

2022-2023 学年上海市奉贤区九年级（上）调研数学试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分）

1. 直线 $y = -x + 3$ 的截距是（ ）

A. -1

B. 1

C. -3

D. 3.

【答案】D

【解析】

【分析】令 $x = 0$ 求出 y 的值即可.

【详解】解：∵ 当 $x = 0$ 时， $y = 3$ ，

∴ 直线 $y = -x + 3$ 的截距为 3.

故选：D.

【点睛】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

2. 下列关于 x 的方程中，一定有实数根的是（ ）

A. $x+3=0$

B. $x^2+3=0$

C. $\frac{1}{x+3}=0$

D. $\sqrt{x}+3=0$

【答案】A

【解析】

【分析】逐一解上述方程，依次判断即可.

【详解】解：A、∵ $x+3=0$ ，∴ $x=-3$ ，选项符合题意；

B、∵ $x^2+3=0$ ，∴ $x^2=-3$ ，方程无解，选项不符合题意；

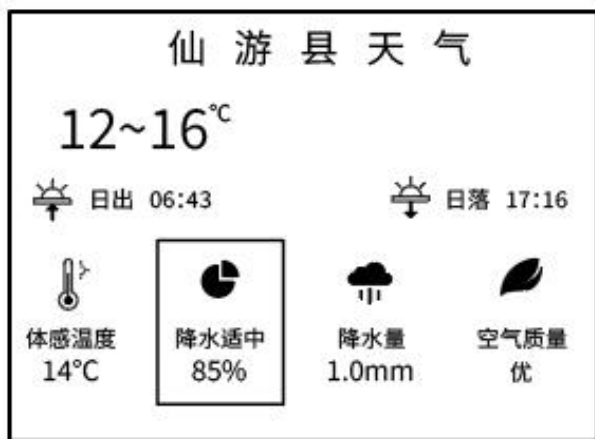
C、∵ $\frac{1}{x+3}=0$ ，∴ 方程无解，选项不符合题意；

D、∵ $\sqrt{x}+3=0$ ，∴ $\sqrt{x}=-3$ ，方程无解，选项不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了方程的解的概念，平方及二次方根的非负性，正确解方程是解题的关键.

3. 如图，某天气预报软件显示“仙游明天的降水概率为 85%”对这条信息的下列说法中，正确的是（ ）



- A. 仙游明天将有 85%的时间下雨
 B. 仙游明天将有 85%的地区下雨
 C. 仙游明天下雨的可能性较大
 D. 仙游明天下雨的可能性较小

【答案】C

【解析】

【分析】根据概率表示事件发生的可能性大小，进行作答即可.

【详解】解：天气预报软件显示“仙游明天的降水概率为 85%”，说明仙游明天下雨的可能性较大；
 故选 C.

【点睛】本题考查概率的意义. 熟练掌握概率表示事件发生的可能性大小，是解题的关键.

4. 已知菱形 $ABCD$ ，下列条件中，不能判定这个菱形为正方形的是 ()

- A. $\angle A = \angle B$ B. $\angle A = \angle C$ C. $AC = BD$ D. $AB \perp BC$

【答案】B

【解析】

【分析】根据菱形的性质及正方形的判定方法，逐一进行判断即可.

【详解】解：A、 $\because$ 菱形 $ABCD$ ， $\therefore AD \parallel BC$ ， $\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ ， $\because \angle A = \angle B$ ， $\therefore \angle A = 90^\circ$ ， $\therefore ABCD$ 是正方形，选项说法正确，不符合题意；

B、 $\because$ 菱形 $ABCD$ ， $\therefore \angle A = \angle C$ ， $\therefore$ 由 $\angle A = \angle C$ 不能判定菱形是正方形，选项说法错误，符合题意；

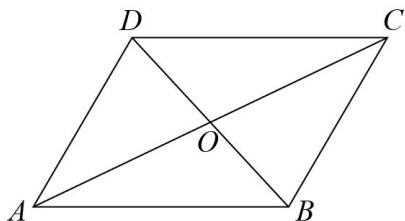
C、 $\because$ 菱形 $ABCD$ ， $\therefore AC \perp BD$ ， AC 与 BD 互相平分，又 $\because AC = BD$ ， $\therefore ABCD$ 是正方形，选项说法正确，不符合题意；

D、 $\because AB \perp BC$ ， $\therefore \angle B = 90^\circ$ ， $\because$ 菱形 $ABCD$ ， $\therefore ABCD$ 是正方形，选项说法正确，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了菱形的性质及正方形的判定方法，熟练掌握正方形的判定方法是解题的关键.

5. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，设 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ ，下列式子中正确的是 ()



A. $\overrightarrow{DC} = \vec{a} + \vec{b}$

B. $\overrightarrow{DC} = \vec{a} - \vec{b}$;

C. $\overrightarrow{DC} = -\vec{a} + \vec{b}$

D. $\overrightarrow{DC} = -\vec{a} - \vec{b}$.

【答案】C

【解析】

【分析】由平行四边形性质，得 $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ ，由三角形法则，得到 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$ ，代入计算即可得到答案.

【详解】解：∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB},$$

$$\therefore \overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b},$$

在 $\triangle OAB$ 中，有 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB}$ ，

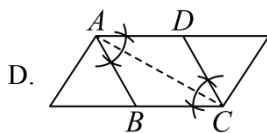
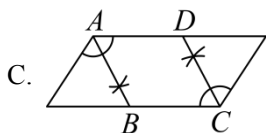
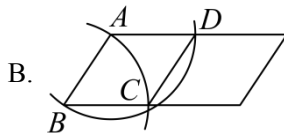
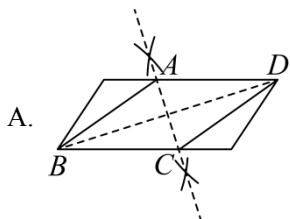
$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{b} - \vec{a} = -\vec{a} + \vec{b},$$

$$\therefore \overrightarrow{DC} = -\vec{a} + \vec{b};$$

故选择：C.

【点睛】此题考查了平面向量的知识以及平行四边形的性质. 注意掌握平行四边形法则与三角形法则的应用是解此题的关键.

6. 用尺规在一个平行四边形内作菱形 ABCD，如图所示的作法中错误的是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】根据菱形的判定和作图痕迹解答即可.

【详解】解: A、由作图可知, $AC \perp BD$, 即对角线平分且垂直的四边形是菱形, 正确;

B、由作图可知 $AB = BC$, $AD = AB$, 即四边相等的平行四边形是菱形, 正确;

C、由作图可知 $AB = DC$, $AD = BC$, 只能得出四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 错误;

D、由作图可知 $\angle DAC = \angle CAB$, $\angle DCA = \angle ACB$, 对角线 AC 平分对角, 可以得出是菱形, 正确;

故选: C.

【点睛】本题考查作图-复杂作图, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于基础题, 中考常考题型.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 一次函数 $y = x - 2$ 的图象不经过第 ____ 象限.

【答案】二

【解析】

【分析】根据一次函数的解析式, 可得 $k = 1$, $b = -2$, 再由一次函数图象性质, 可得一次函数 $y = x - 2$ 的图象经过第一、三、四象限.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = x - 2$,

$\therefore k = 1$, $b = -2$,

$\therefore$ 一次函数 $y = x - 2$ 的图象经过第一、三、四象限,

$\therefore$ 一次函数 $y = x - 2$ 的图象不经过第二象限.

故答案为: 二.

【点睛】本题考查了一次函数图象性质, 准确掌握一次函数的图象性质是解题的关键.

8. 已知一次函数 $y = (k - 2)x + 1$ 的函数值 y 随自变量 x 的增大而减小, 那么常数 k 的取值范围是 ____.

【答案】 $k < 2$

【解析】

【分析】根据一次函数 $y = (k - 2)x + 1$ 的增减性列出不等式 $k - 2 < 0$, 通过解该不等式即可求得 k 的取值范围.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = (k - 2)x + 1$ 图象是函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小,

$\therefore k - 2 < 0$,

解得 $k < 2$.

故答案是: $k < 2$.

【点睛】 本题考查了一次函数图象与系数的关系. 在直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

9. 方程 $x^4 - 16 = 0$ 的根是_____.

【答案】 ± 2

【解析】

【分析】 根据平方根的定义,很容易求解,或者把方程左边因式分解,通过降次的方法也可以求解.

【详解】 $\because x^4 - 16 = 0$,

$$\therefore (x^2+4)(x+2)(x-2) = 0,$$

$$\therefore x = \pm 2,$$

$$\therefore \text{方程 } x^4 - 16 = 0 \text{ 的根是 } x = \pm 2,$$

故答案为 ± 2 .

【点睛】 该题为高次方程, 因此解决该题的关键, 是需要把方程左边因式分解, 从而达到降次的目的, 把高次方程转化为低次方程, 从而求解.

10. 方程 $\sqrt{2x-3} = 1$ 的解是_____.

【答案】 $x=2$

【解析】

【详解】 $\sqrt{2x-3} = 1$, 两边平方得, $2x - 3 = 1$,

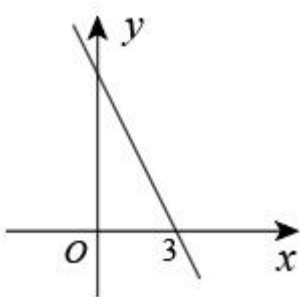
解得, $x=2$;

经检验, $x=2$ 是方程的根;

故答案为 $x=2$.

考点: 解无理方程.

11. 如图, 直线 $y = -2x + b$ 与 x 轴交于点 $(3,0)$, 那么不等式 $-2x + b < 0$ 的解集为 _____.



【答案】 $x > 3$

【解析】

【分析】利用数形结合即可得出结论.

【详解】解: $\because$ 直线 $y = -2x + b$ 与 x 轴交于点 $(3, 0)$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $-2x + b < 0$ 的解集为 $x > 3$.

故答案为: $x > 3$.

【点睛】本题考查的是一次函数与一元一次不等式, 能利用数形结合求出不等式的取值范围是解答此题的关键.

12. 某市的绿化面积在三年内从 20 万亩增加到 25 万亩, 如果这三年中每年的增长率相同为 x , 那么可列关于 x 的方程是 _____.

【答案】 $20(1+x)^2 = 25$

【解析】

【分析】设每年增长率为 x , 根据第一年绿化面积是 20 万亩, 则第二年绿化面积 $20(1+x)$ 万亩, 第三年绿化面积 $20(1+x)^2$ 万亩, 得出等式方程即可.

【详解】解: 设每年增长率为 x , 则第二年绿化面积 $20(1+x)$ 万亩, 第三年绿化面积 $20(1+x)^2$ 万亩, 根据题意得出: $20(1+x)^2 = 25$.

故答案为: $20(1+x)^2 = 25$.

【点睛】此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 得出每年的绿化面积是解题关键.

13. 在一不透明的盒子中只有红、黄两色的小球 (这些小球除颜色外无其他差别), 其中红球有 4 个, 如果从盒子中随机取出一个为红球的概率是 $\frac{1}{3}$, 那么黄球的个数是 _____.

【答案】 8

【解析】

【分析】设黄球有 x 个, 根据

随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件} A \text{ 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$, 列方程求出 x 的值即可得.

【详解】解: 设黄球有 x 个,

根据题意得: $\frac{4}{4+x} = \frac{1}{3}$,

解得 $x = 8$,

经检验: $x = 8$ 是原分式方程的解,

故答案为：8.

【点睛】本题主要考查了概率公式的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：

随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件}A\text{可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}$.

14. 一个正 n 边形的内角和等于 900° ，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】7

【解析】

【分析】根据多边形的内角和公式列式求解即可.

【详解】解：由题意得：

$$(n-2) \times 180^\circ = 900^\circ,$$

解得： $n = 7$ ，则它是正七边形，

故答案为：7.

【点睛】本题考查了多边形内角和定理，关键是掌握多边形的内角和公式： $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为整数).

15. 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，如果 $AC = 6, BD = 8, AD = 6$ ，那么 $\triangle OBC$ 的周长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

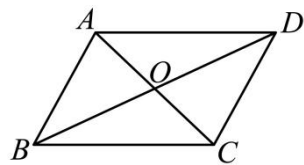
【答案】13

【解析】

【分析】利用平行四边形的性质得出 $OC = OA = 3, OB = OD = 4, BC = AD = 6$ ，从而可得答案.

【详解】解： $\because AC, BD$ 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线， $AC = 6, BD = 8, AD = 6$ ，

$$\therefore OC = OA = 3, OB = OD = 4, BC = AD = 6,$$

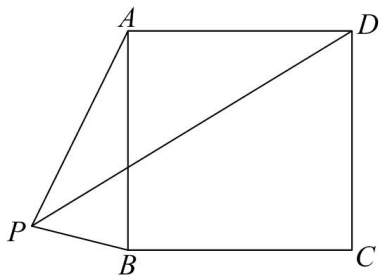


$$\therefore \triangle BOC \text{ 的周长是: } 3 + 4 + 6 = 13.$$

故答案为：13.

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质，掌握“平行四边形的对角线互相平分”是解题关键.

16. 如图， P 为正方形 $ABCD$ 外一点，如果 $AB = AP$ ， $\angle ADP = 36^\circ$ ，那么 $\angle BPD$ 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 45° ## 45 度

【解析】

【分析】根据正方形的性质和等腰三角形的性质易得到 $\angle APB = 36^\circ$ ，再结合三角形内角和定理求得 $\angle PAD$ 的度数，进而得到 $\angle APB$ 的度数，再利用 $\angle APB - \angle APD$ 来求解.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形， $AB = AP$ ，

$$\therefore AB = AD = AP, \quad \angle DAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = \angle ADP, \quad \angle APB = \angle ABP.$$

$$\because \angle ADP = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle APD = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle PAD = \angle DAB + \angle PAB = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PAD - \angle DAB = 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ,$$

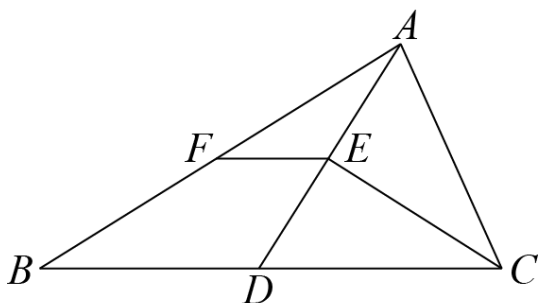
$$\therefore \angle APB = \angle ABP = \frac{1}{2}(180^\circ - 18^\circ) = 81^\circ,$$

$$\therefore \angle BPD = \angle APB - \angle APD = 81^\circ - 36^\circ = 45^\circ.$$

故答案为： 45° .

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，等腰三角形的性质，三角形内角和定理. 理解相关知识是解答关键.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $AC = CD$ ， $CE \perp AD$ ， F 是边 AB 的中点，联结 EF . 如果 $AD = 12$ ， $CE = 8$ ， $BC = 18$ ，那么 $EF =$ ____.



【答案】 4

【解析】

【分析】根据等腰三角形的三线合一易求出 DE 的长度， $\angle DEC = 90^\circ$ ，再用勾股定理求出 CD 的长度，进而得到 BD 的长度，最后利用三角形的中位线定理求解.

【详解】解： $\because AC = CD$ ， $CE \perp AD$ ，

$$\therefore DE = AE, \quad \angle DEC = 90^\circ.$$

$$\because AD = 12, \quad CE = 8,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 12 = 6,$$

$$\therefore CD = \sqrt{DE^2 + CE^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

$$\because BC = 18,$$

$$\therefore BD = BC - CD = 18 - 10 = 8.$$

$$\because DE = AE,$$

$\therefore E$ 是 AD 的中点.

$\because F$ 是边 AB 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABD$ 中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 8 = 4.$$

故答案为：4.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的三线合一，勾股定理，三角形的中位线定理，理解相关知识是解答关键.

18. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ，将矩形 $ABCD$ 绕点 D 逆时针旋转，点 B 落在射线 DC 上的点 F 处，点 A 落在点 E 处， DE 与 BC 交于点 P ，且 $PE = PC$ ，那么 PF 的长为 _____.



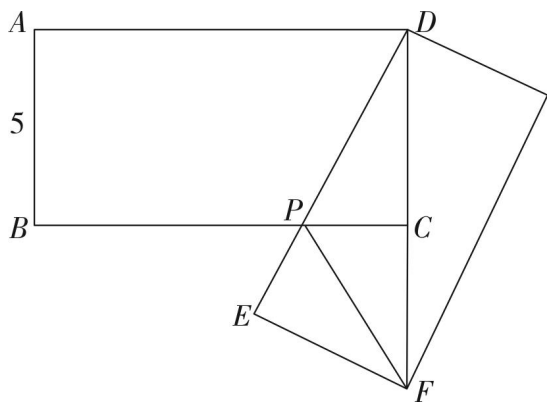
【答案】 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】如图，证明 $\text{Rt}\triangle PEF \cong \text{Rt}\triangle PCF$ ，可得 $CF = EF = 5$ ，再证明 $PF = PD$ ，证明 $\triangle DPC \sim \triangle DFE$ ，可得 $PD = 2PC$ ，再利用勾股定理可得答案.

【详解】解：如图，由题意可得： $AB = CD = EF = 5$ ， $\angle BCD = 90^\circ = \angle A = \angle E$ ，

$$\therefore \angle PCF = 90^\circ,$$



$$\therefore PE = PC, PF = PF,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle PEF \cong \text{Rt}\triangle PCF,$$

$$\therefore CF = EF = 5,$$

$$\therefore DC = CF = 5, \text{ 而 } PC \perp DF,$$

$$\therefore PF = PD,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle E = 90^\circ, \angle PDC = \angle FDE,$$

$$\therefore \triangle DPC \sim \triangle DFE,$$

$$\therefore \frac{PC}{EF} = \frac{DP}{DF},$$

$$\text{即 } \frac{PC}{5} = \frac{PD}{10},$$

$$\text{即 } PD = 2PC,$$

$$\therefore \left(\frac{1}{2}PD\right)^2 + 5^2 = PD^2,$$

$$\text{解得: } PD = \frac{10\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore PF = \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{10\sqrt{3}}{3}.$$

【点睛】 本题考查的是矩形的性质，旋转的性质，勾股定理的应用，相似三角形的判定与性质，画出正确的图形是解本题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 54 分)

19. 解方程: $\frac{3}{x^2-3x} - \frac{1}{x-3} = 1$.

【答案】 $x = -1$

【解析】

【分析】 两边乘 $x(x-3)$ 把分式方程转化为整式方程即可解决问题.

【详解】 两边乘 $x(x-3)$ 得到 $3-x=x^2-3x$,

$$\therefore x^2-2x-3=0,$$

$$\therefore (x-3)(x+1)=0,$$

$$\therefore x=3 \text{ 或 } -1,$$

经检验 $x=3$ 是原方程的增根,

$$\therefore \text{原方程的解为 } x = -1.$$

【点睛】 此题考查解分式方程，将方程先化为整式方程求出解，检验是否为原方程的解即可，解题的关键是确定分式方程的最简公分母.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ x+y=3 \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} \\ y_1 = \frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 先利用因式分解，由①得到 $x-y=0$ 或 $x-2y=0$ ，再与②组成两个二元一次方程组，解这两个二元一次方程组，即可求得原方程组的解.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 & \text{①} \\ x+y=3 & \text{②} \end{cases},$$

$$\text{由①得 } (x-y)(x-2y)=0,$$

$$\therefore x-y=0 \text{ 或 } x-2y=0,$$

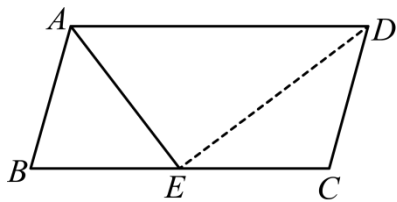
$$\text{把这两个方程与②组成方程组得: } \begin{cases} x-y=0 \\ x+y=3 \end{cases}, \begin{cases} x-2y=0 \\ x+y=3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} \\ y_1 = \frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 1 \end{cases},$$

$$\text{故原方程组的解为} \begin{cases} x_1 = \frac{3}{2} \\ y_1 = \frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 2 \\ y_2 = 1 \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了解二元二次方程组，解此题的关键是能把高次方程组转化成二元一次方程组.

21. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ ， $BC = 2AB$ ，点 E 在边 BC 上， AE 平分 $\angle BAD$.



- (1) 写出与 $\overrightarrow{BE}$ 相等的向量是 _____;
- (2) 求作: $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$ (要求保留作图痕迹);
- (3) 连接 DE ，如果 $|\overrightarrow{AB}| = 5, |\overrightarrow{AE}| = 6$ ，那么 $|\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}| =$ _____.

【答案】 (1) $\overrightarrow{EC}$;

(2) 答案见详解; (3) 8.

【解析】

【分析】 (1) 根据向量相等的概念：大小相等，方向相同的两个向量是相等向量，即可得解;

(2) 根据向量的减法的三角形法则作图即可;

(3) 由于 $|\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}| = |\overrightarrow{DE}|$ ，取 AE 中点 F ，根据等腰三角形性质可知 $BF \perp AE$ ，然后证明 $\triangle AFB \sim \triangle AED$ ，则 $\angle AED = \angle AFB = 90^\circ$ ，最后用勾股定理求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because AE$ 平分 $\angle BAD$,

$$\therefore \angle BAE = \angle EAD,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle BEA,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BEA,$$

$$\therefore BA = BE,$$

$$\because BC = 2AB,$$

$$\therefore BC = 2BE$$

$$\therefore BE = EC$$

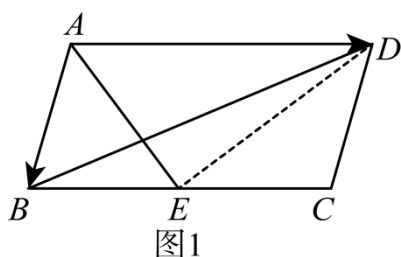
故与 $\overrightarrow{BE}$ 相等的向量是: $\overrightarrow{EC}$;

故答案为: $\overrightarrow{EC}$.

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD},$$

如图 1 所示, 向量 $\overrightarrow{BD}$ 为所作.



【小问 3 详解】

解: 如图 2, 取 AE 中点 F , 连接 BF ,

$$\because BA = BE,$$

$$\therefore BF \perp AE,$$

$$\therefore \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\because |\overrightarrow{AB}| = 5, |\overrightarrow{AE}| = 6,$$

$$\therefore AB = BE = 5, BC = AD = 10, \quad AF = \frac{1}{2}AE = 3,$$

$$\therefore \frac{AF}{AE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{AB}{AD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{AF}{AE} = \frac{AB}{AD},$$

$$\text{又 } \angle BAE = \angle EAD$$

$$\therefore \triangle AFB \sim \triangle AED,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

$$\text{故 } |\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}| = |\overrightarrow{DE}| = 8.$$

故答案为: 8.

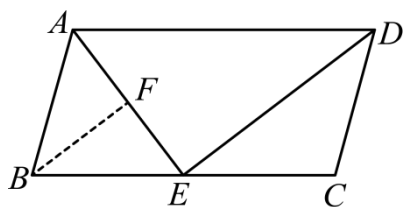


图2

【点睛】此题考查了向量相等的概念、向量减法三角形法则的作图、三角形相似的判定与性质、等腰三角形的性质、勾股定理等知识，熟练掌握相关概念、运算法则、判定与性质是解题的关键.

22. 某药店购进一批防护面罩和 N95 口罩，购进防护面罩花费 1500 元，N95 口罩花费 1200 元，其中防护面罩的单价比 N95 口罩的单价多 2 元，购进 N95 口罩比防护面罩多 100 个. 那么该药店购进的防护面罩和 N95 口罩的单价各是多少元？

【答案】该药店购进的防护面罩和 N95 口罩的单价各是 5 元，3 元

【解析】

【分析】设该药店购进防护面罩的单价是 x 元，则购进 N95 口罩的单价是 $(x-2)$ 元，利用数量= 总价÷ 单价，结合购进 N95 口罩比防护面罩多 100 个，即可列出关于 x 的分式方程，解之检验后即可得解.

【详解】解：设该药店购进防护面罩的单价是 x 元，则购进 N95 口罩的单价是 $(x-2)$ 元，依题意得：

$$\frac{1500}{x} + 100 = \frac{1200}{x-2},$$

整理得： $x^2 + x - 30 = 0$ ，

解得： $x_1 = 5$ ， $x_2 = -6$ （不合题意，舍去）；

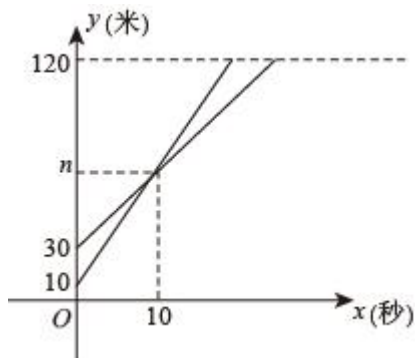
经检验， $x = 5$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore x - 2 = 3$ ；

故该药店购进的防护面罩和 N95 口罩的单价各是 5 元，3 元.

【点睛】本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

23. 两架无人机 A、B 准备在 120 米高空完成“美丽贤城”拍摄任务，无人机 A 从海拔 10 米处 5 米/秒的速度匀速上升，无人机 B 从海拔 30 米处 m 米/秒匀速上升. 如果这两架无人机同时出发，经过 10 秒后都位于同一海拔高度 n 米. 设无人机海拔高度 y 米与时间 x 秒的关系如图所示.



(1) $m = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 求无人机 B 在上升过程中, 海拔高度 y 米与时间 x 秒之间的函数关系式;

(3) 当两架无人机都上升了 20 秒时, 无人机 A 比无人机 B 高多少米?

【答案】 (1) 3, 60

(2) $y = 3x + 30$.

(3) 无人机 A 比无人机 B 高 20 米.

【解析】

【分析】 (1) 由无人机 A 从海拔 10 米处, 以 5 米/秒的速度匀速上升, 列式计算求解 n , 再利用两个无人机在同一高度列方程求解 m , 从而可得答案;

(2) 设无人机 B 在上升过程中, 海拔高度 y 米与时间 x 秒之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 把 $(0, 30), (10, 60)$ 代入, 利用待定系数法求解即可;

(3) 利用无人机 B 的函数关系式求解当 $x = 20$ 时, 无人机 B 的高度, 再列式求解当 $x = 20$ 时, 无人机 A 的高度, 从而可得答案.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 无人机 A 从海拔 10 米处, 以 5 米/秒的速度匀速上升,

$$\therefore n = 10 \times 5 + 10 = 60,$$

$$\therefore 30 + 10m = 60,$$

$$\therefore m = 3,$$

故答案为: 3, 60.

【小问 2 详解】

解: 设无人机 B 在上升过程中, 海拔高度 y 米与时间 x 秒之间的函数关系式为 $y = kx + b$,

把 $(0, 30), (10, 60)$ 代入可得:

$$\begin{cases} b = 30 \\ 10k + b = 60 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 3 \\ b = 30 \end{cases},$$

$\therefore$ 无人机 B 在上升过程中, 海拔高度 y 米与时间 x 秒之间的函数关系式为 $y = 3x + 30$.

【小问 3 详解】

解：当 $x = 20$ 时，无人机 B 的高度为： $y = 3 \times 20 + 30 = 90$ （米），

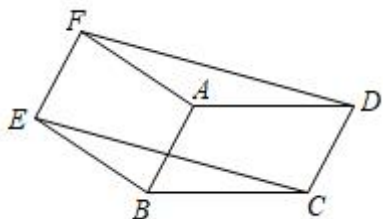
无人机 A 的高度为： $10 + 5 \times 20 = 110$ （米），

$$\therefore 110 - 90 = 20 \text{（米）},$$

即两架无人机都上升了 20 秒时，无人机 A 比无人机 B 高 20 米.

【点睛】 本题考查的是从函数图象中获取信息，一次函数的应用，理解函数图象中点的坐标含义是解本题的关键.

24. 如图，已知四边形 $ABCD$ 和四边形 $ABEF$ 都是平行四边形，分别联结 FD, EC .



(1) 求证：四边形 $CDFE$ 是平行四边形；

(2) 设 AB 与 EC 交于点 G ，如果 $EG = CG$ ， $\angle AFD = \angle ADF$ ，求证：四边形 $CDFE$ 是矩形.

【答案】 (1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】 (1) 先证明 $AB \parallel EF, AB = EF, AB \parallel CD, AB = CD$, 可得 $CD \parallel EF, CD = EF$, 从而可得结论；

(2) 先证明 $AF = AD$ ，结合平行四边形的性质证明 $BE = BC$ ，再证明 $BG \perp CE$ ， $EF \perp EC$ ，从而可得结论.

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $ABEF$ 都是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel EF, AB = EF, AB \parallel CD, AB = CD,$$

$$\therefore CD \parallel EF, CD = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $CDFE$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

证明： $\because \angle AFD = \angle ADF$ ，

$$\therefore AF = AD,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $ABEF$ 都是平行四边形,

∴ $BE = AF, BC = AD, AB \parallel EF$,

∴ $BE = BC$,

∴ $EG = CG$,

∴ $BG \perp CE$,

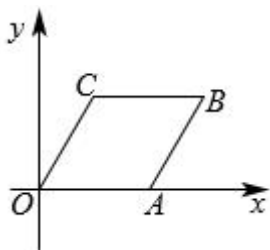
∴ $EF \perp EC$,

∴ 四边形 $CDFE$ 是平行四边形,

∴ 四边形 $CDFE$ 是矩形.

【点睛】 本题考查的是平行四边形的性质与判定, 等腰三角形的性质, 矩形的判定, 掌握“有一个角是直角的平行四边形是矩形”是解本题的关键.

25. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = \sqrt{3}x + b$ 经过菱形 $OABC$ 的顶点 $A(2, 0)$ 和顶点 B .



(1) 求 b 的值以及顶点 C 的坐标;

(2) 将该菱形向下平移, 其中顶点 C 的对应点是 C_1 .

①当点 C_1 恰好落在对角线 OB 上时, 求该菱形平移的距离;

②当点 C_1 在 x 轴上时, 原菱形边 OC 上一点 P 平移后的对应点是 Q , 如果 $OP = OQ$, 求点 Q 的坐标.

【答案】 (1) $b = -2\sqrt{3}, C(1, \sqrt{3})$.

(2) ①菱形的平移距离为: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; ② $Q\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

【解析】

【分析】 (1) 把顶点 $A(2, 0)$ 代入 $y = \sqrt{3}x + b$ 求解 b 即可, 记直线与 y 轴的交点为 S , 则 $S(0, -2\sqrt{3})$, 过 C 作 $CT \perp OA$ 于 T , 证明 $\angle OAS = 60^\circ$, $\angle COT = 60^\circ$, 结合菱形的性质可得答案;

(2) ①由 $C(1, \sqrt{3})$, 可得 $B(3, \sqrt{3})$, 再求 OB 为: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, 结合平移可得: $x_C = x_{C_1} = 1$,

$y_{C_1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 从而可得答案; ②如图, 当 C_1 在 x 轴上, 且 $OP = OQ$, 证明 $\triangle OQC_1$ 为等边三角形,

再证明 Q 为 C_1O_1 的中点, 从而可得答案.

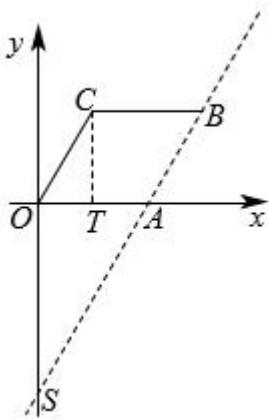
【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 $y = \sqrt{3}x + b$ 经过菱形 $OABC$ 的顶点 $A(2, 0)$,

$$\therefore 2\sqrt{3} + b = 0, \text{ 解得: } b = -2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{直线为: } y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3},$$

记直线与 y 轴的交点为 S , 则 $S(0, -2\sqrt{3})$, 过 C 作 $CT \perp OA$ 于 T ,



$$\therefore \tan \angle OAS = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle OAS = 60^\circ,$$

$\because$ 菱形 $OABC$,

$$\therefore OA = OC = 2, CO \parallel AB,$$

$$\therefore \angle COT = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OCT = 30^\circ, OT = \frac{1}{2}OC = 1, CT = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

$$\therefore C(1, \sqrt{3}).$$

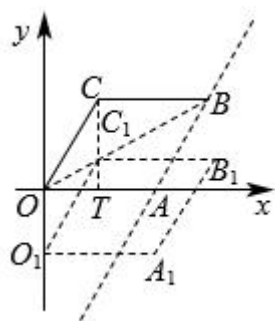
【小问 2 详解】

①如图, 由 $C(1, \sqrt{3})$,

$$\therefore y_B = \sqrt{3},$$

$$\therefore \sqrt{3} = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}, \text{ 解得 } x = 3,$$

$$\therefore B(3, \sqrt{3}),$$



$$\text{设 } OB \text{ 为: } y = mx, \text{ 则 } 3m = \sqrt{3}, \text{ 解得: } m = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OB \text{ 为: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\therefore \text{由平移可得: } x_C = x_{C_1} = 1,$$

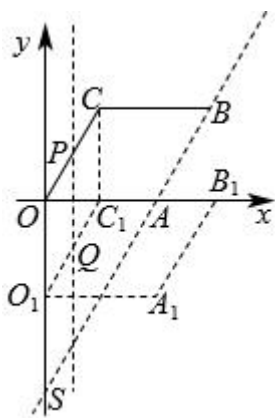
$$\therefore y_{C_1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore C_1\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

$$\therefore \text{菱形的平移距离为: } \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

②如图, 当 C_1 在 x 轴上, 且 $OP = OQ$,

$$\therefore \angle O_1C_1O = \angle COC_1 = 60^\circ, OC_1 \text{ 是 } PQ \text{ 的垂直平分线},$$



$$\therefore \angle QOC_1 = \angle COC_1 = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle OQC_1$ 为等边三角形,

$\therefore \angle OQC_1 = 60^\circ, \angle OO_1C_1 = 30^\circ = \angle QOO_1,$

$\therefore OQ = O_1Q = QC_1,$

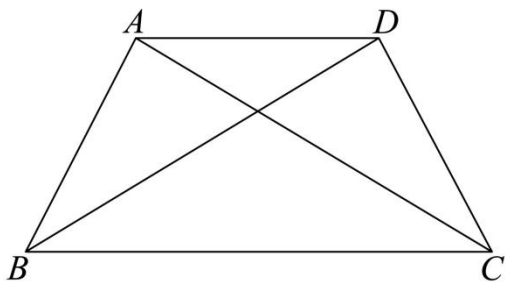
$\therefore Q$ 为 C_1O_1 的中点,

由平移可得: $OO_1 = CC_1 = \sqrt{3}$, 则 $O_1(0, -\sqrt{3})$,

$\therefore Q\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$

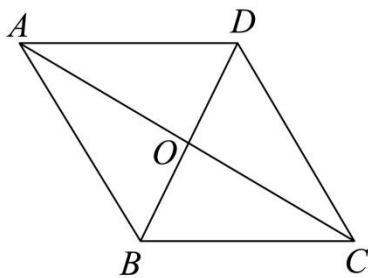
【点睛】 本题考查的是一次函数的几何应用, 菱形的性质, 锐角三角函数的应用, 平移的性质, 等边三角形的判定与性质, 理解题意, 画出符合题意的图形, 利用数形结合的方法解题是关键.

26. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, AD = CD$, 对角线 AC, BD 相交于点 O .



(1) 如图 1, 当 $\angle ADO = \angle DCO$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形;

(2) 如图 2, 如果 $DB = DC$, 且 $AB = 3, BC = 2$, 求 AD 的长.



【答案】 (1) 证明见解析

(2) $AD = \frac{1 + \sqrt{19}}{2}.$

【解析】

【分析】 (1) 先证明 $OA = OD$, 再证明 $OB = OC$, 可得 $AC = BD$, 从而可得答案;

(2) 如图, 过 B 作 $BH \perp AD$ 于 H , 过 D 作 $DG \perp BC$ 于 G , 证明四边形 $BGDH$ 是矩形, 可得 $BH = DG, HD = BG$, 设 $AD = x$, 则 $AH = x - 1$, 由 $BH^2 = AB^2 - AH^2 = BD^2 - HD^2$, 再建立方程求解即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because AD = CD,$

$$\therefore \angle DAC = \angle DCA,$$

$$\because \angle ADO = \angle DCO,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ADO,$$

$$\therefore AO = DO,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ACB, \angle ADB = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle DBC,$$

$$\therefore OB = OC,$$

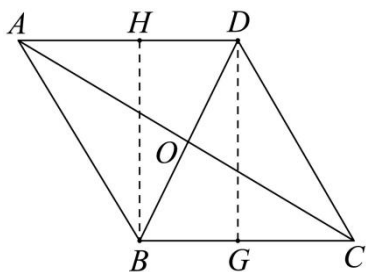
$$\therefore OA + OC = OD + OB, \text{ 即 } AC = BD,$$

$$\because \text{梯形 } ABCD,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 是等腰梯形.}$$

【小问 2 详解】

如图，过 B 作 $BH \perp AD$ 于 H ，过 D 作 $DG \perp BC$ 于 G ，而 $AD \parallel BC$ ，



$$\therefore \angle BHD = \angle DGB = \angle HDG = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 } BGDH \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore BH = DG, HD = BG,$$

$$\because AD = DB = DC, BC = 2,$$

$$\therefore BG = CG = DH = 1,$$

设 $AD = x$ ，则 $AH = x - 1$ ，

$$\because BH^2 = AB^2 - AH^2 = BD^2 - HD^2,$$

$$\therefore 3^2 - (x - 1)^2 = x^2 - 1^2,$$

解得: $x_1 = \frac{1+\sqrt{19}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{19}}{2}$ (负根舍去)

$$\therefore AD = \frac{1+\sqrt{19}}{2}.$$

【点睛】 本题考查的是等腰三角形的判定，矩形的判定与性质，等腰梯形的判定，勾股定理的应用，一元二次方程的解法，掌握以上知识并灵活运用是解本题的关键.