

上海外国语大学附属外国语学校松江云间中学

2024-2025 学年八年级上学期学情调研数学试卷

(满分 100 分, 考试时间: 90 分钟)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列各式中, 与 $\sqrt{5}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{75}$

B. $\sqrt{25}$

C. $\sqrt{0.5}$

D. $\sqrt{0.2}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了利用二次根式的性质化简, 同类二次根式. 熟练掌握利用二次根式的性质化简, 同类二次根式是解题的关键.

先对各选项利用二次根式的性质化简, 然后利用同类二次根式的定义判断作答即可.

【详解】解: 由题意知, $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sqrt{0.2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore$ 与 $\sqrt{5}$ 是同类二次根式的是 $\sqrt{0.2}$,

故选: D.

2. $\sqrt{3}-2$ 的倒数是 ()

A. $\sqrt{3}+2$

B. $2-\sqrt{3}$

C. $\sqrt{3}-2$

D. $-\sqrt{3}-2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了分母有理化, 求一个数的倒数, 根据乘积为 1 的两个数互为倒数得到 $\sqrt{3}-2$ 的倒数是 $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$, 再把 $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$ 进行分母有理化即可得到答案.

【详解】解: $\sqrt{3}-2$ 的倒数是 $\frac{1}{\sqrt{3}-2} = \frac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} = \frac{\sqrt{3}+2}{3-4} = -\sqrt{3}-2$,

故选: D.

3. 下列结论正确的是 ()

A. $\sqrt{(3-\pi)^2} = 3-\pi$

B. $\sqrt{a^2-4}$ 不是最简二次根式

$$C. \sqrt{-ab^2} (b < 0) = b\sqrt{-a}$$

$$D. (\sqrt{12} + \sqrt{18}) \div \sqrt{3} = 2 + \sqrt{6}$$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了化简二次根式，最简二次根式的定义，二次根式的除法计算，根据 $\sqrt{a^2} = |a|$ 可判断 A、C；被开方数不含有分母且被开方数不含有开得尽方的因数或因式，这样的二次根式叫做最简二次根式，据此可判断 B；根据二次根式除法计算法则可判断 D.

【详解】解：A、 $\sqrt{(3-\pi)^2} = \pi - 3$ ，原结论错误，不符合题意；

B、 $\sqrt{a^2 - 4}$ 是最简二次根式，原结论错误，不符合题意；

C、 $\sqrt{-ab^2} (b < 0) = -b\sqrt{-a}$ ，原结论错误，不符合题意；

D、 $(\sqrt{12} + \sqrt{18}) \div \sqrt{3} = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3} = 2 + \sqrt{6}$ ，原结论正确，符合题意；

故选：D.

4. 下列关于 x 的方程中一定是一元二次方程的是 ()

$$A. x - 3 = 0$$

$$B. \frac{1}{x^2} = 2$$

$$C. ax^2 + bx + c = 0$$

$$D. (m^2 + 1)x^2 = 0$$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二次方程的定义，只含有一个未知数，且未知数的最高次为 2 的整式方程叫做一元二次方程，据此求解即可.

【详解】解：A、 $x - 3 = 0$ 未知数的最高次不是 2，不是一元二次方程，不符合题意；

B、 $\frac{1}{x^2} = 2$ 不是整式方程，不是一元二次方程，不符合题意；

C、当 $a = 0$ 时， $ax^2 + bx + c = 0$ 不是一元二次方程，不符合题意；

D、 $(m^2 + 1)x^2 = 0$ 是一元二次方程，符合题意；

故选：D.

5. 用配方法解一元二次方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ ，配方正确的是 ().

$$\text{A. } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$$

$$\text{B. } \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{C. } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$$

$$\text{D. } \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$$

【答案】A

【解析】

【分析】按照配方法的步骤进行求解即可得答案.

【详解】解: $2x^2 - 3x - 1 = 0$,

移项得 $2x^2 - 3x = 1$,

二次项系数化 1 的 $x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{1}{2}$,

配方得 $x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$,

即 $\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{17}{16}$,

故选: A.

【点睛】本题考查了配方法解一元二次方程, 配方法的一般步骤为 (1) 把常数项移到等号的右边; (2) 把二次项的系数化为 1; (3) 等式两边同时加上一次项系数一半的平方.

6. 如果 $y = kx + 2k + x$ 是关于 x 的正比例函数, 则 k 的值为 ()

A. -1

B. 2

C. 0

D. 1

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了正比例函数的定义. 熟练掌握正比例函数的定义是解题的关键.

由 $y = kx + 2k + x$ 是关于 x 的正比例函数, 可知 $y = (k+1)x + 2k$ 中 $k+1 \neq 0, 2k = 0$, 求解作答即可.

【详解】解: $\because y = kx + 2k + x$ 是关于 x 的正比例函数,

$\therefore y = (k+1)x + 2k$ 中 $k+1 \neq 0, 2k = 0$,

解得, $k = 0$,

故选: C.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 化简: $\sqrt{32} =$ _____.

【答案】 $4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据根式的性质即可化简.

【详解】 解: $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

【点睛】 本题考查了根式的化简,属于简单题,熟悉根式的性质是解题关键.

8. 写出 $\sqrt{x} + y$ 的一个有理化因式_____.

【答案】 $\sqrt{x} - y$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的乘法计算, 根据平方差公式结合二次根式乘法计算法则可得

$(\sqrt{x} + y)(\sqrt{x} - y) = x - y^2$, 则 $\sqrt{x} + y$ 的一个有理化因式 $\sqrt{x} - y$.

【详解】 解: $\because (\sqrt{x} + y)(\sqrt{x} - y) = (\sqrt{x})^2 - y^2 = x - y^2$,

$\therefore \sqrt{x} + y$ 的一个有理化因式 $\sqrt{x} - y$,

故答案为: $\sqrt{x} - y$ (答案不唯一).

9. 二次根式 $\sqrt{-\frac{1}{x-2}}$ 有意义的条件是_____.

【答案】 $x < 2$

【解析】

【分析】 本题考查了二次根式有意义的条件, 分式有意义的条件. 熟练掌握二次根式有意义的条件, 分式有意义的条件是解题的关键.

依题意得, $-(x - 2) > 0$, 计算求解即可.

【详解】 解: $\because$ 二次根式 $\sqrt{-\frac{1}{x-2}}$ 有意义,

$\therefore -(x - 2) > 0$,

解得, $x < 2$,

故答案为: $x < 2$.

10. 一元二次方程 $(x-3)^2 = 4(3-x)$ 的解是_____.

【答案】 $x_1 = 3, x_2 = -1$

【解析】

【分析】 本题考查了因式分解法解一元二次方程. 熟练掌握因式分解法解一元二次方程是解题的关键. 利用因式分解法解一元二次方程即可.

【详解】 解: $(x-3)^2 = 4(3-x)$,

$$(x-3)(x-3+4) = 0,$$

$$\therefore x-3=0, \quad x-3+4=0,$$

解得, $x_1 = 3, x_2 = -1$.

11. 已知关于 x 方程 $x^2 - 3\sqrt{k}x - 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围_____.

【答案】 $k \geq 0$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程根的判别式和二次根式有意义的条件, 对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 若 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, 则方程有两个不相等的实数根, 若 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$, 则方程有两个相等的实数根, 若 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$, 则方程没有实数根, 据此可得 $\Delta = (-3\sqrt{k})^2 - 4 \times 1 \times (-1) \geq 0$, 解得 $k \geq -\frac{9}{4}$, 再由二次根式有意义的条件是被开方数大于等于 0 得到 $k \geq 0$, 据此可得答案.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 方程 $x^2 - 3\sqrt{k}x - 1 = 0$ 有实数根,

$$\therefore \Delta = (-3\sqrt{k})^2 - 4 \times 1 \times (-1) \geq 0,$$

$$\therefore 9k + 4 \geq 0,$$

$$\therefore k \geq -\frac{9}{4},$$

又 $\because$ 二次根式 $\sqrt{k}$ 要有意义,

$$\therefore k \geq 0,$$

$$\therefore k \geq 0,$$

故答案为: $k \geq 0$.

12. 定义一种新运算: $a*b = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - \sqrt{\frac{b}{a}}$, 则 $3*4 =$ _____

【答案】 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】 根据定义的新运算公式，把 $3*4$ 代入计算即可.

【详解】 解： 根据 $a*b=\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}-\sqrt{\frac{b}{a}}$

$$\therefore 3*4=\sqrt{3} \times \sqrt{4}-\sqrt{\frac{4}{3}}=2\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

故答案为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

【点睛】 本题考查了运用新定义运算公式计算二次根式，读懂题意根据题意中的类似等式列出所求等式是解题的关键.

13. 在实数范围内因式分解： $3x^2-2xy-2y^2=$ _____.

【答案】 $3\left(x-\frac{1+\sqrt{7}}{3}y\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{7}}{3}y\right)$

【解析】

【分析】 首先求出 $3x^2-2xy-2y^2=0$ 的根，进而分解因式得出即可.

【详解】 当 $3x^2-2xy-2y^2=0$,

解得： $x_1=\frac{1+\sqrt{7}}{3}y$, $x_2=\frac{1-\sqrt{7}}{3}y$,

$$\therefore 3x^2-2xy-2y^2=3\left(x-\frac{1+\sqrt{7}}{3}y\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{7}}{3}y\right).$$

故答案为： $3\left(x-\frac{1+\sqrt{7}}{3}y\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{7}}{3}y\right)$.

【点睛】 此题主要考查了实数范围内分解因式，求出方程的根是解题关键.

14. 已知点 $(2,1)$ 在正比例函数 $y=kx$ 的图象上，则 $k=$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】将点 P (2, 1) 代入正比例函数解析式 $y=kx$, 然后解关于 k 的方程.

【详解】解: 根据题意, 得

$$1=2k,$$

$$\text{解得, } k=\frac{1}{2}$$

$$\text{故答案是: } \frac{1}{2}.$$

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 一次函数图象上的点的坐标, 一定满足该函数的解析式.

15. 若 $x = -1$ 是方程 $2x^2 + mx - 5 = 0$ 的一个根, 则该方程的另一个根是_____.

$$\text{【答案】 } x = \frac{5}{2}$$

【解析】

【分析】本题主要考查了一元二次方程根与系数的关系, 对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$, 若 x_1, x_2 是该方程的两个实数根, 则 $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, 据此设方程的另一个根为 t , 则由根与系数的关系可得 $-1 \cdot t = -\frac{5}{2}$, 即 $t = \frac{5}{2}$, 据此可得答案.

【详解】解: 设方程的另一个根为 t ,

$\because x = -1$ 和 $x = t$ 是方程 $2x^2 + mx - 5 = 0$ 的一个根,

$$\therefore -1 \cdot t = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore t = \frac{5}{2},$$

$$\therefore \text{方程的另一个根为 } x = \frac{5}{2},$$

$$\text{故答案为: } x = \frac{5}{2}.$$

16. 已知正比例函数 $y = (k-3)x$ 中, y 随 x 的增大而减小, 则 k 的取值范围是_____.

$$\text{【答案】 } k < 3$$

【解析】

【分析】根据正比例函数的性质可知， $k-3 < 0$ ，解出即可得出结果.

【详解】解：∵正比例函数 $y = (k-3)x$ 中， y 随 x 的增大而减小，

$$\therefore k-3 < 0,$$

$$\therefore k < 3.$$

故答案为： $k < 3$.

【点睛】本题主要考查了正比例函数的性质，熟练掌握正比例函数的性质是解此题的关键.

17. 二次三项式 $ax^2 + 2x - 3$ 在实数范围内能分解因式，那么 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \geq -\frac{1}{3}$ 且 $a \neq 0$

【解析】

【分析】本题考查了二次三项式在实数范围内分解因式，一元二次方程根的判别式，一元二次方程的定义. 熟练掌握“二次三项式在实数范围内可以因式分解的含义”是解本题的关键.

由题意知，关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x - 3 = 0$ 有实数根，则 $a \neq 0$ ， $\Delta = 2^2 - 4a \times (-3) \geq 0$ ，求解作答即可.

【详解】解：∵二次三项式 $ax^2 + 2x - 3$ 在实数范围内能分解因式，

∴关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x - 3 = 0$ 有实数根，

$$\therefore a \neq 0, \Delta = 2^2 - 4a \times (-3) \geq 0,$$

解得， $a \geq -\frac{1}{3}$ 且 $a \neq 0$ ，

故答案为： $a \geq -\frac{1}{3}$ 且 $a \neq 0$.

18. 已知 a 、 b 、 c 是等腰 ABC 的三条边长，其中 $b = 2$ ，如果 a 、 c 是关于 y 的一元二次方程

$y^2 - 6y + n = 0$ 的两个根，则 n 的值是_____.

【答案】 9

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，三角形三边关系的应用，一元二次方程的根与系数的关系. 熟练掌握等腰三角形的性质，三角形三边关系的应用，一元二次方程的根与系数的关系是解题的关键.

由 a 、 c 是关于 y 的一元二次方程 $y^2 - 6y + n = 0$ 的两个根，可得 $a + c = 6$ ， $ac = n$ ，由等边三角形的性质，三角形三边关系可得 $a = c = 3$ ，然后求解作答即可.

【详解】解：∵ a 、 c 是关于 y 的一元二次方程 $y^2 - 6y + n = 0$ 的两个根，

$$\therefore a + c = 6, \quad ac = n,$$

∵ a 、 b 、 c 是等腰 ABC 的三条边长，其中 $b = 2$ ，

∴ 当 $a = 2$ 时， $c = 4$ ，此时不能构成三角形，舍去；

当 $c = 2$ 时， $a = 4$ ，此时不能构成三角形，舍去；

当 $a = c = 3$ 时，能构成三角形， $n = ac = 9$ ，

故答案为：9.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 58 分)

19. (1) 计算： $\sqrt{12} \times \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ ；

(2) 计算： $\sqrt{16x} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{27x^2} \div \sqrt{3x}$.

【答案】(1) $3\sqrt{2} - 1$ ；(2) $-\sqrt{x}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了二次根式的混合计算：

(1) 先计算二次根式乘法和化简二次根式，再计算二次根式加减法即可；

(2) 先化简二次根式和计算二次根式除法，再计算二次根式加减法即可.

【详解】解：(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

$$= \sqrt{12 \times \frac{2}{3}} + \sqrt{2} - 1$$

$$= \sqrt{8} + \sqrt{2} - 1$$

$$= 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$$

$$= 3\sqrt{2} - 1;$$

(2) $\sqrt{16x} - 2x\sqrt{\frac{1}{x}} - \sqrt{27x^2} \div \sqrt{3x}$

$$= 4\sqrt{x} - 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot x^2} - \sqrt{27x^2 \div 3x}$$

$$= 4\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - \sqrt{9x}$$

$$= 4\sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 3\sqrt{x}$$

$$= -\sqrt{x}.$$

20.

(1) 解方程: $(2x+1)^2 - (x-6)^2 = 0$;

(2) 解方程: $4x^2 - 16x - 3 = 0$.

【答案】(1) $x_1 = -7$, $x_2 = \frac{5}{3}$

(2) $x_1 = 2 + \frac{\sqrt{19}}{2}$, $x_2 = 2 - \frac{\sqrt{19}}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了直接开平方法，公式法解一元二次方程. 熟练掌握直接开平方法，公式法解一元二次方程是解题的关键.

(1) 利用直接开平方法解一元二次方程即可；

(2) 利用公式法解一元二次方程即可.

【小问 1 详解】

解: $(2x+1)^2 - (x-6)^2 = 0$,

$$(2x+1)^2 = (x-6)^2,$$

$$\therefore 2x+1 = x-6, \quad 2x+1 = -(x-6),$$

解得, $x_1 = -7$, $x_2 = \frac{5}{3}$;

【小问 2 详解】

解: $4x^2 - 16x - 3 = 0$,

$$\Delta = (-16)^2 - 4 \times 4 \times (-3) = 304,$$

$$\therefore x_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{304}}{2 \times 4},$$

解得, $x_1 = 2 + \frac{\sqrt{19}}{2}$, $x_2 = 2 - \frac{\sqrt{19}}{2}$.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - (2k-1)x + \frac{3}{4}k + 1 = 0$ ，其根的判别式的值是 1，求 k 的值.

【答案】8

【解析】

【分析】本题考查了利用一元二次方程根的情况求参数，由一元二次方程的 $\Delta = b^2 - 4ac = 1$ ，建立 k 的方程，求出 k 的解即可.

【详解】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - (2k-1)x + \frac{3}{4}k + 1 = 0$ ，其根的判别式的值是 1，

$$\therefore (2k-1)^2 - 4k\left(\frac{3}{4}k + 1\right) = 1,$$

$$\therefore k^2 - 8k = 0,$$

$$\therefore k = 0 \text{ 或 } k = 8,$$

$$\because k \neq 0,$$

$$\therefore k \text{ 的值为 } 8.$$

22. 已知直线 $y = (k-2)x + k^2 - 5k$ 经过原点，且 y 的值随 x 的值的增大而减小，求 k 的值并说明直线经过哪些象限.

【答案】 $k = 0$ ，原直线经过第二、四象限

【解析】

【分析】本题主要考查了待定系数法求一次函数解析式，解一元二次方程，一次函数图象的性质，先把原点坐标代入直线解析式中得到 $k^2 - 5k = 0$ ，解方程得到 $k = 0$ 或 $k = 5$ ，再由增减性得到 $k - 2 < 0$ ，则 $k = 0$ ，即原直线解析式为 $y = -2x$ ，则原直线经过第二、四象限.

【详解】解： $\because$ 直线 $y = (k-2)x + k^2 - 5k$ 经过原点，

$$\therefore k^2 - 5k = 0,$$

$$\therefore k(k-5) = 0,$$

$$\therefore k = 0 \text{ 或 } k - 5 = 0,$$

解得 $k = 0$ 或 $k = 5$ ，

$\because y$ 的值随 x 的值的增大而减小，

$$\therefore k - 2 < 0,$$

$$\therefore k < 2,$$

$\therefore k=0$,

$\therefore$ 原直线解析式为 $y=-2x$,

$\therefore$ 原直线经过第二、四象限.

23. 已知 $x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}, y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, 求代数式 $x^2+3xy+y^2$ 的值.

【答案】 101

【解析】

【分析】 分母有理化得, $x=5-2\sqrt{6}$, $y=5+2\sqrt{6}$, 根据 $x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy$, 代值求解即可.

【详解】解: $x = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$, $y = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = 5+2\sqrt{6}$,

$\therefore x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy=(5-2\sqrt{6}+5+2\sqrt{6})^2+(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})=101$,

$\therefore$ 代数式 $x^2+3xy+y^2$ 的值为 101.

【点睛】 本题考查了分母有理化, 完全平方公式, 二次根式的混合运算, 代数式求值等知识. 熟练掌握分母有理化, 完全平方公式, 二次根式的混合运算, 代数式求值是解题的关键.

24. 某种新产品进价是 120 元, 在试销阶段发现每件售价 (元) 与产品的日销售量 (件) 始终存在下表中的数量关系.

每件售价 (元)	130	145	165
每日销售量 (件)	70	55	35

- (1) 请你根据上表所给数据表述出每件售价提高的数量 (元) 与日销售量减少的数量 (件) 之间的关系;
- (2) 在不改变上述关系的情况下, 请你帮助商场经理策划: 每件商品定价为多少元时, 每日盈利可达到 1500;
- (3) 每件商品定价为多少元时, 每日盈利可达到最大值?

【答案】 (1) 售价每上涨 1 元, 日销售量就减少 1 件

(2) 定价为 150 或 170 元

(3) 定价 160 元

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用, 二次函数的应用. 熟练掌握一元二次方程的应用, 二次函数的

应用是解题的关键.

(1) 由表格可知, 售价每上涨 1 元, 日销售量就减少 1 件;

(2) 设每件产品涨价 x 元, 则销售价为 $(130+x)$ 元, 日销售量为 $(70-x)$ 件, 依题意得,

$(130+x-120)(70-x)=1500$, 计算求出满足要求的解即可;

(3) 设每日盈利 w 元, 每件产品涨价 m 元, 依题意得, $w=(130+m-120)(70-m)=-(m-30)^2+1600$,
由 $a=-1<0$, 可得当 $m=30$ 时, 盈利最大, 然后求定价即可.

【小问 1 详解】

解: 由表格可知, 售价每上涨 1 元, 日销售量就减少 1 件;

【小问 2 详解】

解: 设每件产品涨价 x 元, 则销售价为 $(130+x)$ 元, 日销售量为 $(70-x)$ 件,

依题意得, $(130+x-120)(70-x)=1500$,

解得, $x_1=20$, $x_2=40$,

$\therefore$ 每件产品涨价 20 或 40 元, 即定价为 150 或 170 元时, 每日盈利可达到 1500;

【小问 3 详解】

解: 设每日盈利 w 元, 每件产品涨价 m 元,

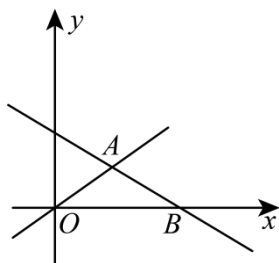
依题意得, $w=(130+m-120)(70-m)=-m^2+60m+700=-(m-30)^2+1600$,

$\therefore a=-1<0$,

$\therefore$ 当 $m=30$ 时, 盈利最大,

$\therefore$ 每件商品定价为 160 元时, 每日盈利可达到最大值 1600 元.

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 l 经过原点 O 和点 $A(3,2)$, 经过点 A 的另一条直线交 x 轴于点 $B(6,0)$.



(1) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(2) 求直线 l 的函数解析式;

(3) 在直线 l 上求一点 P , 使 $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3} S_{\triangle AOB}$.

【答案】(1) 6

(2) $y = \frac{2}{3}x$

(3) $\left(2, \frac{4}{3}\right)$ 或 $\left(4, \frac{8}{3}\right)$

【解析】

【分析】本题主要考查了坐标与图形, 求一次函数解析式, 一次函数与几何综合:

(1) 先求出 $OB = 6$, 再根据 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot y_A$ 进行求解即可;

(2) 利用待定系数法求解即可;

(3), 分点 P 在线段 OA 上和点 P 在线段 OA 的延长线上两种情况, 根据图形面积之间的关系求出 $S_{\triangle OBP}$, 进而求出点 P 的纵坐标, 最后求出点 P 的坐标即可.

【小问 1 详解】

解: $\because B(6, 0)$,

$$\therefore OB = 6,$$

$$\because A(3, 2),$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot y_A = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6;$$

【小问 2 详解】

解: 设直线 l 解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

把 $O(0, 0)$, $A(3, 2)$ 代入 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中得:
$$\begin{cases} 3k + b = 2 \\ b = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 解析式为 } y = \frac{2}{3}x;$$

【小问 3 详解】

解: 如图所示, 当点 P 在 OA 上时,

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3} S_{\triangle AOB},$$

$$\therefore S_{\triangle OBP} = \frac{2}{3} S_{\triangle AOB} = 4,$$

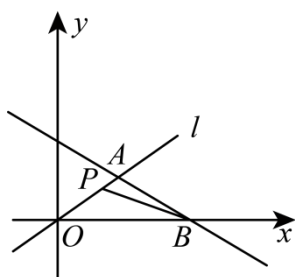
$$\therefore \frac{1}{2} OB \cdot y_P = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 y_P = 4,$$

$$\therefore y_P = \frac{4}{3},$$

在 $y = \frac{2}{3}x$ 中, 当 $y = \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}$ 时, $x = 2$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(2, \frac{4}{3}\right)$;



如图所示, 当点 P 在线段 OA 的延长线上时,

$$\therefore S_{\triangle ABP} = \frac{1}{3} S_{\triangle AOB},$$

$$\therefore S_{\triangle OBP} = \frac{4}{3} S_{\triangle AOB} = 8,$$

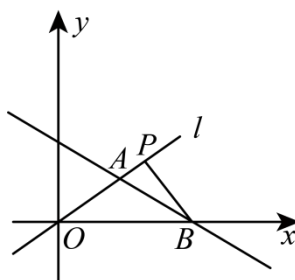
$$\therefore \frac{1}{2} OB \cdot y_P = 8,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 y_P = 8,$$

$$\therefore y_P = \frac{8}{3},$$

在 $y = \frac{2}{3}x$ 中, 当 $y = \frac{2}{3}x = \frac{8}{3}$ 时, $x = 4$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(4, \frac{8}{3}\right)$;



综上所述，点 P 的坐标为 $\left(2, \frac{4}{3}\right)$ 或 $\left(4, \frac{8}{3}\right)$.