \times (-m) > 0,$$

$$\therefore m > -\frac{9}{8}.$$

故答案为： $m > -\frac{9}{8}$.

【点睛】本题考查了一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 与根的关系，熟练掌握根的判别式与根的关系式解答本题的关键. 当 $\Delta > 0$ 时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，一元二次方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，一元二次方程没有实数根.

10. 关于 y 的方程 $b(y - 2) = 2$ ($b \neq 0$) 的解是_____.

【答案】 $y = \frac{2b + 2}{b}$

【解析】

【详解】试题分析：根据一元一次方程的解法，只要先去括号，再移项，合并同类项，化系数为 1，从而得到方程的解.

解：去括号得， $by - 2b = 2$,

移项得， $by = 2b + 2$,

$\because b \neq 0$,

$\therefore$ 方程两边同除以 b 得， $y = \frac{2b + 2}{b}$.

故答案为 $y = \frac{2b + 2}{b}$.

考点：解 一元一次方程.

11. 若一次函数 $y = 5x + m$ 的图像不经过第四象限，那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq 0$

【解析】

【分析】根据已知条件和一次函数的性质得出不等式，求出不等式的解集即可.

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y = 5x + m$ 的图像不经过第四象限，

$$\therefore m \geq 0,$$

故答案为： $m \geq 0$.

【点睛】本题考查了一次函数的性质、一次函数的图象与系数的关系，能得出关于 m 的不等式是解此题的关键.

12. 已知经过点 $(1, -2)$ 的直线 $y = kx + b$ 是由 $y = 3x + 1$ 向下平移后得到的，那么这条直线的解析式是

_____.

【答案】 $y=3x-5$

【解析】

【分析】 根据平移规律可知， $k=3$ ，则向下平移后得到的解析式为 $y=3x+b$ ，将 $(1, -2)$ 代入求解即可.

【详解】 解： $\because$ 直线 $y=kx+b$ 是由 $y=3x+1$ 向下平移后得到的

$$\therefore k=3$$

$$\therefore y=3x+b$$

$\because$ 直线 $y=kx+b$ 经过点 $(1, -2)$

$$\therefore -2=3 \times 1+b$$

$$\therefore b=-5$$

$$\therefore y=3x-5$$

故答案为： $y=3x-5$

【点睛】 本题考查了求一次函数的解析式及平移规律，解题的关键是掌握一次函数平移的规律.

13. 方程 $x^3 + 27 = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x=-3$

【解析】

【分析】 先移项，再开立方即可.

【详解】 解： $x^3 + 27 = 0$,

$$x^3 = -27,$$

$$x = \sqrt[3]{-27} = -3,$$

故答案为： $x=-3$.

【点睛】 本题考查了求一个数的立方根，熟记立方根的定义是解题的关键.

14. 方程 $\frac{1}{x} = \frac{x}{2x+3}$ 的根是_____.

【答案】 $x_1=-1, x_2=3$

【解析】

【分析】 两边都乘以 $x(2x+3)$ ，化为整式方程求解，然后验根即可.

【详解】 两边都乘以 $x(2x+3)$ ，得

$$2x+3=x^2,$$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$\therefore (x+1)(x-3) = 0,$$

$$\therefore x_1 = -1 \text{ 或 } x_2 = 3,$$

检验：当 $x = -1$ 时， $x(2x+3) \neq 0$ ，当 $x = 3$ 时， $x(2x+3) \neq 0$ ，

$$\therefore \text{方程 } \frac{1}{x} = \frac{x}{2x+3} \text{ 的根是 } x_1 = -1, x_2 = 3.$$

故答案为： $x_1 = -1, x_2 = 3$ 。

【点睛】本题考查了分式方程的解法，其基本思路是把方程的两边都乘以各分母的最简公分母，化为整式方程求解，求出 x 的值后不要忘记检验。也考查了一元二次方程的解法。

15. 如果分式方程 $\frac{x}{x-3} - 1 = \frac{k}{x-3}$ 有增根，那么 k 的值是_____。

【答案】3

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，由分式方程有增根确定出 k 的值即可。

【详解】解： $\frac{x}{x-3} - 1 = \frac{k}{x-3}$

去分母得： $x - (x-3) = k$,

$\therefore$ 分式方程 $\frac{x}{x-3} - 1 = \frac{k}{x-3}$ 有增根，

$$\therefore x-3=0,$$

解得： $x=3$,

把 $x=3$ 代入 $x - (x-3) = k$ 得： $k=3$,

故答案为：3

【点睛】本题考查分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行：①让最简公分母为0确定增根；②化分式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值。

16. 解方程 $\frac{x^2-1}{3x} - \frac{x}{x^2-1} = 2$ ，若设 $y = \frac{x^2-1}{x}$ ，则原方程可化为关于 y 的整式方程是__

【答案】 $y^2 - 6y - 3 = 0$

【解析】

【分析】把 $y = \frac{x^2-1}{x}$ 代入原方程，去分母化简即可。

【详解】解：把 $y = \frac{x^2-1}{x}$ ，代入原方程得， $\frac{y}{3} - \frac{1}{y} = 2$ ，

去分母，得 $y^2 - 6y - 3 = 0$.

故答案为： $y^2 - 6y - 3 = 0$.

【点睛】 本题考查了换元法解方程，解题关键是熟练运用代入法进行换元，准确化简方程.

17. 直线 $y = \frac{1}{3}x - 2$ 与两根坐标轴围成的三角形的面积是_____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 先求出与坐标轴的交点坐标，然后根据三角形的面积公式求解即可.

【详解】 当 $x=0$ 时， $y = 0 - 2 = -2$ ，

$\therefore OB=2$,

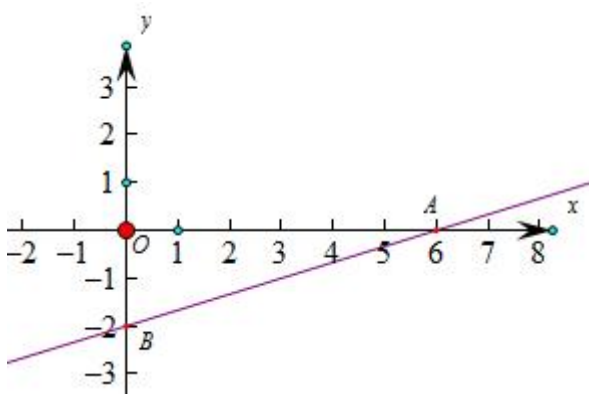
当 $y=0$ 时， $0 = \frac{1}{3}x - 2$ ，解得 $x=6$,

$\therefore OA=6$,

$\therefore$ 直线 $y = \frac{1}{3}x - 2$ 与两根坐标轴围成的三角形的面积是：

$$\frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6.$$

故答案为： 6.



【点睛】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点，三角形的面积公式，熟练掌握坐标轴上点的坐标特征是解答本题的关键. x 轴上的点纵坐标为 0， y 轴上的点横坐标为 0.

18. 如果直线 $y = kx - 1$ 经过点 $A(2, 0)$ ，那么不等式 $kx - 1 < 0$ 的解集为_____.

【答案】 $x < 2$.

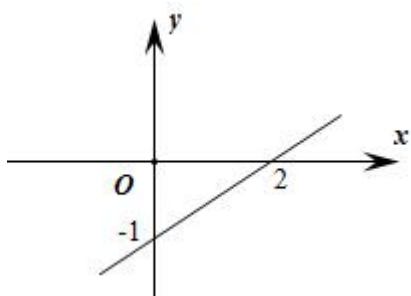
【解析】

【分析】先画出函数图象，然后观察函数图象，比较函数图象的高低（即比较函数值的大小），确定对应的自变量的取值范围．

【详解】当 $x=0$ 时， $y=-1$ ，

$\therefore$ 函数图象还经过点 $(0, -1)$ ．

如图，

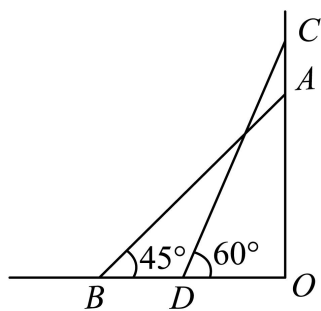


$\therefore$ 当 $x < 2$ 时， $kx - 1 < 0$ ．

故答案为： $x < 2$ ．

【点睛】本题考查了一次函数与一元一次不等式，数形结合是解答本题的关键．

19. 如图，在教学楼走廊上有一拖把以 45° 的倾斜角斜靠在栏杆上，影响了同学们的行走，小明自觉地将拖把挪动位置，使其倾斜角变为 60° ．如果拖把的长为 2 米，则行走的通道拓宽了_____米（结果保留根号）．



【答案】 $\sqrt{2} - 1$

【解析】

【分析】根据余弦函数分别求出两次拖把距墙根的距离，求差得解．

【详解】解： $\because AB=CD=2$ ， $\angle ABO=45^\circ$ ， $\angle CDO=60^\circ$ ，

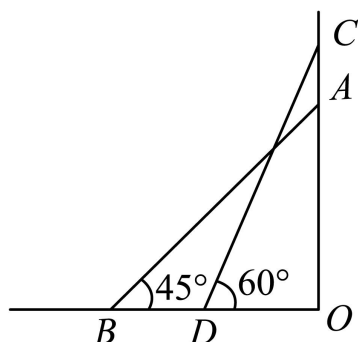
$$\therefore BO=AB \cdot \cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad ;$$

$$DO=CD \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1 \quad .$$

则 $BD=BO-DO=\sqrt{2}-1$.

所以小明拓宽了行路通道 $\sqrt{2}-1$ 米.

故答案为: $\sqrt{2}-1$



【点睛】此题主要考查锐角三角函数的运用能力,掌握余弦值的计算公式

并灵活应用是本题的解题关键.

20. 已知直线 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B (O 为坐标原点), 将 $\triangle ABO$ 绕着点 B 逆时针旋转 60° 后, 点 A 恰好落在点 C 处, 那么点 C 的坐标为_____

【答案】($\sqrt{3}$, 2)

【解析】

【分析】根据题意作出图形, 求出 $AB=2$, $\angle BAO=30^\circ$, 证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 得到 $\angle BAC=60^\circ$, $AC=AB=2$, 求出 $\angle OAC=90^\circ$, 即可得到点 C 的坐标.

【详解】解: 在 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1$ 中令 $x=0$, 则 $y=1$, 令 $y=0$, 则 $x=\sqrt{3}$,

$\therefore A(\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 1)$,

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=2$,

$\therefore \angle BAO=30^\circ$,

将 $\triangle ABO$ 绕着点 B 逆时针旋转 60° 后, 点 A 恰好落在点 C 处,

如图所示, 则 $\angle ABC=60^\circ$, $BA=BC$,

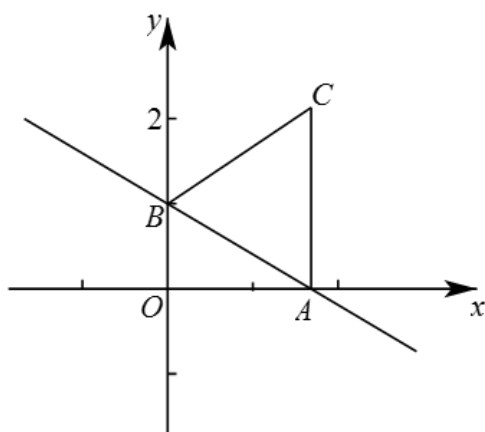
$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle BAC=60^\circ$, $AC=AB=2$,

$\therefore \angle OAC=90^\circ$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 ($\sqrt{3}$, 2),

故答案为: $(\sqrt{3}, 2)$.



【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，旋转的性质，勾股定理以及等边三角形的判定和性质等知识，求出 $\angle BAO = 30^\circ$ ，证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形是解题的关键.

三、计算题

21. 计算: $\left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48}\right) \div 2\sqrt{3}$

【答案】 $\frac{14}{3}$

【解析】

【分析】 先把括号内的各二次根式化为最简二次根式，然后合并后进行二次根式的除法运算；

【详解】 解: 原式 $= \left(6\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3}\right) \div 2\sqrt{3}$,

$$= \frac{28\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3},$$
$$= \frac{14}{3}.$$

【点睛】 本题考查了二次根式的混合运算: 先把各二次根式化为最简二次根式, 再进行二次根式的乘除运算, 然后合并同类二次根式.

22. 解方程: $a(x-1) = 3(x+1)$.

【答案】 当 $a \neq 3$ 时, $x = \frac{a+3}{a-3}$; 当 $a = 3$ 时, 无解

【解析】

【分析】 分两种情况求解即可.

【详解】 解: $a(x-1) = 3(x+1)$

去括号, 得

$$ax - a = 3x + 3,$$

移项合并同类项，得

$$(a-3)x = a+3,$$

$$\text{当 } a \neq 3 \text{ 时, } x = \frac{a+3}{a-3},$$

当 $a=3$ 时，无解.

综上所述，当 $a \neq 3$ 时， $x = \frac{a+3}{a-3}$ ；当 $a=3$ 时，无解.

【点睛】 本题考查了解一元一次方程，分类讨论是解答本题的关键.

$$23. \text{ 解方程: } \frac{3}{x-1} + \frac{6}{1-x^2} = 1$$

$$\text{【答案】 } x=2$$

【解析】

【分析】 先方程两边都乘 $(x+1)(x-1)$ 化成整式方程，再解一元一次方程，检验即可得答案.

$$\text{【详解】 解: } \frac{3}{x-1} + \frac{6}{1-x^2} = 1,$$

$$\text{方程两边都乘 } (x+1)(x-1), \text{ 得 } 3(x+1) - 6 = (x+1)(x-1),$$

$$\text{整理得: } x^2 - 3x + 2 = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 1, x_2 = 2,$$

经检验， $x=1$ 为原方程的增根（舍去）， $x=2$ 是方程的根

则原方程的根为 $x=2$.

【点睛】 本题考查了解分式方程，熟练掌握分式方程的解法是解题关键，注意：解分式方程必须检验，避免出现增根.

$$24. \text{ 解方程: } x^4 - 8x^2 + 15 = 0.$$

$$\text{【答案】 } x_1 = -\sqrt{3}, x_2 = \sqrt{3}, x_3 = -\sqrt{5}, x_4 = \sqrt{5}$$

【解析】

【分析】 用换元法求解即可.

$$\text{【详解】 设 } x^2 = y, \text{ 则原方程变为 } y^2 - 8y + 15 = 0,$$

$$\therefore (y-3)(y-5) = 0,$$

$$\therefore y-3=0 \text{ 或 } y-5=0,$$

$$\therefore y=3 \text{ 或 } y=5.$$

$$\text{当 } y=3 \text{ 时, 则 } x^2=3,$$

$$\therefore x_1=-\sqrt{3}, x_2=\sqrt{3}.$$

$$\text{当 } y=5 \text{ 时, 则 } x^2=5,$$

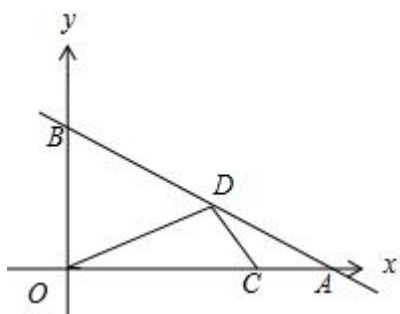
$$\therefore x_3=-\sqrt{5}, x_4=\sqrt{5}.$$

$$\text{综上所述, } x_1=-\sqrt{3}, x_2=\sqrt{3}, x_3=-\sqrt{5}, x_4=\sqrt{5}.$$

【点睛】本题考查了高次方程的解法，通过换元降次是解答本题的关键.

四、解答题

25. 如图，已知一次函数 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点，点 C 、 D 分别在线段 OA 、 AB 上， $CD = CA$.



(1) 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 如果 $\triangle CDO$ 面积是 $\triangle ABO$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ，求点 C 的坐标.

【答案】(1) $A(3, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$; (2) C 点的坐标为 $(\frac{3+\sqrt{3}}{2}, 0)$.

【解析】

【分析】(1) 根据函数关系式求出 A 、 B 两点的坐标;

(2) 过 D 点作 DE 垂直于 x 轴于 E ，设 OC 长度为 m ，再用 m 的代数式表示出 DE ，根据面积关系列出方程求出 m 值，即可得出 C 点坐标.

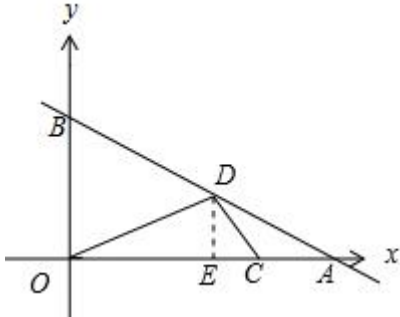
【详解】解：(1) 在 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 中，

$$\text{当 } x=0 \text{ 时 } y=\sqrt{3},$$

当 $y=0$ 时, $-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3} = 0$, 解得 $x=3$,

根据函数关系式可得: $A(3, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$;

(2) 过 D 点作 DE 垂直 x 轴于 E ,



$$\because OA=3, OB=\sqrt{3}, AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle OAB=30^\circ,$$

$$\text{又} \because CD=CA,$$

$$\therefore \angle OCD=\angle OAB+\angle CDA=2\angle OAB=60^\circ,$$

$$\text{设 } OC=m,$$

$$\because OA=3,$$

$$\therefore CD=AC=3-m,$$

$$\because \angle OCD=60^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE=30^\circ,$$

$$\therefore CE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}(3-m),$$

$$DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}(3-m),$$

$$\because S_{\triangle OCD}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABD},$$

$$\therefore \frac{1}{2}OC \cdot DE=\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}OA \cdot OB,$$

$$\text{代入数据整理得: } 2m^2-6m+3=0,$$

$$\text{解得 } m=\frac{3 \pm \sqrt{3}}{2},$$

$$\because C、D \text{ 分别在 } OA、OB \text{ 上},$$

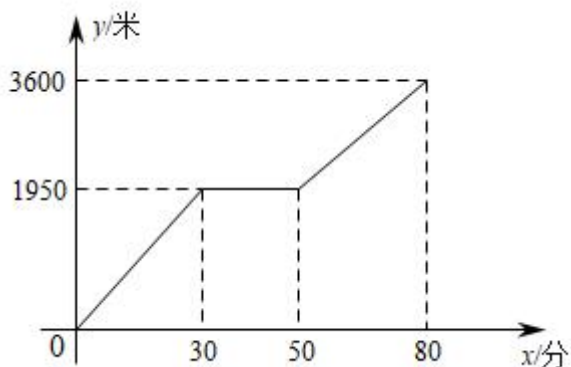
$$\therefore DE < OB, AC < OA, \text{ 即 } \frac{\sqrt{3}}{2}(3-m) < \sqrt{3},$$

$$\therefore 1 < m < 3,$$

$$\therefore C \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}, 0 \right).$$

【点睛】本题主要考查了一次函数图像在坐标系中的应用，主要利用点的坐标、含 30 度角直角三角形的性质以及勾股定理来解题，难点在第三小题中 m 的取值.

26. 小华和小晶上山游玩，小华步行，小晶乘坐缆车，相约在山顶缆车的终点会合. 已知小华步行的路程是缆车所经线路长的 2 倍，小晶在小华出发后 50 分钟才坐上缆车，缆车的平均速度为每分钟 180 米. 图中的折线反映了小华行走的路程 y (米) 与时间 x (分钟) 之间的函数关系.



- (1) 小华行走的总路程是_____米，他途中休息了_____分钟；小华休息之后行走的速度是每分钟_____米；
- (2) 当 $0 \leq x \leq 30$ 时， y 与 x 的函数关系式是_____.
- (3) 当小晶到达缆车终点时，小华离缆车终点的路程是_____米.

【答案】(1) 3600, 20, 55; (2) $y=65x$; (3) 1100

【解析】

【分析】根据图象获取信息：

(1) 小华到达山顶用时 80 分钟，中途休息了 20 分钟，行程为 3600 米；休息前 30 分钟行走 1950 米，休息后 30 分钟行走 $(3600-1950)$ 米，利用路程、时间得出速度即可.

(2) 利用待定系数法解答正比例函数解析式即可；

(3) 求小晶到达缆车终点的时间，计算小华行走路程，求离缆车终点的路程.

【详解】解：(1) 根据图象知：小华行走的总路程是 3600 米，他途中休息了 20 分钟；小华休息之后行走的速度是 $(3600-1950) \div (80-50) = 55$ 米/分钟，

故答案为 3600, 20, 55;

(2) 设函数关系式为 $y=kx$,

可得： $1950=30k$,

解得： $k=65$ ，

所以解析式为： $y=65x$ ，

故答案为： $y=65x$ ；

(3) 小晶所用时间： $\frac{3600}{2} \div 180 = 10$ ，

小华到达山顶用时 80 分钟，

小华比小晶迟到 $80-50-10=20$ (分)，

$\therefore$ 小晶到达终点时，小华离缆车终点的路程为： $20 \times 55 = 1100$ (米)，

故答案为： 1100.

【点睛】此题考查一次函数及其图象的应用，从图象中获取相关信息是关键. 此题第 3 问难度较大.

27. 清明小长假期间，几名同学和家长共同租一辆车去郊游，租车的价位是 480 元，出发时又有 4 名学生参加进来，结果每个人比原来少分摊 4 元车费，请问一共有几个人参加此次郊游活动？

【答案】参加此次郊游活动的同学为 24 名

【解析】

【分析】设原来参加此次郊游活动的同学为 x 名，则后来有 $(x+4)$ 名同学参加，根据增加 4 名学生之后每个同学比原来少分担 4 元车费，列方程即可.

【详解】设参加此次郊游活动的同学为 x 名，

依题意得： $\frac{480}{x-4} - \frac{480}{x} = 4$ ，

化简得： $x^2 - 4x + 480 = 0$ ，

解得 $x_1 = 24$ ， $x_2 = -20$

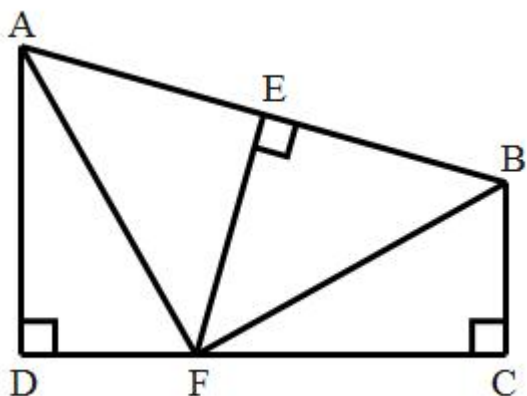
检验，当 $x_2 = -20$ 不符合题意，舍去. $x_1 = 24$ 是原方程的根.

$\therefore$ 原方程的根是 $x_1 = 24$.

答：参加此次郊游活动的同学为 24 名.

【点睛】本题考查了分式方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程.

28. 已知：如图， $AD \perp CD, BC \perp CD$ ， D 、 C 分别为垂足， AB 的垂直平分线 EF 交 AB 于点 E ，交 CD 于点 F ， $BC = DF$.



求证：(1) $\angle DAF = \angle CFB$ ；(2) $AF \perp BF$ 。

【答案】(1) 证明见解析；(2) 证明见解析。

【解析】

【分析】(1) 根据条件可以得出 $\triangle ADF \cong \triangle FCB$ 就可以得出 $\angle DAF = \angle CFB$ ；

(2) 根据 $\angle DAF + \angle DFA = 90^\circ$ 可以得出 $\angle AFB = 90^\circ$ ，就可以得出 $\triangle AFB$ 是等腰直角三角形，从而求解。

【详解】证明：(1) $\because AB$ 的垂直平分线 EF 交 AB 于点 E ，交 CD 于点 F ，

$\therefore AF = BF$ ， $AE = BE$ 。

$\because AD \perp CD$ ， $BC \perp CD$ ，

$\therefore \angle D = \angle C = 90^\circ$ 。

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle FCB$ 中 $\begin{cases} AF = FB \\ DF = CB \end{cases}$ ，

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle FCB$ (HL)，

$\therefore \angle DAF = \angle CFB$ ；

(2) $\because \angle D = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAF + \angle DFA = 90^\circ$ ，

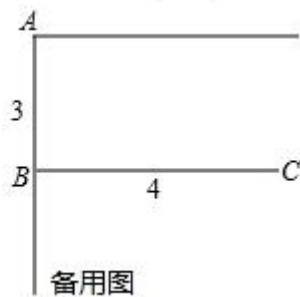
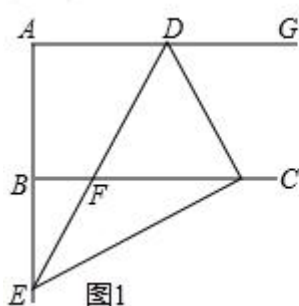
$\therefore \angle CFB + \angle DFA = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$ 。

$\therefore AF \perp BF$ 。

【点睛】本题考查了直角三角形的性质的运用，垂直平分线的性质的运用，全等三角形的判定及性质的运用，解答时证明三角形全等是关键。

29. 如图，已知 $AB = 3$ ， $BC = 4$ ， $AB \perp BC$ ， $AG \parallel BC$ ，将一个直角的顶点置于点 C ，并将它绕着点 C 旋转，两条直角边分别交射线 AG 于点 D ，交 AB 的延长线于点 E ，联结 DE 交 BC 于点 F ，设 $BE = x$ 。



- (1) 当 $\angle DCB = 60^\circ$ 时, 求 BE 的长;
- (2) 若 $AD = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式及定义域;
- (3) 旋转过程中, 若 $DC = FC$, 求此时 BE 的长.

【答案】(1) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$; (2) $y = -\frac{3}{4}x + 4$ ($0 \leq x \leq \frac{16}{3}$); (3) $\frac{7}{6}$.

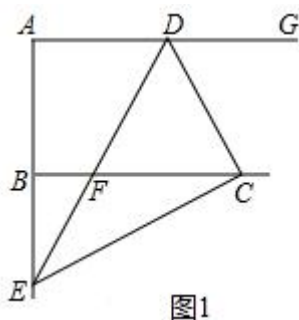
【解析】

【分析】(1) 首先证明, $\angle CBE = 90^\circ$, $\angle BCE = 30^\circ$, 根据 $\tan 30^\circ = \frac{BE}{BC}$, 即可解决问题.

(2) 如图 2 中, 作 $DM \perp BC$ 于 M . 只要证明 $\triangle DCM \sim \triangle CEB$, 得 $\frac{DM}{CB} = \frac{CM}{EB}$, 由此即可解决问题.

(3) 先证明 $\angle EDA = \angle EDC$, 由 $EA \perp DA$, $EC \perp DC$, 推出 $EA = EC = x + 3$, 在 $\text{Rt} \triangle BCE$ 中, 根据 $EC^2 = BE^2 + BC^2$, 列出方程即可解决问题.

【详解】解: (1) 如图 1 中,



$\because \angle DCE = 90^\circ$, $\angle DCF = 60^\circ$,

$\therefore \angle BCE = 30^\circ$,

$\because AB \perp BC$,

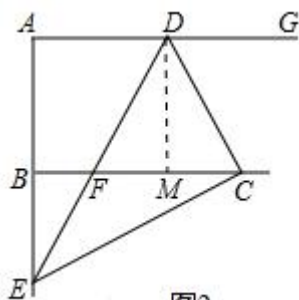
$\therefore \angle CBE = 90^\circ$,

$\therefore \tan 30^\circ = \frac{BE}{BC}$,

$\therefore \frac{BE}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\therefore BE = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

(2) 如图 2 中, 作 $DM \perp BC$ 于 M .



$\because AG \parallel BC, AB \perp BC,$

$\therefore AG \perp AB,$

$\therefore \angle A = \angle ABM = \angle DMB = 90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 $ABMD$ 是矩形,

$\therefore BM = AD = y, AB = DM = 3, CM = 4 - y,$

$\because \angle DCM + \angle CDM = 90^\circ, \angle DCM + \angle BCE = 90^\circ,$

$\therefore \angle CDM = \angle BCE, \therefore \angle DMC = \angle CBE,$

$\therefore \triangle DCM \sim \triangle CEB,$

$$\therefore \frac{DM}{CB} = \frac{CM}{EB}$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{4-y}{x},$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + 4$$

$$\text{由题意可得} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x \geq 0 \\ -\frac{3}{4}x + 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } 0 \leq x \leq \frac{16}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + 4 \quad (0 \leq x \leq \frac{16}{3})$$

(3) 如图 3 中,

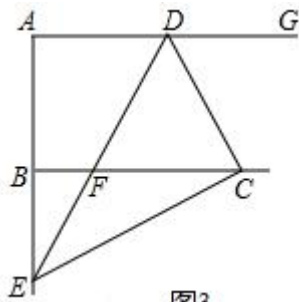


图3

$$\therefore CD=CF,$$

$$\therefore \angle CDF=\angle CFD,$$

$$\therefore AG\parallel BC,$$

$$\therefore \angle CFD=\angle ADF,$$

$$\therefore \angle EDA=\angle EDC,$$

$$\therefore EA\perp DA, \quad EC\perp DC,$$

$$\therefore EA=EC=x+3,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $\therefore EC^2=BE^2+BC^2$,

$$\therefore (x+3)^2=x^2+4^2,$$

$$\therefore x=\frac{7}{6},$$

$$\therefore BE=\frac{7}{6}.$$

【点睛】 本题考查几何变换综合题、相似三角形的判定和性质、矩形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会正确寻找相似三角形解决问题，学会用方程的思想思考问题，属于中考压轴题.