

七年级学业质量抽样调研

数学学科

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

学生注意:

1. 本试卷含四个大题, 共 26 题.
2. 答题时, 学生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出解答的主要步骤.
4. 本次调研不可以使用科学计算器.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分, 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. 在以下各数中, 是不等式 $x < -1$ 的解的是 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

【答案】 A

【解析】

【分析】 比较各选项的 x 值和 -1 的大小, 判断是否满足 $x < -1$ 即可得到结果.

【详解】 解: A 选项, $\because -2 < -1$, $\therefore$ 满足不等式, 是该不等式的解, 故 A 符合题意;

B 选项, $-1 = -1$, 不满足 $x < -1$, 故 B 不符合题意;

C 选项, $0 > -1$, 不满足 $x < -1$, 故 C 不符合题意;

D 选项, $1 > -1$, 不满足 $x < -1$, 故 D 不符合题意.

2. 以下说法正确的是 ()

- A. 等角的补角相等
- B. 过一点, 有且只有一条直线与已知直线平行
- C. 两条直线被第三条直线所截, 所截得的同位角相等
- D. 直线外的一点到这条直线的垂线段, 叫作点到直线的距离

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据角的性质和平行线相关基本概念, 逐项可判断各选项正误.

【详解】逐一分析选项：

选项 A， $\therefore$ 若两个角相等，设 $\angle 1 = \angle 2$ ，它们的补角分别为 $180^\circ - \angle 1$ 和 $180^\circ - \angle 2$ ，可得 $180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - \angle 2$ ， $\therefore$ 等角的补角相等，该选项正确，符合题意。

选项 B，平行公理要求过直线外一点才有且只有一条直线与已知直线平行，若点在已知直线上，无法作出与已知直线平行的直线，该选项错误，不符合题意。

选项 C，只有两条平行直线被第三条直线所截时，同位角才相等，选项未说明两条直线平行，该选项错误，不符合题意。

选项 D，点到直线的距离是指直线外一点到这条直线的垂线段的长度，不是垂线段本身，该选项错误，不符合题意。

3. 下列各组长度的线段，首尾顺次连接可以围成三角形的是（ ）

- A. 15, 6, 7 B. 15, 6, 9 C. 15, 6, 12 D. 15, 6, 22

【答案】C

【解析】

【分析】判断三条线段能否围成三角形，只需验证两条较短边的和是否大于最长边即可，若满足则可以围成，反之则不能。

【详解】解：A 选项，三条线段从小到大排列为 6, 7, 15， $\because 6 + 7 = 13 < 15$ ， $\therefore$ 不能围成三角形，故 A 不符合题意；

B 选项，三条线段从小到大排列为 6, 9, 15， $\because 6 + 9 = 15$ ，不满足两边之和大于第三边， $\therefore$ 不能围成三角形，故 B 不符合题意；

C 选项，三条线段从小到大排列为 6, 12, 15， $\because 6 + 12 = 18 > 15$ ，满足三角形三边关系， $\therefore$ 可以围成三角形，故 C 符合题意；

D 选项，三条线段从小到大排列为 6, 15, 22， $\because 6 + 15 = 21 < 22$ ， $\therefore$ 不能围成三角形，故 D 不符合题意。

4. 已知两个三角形全等，那么下列说法不一定正确的是（ ）

- A. 这两个三角形的对应角相等
B. 这两个三角形的对应边相等
C. 这两个三角形的周长相等
D. 这两个三角形的高相等

【答案】D

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质逐一判断选项即可，需注意全等三角形仅对应元素相等，非对应元素不一定相等.

【详解】解：∵全等三角形的对应角相等，对应边相等，是全等三角形的基本性质，

∴选项 A，B 一定正确，不符合题意；

∵三角形的周长为三边长度之和，全等三角形三边对应相等，

∴两个三角形的周长一定相等，选项 C 正确，不符合题意；

∵全等三角形只有对应边上的高相等，题目未指明是对应高，

∴这两个三角形的高不一定相等，选项 D 不一定正确，符合题意.

5. 下列条件不能确定两个三角形全等的是 ()

A. 三条边对应相等

B. 两条边及其中一边所对的角对应相等

C. 两边及其夹角对应相等

D. 两个角及其中一角所对的边对应相等

【答案】B

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定定理 SSS、SAS、AAS 对以下选项进行一一分析，并作出判断.

【详解】A、根据“全等三角形的判定定理 SSS”可以证得三条边对应相等的两个三角形全等. 故本选项不符合题意；

B、根据 SSA 不可以证得两个三角形全等. 故本选项符合题意；

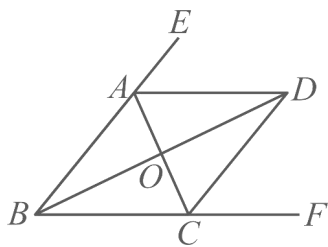
C、根据“全等三角形的判定定理 SAS”可以证得两边及其夹角对应相等的两个三角形全等. 故本选项不符合题意；

D、根据“全等三角形的判定定理 AAS”可以证得两个角及其中一角所对的边对应相等的两个三角形全等. 故本选项不符合题意；

故选：B.

【点睛】此题考查三角形全等的判定定理，熟记定理并掌握各种判定方法的特点是解题的关键.

6. 如图，点 A 和点 C 是 $\angle EBF$ 边上的点，点 D 是 $\angle EBF$ 内的一点，连接 AD，CD，AC 和 BD，AC 和 BD 相交于点 O，下列说法不正确的是 ()



- A. 如果 $AB = BC$ ， $OA = OC$ ，那么 $AC \perp BD$
- B. 如果 $AB = BC$ ， $DA = DC$ ，那么 $AC \perp BD$
- C. 如果 $AB = BC$ ， $\angle ABD = \angle DBC$ ，那么 $AC \perp BD$
- D. 如果 $AB = BC$ ， $\angle ADB = \angle BDC$ ，那么 $AC \perp BD$

【答案】D

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质（三线合一）以及线段垂直平分线的判定定理，对各个选项进行逐一分析判断即可.

【详解】解：A、 $\because AB = BC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形

$\because OA = OC$ ，

$\therefore BO$ 是底边 AC 上的中线

$\therefore BO \perp AC$ ，即 $AC \perp BD$ ，故 A 正确；

B、 $\because AB = BC$ ，

$\therefore$ 点 B 在线段 AC 的垂直平分线上

$\because DA = DC$ ，

$\therefore$ 点 D 在线段 AC 的垂直平分线上

$\therefore$ 直线 BD 是线段 AC 的垂直平分线，

$\therefore AC \perp BD$ ，故 B 正确；

C、 $\because AB = BC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形

$\because \angle ABD = \angle DBC$ ，

$\therefore BD$ 是顶角 $\angle ABC$ 的平分线

$\therefore BD \perp AC$ ，即 $AC \perp BD$ ，故 C 正确；

D、在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中，已知 $AB = BC$ ， $BD = BD$ ， $\angle ADB = \angle BDC$ ，

这是“边边角”关系，无法判定 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ ，也就无法推出 $DA = DC$ 或 $\angle ABD = \angle DBC$ ，

因此无法得出 $AC \perp BD$ ，故 D 不正确.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

7. 若 $a > b$ ，则 $a+1$ _____ $b+1$ (填 “>” “<” 或 “=”).

【答案】 >

【解析】

【分析】 直接根据不等式的性质得出答案即可.

【详解】 解： $\because a > b$,

$$\therefore a+1 > b+1.$$

故答案为： >.

【点睛】 此题考查了不等式性质的应用，注意：①不等式的两边都加上（或减去）同一个数或整式，不等号的方向不变，②不等式的两边都乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变，③不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

8. 已知 a 的 3 倍与 8 的和小于等于 -9 ，用不等式表示这种关系为_____.

【答案】 $3a+8 \leq -9$

【解析】

【详解】 解： a 的 3 倍与 8 的和小于等于 -9 ，用不等式表示为 $3a+8 \leq -9$.

9. 不等式 $-2x \geq 4$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq -2$

【解析】

【分析】 按照解一元一次不等式的步骤，进行计算即可解答.

【详解】 解： $-2x \geq 4$,

$$x \leq -2,$$

故答案为： $x \leq -2$.

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式，熟练掌握解一元一次不等式的步骤是解题的关键.

10. 已知等腰三角形的底边和腰长分别为 12 cm 和 15 cm ，那么这个三角形的周长为_____ cm .

【答案】 42

【解析】

【分析】 利用等腰三角形两腰相等的性质，计算三边长度和即可得到周长.

【详解】 解： $\because$ 等腰三角形底边长为 12 cm ，腰长为 15 cm ，

∴ 这个三角形的周长为 $12+15+15=42(c,m)$.

11. 不等式组 $\begin{cases} x \leq -3\frac{1}{2} \\ x > 4 \end{cases}$ 的解集为_____.

【答案】 无解

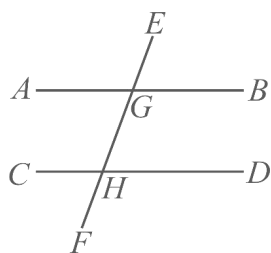
【解析】

【分析】 判断两个不等式解集的公共部分即可得到结果.

【详解】 解： 不等式组 $\begin{cases} x \leq -3\frac{1}{2} \\ x > 4 \end{cases}$ 中， 不存在实数 x 同时满足 $x \leq -3\frac{1}{2}$ 和 $x > 4$ ， 两个不等式的解集没有公

共部分， 因此该不等式组的解集为无解.

12. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 交 AB 、 CD 于点 G 和点 H , $\angle EGB = 70^\circ$, 那么 $\angle EHD$ 的度数为_____.



【答案】 70° ## 70 度

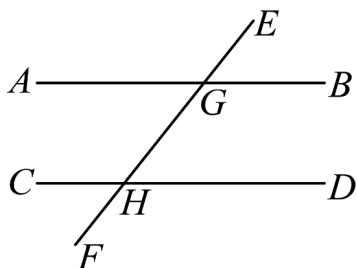
【解析】

【详解】 解： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle EHD = \angle EGB = 70^\circ$.

13. 如图, 直线 AB 和直线 CD 被直线 EF 所截, 交于点 G 和点 H , 在下列条件中① $\angle EGB = \angle DHF$,

② $\angle AGH = \angle GHD$, ③ $\angle AGH + \angle GHC = 180^\circ$, 可以判定 $AB \parallel CD$ 的是_____ (写出所有符合条件的序号).



【答案】 ②③ ## ③②

【解析】

【分析】根据平行线的判定定理，对给出的三个条件逐一判断，即可得到结果.

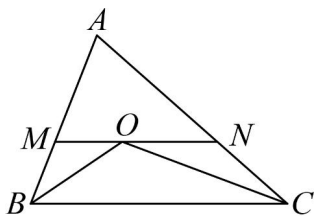
【详解】直线 AB 与直线 CD 被直线 EF 所截，交于点 G 和点 H ，

① $\angle GHD + \angle DHF = 180^\circ$ ， $\angle EGB$ 与 $\angle GHD$ 是同位角，由 $\angle EGB = \angle DHF$ ，无法判定 $\angle EGB = \angle GHD$ ，故无法判定 $AB \parallel CD$ ，故①不符合条件.

② $\angle AGH$ 与 $\angle GHD$ 是内错角，由 $\angle AGH = \angle GHD$ ，根据“内错角相等，两直线平行”，可判定 $AB \parallel CD$ ，故②符合条件.

③ $\angle AGH$ 与 $\angle GHC$ 是同旁内角， $\angle AGH + \angle GHC = 180^\circ$ ，根据“同旁内角互补，两直线平行”，可判定 $AB \parallel CD$ ，故③符合条件.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BO 平分 $\angle ABC$ ， CO 平分 $\angle ACB$ ，过点 O 作 $MN \parallel BC$ 分别交 AB ， AC 边于点 M 、 N ， $\triangle AMN$ 的周长为 18， $\triangle ABC$ 的周长为 25，那么边 BC 的长为_____



【答案】7

【解析】

【分析】利用角平分线和平行线的性质可得 $\angle MBO = \angle MOB$ 、 $\angle NOC = \angle NCO$ ，从而得到 $MO = MB$ 、 $NO = NC$ ．将 $\triangle AMN$ 的周长 $AM + MN + AN$ 转化为 $AB + AC$ ．已知 $\triangle ABC$ 的周长为 25，即可求出 $BC = 25 - (AB + AC) = 25 - 18 = 7$ ．

【详解】 $\because BO$ 平分 $\angle ABC$ ， CO 平分 $\angle ACB$ ，

$$\therefore \angle MBO = \angle OBC, \angle OCN = \angle OCB.$$

$$\because MN \parallel BC,$$

$$\therefore \angle MOB = \angle OBC, \angle NOC = \angle OCB.$$

$$\therefore \angle MBO = \angle MOB, \angle NOC = \angle NCO.$$

$$\therefore MO = MB, NO = NC.$$

$$\therefore \triangle AMN \text{ 的周长为 } 18,$$

$$\text{即 } AM + MN + AN = AM + MO + AN + ON = AM + MB + AN + NC = AB + AC = 18.$$

$$\because \triangle ABC \text{ 的周长为 } 25,$$

$$\therefore AB + AC + BC = 25,$$

$$\therefore BC = 25 - (AB + AC) = 25 - 18 = 7.$$

15. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle C$ 的度数为_____.

【答案】 50° 或 65° 或 80°

【解析】

【分析】 本题需分三种情况讨论, 结合等腰三角形两底角相等的性质与三角形内角和定理计算即可得到结果.

【详解】 解: 分三种情况讨论:

当 $\angle A$ 为顶角时, $\angle C$ 为底角, 根据等腰三角形性质和三角形内角和定理可得:

$$\angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ;$$

当 $\angle A$ 为底角, $\angle C$ 为顶角时:

$$\angle C = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ;$$

当 $\angle A$ 为底角, $\angle C$ 为底角时:

$$\angle C = \angle A = 50^\circ;$$

综上, $\angle C$ 的度数为: 50° 或 65° 或 80° .

16. 小海今年 13 岁, 他的爸爸 45 岁, 那么小海至少_____岁时, 他的年龄才能超过爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$.

【答案】 17

【解析】

【分析】 本题考查列不等式的应用. 设小海 x 岁时, 小海的年龄超过他爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$, 根据题意列不等式, 求解即可.

【详解】 解: 设小海 x 岁时, 小海的年龄超过他爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$,

根据题意, 得

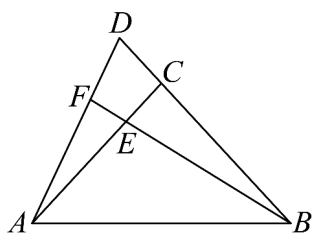
$$x > \frac{1}{3}(45 + x - 13),$$

解得 $x > 16$,

答: 小海至少 17 岁时, 他的年龄才能超过爸爸年龄的 $\frac{1}{3}$.

故答案为: 17.

17. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB$, 点 D 在边 BC 的延长线上, 点 E 在边 AC 上, 且 $CD = CE$, 连接 BE , AD , 延长 BE 与 AD 相交于点 F , $\angle FBA = 35^\circ$, 那么 $\angle D$ 的度数为_____.



【答案】 80° ##80 度

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质得出 $\angle CAB = \angle CBA = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$ ，证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS)，得出 $\angle CAD = \angle DBF = 10^\circ$ ，最后求出结果即可。

【详解】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ，

$$\therefore \angle CAB = \angle CBA = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ, \quad \angle ACD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FBA = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle DBF = 45^\circ - 35^\circ = 10^\circ,$$

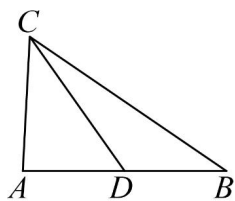
$$\therefore CD = CE, \quad \angle ACD = \angle BCE = 90^\circ, \quad CA = CB,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle CAD = \angle DBF = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle D = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ.$$

18. 如图， $\triangle ABC$ 中， CD 是 AB 边上的中线， $BC - CD = 1$ ， $CD = 2AC$ ，那么边 AC 长度 a 的取值范围是_____



【答案】 $\frac{1}{3} < a < 1$

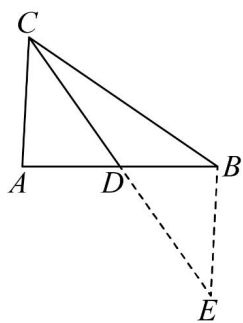
【解析】

【分析】延长 CD 至点 E ，使得 $DE = CD = 2a$ ，连接 BE ，则 $CE = 4a$ ，然后证明 $\triangle ADC \cong \triangle BDE$ (SAS)，再由三角形的三边关系建立不等式组求解即可。

【详解】解： $\because BC - CD = 1$ ， $CD = 2AC$ ， $AC = a$

$$\therefore CD = 2a, \quad BC = 2a + 1,$$

延长 CD 至点 E ，使得 $DE = CD = 2a$ ，连接 BE ，则 $CE = 4a$



$\because CD$ 是 AB 边上的中线,

$\therefore DA = DB$,

$\because \angle ADC = \angle BDE$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDE (SAS)$

$\therefore AC = BE = a$

$\because BC - BE < CE < BC + BE$,

$\therefore 2a + 1 - a < 4a < 2a + 1 + a$

解得 $\frac{1}{3} < a < 1$.

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 58 分)

19. 解不等式: $\frac{1}{2}x - 2 < 7$.

【答案】 $x < 18$

【解析】

【详解】 解: $\frac{1}{2}x - 2 < 7$,

$$\frac{1}{2}x < 7 + 2$$

$$\frac{1}{2}x < 9$$

$$x < 18.$$

20. 解不等式: $\frac{4x+3}{2} + 1 \geq \frac{2x-5}{16}$.

【答案】 $x \geq -\frac{3}{2}$

【解析】

【详解】 解: $\frac{4x+3}{2} + 1 \geq \frac{2x-5}{16}$

$$8(4x+3) + 16 \geq 2x - 5$$

$$32x + 24 + 16 \geq 2x - 5$$

$$32x - 2x \geq -5 - 24 - 16$$

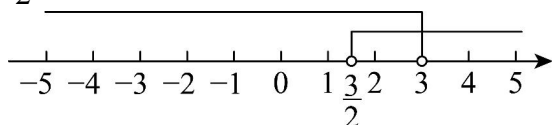
$$30x \geq -45$$

$$x \geq -\frac{3}{2}.$$

21. 解不等式组: $\begin{cases} 2x - 5 > 1 - 2x \\ x + 3 > 2x \end{cases}$, 并在数轴上表示出不等式组的解集.

【答案】

$\frac{3}{2} < x < 3$, 在数轴上表示:



【解析】

【详解】解: $\begin{cases} 2x - 5 > 1 - 2x \text{ ①} \\ x + 3 > 2x \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得: $x > \frac{3}{2}$,

解不等式②得: $x < 3$,

$\therefore$ 不等式组的解集为: $\frac{3}{2} < x < 3$,

在数轴上表示略;

22. 已知在等腰三角形 ABC 中, $AC = BC$, $\angle C = 2\angle B$. 求 $\angle B$ 的度数.

【答案】 45°

【解析】

【分析】 首先根据等边对等角得到 $\angle A = \angle B$, 然后结合 $\angle C = 2\angle B$, 利用三角形内角和定理求得答案.

【详解】解: $\because$ 在等腰三角形 ABC 中, $AC = BC$,

$$\therefore \angle A = \angle B,$$

$$\because \angle C = 2\angle B,$$

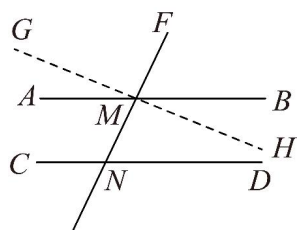
$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 4\angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 45^\circ.$$

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质, 三角形内角和定理, 根据等边对等角得到 $\angle A = \angle B$ 是解题的关键.

23. 反证法: 先假设求证的结论是错误的, 由此推导出与已知定义、定理、公理或条件相矛盾的结果, 从而否定开始的假设, 得出先前求证结果的正确性.

求证：同位角相等，两直线平行.



以下是用反证法证明该命题正确性的过程，请填空：

已知： $AB \parallel CD$ ，

证明： $\angle FMB = \angle FND$ ，

假设 ()。

过点 M 画一条直线 GH ，使得 $\angle FMH = \angle FND$ ，

$\because \angle FMH = \angle FND$ ，

$\therefore$ ()。

$\because AB \parallel CD$ ，(已知)，

$\therefore AB$ 和 GH 都过点 M ，且都平行于 CD 。与平行公理 () 产生矛盾。

$\therefore$ 假设不成立，

$\therefore$ 原命题成立。

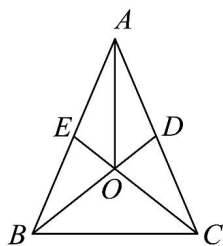
【答案】 $\angle FMB \neq \angle FND$ ； $GH \parallel CD$ ；同位角相等，两直线平行；过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行

【解析】

【分析】 利用反证法的一般步骤解答即可。

【详解】 略

24. 如图，已知在等腰 $\triangle ABC$ 中 $AB = AC$ ， BD 、 CE 分别是 AC 、 AB 边上的中线， BD 、 CE 相交于点 O ，连接 AO ，求证： $\angle BAO = \angle OAC$ 。



【答案】 证明： $\because$ 等腰三角形 $\triangle ABC$ 中 $AB = AC$ ， D 、 E 为 AC 和 AB 的中点，

$$\therefore \angle ACB = \angle ABC, \quad DC = EB,$$

$$\text{又} \because BC = BC,$$

$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle CEB (SAS),$$

$$\therefore \angle ECB = \angle DBC,$$

$$\therefore BO = CO,$$

$$\text{又} \because AB = AC, \quad AO = AO,$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ACO (SSS),$$

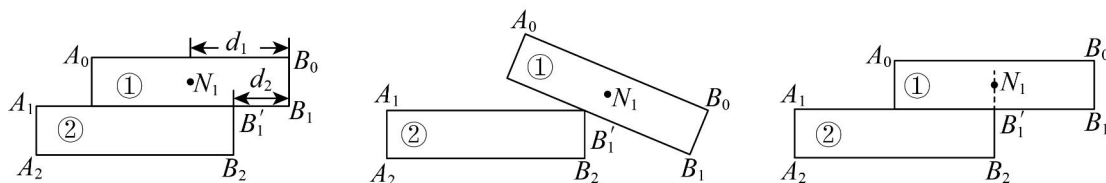
$$\therefore \angle BAO = \angle OAC.$$

【解析】

【分析】根据等边对等角，利用 SAS 可证得 $\triangle BDC \cong \triangle CEB$ ，进而利用 SSS 可证得 $\triangle ABO \cong \triangle ACO$ ，即可得到结论.

【详解】略

25. 在探究积木可以叠多远的活动中，我们得到：两块质量均匀的长方体形状积木，它的重心在中心位置（水平方向上的中点处），如图中的点 N_1 是积木①的重心. 当积木①延伸出的长度 d_2 （即点 B'_1 到点 B_1 的水平距离）小于 N_1 到点 B_1 的水平距离 d_1 时，积木①不会倾倒. 若点 N_1 超出积木②的边缘，积木①就会倒下来. 因此，想要积木①在保持不倾倒的情况下延伸的长度最大，水平方向上点 N_1 需要刚好在积木②的边缘，我们对积木最远伸长的长度，即积木①不倾倒时线段 B'_1B_1 长度的最大值开展研究.



- (1) 如果两块积木的长度都为 $10cm$ ，求积木①最远伸长的长度；
- (2) 如果积木①的长度为 $10cm$ ，积木②的长度为 lcm ，改变积木上下叠放顺序会让延伸的最大长度不同，求让积木伸长的距离尽量长的叠放方案，并且求出最远伸长距离；
- (3) 根据前两问的探究过程，请你再提出一个关于“积木可以叠多远？”的探究问题（不需要解答）.

【答案】(1) $5cm$

(2) 当 $l \geq 10$ 时，积木②放在积木①上面，积木能伸出的最大长度为 $\frac{l}{2}cm$ ；当 $l < 10$ 时，积木①放在积木②上面，积木能伸出的最大长度为 $5cm$

(3) 积木长度不同时，两块积木叠放的最大伸出长度与积木的长度有什么关系？

【解析】

【分析】(1) 根据当积木①延伸出的长度 d_2 (即点 B'_1 到点 B_1 的水平距离) 小于 N_1 到点 B_1 的水平距离 d_1 时，积木①不会倾倒，即可解答；

(2) 分两种情况：若积木①放在积木②上面，若积木②放在积木①上面，即可求解；

(3) 根据前两问的探究过程，即可解答.

【小问 1 详解】

解：因为两块积木的长度都为 10cm ，

所以积木①最远伸长的长度为 $\frac{10}{2} = 5\text{cm}$ ；

【小问 2 详解】

解：方案 1：若积木①放在积木②上面，积木①的重心 N_1 到 B_1 的距离为 $\frac{10}{2} = 5\text{cm}$ ，当 N_1 刚好在积木②边缘时，最远伸长距离为 5cm ；

方案 2：若积木②放在积木①上面，积木②的重心到它的边缘的距离为 $\frac{l}{2}\text{cm}$ ，此时积木②能伸出的最大长度为 $\frac{l}{2}\text{cm}$ ；

综上所述，当 $l \geq 10$ 时，积木②放在积木①上面，积木能伸出的最大长度为 $\frac{l}{2}\text{cm}$ ；当 $l < 10$ 时，积木①放在积木②上面，积木能伸出的最大长度为 5cm ；

【小问 3 详解】

解：设积木①的长度为 $a\text{cm}$ ，积木②的长度为 $b\text{cm}$ ，其中 $a > b$ ，

若积木①放在积木②上面，积木①的重心到它的边缘的为 $\frac{a}{2}\text{cm}$ ，此时积木①能伸出的最大长度为 $\frac{a}{2}\text{cm}$ ；

若积木②放在积木①上面，积木②的重心到它的边缘的距离为 $\frac{b}{2}\text{cm}$ ，此时积木②能伸出的最大长度为 $\frac{b}{2}\text{cm}$ ；

$\because a > b$ ，

$\therefore \frac{a}{2} > \frac{b}{2}$ ，

$\therefore$ 积木长度不同时，两块积木叠放的最大伸出长度等于较长积木的长度的一半.

26. 已知： $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰三角形， $AB = AC$ ， $AE = AD$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ，连接 EC ， DB .

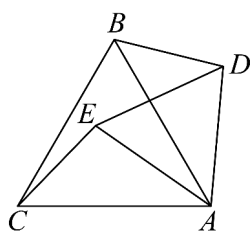


图1

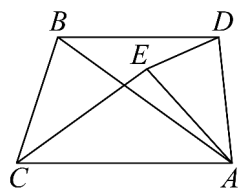


图2

(1) 如图 1, 点 E 在 $\triangle ABC$ 内, 如果 $\angle BAC = 60^\circ$.

①求证: $EC = BD$;

②延长 CE , 交直线 BD 于点 Q , 求 $\angle BQC$ 的度数;

(2) 有同学提出猜想: “如示意图 2, 如果 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AED$ 都是等腰三角形, $AB = AC$, $AE = AD$, $\angle BAC = \angle DAE$, $\angle BAC$ 的度数为 α , 连接 EC , DB . 可以看作将 $\triangle ACE$ 以点 A 为旋转中心, 顺时针旋转, 旋转角的度数为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 旋转至 $\triangle ABD$ 的位置, 因此可以得到直线 BD 和直线 CE 的夹角的度数始终为 α ”. 你认为他的猜想正确吗? 如果正确请证明; 如果不正确请直接写出你认为正确的结论, 并画出相应的图形.

【答案】 (1) ①证明: $\because \angle BAC = \angle DAE$,

$\therefore \angle BAC - \angle BAE = \angle DAE - \angle BAE$, 即 $\angle CAE = \angle BAD$,

又 $\because AB = AC$, $AE = AD$,

$\therefore \triangle CAE \cong \triangle BAD (SAS)$,

$\therefore EC = BD$;

② 60°

(2) 解: 猜想不正确, 直线 BD 和直线 CE 的夹角的度数为 α 或 $180^\circ - \alpha$;

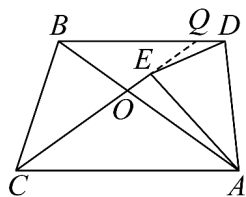


图2

如图 2, 当 $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ 时, 直线 BD 和直线 CE 的夹角的度数为 α ;

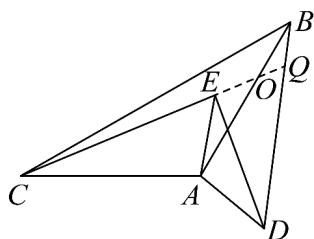


图3

如图 3, 当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 直线 BD 和直线 CE 的夹角的度数为 $180^\circ - \alpha$.

【解析】

【分析】(1) ①利用 SAS 证明 $\triangle CAE \cong \triangle BAD$ 即可解答;

②由 (1) 知 $\angle ABD = \angle ACE$, 利用三角形内角和定理即可求解;

(2) 分两种情况讨论: ①当 $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ 时, ②当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 注意两直线的夹角为不大于直角的角.

【小问 1 详解】

①略

②解: 如图 1, 延长 CE , 交直线 BD 于点 Q , 设 AB 交 CQ 于点 O ,

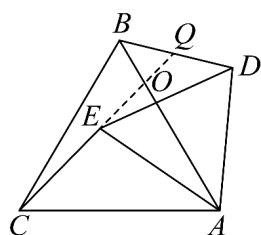


图1

由①知 $\triangle CAE \cong \triangle BAD$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\text{又} \because \angle BOQ = \angle COA, \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BQC = \angle BAC = 60^\circ;$$

【小问 2 详解】

解: 猜想不正确, 直线 BD 和直线 CE 的夹角的度数为 α 或 $180^\circ - \alpha$;

①如图 2, 当 $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ 时, 直线 BD 和直线 CE 的夹角为 $\angle BQC$,

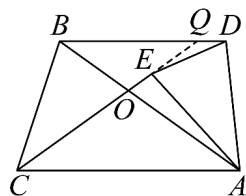


图2

$\therefore$ 将 $\triangle ACE$ 以点 A 为旋转中心, 顺时针旋转, 旋转至 $\triangle ABD$ 的位置,

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\text{又} \because \angle BOQ = \angle COA, \angle BAC = \alpha,$$

$$\therefore \angle BQC = \angle BAC = \alpha;$$

如图 3, 当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 直线 BD 和直线 CE 的夹角为 $\angle DQC$,

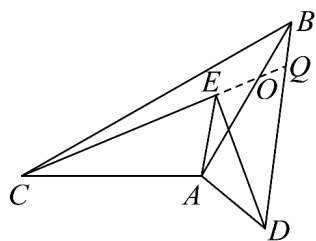


图3

同理可得 $\angle BQC = \angle BAC = \alpha$,

$$\therefore \angle DQC = 180^\circ - \alpha;$$

综上, 直线 BD 和直线 CE 的夹角的度数为 α 或 $180^\circ - \alpha$.