

2025-2026 学年上海市松江区多校八年级（上）联考数学试卷（1 月份）

一、选择题：本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列各数中，是无理数的是()

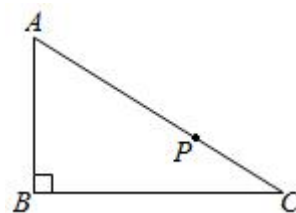
- A. -1 B. 0 C. $\frac{22}{7}$ D. $\sqrt{3}$

2. 某果园今年栽种果树 300 棵，现计划扩大种植面积，使今后两年的栽种量都比前一年增长一个相同的百分数，这样三年(包括今年)的总栽种量为 2100 棵。若这个百分数为 x ，则由题意可列方程为()

- A. $300(1+x)^2 = 2100$
B. $300 + 300(1+x)^2 = 2100$
C. $300(1+x) + 300(1+x)^2 = 2100$
D. $300 + 300(1+x) + 300(1+x)^2 = 2100$

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 8$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，若 P 是 AC 上的一个动点，则 $AP + BP + CP$ 的最小值是()

- A. 14.8
B. 15
C. 15.2
D. 16



4. 等腰三角形的腰和底分别是 $x^2 - 12x + 20 = 0$ 的两根，则该三角形的周长为()

- A. 14 B. 22 C. 22 或 14 D. 22 或 14

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

5. 已知 $1 \leq a \leq 2$ ，化简 $\sqrt{a^2 - 2a + 1} + |a - 2| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 不等式 $\sqrt{3}x - 1 \leq \sqrt{2}x$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7. 一元二次方程 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 配方得 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 一元二次方程 $(x + 1)(x - 1) = 2(x + 1)$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

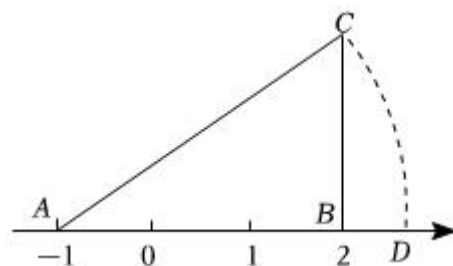
9. 在实数范围内分解因式： $2x^2 + 4x - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 如果 $\sqrt{2x - 6}$ 与 $\sqrt{2 + y}$ 互为相反数，那么 $x^2 + y$ 的算术平方根是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

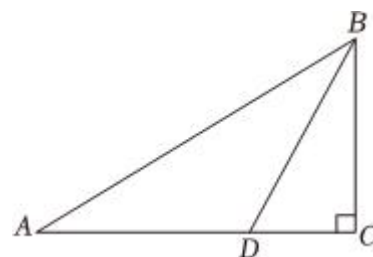
11. 在 $\triangle ABC$ 中， a ， b ， c 分别是 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的对边，下列条件能判断 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

① $\angle A - \angle B = \angle C$ ；② $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ；③ $(b + c)(b - c) = a^2$ ；④ $a = 1$ ， $b = \sqrt{2}$ ， $c = 3$ 。

12.如图，数轴上点 A 表示的数是 -1 ，点 B 表示的数是 2 ， $CB \perp AB$ 于点 B ，且 $BC = 2$ ，以点 A 为圆心， AC 为半径在点 A 右侧画弧交数轴于点 D ，则点 D 表示的数是_____。



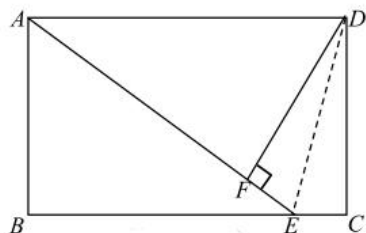
13.如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ， $AD = 4$ ， $CD = 2$ ，那么 $AB =$ _____。



14.若 m, n 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个实数根，则 $2m^2 + 4n^2 - 4n + 2025$ 的值为_____。

15.在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的中线， $AD \perp AB$ ，如果 $AC = 5$ ， $AD = 2$ ，那么 AB 的长是_____。

16.如图，长方形 $ABCD$ 中， $BC = 5$ ， $AB = 3$ ，点 E 在边 BC 上，将 $\triangle DCE$ 沿着 DE 翻折后，点 C 落在线段 AE 上的点 F 处，那么 CE 的长度是_____。



三、计算题：本大题共 2 小题，共 12 分。

17.计算： $(3\sqrt{\frac{4}{3}} - \sqrt{24}) \div \sqrt{3} - \frac{2}{2-\sqrt{2}}$ 。

18.解方程： $x^2 - x - 1 = 0$ 。

四、解答题：本题共 5 小题，共 40 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19.(本小题 8 分)

已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根。

(1)求 m 的取值范围；

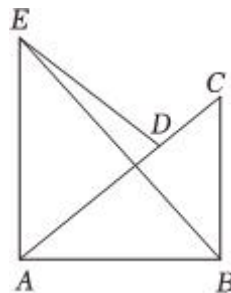
(2)若该方程的两个实数根的平方和为 21，求 m 的值。

20.(本小题 8 分)

A 、 B 两组学生前往离学校 5km 的营地，两组同时从学校出发.已知 A 组的速度比 B 组快 1km/h ，所以 A 组比 B 组早 15min 到达营地.问： A 、 B 两组各用了多长时间到达营地？

21.(本小题 8 分)

如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle ADE$.已知 $\angle BAC = 45^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，连接 BE ，求 BE 的长.

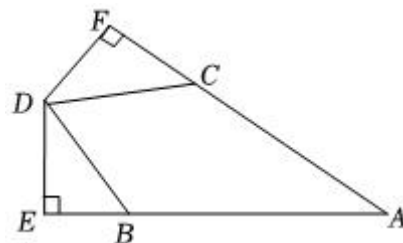


22.(本小题 8 分)

已知，如图， $AB = AC$ ， $BD = CD$ ， $DE \perp AB$ 于点 E ， $DF \perp AC$ 于点 F .

(1)求证： $\angle ABD = \angle ACD$ ；

(2)求证： $DE = DF$.

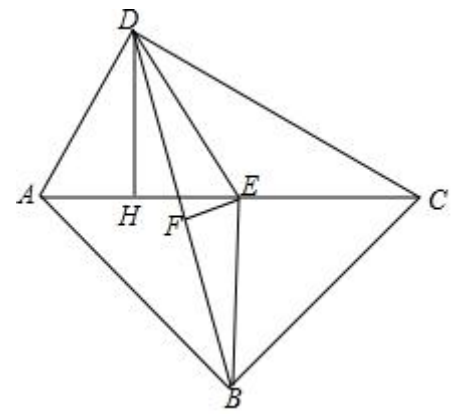


23.(本小题 8 分)

如图，已知四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ，点 E 是 AC 中点，点 F 是 BD 中点.

(1)求证： $EF \perp BD$ ；

(2)过点 D 作 $DH \perp AC$ 于 H 点，如果 BD 平分 $\angle HDE$ ，求证： $BA = BC$.



答案和解析

1. 【答案】D

【解析】解：A、-1 是有理数，故此选项不符合题意；

B、0 是有理数，故此选项不符合题意；

C、 $\frac{22}{7}$ 是有理数，故此选项不符合题意；

D、 $\sqrt{3}$ 是无理数，故此选项符合题意；

故选：D.

根据有理数、无理数的定义判断即可.

本题考查了无理数的识别，无限不循环小数叫无理数，初中范围内常见的无理数有三类：① π 类，如 2π ，

$\frac{\pi}{3}$ 等；②开方开不尽的数，如 $\sqrt{2}$ ， $\sqrt[3]{5}$ 等；③虽有规律但却是无限不循环的小数，如 $0.1010010001\cdots$ (两个

1 之间依次增加 1 个 0)， $0.2121121112\cdots$ (两个 2 之间依次增加 1 个 1) 等.

2. 【答案】D

【解析】解：设这个百分数为 x ，根据题意得出：

$$300 + 300(1+x) + 300(1+x)^2 = 2100,$$

故选：D.

首先表示出各年栽种果树棵数，进而得出方程即可.

此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，分别表示出各年的栽种数量是解题关键.

3. 【答案】A

【解析】解： $\because \angle B = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\therefore AP + BP + PC = BP + AC = BP + 10,$$

根据垂线段最短可知，当 $BP \perp AC$ 时， BP 的值最小，最小值 $BP = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{24}{5} = 4.8$ ，

$$\therefore AP + BP + CP \text{ 的最小值} = 10 + 4.8 = 14.8,$$

故选：A.

利用勾股定理求出 AC ，根据垂线段最短，求出 BP 的最小值即可解决问题.

本题考查解直角三角形，勾股定理，动点问题等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

4. 【答案】B

【解析】解：根据题意列一元二次方程得， $x^2 - 12x + 20 = 0$ ，

解得 $x_1 = 10$, $x_2 = 2$,

$\because 2 + 2 < 10$ 不能构成三角形，

$\therefore 10$ 为等腰三角形的腰长，2 为底边长，

$\therefore 10 + 10 + 2 = 22$ ，即该三角形的周长为 22，

故选：B.

根据等腰三角形的定义和三角形的三边关系，确定等腰三角形的腰，根据周长公式进行计算即可.

本题考查解一元二次方程，等腰三角形的性质，三角形的三边关系，关键是相关知识的熟练掌握.

5. 【答案】1

【解析】解：由条件可知 $a - 1 \geq 0$, $a - 2 \leq 0$,

$\therefore$ 原式 $= |a - 1| + |a - 2|$

$= a - 1 - (a - 2) = a - 1 - a + 2 = 1$.

故答案为：1.

由 $1 \leq a \leq 2$ 可得 $a - 1 \geq 0$, $a - 2 \leq 0$ ，再化简二次根式与绝对值，最后合并即可.

本题考查的是二次根式的化简，绝对值的化简，掌握“ $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x (x \geq 0) \\ -x (x \leq 0) \end{cases}$ ”是解本题的关键.

6. 【答案】 $x \leq \sqrt{3} + \sqrt{2}$

【解析】解：原不等式移项得：

$\sqrt{3}x - \sqrt{2}x \leq 1$,

$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x \leq 1$,

$x \leq \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$

$\therefore x \leq \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

故答案为： $x \leq \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

按照解不等式的步骤，先移项，再合并同类项，系数化为 1，最后对结果进行化简即可.

本题考查了不等式的解法以及二次根式的分母有理化，根据不等式的性质，确定未知系数的有理化因式是解题的关键.

7. 【答案】 $(x + 3)^2 = 5$

【解析】解：由题意得， $x^2 + 6x = -4$,

$x^2 + 6x + 9 = -4 + 9$,

$(x + 3)^2 = 5$,

故一元二次方程 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 配方得 $(x + 3)^2 = 5$,

故答案为: $(x + 3)^2 = 5$.

先把常数项移项, 然后在方程两边加上一次项系数一半的平方即可解答.

本题考查了解一元二次方程, 熟练掌握解一元二次方程的配方法是解题的关键.

8. 【答案】 $x_1 = -1, x_2 = 3$

【解析】解: 原方程变形为: $(x + 1)(x - 1) - 2(x + 1) = 0$

即 $(x + 1)(x - 1 - 2) = 0$

$\therefore (x + 1)(x - 3) = 0$

$\therefore x_1 = -1, x_2 = 3$.

故答案为: $x_1 = -1, x_2 = 3$.

先对方程进行变形, 将等号右边的式子移项到等号左边, 然后提取公因式 $x + 1$, 将原式化为两式相乘的形式, 再根据“两式相乘值为 0, 这两式中至少有一式值为 0”来解题.

本题考查了一元二次方程的解法. 解一元二次方程常用的方法有直接开平方法, 配方法, 公式法, 因式分解法, 要根据方程的特点灵活选用合适的方法. 本题运用的是因式分解法.

9. 【答案】 $2(x - \frac{-2+\sqrt{10}}{2})(x - \frac{-2-\sqrt{10}}{2})$

【解析】解: 方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的根为: $x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$.

$\therefore 2x^2 + 4x - 3 = 2(x - \frac{-2+\sqrt{10}}{2})(x - \frac{-2-\sqrt{10}}{2})$.

故答案为: $2(x - \frac{-2+\sqrt{10}}{2})(x - \frac{-2-\sqrt{10}}{2})$.

先求出二次三项式为 0 时的根, 再把多项式因式分解即可.

本题考查了实数范围内分解因式, 掌握因式分解的求根法是解决本题的关键.

10. 【答案】 $\sqrt{7}$

【解析】解: 根据题意可知, $\sqrt{2x - 6} + \sqrt{2 + y} = 0$,

$\therefore 2x - 6 = 0, 2 + y = 0$,

解得: $x = 3, y = -2$,

$\therefore x^2 + y = 3^2 + (-2) = 9 - 2 = 7$,

$\therefore x^2 + y$ 的算术平方根是 $\sqrt{7}$.

故答案为: $\sqrt{7}$.

先根据 $\sqrt{2x - 6}$ 与 $\sqrt{2 + y}$ 互为相反数, 求出 $x = 3, y = -2$, 进而得到 $x^2 + y = 3^2 + (-2) = 7$, 即可求

出 $x^2 + y$ 的算术平方根是 $\sqrt{7}$.

本题考查了算术平方根, 相反数, 掌握相应的定义是关键.

11. 【答案】①②③

【解析】解: ① $\angle A - \angle B = \angle C$, 结合内角和得 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,
由 $\angle A + \angle B + \angle A - \angle B = 180^\circ$, 解得 $\angle A = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, 符合题意;

② $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 则最大角 $\angle C = \frac{3}{1+2+3} \times 180^\circ = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, 符合题意;

③ $(b+c)(b-c) = a^2$, 展开得 $b^2 - c^2 = a^2$, 即 $b^2 = a^2 + c^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形, 符合题意;

④ $a = 1, b = \sqrt{2}, c = 3, \therefore 1 + \sqrt{2} < 3$,

$\therefore a + b < c$,

$\therefore$ 不能构成三角形, 不符合题意;

故答案为: ①②③.

根据直角三角形的判定方法, 逐一用勾股定理的逆定理和三角形内角和定理分析各选项是否存在 90° 角即可判断①、②、③; 根据三角形三边关系即可判断④.

本题考查勾股定理的逆定理, 三角形内角和定理. 熟练掌握以上知识点是关键.

12. 【答案】 $\sqrt{13} - 1$

【解析】解: 由题意得, $AB = 3, BC = 2$,

$\therefore CB \perp AB$,

$\therefore \angle CBA = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CBA$ 是直角三角形,

即 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$,

$\therefore AD = AC = \sqrt{13}$,

$\therefore OD = AD - 1 = \sqrt{13} - 1$,

即点 D 表示的数为: $\sqrt{13} - 1$,

故答案为: $\sqrt{13} - 1$.

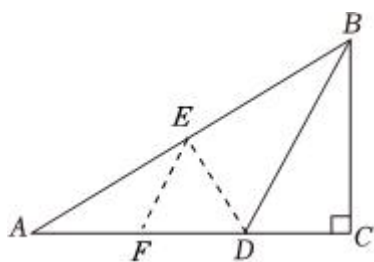
根据题意得 $AB = 3, BC = 2, \angle CBA = 90^\circ$, 则 $\triangle CBA$ 是直角三角形, 根据勾股定理得 AC 的长, 得

$OD = AD - AO$, 即可得.

本题考查了勾股定理, 以及数轴上的点与实数的一一对应的关系, 解题的关键是勾股定理求出 AC 的长.

13. 【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】解: 如图, BD 平分 $\angle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $AD = 4$, $CD = 2$, 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 取 AD 的中点 F , 连接 EF , 则 $EF = \frac{1}{2}AD = DF$,



$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2}\angle ABC, DE = DC = 2, EF = \frac{1}{2}AD = DF = 2,$$

$$\therefore DE = DF = EF,$$

在直角三角形 ADE 中, 由勾股定理得: $AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = 2\sqrt{3}$,

$\therefore \triangle DEF$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle ADE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 30^\circ = \angle A,$$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore DE \perp AB,$$

$$\therefore AB = 2AE = 4\sqrt{3};$$

故答案为: $4\sqrt{3}$.

作 $DE \perp AB$ 于点 E , 取 AD 的中点 F , 连接 EF , 易证 $\triangle DEF$ 为等边三角形, 推出 $\angle A = 30^\circ$, 进而得到 $\angle A = \angle ABD$, 三线合一, 得到 $AB = 2AE$, 即可得出结果.

本题考查勾股定理, 角平分线的性质, 直角三角形斜边上的中线, 熟练掌握相关知识点, 合理添加辅助线是解题的关键.

14. 【答案】 2039

【解析】解: 由条件可知 $m^2 - 2m - 1 = 0$, $n^2 - 2n - 1 = 0$, $m + n = 2$,

$$\therefore m^2 = 2m + 1, n^2 = 2n + 1,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore 2m^2 + 4n^2 - 4n + 2025 \\
&= 2(2m + 1) + 4(2n + 1) - 4n + 2025 \\
&= 4m + 2 + 8n + 4 - 4n + 2025 \\
&= 4m + 4n + 2031 \\
&= 4 \times 2 + 2031 \\
&= 2039,
\end{aligned}$$

故答案为：2039.

由 m, n 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个实数根可得： $m^2 = 2m + 1$, $n^2 = 2n + 1$, $m + n = 2$, 代入所求式子即可得到答案.

本题考查一元二次方程根与系数的关系及根的概念，解题的关键是整体思想的应用.

15. 【答案】 3

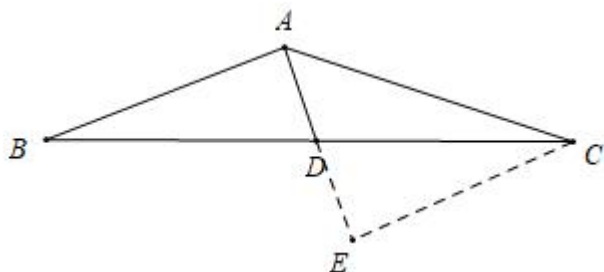
【解析】 【分析】

本题主要考查了全等三角形的判定与性质，勾股定理等知识，作辅助线构造全等三角形是解题的关键.

过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 AD 的延长线于点 E , 利用 ASA 证明 $\triangle ABD \cong \triangle ECD$, 得 $AB = EC$, $AD = ED = 2$, 再利用勾股定理即可得出答案.

【解答】

解：如图，过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 AD 的延长线于点 E ,



$$\begin{aligned}
&\because AD \text{ 是 } BC \text{ 边上的中线,} \\
&\therefore BD = CD, \\
&\because AD \perp AB, CE \parallel AB, \\
&\therefore AD \perp CE, \angle ABD = \angle ECD, \\
&\therefore \angle E = 90^\circ,
\end{aligned}$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ECD$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle EDC \\ BD = CD \\ \angle ABD = \angle ECD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD (ASA),$$

$$\therefore AB = EC, AD = ED = 2,$$

$$\therefore AE = 2AD = 4,$$

$$\text{在 } Rt \triangle AEC \text{ 中, } CE = \sqrt{AC^2 - AE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore AB = CE = 3,$$

故答案为: 3.

16. 【答案】 1

【解析】 【分析】

本题考查了三角形的全等和勾股定理的应用, 一定要熟练掌握全等三角形的判定方法和勾股定理的内容.

由翻折易得 $\triangle DFE \cong \triangle DCE$, 则 $DF = DC$, $\angle DFE = \angle C = 90^\circ$, 再由 $AD \parallel BC$ 得 $\angle DAF = \angle AEB$, 根据 AAS 证出 $\triangle ABE \cong \triangle DFA$; 则 $AE = AD = BC = 5$, $DF = CD = AB = 3$, 在 $Rt \triangle ADF$ 中, 由勾股定理可得 $AF = 4$, 则 $EF = AE - AF = 5 - 4 = 1$, 可得答案.

【解答】

解: 由长方形 $ABCD$, 得 $\angle B = \angle C = 90^\circ$, $CD = AB$, $AD = BC$, $AD \parallel BC$.

由 $\triangle DEC$ 沿线段 DE 翻折, 点 C 恰好落在线段 AE 上的点 F 处, 得 $\triangle DFE \cong \triangle DCE$,

$$\therefore DF = DC, \angle DFE = \angle C = 90^\circ, EF = CE,$$

$$\therefore DF = AB, \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle B,$$

由 $AD \parallel BC$ 得 $\angle DAF = \angle AEB$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DFA$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle AEB = \angle DAF \\ \angle B = \angle AFD \\ AB = DF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFA (AAS).$$

$$\therefore AE = AD = BC = 5, DF = CD = AB = 3$$

在 $Rt \triangle ADF$ 中,

由勾股定理可得:

$$AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\text{则 } EF = AE - AF = 5 - 4 = 1,$$

$$\therefore CE = EF = 1.$$

故答案为: 1.

$$\begin{aligned} 17. \text{【答案】解: 原式} &= 3\sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{1}{3}} - \sqrt{24 \times \frac{1}{3}} - \frac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} \\ &= 3 \times \frac{2}{3} - 2\sqrt{2} - (2 + \sqrt{2}) \\ &= 2 - 2\sqrt{2} - (2 + \sqrt{2}) \\ &= 2 - 2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} \\ &= -3\sqrt{2}. \end{aligned}$$

【解析】本题考查了二次根式的混合运算, 熟练掌握二次根式的性质、二次根式的乘法和除法法则是解决问题的关键.

利用乘法的分配律和分母有理化得到原式 $= 3\sqrt{\frac{4}{3} \times \frac{1}{3}} - \sqrt{24 \times \frac{1}{3}} - \frac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$, 然后根据二次根式的性质和平方差公式计算.

$$18. \text{【答案】解: } x^2 - x - 1 = 0,$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

【解析】本题考查了公式法解一元二次方程, 解题时要注意将方程化为一般形式. 确定 a, b, c 的值, 然后检验方程是否有解, 若有解, 代入公式即可求解.

解此题的关键是熟练应用求根公式, 要注意将方程化为一般形式, 确定 a, b, c 的值.

$$19. \text{【答案】} (1)m > -\frac{5}{4} \quad (2)m = \sqrt{10} - 1$$

【解析】解: (1) $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,

$$\therefore \Delta > 0, \text{ 即 } (2m+1)^2 - 4(m^2 - 1) > 0,$$

$$\text{解得 } m > -\frac{5}{4}.$$

(2) 设 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 1 = 0$ 的两个根分别为 a, b ,

$$\therefore a + b = -2m - 1, ab = m^2 - 1,$$

$\because$ 该方程的两个实数根的平方和为 21, 即 $a^2 + b^2 = 21$,

$$\therefore (a+b)^2 - 2ab = 21,$$

$$\therefore (-2m-1)^2 - 2(m^2 - 1) = 21,$$

$$\text{解得: } m = -\sqrt{10} - 1 \text{ 或 } m = \sqrt{10} - 1,$$

$$\because m > -\frac{5}{4},$$

$$\therefore m = \sqrt{10} - 1.$$

(1)根据方程有两个不相等的实数根，得到判别式大于 0，进行求解即可；

(2)利用一元二次方程的根与系数的关系，得到关于 m 的一元二次方程，进行求解即可.

此题主要考查了根的判别式，一元二次方程的解，以及根与系数的关系，关键是掌握一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系.

20. 【答案】A组用了 60min，B组用了 75min 到达营地.

【解析】解：设 B 组的速度为 $x \text{ km/h}$ ，则 A 组的速度为 $(x + 1) \text{ km/h}$ ， $15 \text{ min} = \frac{1}{4} \text{ h}$ ，

根据题意列分式方程得： $\frac{5}{x} - \frac{5}{x+1} = \frac{1}{4}$

整理得， $x^2 + x - 20 = 0$ ，

解得： $x_1 = 4$ ， $x_2 = -5$ (速度不能为负，舍去)，

$\therefore$ B 组的速度为 4 km/h ，所用时间为 $\frac{5}{4} \text{ h} = 75 \text{ min}$ ，A 组的速度为 5 km/h ，所用时间为 $\frac{5}{5} \text{ h} = 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$ ，

即 A 组用了 60min，B 组用了 75min 到达营地.

行程问题中，利用“速度=路程 $\div$ 时间”，设 B 组的速度为 $x \text{ km/h}$ ，则 A 组的速度为 $(x + 1) \text{ km/h}$ ，再将 15min 化为小时单位，根据 A 组与 B 组的时间差为 $\frac{1}{4} \text{ h}$ ，列出分式方程，通过通分化简方程，得到一元二次方程，求解并舍去负根，得到两组的速度，分别代入公式即可计算出 A、B 两组各用的时间.

本题考查了分式方程的应用，关键是根据题意找到关系式.

21. 【答案】5.

【解析】解：将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 得到 $\triangle ADE$.

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle BAC + \angle DAE = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$$

已知 $\angle BAC = 45^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ，

由旋转得 $AE = AC = 4$ ，

$$\because \angle EAB = 90^\circ, AB = 3,$$

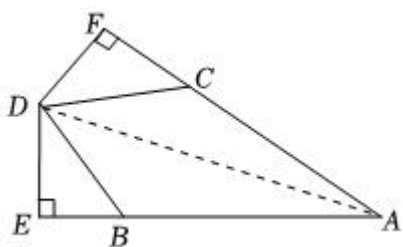
在直角三角形 ABE 中，由勾股定理得： $BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$\therefore BE$ 的长为 5.

由旋转得 $AE = AC = 4$ ， $\angle EAB = 90^\circ$ ，根据勾股定理可以求出 BE 的长.

此题考查旋转的性质、勾股定理，解答本题的关键是熟练掌握旋转的性质.

22. 【答案】 (1)连接 AD , 如图所示:



在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ BD = CD, \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD (SSS)$,

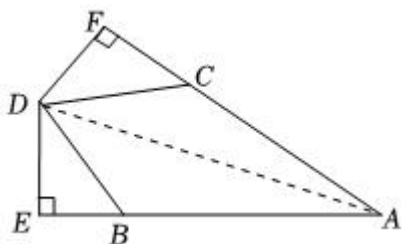
$\therefore \angle ABD = \angle ACD$ (全等三角形对应角相等) (2) 根据 (1) 可知: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ (全等三角形对应角相等),

$\therefore DE \perp AB, DF \perp AC$,

$\therefore DE = DF$

【解析】 证明: (1) 连接 AD , 如图所示:



在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,

$$\begin{cases} AB = AC \\ BD = CD, \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD (SSS)$,

$\therefore \angle ABD = \angle ACD$ (全等三角形对应角相等);

(2) 根据 (1) 可知: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ (全等三角形对应角相等),

$\therefore DE \perp AB, DF \perp AC$,

$\therefore DE = DF$.

(1) 连接 AD , 由题意易得 $\triangle ABD \cong \triangle ACD (SSS)$, 然后根据全等三角形的性质可进行求证;

(2) 由 (1) 可得 $\angle BAD = \angle CAD$, 进而根据角平分线的性质定理可进行求证.

本题主要考查全等三角形的性质与判定及角平分线的性质，熟练掌握全等三角形的性质与判定及角平分线的性质定理是解题的关键.

23. 【答案】(1)证明: $\because \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, 点 E 是 AC 中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AC, BE = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore DE = BE,$$

$\because$ 点 F 是 BD 中点,

$$\therefore EF \perp BD;$$

(2)证明: 设 AC, BD 交于点 O ,

$$\because DH \perp AC, EF \perp BD,$$

$$\therefore \angle DHO = \angle EFO = 90^\circ,$$

$$\because \angle DOH = \angle BOE,$$

$$\therefore \angle HDF = \angle OEF,$$

$$\because DE = BE,$$

$$\therefore \angle EDO = \angle EBO,$$

$$\because BD \text{ 平分 } \angle HDE,$$

$$\therefore \angle HDF = \angle EDO,$$

$$\therefore \angle OEF = \angle EBO,$$

$$\because \angle OEF + \angle EOF = 90^\circ,$$

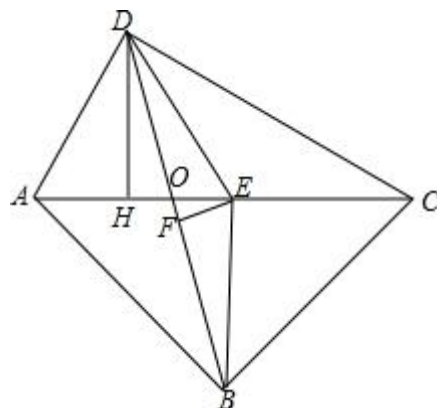
$$\therefore \angle EOF + \angle EBO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEO = 90^\circ,$$

$$\therefore BE \perp AC,$$

$$\therefore AE = CE,$$

$$\therefore BA = BC.$$



【解析】本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，等腰三角形的判定和性质，正确的识别图形是解题的关键.

(1)根据直角三角形和等腰三角形的性质即可得到结论;

(2)设 AC, BD 交于点 O , 根据垂直的定义得到 $\angle DHO = \angle EFO = 90^\circ$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle EDO = \angle EBO$, 由角平分线的定义得到 $\angle HDF = \angle EDO$, 求出 $\angle BEO = 90^\circ$, 即可得到结论.