

2025 年秋季八年级开学摸底考试模拟卷

数学•全解全析

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 考试范围: 一元一次不等式、相交线与平行线、三角形、等腰三角形、实数、二次根式、一元二次方程

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列各式中, 是一元一次不等式的是 ()

- A. $2x-1$ B. $2y=8$ C. $\frac{1}{2}x-7>0$ D. $\frac{1}{x}-3x<0$

【答案】C

【详解】解: A. $2x-1$ 是代数式, 不含不等号, 不符合定义, 故 A 不符合题意;

B. $2y=8$ 是等式, 不是不等式, 排除, 故 B 不符合题意;

C. $\frac{1}{2}x-7>0$ 含有一个未知数 x , 次数为 1, 且两边为整式, 符合一元一次不等式定义, 故 C 符合题意;

D. $\frac{1}{x}-3x<0$ 中 $\frac{1}{x}$ 不是整式, 不符合条件, 故 D 不符合题意.

故选: C.

2. 在 $0.42\dot{5}$, $\sqrt{16}$, 0 , $\frac{\pi}{4}$, $(\pi-1)^0$, $\frac{22}{7}$, 1.121121112 这 7 个数中, 无理数的个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】A

【详解】解: $0.42\dot{5}$, $\sqrt{16}=4$, 0 , $(\pi-1)^0=1$, $\frac{22}{7}$, 1.121121112 是有理数, $\frac{\pi}{4}$ 是无理数, 无理数的个数是 1 个,

故选: A.

3. 下列长度的三条线段, 能组成三角形的是 ()

- A. 3, 4, 8 B. 5, 6, 11
C. 2, 2, 3 D. 10, 5, 5

【答案】C

【详解】解: A 中 $3+4=7<8$, 三条线段不能构成三角形, 故不符合题意;

B 中 $5+6=11$ ，三条线段不能构成三角形，故不符合题意；

C 中 $2+2=4>3$ ，三条线段能构成三角形，故符合题意；

D 中 $5+5=10$ ，三条线段不能构成三角形，故不符合题意；

故选：C.

4. 反证法是初中数学中的一种证明方法，在中国古代数学发展的过程中起到了促进作用，比如墨子谈到“学之益也，说在诽者”，是通过证明“学习无益”的命题为假，以此才说明“学习有益”的命题为真，这就是反证法的例子. 若我们用反证法证明命题“已知：在 ABC 中， $AB=AC$ ，求证： $\angle B < 90^\circ$ ”时，应假设（ ）

A. $\angle B > 90^\circ$

B. $\angle B \geq 90^\circ$

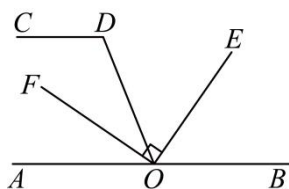
C. $\angle B \leq 90^\circ$

D. $\angle B \neq 90^\circ$

【答案】B

【详解】解：用反证法证明命题“已知：在 ABC 中， $AB=AC$ ，求证： $\angle B < 90^\circ$ ”时，应假设 $\angle B \geq 90^\circ$.
故选：B.

5. 如图， O 是直线 AB 上一点， OE 平分 $\angle BOD$ ， $OF \perp OE$ ， $\angle D = 100^\circ$ ，李军同学添加了一个条件后，仍不能判定 $AB \parallel CD$ ，他添加的条件可能是（ ）



A. $\angle BOE = 50^\circ$

B. $\angle BOE + \angle AOF = 90^\circ$

C. $\angle AOF = 40^\circ$

D. $180^\circ - \angle BOD = 80^\circ$

【答案】B

【详解】解：A、 $\because OE$ 平分 $\angle BOD$ ， $\angle BOE = 50^\circ$ ，

$\therefore \angle BOD = 2\angle BOE = 100^\circ$

$\because \angle D = 100^\circ$

$\therefore \angle BOD = \angle D = 100^\circ$

$\therefore AB \parallel CD$ ，故 A 不符合题意；

B、 $\because \angle BOE + \angle AOF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle FOE = 90^\circ$

不能判断 $AB \parallel CD$ ，故 B 符合题意，

C、 $\because OF \perp OE$ ，

$\therefore \angle FOE = 90^\circ$

$\because \angle AOF = 40^\circ$

$\therefore \angle BOE = 180^\circ - \angle FOE - \angle AOF = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

$\because OE$ 平分 $\angle BOD$

$\therefore \angle BOD = 2\angle BOE = 100^\circ$

$\because \angle D = 100^\circ$

$$\therefore \angle BOD = \angle D = 100^\circ$$

$\therefore AB \parallel CD$ ，故 C 不符合题意；

$$\text{D、} \because 180^\circ - \angle BOD = 80^\circ,$$

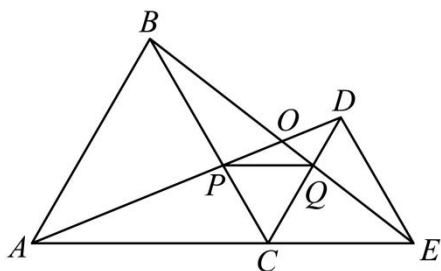
$$\therefore \angle BOD = 100^\circ$$

$$\therefore \angle BOD = \angle D = 120^\circ$$

$\therefore AB \parallel CD$ ，故 D 不符合题意；

故选：B.

6. 如图，C 为线段 AE 上一动点（不与点 A，E 重合），在 AE 同侧分别作等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle ECD$ ，AD 与 BE 交于点 O，AD 与 BC 交于点 P，BE 与 CD 交于点 Q，连接 PQ. 以下结论不正确的是（ ）



$$\text{A. } AD = BE$$

$$\text{B. } DE = DP$$

$$\text{C. } AP = BQ$$

$$\text{D. } \angle AOB = 60^\circ$$

【答案】B

【详解】解：由于 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 是等边三角形，

可知 $AC = BC$ ， $CD = CE$ ， $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle BCD = 60^\circ, \angle ACD = \angle BCE = 120^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE (SAS),$$

$$\therefore AD = BE, \angle ADC = \angle BEC,$$

可判断 A 正确；

$$\because \angle DCP = \angle ECQ = 60^\circ, CD = CE,$$

$$\therefore \triangle CDP \cong \triangle CEQ (ASA),$$

$$\therefore DP = EQ,$$

$$\because DE \neq EQ,$$

$\therefore DE \neq DP$ ，可判断 B 错误；

$$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EBC,$$

$$\text{又} \because \angle ACP = \angle BCQ = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle CQB \cong \triangle CPA (ASA),$$

$$\therefore BQ = AP, \text{故结论 C 正确；}$$

$$\because \angle AOB = \angle OAE + \angle AEO = \angle CBE + \angle AEO = \angle ACB = 60^\circ, \text{可判断 D 正确.}$$

故选：B.

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 已知关于 x 的不等式 $ax > 1$ 的解集为 $x < \frac{1}{a}$ ，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a < 0$

【详解】解：由题意可知：当两边同时除以 a 时，不等式方向发生了改变，所以 $a < 0$ ；

故答案为： $a < 0$.

8. (22-23 八年级上·上海·开学考试) 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ ，那么 $\angle A =$ __度.

【答案】 40

【详解】解： $\because \angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$,

$\therefore$ 设 $\angle A = 2x$ ，则 $\angle B = 3x$ ， $\angle C = 4x$ ，

根据三角形内角和为 180° ，可得

$$2x + 3x + 4x = 180^\circ,$$

解得 $x = 20$ ，

则 $\angle A = 2x = 40^\circ$ ，

故答案为： 40 .

9. 计算 $\sqrt{18} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ 的结果是_____.

【答案】 3

【详解】解： $\sqrt{18} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{18 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3$ ，

故答案为： 3

10. 若 $a > 1$ ，则 $\sqrt{(1-a)^2} =$ _____.

【答案】 $a - 1$

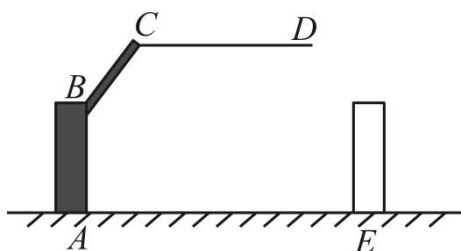
【详解】解： $\because a > 1$ ，

$\therefore 1 - a < 0$ ，

则 $\sqrt{(1-a)^2} = |1-a| = a - 1$ ，

故答案为： $a - 1$.

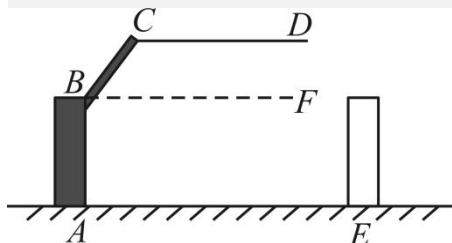
11. 某小区车库门口需要用到曲臂直杆道闸，模型如图所示. 如果 $BA \perp AE$ ， $CD \parallel AE$ ， $\angle ABC = 143^\circ$ ，那么 $\angle BCD =$ _____°.



【答案】127

过点 B 作 $BF \parallel AE$ ，如图，根据平行线的性质和垂直的定义可得 $\angle ABF = 90^\circ$ ，进而可得 $\angle CBF = 143^\circ - 90^\circ = 53^\circ$ ，证明 $CD \parallel BF$ 即可得解。

【详解】解：过点 B 作 $BF \parallel AE$ ，如图，



$$\because BA \perp AE,$$

$$\therefore BA \perp BF, \text{ 即 } \angle ABF = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 143^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = 143^\circ - 90^\circ = 53^\circ,$$

$$\because CD \parallel AE,$$

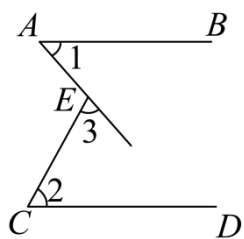
$$\therefore CD \parallel BF,$$

$$\therefore \angle BCD + \angle CBF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle CBF = 127^\circ;$$

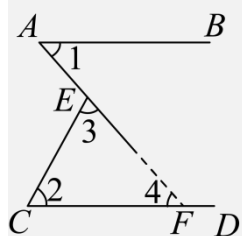
故答案为：127.

12. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 45^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，那么 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 75° /75 度

【详解】解：延长 AE 交 CD 于点 F ，



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 45^\circ,$$

$$\because \angle 2 = 60^\circ, \angle 4 + \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 75^\circ;$$

故答案为： 75°

13. 在实数范围内因式分解： $3x^2 + 3xy - y^2 =$ _____.

【答案】 $3\left(x - \frac{-3y + \sqrt{21}y}{6}\right)\left(x - \frac{-3y - \sqrt{21}y}{6}\right)$

【详解】解：当 $3x^2 + 3xy - y^2 = 0$ 时，

令 $a = 3$, $b = 3y$, $c = -y^2$,

$\therefore \Delta = 9y^2 + 12y^2 = 21y^2 \geq 0$,

$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3y \pm \sqrt{21}y}{6}$,

解得 $x = \frac{-3y + \sqrt{21}y}{6}$ 或 $x = \frac{-3y - \sqrt{21}y}{6}$,

$\therefore 3x^2 + 3xy - y^2 = 3\left(x - \frac{-3y + \sqrt{21}y}{6}\right)\left(x - \frac{-3y - \sqrt{21}y}{6}\right)$,

故答案为： $3\left(x - \frac{-3y + \sqrt{21}y}{6}\right)\left(x - \frac{-3y - \sqrt{21}y}{6}\right)$.

14. 不等式 $\sqrt{2}x > x + 1$ 的解集是_____

【答案】 $x < \sqrt{2} + 1$

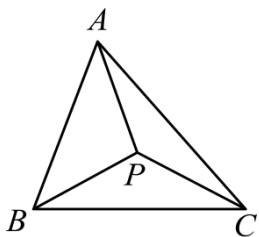
【详解】解：移项，得 $\sqrt{2}x - x > 1$,

合并同类项，得 $(\sqrt{2} - 1)x > 1$,

两边都除以 $\sqrt{2} - 1$ ，得 $x < \sqrt{2} + 1$;

故答案为： $x < \sqrt{2} + 1$.

15. 如图，点 P 为 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\angle PAC = 20^\circ$, $\angle PCB = 30^\circ$ ，则 $\angle PAB$ 的大小为_____.



【答案】 40°

利用线段垂直平分线的性质可得 $PA = PB = PC$ ，从而利用等腰三角形的性质可得 $\angle PCA = \angle PAC = 20^\circ$, $\angle PBC = \angle PCB = 30^\circ$, $\angle PAB = \angle PBA$ ，然后利用三角形的内角和定理进行计算即可解答.

【详解】 $\because$ 点 P 为 $\triangle ABC$ 的外心， $\angle PAC = 20^\circ$, $\angle PCB = 30^\circ$,

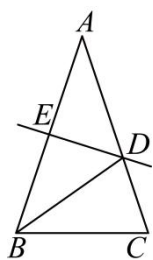
$\therefore$ 点 P 为 $\triangle ABC$ 三边垂直平分线的交点，

$\therefore PA = PB = PC$,

$$\begin{aligned} \therefore \angle PCA = \angle PAC = 20^\circ, \quad \angle PBC = \angle PCB = 30^\circ, \quad \angle PAB = \angle PBA, \\ \therefore \angle PCA + \angle PAC + \angle PBC + \angle PCB + \angle PAB + \angle PBA = 180^\circ, \\ \therefore \angle PAB = \angle PBA = 40^\circ, \end{aligned}$$

故答案为： 40° .

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BC = a$ ， $\angle A = 36^\circ$ ， AB 的垂直平分线交 AC 边于点 D ，交 AB 边于点 E ， $CD = b$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为_____（用 a 、 b 表示）.



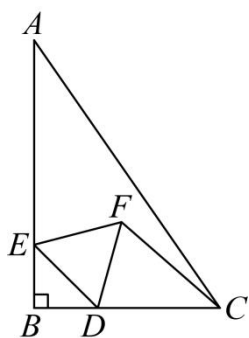
【答案】 $3a + 2b$

【详解】解： $\because AB$ 的垂直平分线交 AC 边于点 D ，交 AB 边于点 E

$$\begin{aligned} \therefore AD = BD, \\ \therefore \angle ABD = \angle A = 36^\circ, \\ \therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 72^\circ, \\ \because AB = AC, \quad \angle A = 36^\circ, \\ \therefore \angle ABC = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 72^\circ, \\ \therefore \angle BDC = \angle C = 72^\circ, \\ \therefore BD = BC = AD = a, \\ \therefore AB = AC = AD + CD = a + b, \\ \therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 3a + 2b \end{aligned}$$

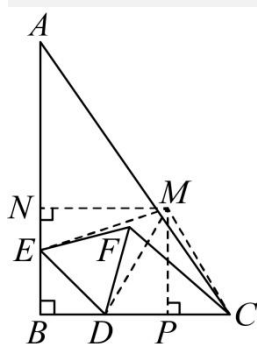
故答案为： $3a + 2b$

17. 如图，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 6$ ，点 D 是 BC 边上的一点， $BD = 2$ ，点 E 是 AB 边上一个动点，连接 DE ，以 DE 为一边在右侧作等边 $\triangle EFD$ ，连接 CF ，在点 E 运动过程中，线段 CF 的最小值为_____.



【答案】 4

【详解】解：如图所示，以 CD 为边在 BC 上方作等边三角形 CDM ，连接 ME ，过点 M 作 $MP \perp BC$ 于点 P ， $MN \perp AB$ 于点 N ，如图所示：



$\because \triangle DEF$ 和 CDM 为等边三角形，

$\therefore DE = DF$ ， $DC = DM$ ， $\angle EDF = \angle CDM = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle EDF + \angle FDM = \angle FDM + \angle MDC$ ，

即 $\angle EDM = \angle FDC$ ，

$\therefore \triangle MED \cong \triangle CFD$ (SAS)，

$\therefore CF = ME$ ，

$\therefore$ 当 ME 最小时， CF 最小，

$\therefore$ 垂线段最短，

$\therefore$ 当点 E 与点 N 重合时， ME 最小，即 CF 最小，最小值为 NN 的长，

$\because BC = 6$ ， $BD = 2$ ，

$\therefore CD = 4$ ，

$\because MP \perp CD$ ，

$\therefore CP = DP = \frac{1}{2}CD = 2$ ，

$\therefore BP = BC - PC = 6 - 2 = 4$ ，

$\because MP \perp BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，即 $AB \perp BC$ ，

$\therefore MP \parallel AB$ ，

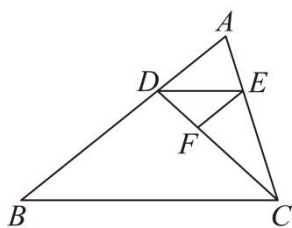
又 $\because MN \perp AB$ ，

$\therefore MN = BP = 4$ (平行线间间距相等)，

$\therefore CF$ 的最小值为 4，

故答案为：4.

18. 定义：在一个三角形中，若一个内角的度数是另一个内角的度数的 3 倍，则这样的三角形称为“优美三角形”. 例如：三个内角分别为 $100^\circ, 60^\circ, 20^\circ$ 的三角形是“优美三角形”. 如图，点 D 在 ABC 的边 AB 上，连接 DC ， $\angle BDC > 90^\circ$ ，作 $\angle ADC$ 的平分线，交 AC 于点 E ，在 DC 上取一点 F ，使 $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$ ， $\angle DEF = \angle B$. 若 $\triangle BCD$ 是“优美三角形”，则 $\angle B$ 等于_____.



【答案】 $36^\circ/36$ 度

根据邻补角的性质得到 $\angle EFC = \angle ADC$ ，根据平行线的性质得到 $\angle DEF = \angle ADE$ ，推出 $DE \parallel BC$ 得到 $\angle CDE = \angle BCD$ ，根据角平分线的定义得到 $\angle ADE = \angle CDE$ 求得 $\angle B = \angle BCD$ ，再根据“优美三角形”的定义求解即可。

【详解】解： $\because \angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$ ， $\angle ADC + \angle BDC = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle EFC = \angle ADC,$$

$$\therefore AD \parallel EF,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle ADE,$$

$$\because \angle DEF = \angle B,$$

$$\therefore \angle B = \angle ADE,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BCD,$$

$$\because DE \text{ 平分 } \angle ADC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCD,$$

$$\because \triangle BCD \text{ 是“优美三角形”， } \angle BDC > 90^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = 3\angle B,$$

$$\because \angle BDC + \angle BCD + \angle B = 180^\circ, \text{ 即 } 3\angle B + \angle B + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 36^\circ.$$

故答案为： 36° 。

三、解答题（本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

19.（本题 4 分）解方程： $2(x-1)^2 + 3(1-x) = 0$

【详解】解： $2(x-1)^2 + 3(1-x) = 0$ ，

因式分解得 $(x-1)[2(x-1)-3] = 0$ ，

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } 2x-5=0,$$

$$\therefore x_1=1, \quad x_2=\frac{5}{2}.$$

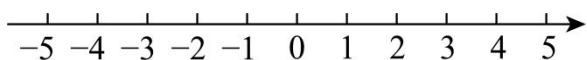
20.（本题 4 分）计算： $\pi^0 - \left| -\sqrt{2} \right|^4 - (-3)^2 \times \sqrt{(-4)^2}$

【详解】解：原式 $= 1 - 4 - 9 \times 4$

$$=1-4-36$$

$$=-39.$$

21. (本题 6 分) 解不等式组: $\begin{cases} 5(x+9) > 6-6(x-1) \\ \frac{1}{5}x-1 \leq 2-\frac{2}{5}x \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.



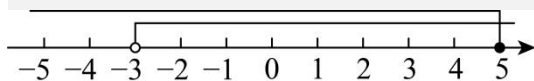
【详解】解: $\begin{cases} 5(x+9) > 6-6(x-1) \text{ ①} \\ \frac{1}{5}x-1 \leq 2-\frac{2}{5}x \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①, 得 $x > -3$,

解不等式②, 得 $x \leq 5$,

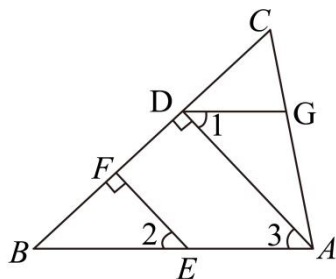
$\therefore$ 不等式组的解集为 $-3 < x \leq 5$,

该解集在数轴上表示为:



22. (本题 5 分) 补全下列推理过程:

如图, $EF \perp BC$, $AD \perp BC$, $\angle 1 = \angle 2$, 试说明 $DG \parallel BA$



解: $\because EF \perp BC$, $AD \perp BC$, (已知),

$\therefore \angle BFE = 90^\circ$, $\angle BDA = 90^\circ$ (_____),

$\therefore \angle BFE = \angle BDA$

$\therefore EF \parallel AD$ (_____)

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (_____)

$\because \angle 1 = \angle 2$ (已知),

$\therefore$ _____ (等量代换).

$\therefore DG \parallel AB$ (_____).

【详解】解: $\because EF \perp BC$, $AD \perp BC$ (已知),

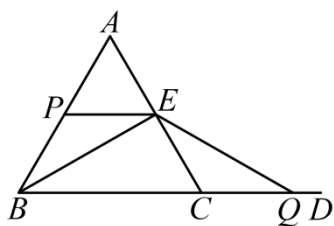
$\therefore \angle BFE = \angle BDA = 90^\circ$ (垂直的定义),

$\therefore EF \parallel AD$ (同位角相等, 两直线平行),

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (两直线平行, 同位角相等),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (已知),
 $\therefore \angle 1 = \angle 3$ (等量代换),
 $\therefore DG \parallel AB$ (内错角相等, 两直线平行).

23. (本题 9 分) 如图, 已知 ABC 是等边三角形, $BC = 2\text{cm}$, 点 P 从点 A 出发, 沿射线 AB 以 1cm/s 的速度运动, 过点 P 作 $PE \parallel BC$ 交射线 AC 于点 E , 同时点 Q 从点 C 出发沿 BC 的延长线以 1cm/s 的速度运动, 连接 BE 、 EQ , 设点 P 的运动时间为 $t(\text{s})$.



- (1) 当点 P 在边 AB 上, 且不与点 A 、 B 重合时, 求证: $\triangle BPE \cong \triangle ECQ$;
 (2) 直接写出 CE 的长 (用含 t 的代数式表示);
 (3) 在不添加字母和连接其它线段的条件下, 当图中等腰三角形的个数大于 3 时, 直接写出 t 的值和对应的等腰三角形的个数. (请写出所有的可能性)

【详解】 (1) 证明: $\because ABC$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle A = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$, $AB = AC = BC$,
 $\therefore \angle ECQ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,
 $\because PE \parallel BC$,
 $\therefore \angle APE = \angle ABC = 60^\circ$, $\angle AEP = \angle ACB = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle APE$ 是等边三角形, $\angle BPE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,
 $\therefore AP = AE = PE$,
 $\therefore PB = AB - AP = AC - AE = EC$,

根据点的运动过程可知, $AP = CQ$,

$\therefore PE = CQ$,

在 $\triangle BPE$ 和 $\triangle ECQ$ 中,

$$\begin{cases} BP = EC \\ \angle BPE = \angle ECQ, \\ PE = CQ \end{cases}$$

$\therefore \triangle BPE \cong \triangle ECQ$

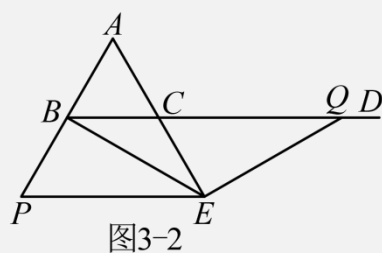
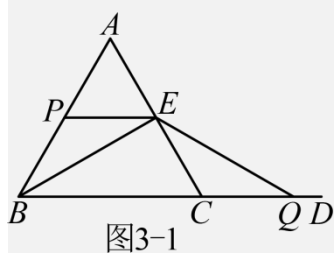
(2) 解: 根据题意可知, 点 P 从点 A 到点 B 所需时间为 $t = \frac{2}{1} = 2(\text{s})$,

当 $0 < t < 2$ 时, $CE = 2 - t$,

当 $t > 2$ 时, $CE = t - 2$,

答: 当 $0 < t < 2$ 时, CE 的长为 $2 - t$; 当 $t > 2$ 时, CE 的长为 $t - 2$.

(3) 解：当 $t=1$ 时，如图 3-1，有 5 个等腰三角形： $\triangle APE$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BPE$ 、 $\triangle ECQ$ 、 $\triangle BEQ$ ，
 当 $t=4$ 时，如图 3-2，有 4 个等腰三角形： $\triangle APE$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle BEQ$ ，
 答：当 $t=1$ 时，等腰三角形有 5 个；当 $t=4$ 时，等腰三角形有 4 个。



24. (本题 9 分) 新定义：若一元一次方程的解在一元一次不等式组解集范围内，则称该一元一次方程为该不等式组的“关联方程”，例如：方程 $x-1=3$ 的解为 $x=4$ ，而不等式组 $\begin{cases} x-1>1 \\ x-2<3 \end{cases}$ 的解集为 $2<x<5$ ，不难发现 $x=4$ 在 $2<x<5$ 的范围内，所以方程 $x-1=3$ 是不等式组 $\begin{cases} x-1>1 \\ x-2<3 \end{cases}$ 的“关联方程”。

(1) 在方程① $3(x+1)-x=9$ ；② $4x-7=0$ ；③ $\frac{x-1}{2}+1=x$ 中，不等式组 $\begin{cases} 2x-2>x-1 \\ 3(x-2)-x\leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”是_；(填序号)

(2) 若关于 x 的方程 $2x-k=6$ 是不等式组 $\begin{cases} \frac{3x+1}{2}>x \\ \frac{x-1}{2}\geq\frac{2x+1}{3}-2 \end{cases}$ 的“关联方程”，求 k 的取值范围。

【详解】(1) 解： $\begin{cases} 2x-2>x-1 \text{ ①} \\ 3(x-2)-x\leq 4 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由①得 $x>1$ ；

由②得 $x\leq 5$ ；

$\therefore$ 不等式组的解集为 $1<x\leq 5$ ；

解方程 $3(x+1)-x=9$ 得 $x=3$ ，

$\therefore 1<3\leq 5$ ，

$\therefore$ 方程①是不等式组 $\begin{cases} 2x-2>x-1 \\ 3(x-2)-x\leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”；

解方程 $4x-7=0$ 得 $x=\frac{7}{4}$ ，

$\therefore 1<\frac{7}{4}\leq 5$ ，

$\therefore$ 方程②是不等式组 $\begin{cases} 2x-2>x-1 \\ 3(x-2)-x\leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”；

解方程 $\frac{x-1}{2}+1=x$ 得 $x=1$,

$\therefore$ 方程③不是不等式组 $\begin{cases} 2x-2>x-1 \\ 3(x-2)-x\leq 4 \end{cases}$ 的“关联方程”;

故答案为: ①②;

(2) 解: $\begin{cases} \frac{3x+1}{2}>x \text{ ①} \\ \frac{x-1}{2}\geq \frac{2x+1}{3}-2 \text{ ②} \end{cases},$

由①得 $x>-1$;

由②得 $x\leq 7$;

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1<x\leq 7$;

解方程 $2x-k=6$ 得 $x=3+\frac{k}{2}$,

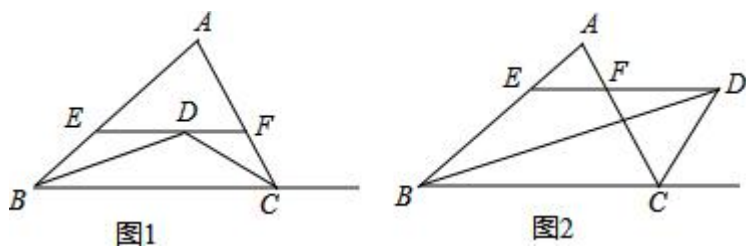
$\therefore$ 关于 x 的方程 $2x-k=6$ 是不等式组 $\begin{cases} \frac{3x+1}{2}>x \\ \frac{x-1}{2}\geq \frac{2x+1}{3}-2 \end{cases}$ 的“关联方程”,

$\therefore -1<3+\frac{k}{2}\leq 7,$

解得 $-8<k\leq 8$.

25. (本题 9 分) (22-23 八年级上·上海·开学考试) (1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACB$. 过 D 作 $EF\parallel BC$ 交 AB 于 E , 交 AC 于 F , 请说明 $EF=BE+CF$ 的理由.

(2) 如图 2, BD 平分 $\angle ABC$, CD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle ACB$ 的外角平分线, 若仍然过点 D 作 $EF\parallel BC$ 交 AB 于 E , 交 AC 于 F , 第 (1) 题的结论还成立吗? 如果成立, 请说明理由; 如果不成立, 你能否找到 EF 与 BE 、 CF 之间类似的数量关系?



【详解】(1) $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, BD 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle EBD = \angle DBC, \angle DCB = \angle FCD.$

又 $\because EF\parallel BC$ 交 AB 于 E , 交 AC 于 F ,

$\therefore \angle EDB = \angle DBC, \angle FDC = \angle DCB$

$\therefore \angle EBD = \angle EDB, \angle FDC = \angle FCD,$

$\therefore BE = ED, CF = FD,$

$$\therefore EF = ED + DF = BE + CF.$$

即： $EF = BE + CF$.

(2) 不成立. $EF = BE - CF$. 理由如下：

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$, CD 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle ACB$ 的外角平分线,

$$\angle EBD = \angle DBC, \angle FCD = \angle DCG,$$

$\because EF \parallel BC$ 交 AB 于 E , 交 AC 于 F ,

$$\therefore \angle EDB = \angle DBC, \angle FDC = \angle DCG,$$

$$\therefore \angle EBD = \angle EDB, \angle FDC = \angle FCD,$$

$$\therefore BE = DE, DF = CF,$$

$$\therefore EF = ED - DF = BE - CF.$$

26. (本题 12 分) (22-23 八年级上·上海·开学考试) (1) 观察理解：如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 直线 l 过点 C , 点 A, B 在直线 l 同侧, $BD \perp l$, $AE \perp l$, 垂足分别为 D, E , 由此可得: $\angle AEC = \angle CDB = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE + \angle ACE = 90^\circ$, 又因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE = \angle BCD$, 又因为 $AC = BC$, 所以 $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ (); (请填写全等判定的方法)

(2) 理解应用：如图 2, $AE \perp AB$, 且 $AE = AB$, $BC \perp CD$, 且 $BC = CD$, 利用 (1) 中的结论, 请按照图中标注的数据计算图中实线所围成的图形的面积 $S =$ _____;

(3) 类比探究：如图 3, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 4$, 将斜边 AB 绕点 A 逆时针旋转 90° 至 AB' , 连接 $B'C$, 求 $\triangle AB'C$ 的面积.

(4) 拓展提升：如图 4, 等边 $\triangle EBC$ 中, $EC = BC = 3\text{cm}$, 点 O 在 BC 上, 且 $OC = 2\text{cm}$, 动点 P 从点 E 沿射线 EC 以 1cm/s 速度运动, 连接 OP , 将线段 OP 绕点 O 逆时针旋转 120° 得到线段 OF . 设点 P 运动的时间为 t 秒.

①当 $t =$ _____ 秒时, $OF \parallel ED$;

②当 $t =$ _____ 秒时, $OF \perp BC$;

③当 $t =$ _____ 秒时, 点 F 恰好落在射线 EB 上.

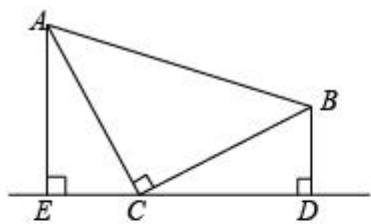


图1

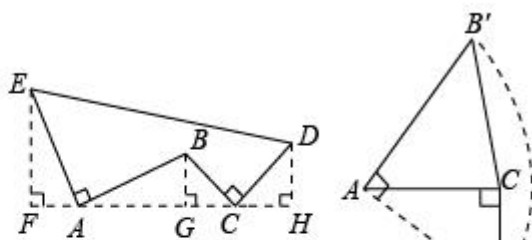


图2

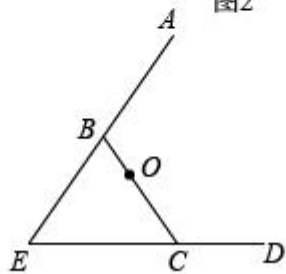
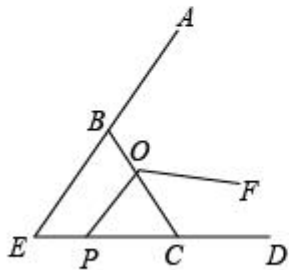


图4

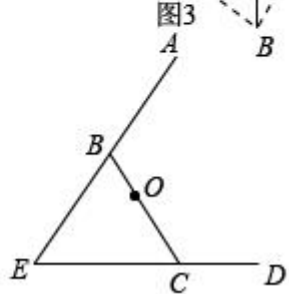


图3

【详解】解：(1) 在 $\triangle AEC$ 和 $\triangle CDB$ 中，

$$\therefore \begin{cases} \angle AEC = \angle CDB \\ \angle CAE = \angle BCD, \\ AC = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle CDB$ (AAS),

故答案为：AAS;

(2) $\because AE = AB$, $\angle EAB = 90^\circ$, $BC = CD$, $\angle BCD = 90^\circ$,

由(1)得: $\triangle EFA \cong \triangle AGB$, $\triangle BGC \cong \triangle CHD$,

$\therefore AG = EF = 6$, $AF = BG = 3$, $CG = DH = 4$, $CH = BG = 3$,

$$\therefore S = S_{\text{梯形} EFHD} - 2S_{\triangle AEF} - 2S_{\triangle CHD} = \frac{1}{2} (4+6) \times 16 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 3 - 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 80 - 18 - 12 = 50,$$

故答案为：50;

(3) 如图3, 过 B' 作 $B'E \perp AC$ 于 E ,

由旋转得: $AB = AB'$,

$\therefore \angle BAB' = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AEB' \cong \triangle BCA$,

$\therefore AC = B'E = 4$,

$$\therefore S_{\triangle AB'C} = \frac{1}{2} AC \cdot B'E = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8;$$

(4) 由题意得: $EP = t$, 则 $PC = 3 - t$,

①如图4, $\because OF \parallel ED$,

$\therefore \angle POF + \angle OPC = 180^\circ$,

$\therefore \angle POF = 120^\circ$,

$$\therefore \angle OPC = 60^\circ,$$

$\because \triangle BEC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle E = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle OPC,$$

$$\therefore OP \parallel AE,$$

$$\therefore \angle OPC = \angle E = 60^\circ, \quad \angle COP = \angle CBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OPC = \angle COP,$$

$$\therefore CO = PC, \text{ 即 } 2 = 3 - t, \text{ 解得: } t = 1,$$

即当 $t = 1$ 秒时, $OF \parallel ED$;

②如图 5, $\because OF \perp BC$,

$$\therefore \angle FOC = 90^\circ,$$

$$\because \angle FOP = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle COP = 30^\circ,$$

$$\therefore OC = 2PC,$$

$$2 = 2(3 - t), \quad t = 2,$$

即当 $t = 2$ 秒时, $OF \perp BC$;

③如图 6, $\because \angle FOP = 120^\circ$,

$$\therefore \angle FOB + \angle COP = 60^\circ,$$

$$\because \angle BCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle COP + \angle OPC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FOB = \angle OPC,$$

$$\because OF = OP, \quad \angle OFB = \angle OCP = 120^\circ,$$

$$\therefore \triangle PCO \cong \triangle OFB,$$

$$\therefore PC = OB = 1 = t - 3,$$

$$t = 4,$$

即当 $t = 4$ 秒时, 点 F 恰好落在射线 EB 上.

故答案为: ①1; ②2; ③4.

