

2025 学年度第二学期期末考试七年级数学学科试卷

(考试时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 共 12 分)

1. 若 $a > b$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $-a > -b$ B. $2a > a+b$ C. $1-a > 1-b$ D. $2a+1 < 2b+1$

【答案】 B

【解析】

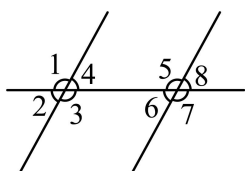
【分析】 根据不等式的基本性质逐项判定即可得到答案.

【详解】 解: $\because a > b$,

$$\therefore -a < -b, \quad 2a > a+b, \quad 1-a < 1-b, \quad 2a+1 > 2b+1,$$

观察四个选项, 正确结论是 B.

2. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 5$, 那么下列说法中正确的是 ()



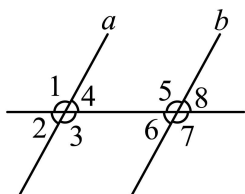
- A. $\angle 4 = \angle 5$ B. $\angle 3 = \angle 8$ C. $\angle 2 = \angle 6$ D. $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据同位角相等判定两直线平行, 再利用平行线的性质进行判断即可.

【详解】 解: 如图,



$$\because \angle 1 = \angle 5$$

$$\therefore a \parallel b$$

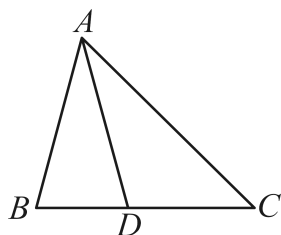
$\therefore \angle 3 = \angle 7$, 故 $\angle 3 = \angle 8$ 不一定成立, 故 B 错误;

$\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$, 故 $\angle 4 = \angle 5$ 不一定成立, 故 A 错误;

$\angle 2 = \angle 6$, 故 C 正确;

$\angle 3 = \angle 5$, $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 不一定成立, 故 D 错误.

3. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 那么 $\angle ADB$ 的度数是 ()



- A. 80° B. 60° C. 65° D. 75°

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据角平分线的定义求得 $\angle DAC = \frac{1}{2}\angle BAC$, 进而根据三角形的外角性质即可求得 $\angle ADB$ 的度数.

【详解】 解: $\because \angle BAC = 60^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ,$$

$$\text{又} \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DAC + \angle C = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ.$$

4. 下列命题中正确的是 ()

- A. 两条平行直线被第三条直线所截, 一组同旁内角的平分线互相垂直
B. 过直线外一点作这条直线的垂线, 所得的垂线段就是点到直线的距离
C. 等腰三角形的角平分线、中线和高三线合一
D. 以一条线段的垂直平分线上的点和这条线段的两个端点为顶点的三角形是等边三角形

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据平行线性质, 点到直线的距离定义, 等腰三角形性质, 线段垂直平分线性质, 逐一判断各命题正误即可得到答案.

【详解】 对选项 A: $\because$ 两条平行直线被第三条直线所截, 同旁内角互补, 和为 180° ,

$$\therefore \text{一组同旁内角的平分线分得的两个角的和为} \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$\therefore$ 两条平分线的夹角为 90° , 即互相垂直, A 命题正确;

对选项 B: $\because$ 点到直线的距离是垂线段的长度, 不是垂线段本身,

$\therefore$ B 命题错误;

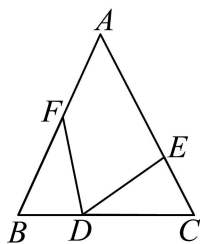
对选项 C: $\because$ 等腰三角形只有顶角的角平分线, 底边上的中线, 底边上的高三线合一, 并非所有的角平分线、中线和高三线合一,

$\therefore$ C 命题错误;

对选项 D: $\because$ 线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等, 只能得到该三角形是等腰三角形, 不一定是等边三角形,

$\therefore$ D 命题错误.

5. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, $BF = CD$, $BD = CE$, $\angle FDE = 65^\circ$, 那么 $\angle B$ 的度数是 ()



A. 50°

B. 55°

C. 60°

D. 65°

【答案】D

【解析】

【分析】先证明 $\triangle FBD \cong \triangle DCE$, 再利用对应角相等及角度之间的等量代换求解即可.

【详解】解: $\because$ 在 $\triangle FBD$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} BF = CD \\ \angle B = \angle C, \\ BD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle FBD \cong \triangle DCE$ (SAS),

$\therefore \angle BFD = \angle CDE$,

$\because \angle B + \angle BFD + \angle BDF = 180^\circ$, $\angle BDF + \angle FDE + \angle CDE = 180^\circ$,

$\therefore \angle B + \angle BFD = \angle FDE + \angle CDE$,

$\therefore \angle B = \angle FDE = 65^\circ$.

6. 已知命题:

①腰和腰上的中线对应相等的两个等腰三角形全等;

②底边和底边上的中线对应相等的两个等腰三角形全等.

那么下列对这两个命题的判断, 正确的是 ()

A. ①和②都是真命题

B. ①和②都是假命题

C. ①是真命题, ②是假命题

D. ①是假命题, ②是真命题

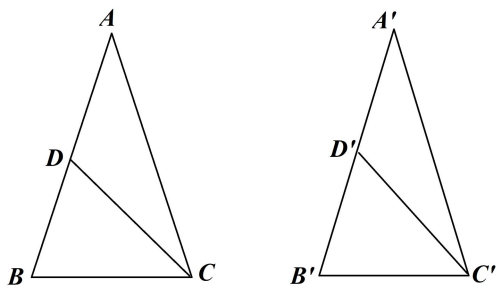
【答案】A

【解析】

【分析】根据等腰三角形的性质和全等三角形判定定理逐一判断两个命题的真假即可；

【详解】解：对于命题①：设两个等腰三角形分别为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ ， $AB = AC$ ， $A'B' = A'C'$ ，已知腰长 $AB = A'B'$ ， AB 上的中线 CD 与 $A'B'$ 上的中线 $C'D'$ 相等，

$$\therefore AC = A'C', CD = C'D',$$



$\therefore D$ 为 AB 中点， D' 为 $A'B'$ 中点，

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB, A'D' = \frac{1}{2}A'B',$$

$$\therefore AD = A'D',$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle A'D'C'$ 中，

$$\begin{cases} AD = A'D' \\ AC = A'C' \\ CD = C'D' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle A'D'C' (SSS),$$

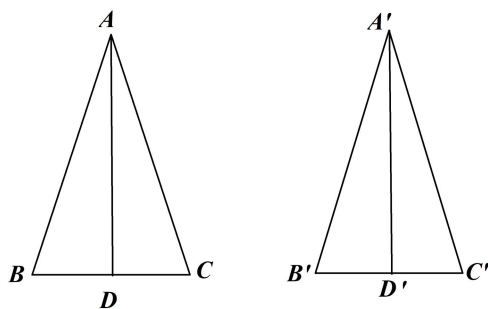
$$\therefore \angle A = \angle A',$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ \angle A = \angle A' \\ AC = A'C' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' (SAS), \text{ 故命题①是真命题；}$$

对于命题②：设两个等腰三角形分别为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ ， $AB = AC$ ， $A'B' = A'C'$ ，已知底边 $BC = B'C'$ ，底边上的中线 $AD = A'D'$ ，



$\because$ 等腰三角形三线合一， AD 是底边上的中线，

$$\therefore AD \perp BC, BD = \frac{1}{2}BC,$$

同理可得 $A'D' \perp B'C'$, $B'D' = \frac{1}{2}B'C'$,

$$\therefore BD = B'D',$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle A'B'D'$ 中，

$$\begin{cases} AD = A'D' \\ \angle ADB = \angle A'D'B' = 90^\circ, \\ BD = B'D' \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle A'B'D'$ (SAS),

$$\therefore A'B' = AB,$$

同理 $AC = A'C'$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ BC = B'C' \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (SSS), 故命题②是真命题;

综上, ①和②都是真命题.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 不等式 $5 - 2x > 1$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 2$

【解析】

【分析】 根据一元一次不等式的解法, 通过移项, 合并同类项, 系数化为 1, 即可求出不等式的解集.

【详解】 解: $5 - 2x > 1$,

移项得: $-2x > 1 - 5$,

合并同类项得: $-2x > -4$,

系数化为 1 得: $x < 2$.

8. 如果关于 x 的不等式 $(2a + 1)x < -3$ 的解集为 $x > \frac{-3}{2a+1}$, 那么 a 的取值范围为_____.

【答案】 $a < -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 不等式两边同时除以同一个负数时, 不等号方向改变, 据此得到关于 a 的不等式, 求解即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的不等式 $(2a + 1)x < -3$ 的解集为 $x > \frac{-3}{2a+1}$,

$$\therefore 2a + 1 < 0$$

$$2a < -1$$

$$\text{解得 } a < -\frac{1}{2}.$$

9. 一个等腰三角形, 有两边长分别为 5cm 和 2cm , 则其周长为_____ cm .

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题分两种情况讨论等腰三角形的腰长, 结合三角形三边关系判断能否构成三角形, 进而计算得到符合条件的周长.

【详解】 解: 分两种情况讨论:

1 当腰长为 2cm 时, 三角形三边长分别为 2cm , 2cm , 5cm ,

根据三角形三边关系, 任意两边之和大于第三边, 可得 $2 + 2 = 4 < 5$, 不满足三边关系, 不能构成三角形, 该情况舍去;

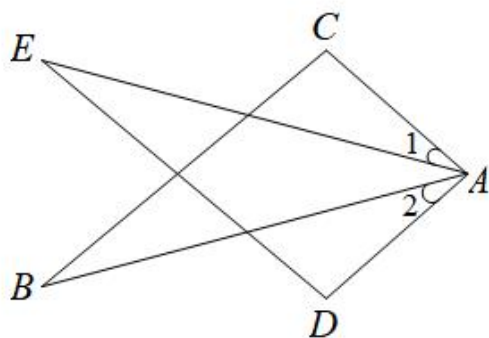
2 当腰长为 5cm 时, 三角形三边长分别为 5cm , 5cm , 2cm ,

根据三角形三边关系, 可得 $2 + 5 > 5$, $5 + 5 > 2$, 满足三边关系, 可以构成三角形,

此时周长为 $5 + 5 + 2 = 12(\text{cm})$.

10. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $AC = AD$, 要想使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, 还需要再添加一个条件, 那么在① $AB = AE$,

② $BC = ED$, ③ $\angle C = \angle D$, ④ $\angle B = \angle E$, 这四个关系中可以选择的是_____. (填写序号)



【答案】①③④

【解析】

【分析】根据全等三角形的判定定理依次判定即可.

【详解】 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle 1 + \angle BAE = \angle 2 + \angle BAE$, 即 $\angle BAC = \angle EAD$

① $AB = AE$, 可以用 SAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, ①正确;

② $BC = ED$, SSA 不可能判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, ②错误;

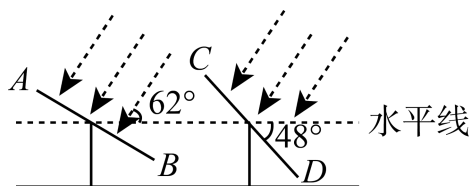
③ $\angle C = \angle D$, 可以用 ASA 判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, ③正确;

④ $\angle B = \angle E$, 可以用 AAS 判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, ④正确;

故答案为: ①③④.

【点睛】本题考查全等三角形的判定定理, 准确掌握定理, 清楚 SSA 不能判定三角形全等是本题的关键.

11. 为响应国家新能源建设, 乐清市公交站亭装上了太阳能电池板. 当地某一季节的太阳光 (平行光线) 与水平线最大夹角为 62° , 如图, 电池板 AB 与最大夹角时刻的太阳光线相垂直, 此时电池板 CD 与水平线夹角为 48° , 要使 $AB \parallel CD$, 需将电池板 CD 逆时针旋转 α ($0 < \alpha < 90$) 度, 则 α 为 _____.

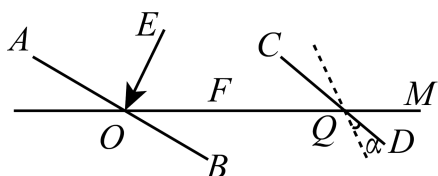


【答案】20

【解析】

【分析】求出 $\angle BOF$ 的度数, 根据平行线的性质得出 $\angle MQD = \angle BOF = 28^\circ$, 再求出答案即可.

【详解】解: 依题意, 取经过水平线与 AB 交点的光线 EO , 则 $EO \perp AB$ 即 $\angle BOE = 90^\circ$,
又由题意可知: $\angle EOF = 62^\circ$,



$$\therefore \angle BOF = \angle BOE - \angle EOF = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle MQD = \angle BOF = 28^\circ,$$

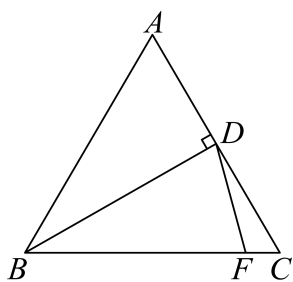
$\therefore$ 要使 $AB \parallel CD$ ，需将电池板 CD 逆时针旋转 α° ，

$$\therefore a = 48 - 28 = 20.$$

故答案为：20.

【点睛】本题考查了平行线的性质，垂直的定义等知识点，能求出 $\angle MQD$ 的度数是解此题的关键.

12. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形， $BD \perp AC$ ，垂足为点 D ，点 F 在边 BC 上， $BF = BD$ ，那么 $\angle BDF$ 的度数是_____度.



【答案】75

【解析】

【分析】根据等边三角形的性质得出 $\angle ABC = 60^\circ$ ，再根据“三线合一”的性质求出 $\angle DBC$ 的度数，根据 $BF = BD$ ，结合等边对等角和三角形内角和定理求解即可.

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\because BD \perp AC,$$

$$\therefore BD \text{ 平分 } \angle ABC,$$

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 30^\circ,$$

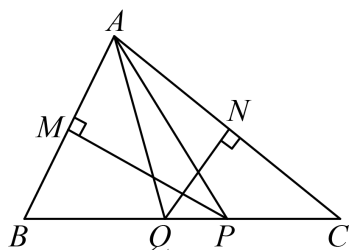
$$\because BF = BD,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle BFD,$$

$$\because \angle DBC + \angle BDF + \angle BFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BDF = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ.$$

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线分别交线段 AB , BC 于点 M , P , AC 的垂直平分线分别交线段 AC , BC 于点 N , Q , $BC=10$, $\triangle APQ$ 的周长为 16, 则 PQ 的长度为_____.



【答案】 3

【解析】

【分析】 此题考查了线段垂直平分线的性质, 根据垂直平分线的性质得到 $AP=BP$, $AQ=CQ$, 根据三角形周长的定义和线段的和差得到 $BC+2PQ=16$, 即可求出 PQ 的长度.

【详解】 解: $\because PM$ 垂直平分 AB , PN 垂直平分 AC ,

$$\therefore AP=BP, AQ=CQ,$$

$\because \triangle APQ$ 的周长为 16,

$$\therefore AP+PQ+AQ=BP+PQ+CQ=BQ+PQ+PQ+PQ+PC$$

$$=BQ+PQ+PC+PQ+PQ$$

$$=BC+2PQ$$

$$=BC+2PQ=16$$

$$\because BC=10,$$

$$\therefore PQ=\frac{1}{2}(16-BC)=3$$

故答案为: 3

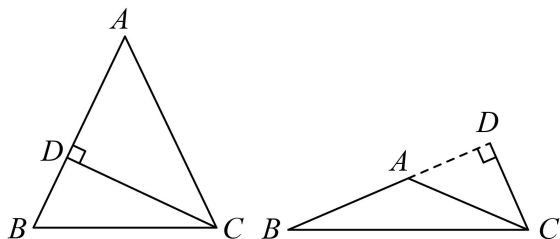
14. 如果等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角恰好等于等腰三角形的底角, 那么这个三角形顶角的大小为_____.

【答案】 120° ## 120度

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的性质, 熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键, 设等腰三角形的底角为 x , 根据题意, 腰上的高与另一腰的夹角也为 x , 由于等腰三角形两底角相等, 可分为两种情况: ①锐角三角形; ②钝角三角形讨论即可得到答案.

【详解】解: 设等腰三角形的底角为 x , 由题可得: 腰上的高与另一腰的夹角也为 x ,



$\therefore$ 等腰三角形两底角相等, 可分为两种情况:

①锐角三角形:

由图可知, 此时不满足题意, 故舍去;

②钝角三角形:

由图可得: $\angle B = \angle ACB = x$, $\angle BAC = 90^\circ + x$,

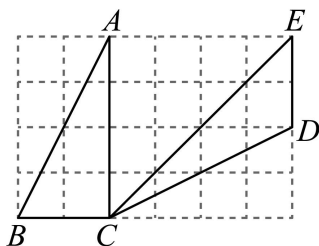
$$\therefore x + x + 90^\circ + x = 180^\circ,$$

解得: $x = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 120^\circ,$$

故答案为: 120° .

15. 如图, 已知在 4×6 的方格中, 点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 均在格点上, 那么 $\angle CDE - \angle BAC =$ _____ 度.

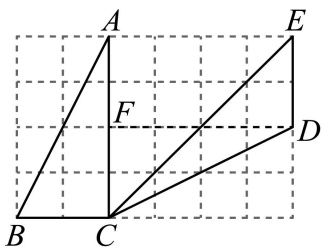


【答案】90

【解析】

【分析】取格点 F , 连接 CF , DF , 得到 $\triangle CDF \cong \triangle BAC$ (SAS), 得到 $\angle CDF = \angle BAC$, 进而求解即可.

【详解】解: 取格点 F , 连接 CF , DF ,



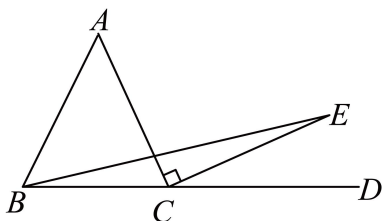
$\because CF = BC = 2$, $DF = AC = 4$, $\angle DFC = \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BAC$ (SAS),

$\therefore \angle CDF = \angle BAC$,

$\therefore \angle CDE - \angle BAC = \angle CDE - \angle CDF = \angle EDF = 90^\circ$.

16. 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 延长线上一点, $CE \perp AC$, 垂足为 C , 且 $CE = AC$, 连接 BE , 若 $BC = 16$, 则 $\triangle BCE$ 的面积为_____.

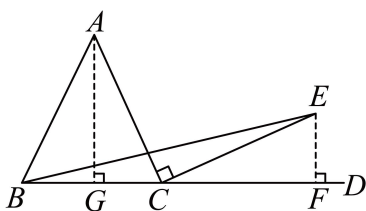


【答案】 64

【解析】

【分析】 本题考查三线合一，全等三角形的判定和性质，熟练掌握三线合一，一线三垂直全等模型，是解题的关键．作 $AG \perp BC$ 于点 G , 作 $EF \perp BD$ 于点 F , 三线合一，得到 $BG = CG = 8$, 证明 $\triangle AGC \cong \triangle CFE$, 进而得到 $EF = CG$, 再利用面积公式进行求解即可.

【详解】 解: 作 $AG \perp BC$ 于点 G , 作 $EF \perp BD$ 于点 F , 则 $\angle AGC = \angle EFC = 90^\circ$,



$\because AB = AC$,

$\therefore BG = CG = \frac{1}{2}BC = 8$,

$\because AC \perp CE$,

$\therefore \angle ACE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACG = \angle CEF = 90^\circ - \angle ECF$,

又 $\because AC = CE$,

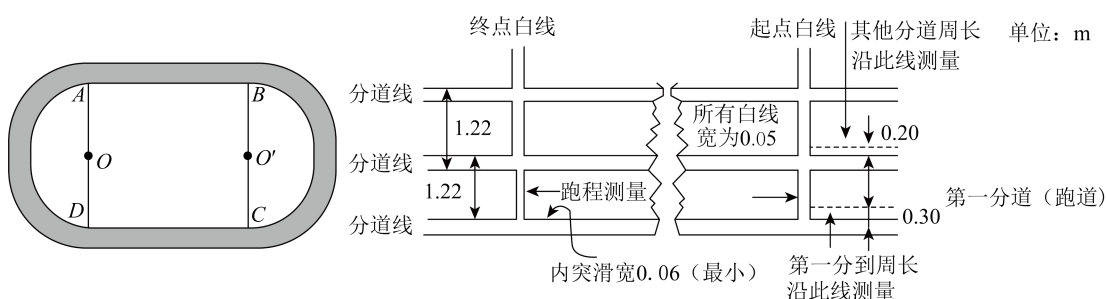
$$\therefore \triangle AGC \cong \triangle CFE (AAS),$$

$$\therefore EF = CG = 8,$$

$$\therefore \triangle BCE \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} EF \cdot BC = \frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64;$$

故答案为：64.

17. 据国际田联《田径场地设施标准手册》，400 米标准跑道由两个平行的直道和两个半径相等的弯道组成，每条径赛跑道的起跑线是不同的，径赛规则规定，第 n 跑道的弯道半径长 = 弯道最内侧半径 AO + 跑道宽度 $\times (n - 1)$ + 测量规定. 其中第 1 跑道的测量规定为 0.30 m，其余各条跑道的测量规定为 0.20 m. 如图，已知 $AD = 73.0$ 米，每条跑道宽 1.22 米，共有 8 条跑道，那么第 4 跑道的起跑线与第 1 跑道的起跑线相差_____米. (结果保留 π)



【答案】

7.12 π

【解析】

【分析】根据题意可知，跑道周长由两条直道和两个半圆弯道组成，直道长度相等，故起跑线的差值等于弯道周长之差；两个半圆弯道合起来即为一个圆，根据题目给出的第 n 跑道弯道半径计算公式，分别表示出第 1 跑道和第 4 跑道的弯道半径，求出半径之差，再利用圆周长公式计算即可；

【详解】解：根据题意， $AO = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times 73 = 36.5$ (米)，

第 1 跑道的弯道半径为： $r_1 = AO + 1.22 \times (1 - 1) + 0.30 = 36.8$ (米)，

第 4 跑道的弯道半径为： $r_4 = AO + 1.22 \times (4 - 1) + 0.20 = AO + 1.22 \times 3 + 0.20 = 40.36$ (米)，

$\therefore$ 直道长度相等，

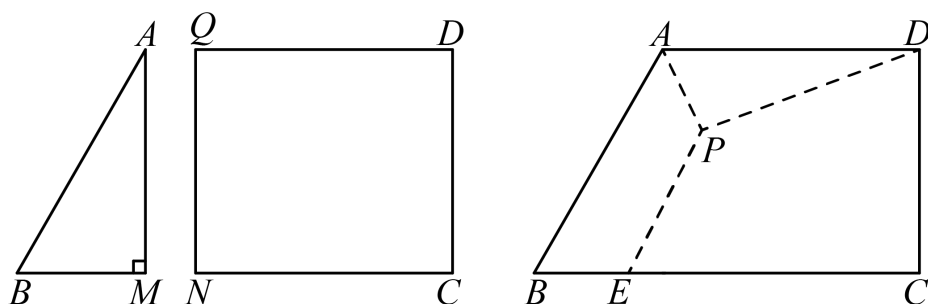
$\therefore$ 第 4 跑道与第 1 跑道的起跑线差值等于两跑道弯道周长之差，

$$\text{差值} = 2\pi r_4 - 2\pi r_1 = 2\pi (r_4 - r_1) = 2\pi (40.36 - 36.8) = 2\pi \times 3.56 = 7.12\pi .$$

18. 如图，现有一个 $\triangle ABM$ 和一个长方形 $QNCD$ ，已知 $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle M = 90^\circ$ ， $AM = QN = \frac{5}{2}$ ，

$QD = 2BM$. 现将边 AM 和边 QN 叠合在一起，使得点 A 与点 Q 重合，点 M 与点 N 重合，拼成一个

新的四边形 $ABCD$. 已知点 E 在边 BC 上, 点 P 在四边形 $ABCD$ 内, 连接 PA 、 PD 、 PE , 那么 $PA + PD + PE$ 的最小值为_____.

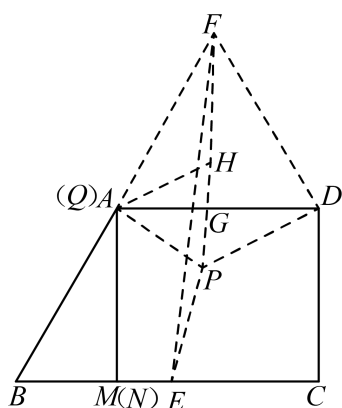


【答案】 5

【解析】

【分析】 如图, 在 AD 上方作 $\triangle APD \cong \triangle AHF$, 连接 PH , EF , DF , 得到 $PA = PH$, 当点 F , H , P , E 四点共线时, 且 $FE \perp BC$ 时, $PA + PD + PE$ 取得最小值, 即 FE 的长, 设 AD 与 EF 交于点 G , 证明 $\angle AGF \cong \triangle BMA$ (SAS), 得到 $FG = AM = \frac{5}{2}$, $GE = AM = \frac{5}{2}$, 进而求解即可.

【详解】 解: 如图, 在 AD 上方作 $\triangle APD \cong \triangle AHF$, 连接 PH , EF , DF ,



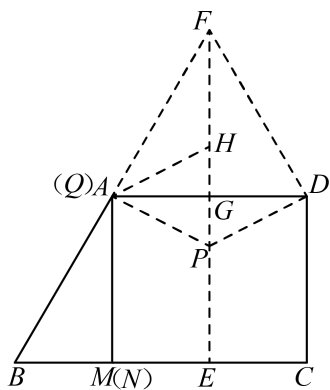
$$\therefore AP = AH \text{ , } PD = HF \text{ , } \angle PAH = \angle DAF = 60^\circ$$

$\therefore \triangle APH$ 和 $\triangle ADF$ 是等边三角形

$$\therefore PA = PH$$

$$\therefore PA + PD + PE = PH + HF + PE \geq FE$$

$\therefore$ 当点 F , H , P , E 四点共线时, 且 $FE \perp BC$ 时, $PA + PD + PE$ 取得最小值, 即 FE 的长, 如图, 设 AD 与 EF 交于点 G ,



$$\therefore \angle A = 30^\circ, \quad \angle M = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 2BM, \quad \angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\therefore QD = 2BM$$

$$\therefore AB = AD$$

$\therefore \triangle ADF$ 是等边三角形

$$\therefore AF = AD, \quad \angle FAG = 60^\circ = \angle B$$

$$\therefore AB = AF,$$

$\therefore$ 四边形 $QNCD$ 是长方形

$$\therefore \angle AMB = \angle AMC = 90^\circ, \quad AD \parallel BC$$

$$\therefore EF \perp BC$$

$$\therefore EF \perp AD$$

$$\therefore \angle AGF = 90^\circ = \angle BMA$$

$$\therefore \angle AGF \cong \triangle BMA \text{ (SAS)}$$

$$\therefore FG = AM = \frac{5}{2}$$

根据题意得, 四边形 $AMEG$ 是长方形

$$\therefore GE = AM = \frac{5}{2}$$

$$\therefore EF = FG + GE = 5$$

$$\therefore PA + PD + PE \text{ 的最小值为 } 5.$$

三、解答题 (本大题共 9 题, 19~21 每题 6 分, 22~25 每题 7 分, 26~27 每题 9 分, 共 64 分)

19. 解不等式: $8 - 3(5 - x) \geq 4(2x - 3).$

【答案】

$$x \leq 1$$

【解析】

【分析】按照去括号、移项、合并同类项、系数化为1的步骤计算，需要注意不等式两边同时除以负数时，不等号方向要改变.

【详解】解： $8 - 15 + 3x \geq 8x - 12$,
 $-5x \geq -5$,
 $x \leq 1$.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x < 3x + 3 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$$

【答案】 $-3 < x \leq 3$

【解析】

【分析】先分别求出两个不等式的解集，再根据不等式组解集的确定规则得到最终结果.

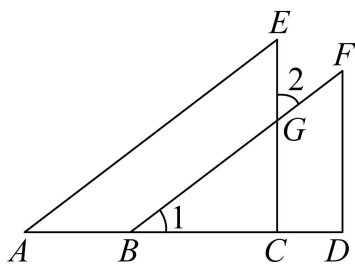
【详解】解：
$$\begin{cases} 2x < 3x + 3 \text{ ①} \\ x - 1 \leq \frac{2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$$
 ,

由不等式①得： $x > -3$,

由不等式②得： $x \leq 3$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-3 < x \leq 3$.

21. 如图，点 A 、 B 、 C 、 D 在一条直线上， CE 与 BF 交于点 G ， $\angle A = \angle 1$ ， $CE \parallel DF$ ，求证： $\angle E = \angle F$



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】根据同位角相等，两直线平行可得 $AE \parallel BF$ ，进而可得 $\angle E = \angle 2$ ，由 $CE \parallel DF$ 可得 $\angle F = \angle 2$ ，最后根据等量代换即可证明结论.

【详解】 $\because \angle A = \angle 1$,

$\therefore AE \parallel BF$,

$\therefore \angle E = \angle 2$.

$\because CE \parallel DF$,

$$\therefore \angle F = \angle 2.$$

$$\therefore \angle E = \angle F.$$

【点睛】本题考查了平行线的判定与性质，熟练掌握平行线的判定定理与性质定理是解题的关键.

22. 用反证法证明命题“同旁内角互补，两直线平行”. 反证法是数学中常用的一种证明方法，其步骤是：

(1) 先假设求证的结论是错误的；(2) 由此推导出与已知定义、公理、定理或条件等相矛盾的结果；(3) 从而否定开始的假设，肯定先前求证的结论的正确性.

如图，已知：直线 l_1 、 l_2 被直线 l_3 所截， l_3 分别交 l_1 、 l_2 于点 M 、 N ， $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

求证： $l_1 \parallel l_2$.

把以下证明过程补充完整

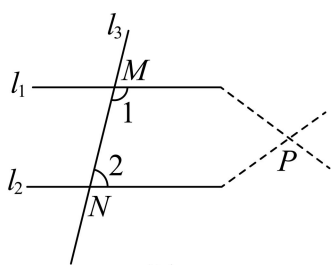


图1

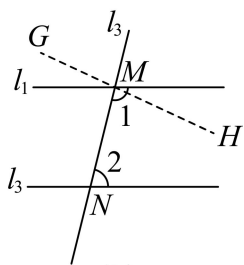


图2

(1) 证法一：如图 1，假设直线 l_1 与直线 l_2 不平行，且 l_1 与 l_2 相交于点 P ，
所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle P =$ _____ ()，
所以 $\angle 1 + \angle 2$ _____ 180° ，这与“ $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ”矛盾，
故假设不成立，所以 $l_1 \parallel l_2$.

(2) 证法二：如图 2，假设直线 l_1 与直线 l_2 不平行，那么可以过点 M 作直线 $GH \parallel l_2$ ，则 $\angle 1 \neq \angle HMN$.
因为 $GH \parallel l_2$ ，
所以 $\angle 2 + \angle HMN = 180^\circ$ ()，
因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，
所以_____ ()，
这与“ $\angle 1 \neq \angle HMN$ ”矛盾，故假设不成立，所以 $l_1 \parallel l_2$.

【答案】(1) 180° ；三角形内角和等于 180° ；<；

(2) 两直线平行，同旁内角互补； $\angle 1 = \angle HMN$ ；同角的补角相等

【解析】

【分析】根据反证法的基本步骤，结合三角形内角和定理以及平行线的性质证明即可.

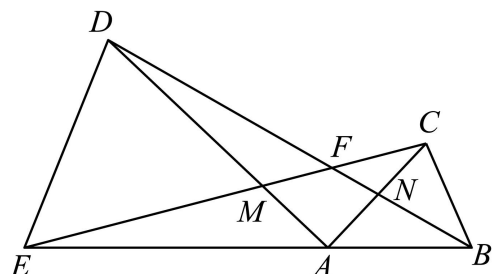
【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

略

23. 如图, 已知 A 为线段 EB 上一点, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 在 $\triangle AED$ 中 $AE = AD$, 且 $\angle BAC = \angle EAD$, 连接 BD 、 CE , BD 分别交 CE 、 AC 于点 F 、 N , CE 交 AD 于点 M .



(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;

(2) 如果 $\angle CAD = 100^\circ$, 求 $\angle DFE$ 的度数.

【答案】(1) 证明: $\because \angle BAC = \angle EAD$,

$$\therefore \angle BAC + \angle DAC = \angle EAD + \angle DAC,$$

即 $\angle DAB = \angle EAC$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AE = AD \\ \angle EAC = \angle DAB, \\ AB = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS);

(2) 40°

【解析】

【分析】(1) 根据全等三角形的判定定理证明;

(2) 根据全等三角形的性质和三角形的外角计算即可.

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

解: $\because \angle BAC = \angle EAD$, $\angle CAD = 100^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = \angle EAD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle CAD) = \frac{1}{2}(180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ,$$

$$\because \angle BAC = \angle AEC + \angle ACE,$$

$$\therefore \angle AEC + \angle ACE = 40^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle DFE = \angle AEC + \angle ABD = \angle AEC + \angle ACE = 40^\circ.$$

24. 如图, 已知线段 AB 和射线 AC .

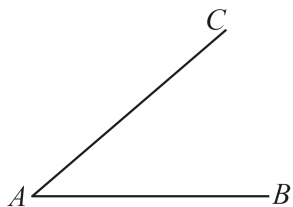


图1

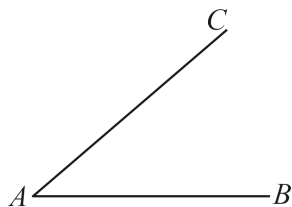
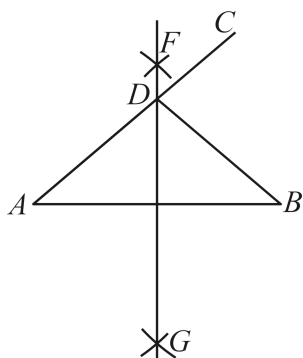


图2

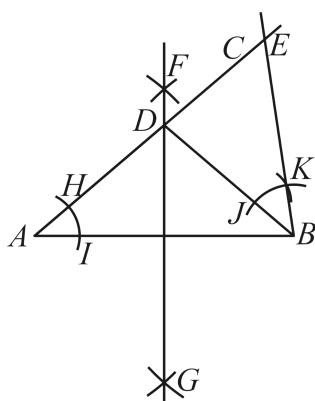
(1) 在图 1 中, 在射线 AC 上求作一点 D , 使 $DA = DB$;

(2) 在图 2 中, 在射线 AC 上求作一点 E , 使 $\angle EBA = 2\angle BAC$.

【答案】 (1) 如图所示:



(2) 如图所示:



【解析】

【分析】 (1) 以点 A 、点 B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 为半径在线段 AB 的上侧和下侧分别画弧, 交于点 F 、 G , 连接 FG 交 AC 于点 D , 连接 DB , 则 $DA = DB$, 则点 D 即为所求点;

(2) 以点 A 为圆心, 以任意长为半径画弧, 交 AB , AC 于点 I , H , 以点 B 为圆心, 以 AI 的长度为半径画弧, 交 BD 于点 J , 以点 J 为圆心, 以 HI 的长度为半径画弧, 交上一条弧于点 K , 连接射线 BK 交射线 AC 于点 E , 此时 $\angle EBA = 2\angle BAC$; 由 $DA = DB$ 可得 $\angle DAB = \angle DBA$, 由作图可得 $\angle EBD =$

$\angle DAB$ ，此时即可得到 $\angle EBA = 2\angle BAC$ 。

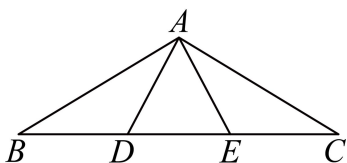
【小问 1 详解】

略

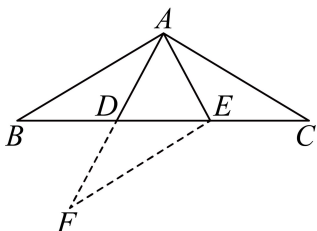
【小问 2 详解】

略

25. 如图, 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 、 E 是边 BC 上的两个三等分点. 求证: $\angle BAD < \angle DAE$ 。



【答案】证明: 如图, 延长 AD 至点 F , 使 $DF = AD$, 连接 EF ,



$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$\because D$ 、 E 是边 BC 上的两个三等分点,

$$\therefore BD = ED,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle FED$ 中,

$$\begin{cases} AD = FD \\ \angle ADB = \angle FDE, \\ BD = ED \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle FED(\text{SAS}),$$

$$\therefore \angle BAD = \angle F, \quad AB = FE,$$

又 $\because \angle B = \angle C < \angle AED$,

$$\therefore AE < AB, \quad \text{即 } AE < EF,$$

$$\therefore \angle F < \angle FAE,$$

$$\therefore \angle BAD < \angle DAE.$$

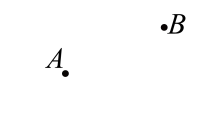
【解析】

【分析】延长 AD 至点 F , 使 $DF = AD$, 连接 EF , 先根据等边对等角得 $\angle B = \angle C$, 再证得 $\triangle ABD \cong \triangle FED(\text{SAS})$, 得 $\angle BAD = \angle F$, $AB = FE$, 然后, 根据“大边对大角”得 $\angle B = \angle C < \angle AED$,

证得 $AE < AB$ ，即 $AE < EF$ ，可得 $\angle F < \angle FAE$ ，即 $\angle BAD < \angle DAE$ 。

【详解】略

26. “十五五”规划纲要明确提出推动“低空经济”发展，通过无人机高效率配置资源，辐射助推农业、物流和应急提质发展。近日，首条无人机邮路正式实现常态化运营，为山区居民带来极大便利，也为解决偏远地区物流“最后一公里”难题提供了新思路。如图，已知 A、B 两个山村位于道路的同侧，为解决山路物流难题，现要在道路边建造一座低空物流驿站 P。

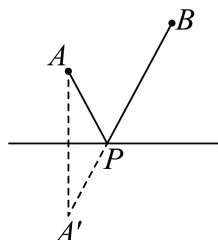


(1) 若要使低空物流驿站到两个山村的总路程最短，驿站 P 应选在哪个位置？（在图中分别标出驿站位置，保留作图痕迹，不用证明）。

(2) 已知购买 1 架甲型无人机 3 万元，1 架乙型无人机 4 万元；甲型无人机平均每小时运送快递 40 件，乙型无人机平均每小时运送快递 50 件，现需要购买 20 架无人机，要求这批无人机每小时至少运送快递 930 件，那么如何购买甲型和乙型无人机，才能使总费用最少？并求出最少费用。

【答案】(1)

如图所示，点 P 位置即为驿站 P



(2) 当甲型无人机购买 7 架，乙型无人机购买 13 架时，总费用最少，最少费用为 73

万元

【解析】

【分析】(1) 作点 A 关于道路(直线)的对称点 A'，连接 A'B 交道路(直线)于点 P，连接 AP 即可；

(2) 设甲型无人机购买 x 架，则乙型无人机购买 $(20-x)$ 架，根据题意列出关于 x 的不等式组，得到 x 可以取得的值，再逐次计算总费用即可得出结论。

【小问 1 详解】

解：根据作图痕迹可知点 A 关于道路(直线)的对称点为 A'，

$$\therefore AP = A'P,$$

$$\therefore AP + BP = A'P + BP = A'B,$$

根据两点之间线段最短，可知 A'B 即为所求，此时点 P 即为驿站 P；

【小问2详解】

解：设甲型无人机购买 x 架，则乙型无人机购买 $(20-x)$ 架，

$$\text{根据题意，得} \begin{cases} 40x + 50(20-x) \geq 930 \\ x \geq 0 \end{cases},$$

解得 $0 \leq x \leq 7$,

$\therefore x$ 为自然数，

$\therefore x$ 可以取得的值为 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$,

当甲型无人机购买 0 架，乙型无人机购买 20 架时，总费用为 $3 \times 0 + 4 \times 20 = 80$ (万元)；

当甲型无人机购买 1 架，乙型无人机购买 19 架时，总费用为 $3 \times 1 + 4 \times 19 = 79$ (万元)；

当甲型无人机购买 2 架，乙型无人机购买 18 架时，总费用为 $3 \times 2 + 4 \times 18 = 78$ (万元)；

当甲型无人机购买 3 架，乙型无人机购买 17 架时，总费用为 $3 \times 3 + 4 \times 17 = 77$ (万元)；

当甲型无人机购买 4 架，乙型无人机购买 16 架时，总费用为 $3 \times 4 + 4 \times 16 = 76$ (万元)；

当甲型无人机购买 5 架，乙型无人机购买 15 架时，总费用为 $3 \times 5 + 4 \times 15 = 75$ (万元)；

当甲型无人机购买 6 架，乙型无人机购买 14 架时，总费用为 $3 \times 6 + 4 \times 14 = 74$ (万元)；

当甲型无人机购买 7 架，乙型无人机购买 13 架时，总费用为 $3 \times 7 + 4 \times 13 = 73$ (万元)；

综上，当甲型无人机购买 7 架，乙型无人机购买 13 架时，总费用最少，最少费用为 73 万元。

27. 如图， $\triangle ABC$ 为直角三角形， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，点 D 为 AC 上一点，将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折后得到 $\triangle BDE$ 。

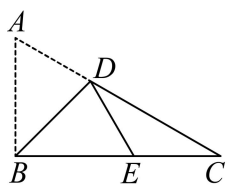


图1

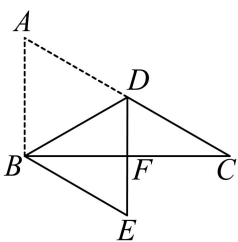


图2

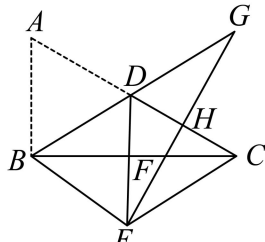


图3

- (1) 如图 1，当点 E 落在 BC 上时，求 $\angle CDE$ 的度数；
- (2) 如图 2，当点 E 落在 BC 下方时， DE 与 BC 相交于点 F ，且 $DE \perp BC$ ，试说明： $BE \parallel AC$ ；
- (3) 如图 3，当点 E 落在 BC 下方时， DE 与 BC 相交于点 F ，连结 CE ， $\angle CED$ 的平分线 EG 交 BD 的延长线于点 G ，交 AC 于点 H 。若 $CE \parallel BG$ ，试判断 $\angle BFE$ 与 $\angle G$ 之间的数量关系，并说明理由。

【答案】(1) 30°

(2) 见解析 (3) $\angle BFE = 4\angle G - 30^\circ$ ，理由见解析

【解析】

【分析】(1) 由直角三角形的性质求得 $\angle C = 30^\circ$ ，再由折叠的性质得 $\angle A = \angle BED = 60^\circ$ ，最后根据三角形外角的性质求解即可；

(2) 由折叠的性质得 $\angle BEF = \angle BAD = 60^\circ$ ，根据直角三角形的性质求得 $\angle EBF = \angle ACB$ ，再根据平行线的判定即可得证；

(3) 设 $\angle G = x$ ，由平行线的性质得 $\angle CEG = \angle G = x$ ，再由角平分线的定义和三角形外角的性质得 $\angle BDE = 2x$ ，根据折叠的性质得 $\angle ADB = 2x$ ，再利用三角形内角和定理求得 $\angle ABD = 120^\circ - 2x$ ，进而求得 $\angle BFE = 4x - 30^\circ$ 即可。

【小问 1 详解】

解： $\because \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = 30^\circ .$$

$\because$ 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折后得到 $\triangle BDE$ ，

$$\therefore \angle A = \angle BED = 60^\circ .$$

$$\therefore \angle CDE = \angle BED - \angle C = 30^\circ .$$

【小问 2 详解】

解：根据翻折可得 $\angle BEF = \angle BAD = 60^\circ$ ，

$$\because DE \perp BC,$$

$$\therefore \angle BFE = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle EBF = 90^\circ - \angle BEF = 30^\circ .$$

$$\because \angle BCA = 90^\circ - \angle BAD = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle EBF = \angle ACB .$$

$$\therefore BE \parallel AC .$$

【小问 3 详解】

解： $\angle BFE = 4\angle G - 30^\circ$ ，理由如下：

设 $\angle G = x$ ，

$$\because CE \parallel BG,$$

$$\therefore \angle CEG = \angle G = x .$$

$$\because EG \text{ 平分 } \angle CED ,$$

$$\therefore \angle DEG = \angle CEG = \angle G = x .$$

$$\therefore \angle BDE = 2x .$$

$$\because \angle ADB = \angle BDE ,$$

$$\therefore \angle ADB = 2x .$$

$$\because \angle A = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - \angle BAD - \angle ADB = 120^\circ - 2x ,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle CBD = 90^\circ - \angle ABD = 2x - 30^\circ .$$

$$\therefore \angle BFE = \angle FBD + \angle FDB = 4x - 30^\circ .$$

$$\therefore \angle BFE = 4\angle G - 30^\circ .$$

【点睛】 本题考查三角形内角和定理、三角形外角的性质、直角三角形的性质、角平分线的定义、平行线的判定与性质、折叠的性质，熟练掌握相关定理是解题的关键.