

徐汇区 2025 学年初一年级第二学期

期末考试 数学试卷

(满分: 100 分 时间: 80 分钟) 2026.6

一、单项选择题: (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 已知 $m > n$, 下列不等式错误的是 ()

A. $-4m > -4n$

B. $4m > 4n$

C. $m + 4 > n + 4$

D. $m - 4 > n - 4$

【答案】A

【解析】

【分析】根据不等式性质判断各选项的正误即可得到答案.

【详解】解: 对选项 A: 给不等式两边同乘 -4 , 不等号方向需改变, 可得 $-4m < -4n$,

$\therefore$ A 错误;

对选项 B: 给不等式两边同乘 4 , 不等号方向不变, 可得 $4m > 4n$,

$\therefore$ B 正确;

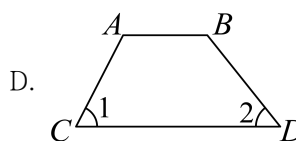
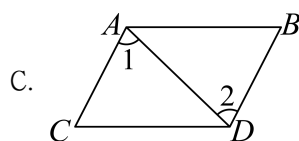
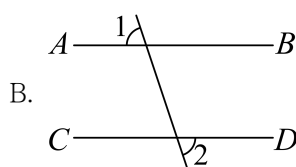
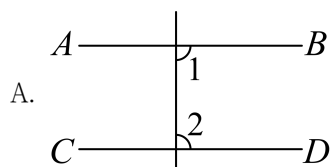
对选项 C: 给不等式两边同时加 4 , 不等号方向不变, 可得 $m + 4 > n + 4$,

$\therefore$ C 正确;

对选项 D: 给不等式两边同时减 4 , 不等号方向不变, 可得 $m - 4 > n - 4$,

$\therefore$ D 正确.

2. 下列图形中, 由 $AB \parallel CD$, 能得到 $\angle 1 = \angle 2$ 的是 ()



【答案】B

【解析】

【详解】解: A、由 $AB \parallel CD$ 推出 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 故 A 不符合题意;

B、由 $AB \parallel CD$ 推出 $\angle 1$ 等于 $\angle 2$ 的对顶角, 由对顶角相等得到 $\angle 1 = \angle 2$, 故 B 符合题意;

C、由 $AB \parallel CD$, 不能得到 $\angle 1 = \angle 2$, 故 C 不符合题意;

D、由 $AB \parallel CD$, 不能得到 $\angle 1 = \angle 2$, 故 D 不符合题意.

3. 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ()

A. 3, 4, 8

B. 5, 6, 11

C. 4, 4, 8

D. 8, 8, 8

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查了构成三角形的条件，熟知三角形中，任意两边之差小于第三边，任意两边之和大于第三边是解题的关键.

【详解】 解：A、 $3+4<8$ ，不能组成三角形，不符合题意；

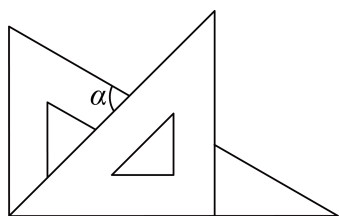
B、 $5+6=11$ ，不能组成三角形，不符合题意；

C、 $4+4=8$ ，不能组成三角形，不符合题意

D、 $8+8>8$ ，能够组成三角形，符合题意；

故选：D.

4. 将一副直角三角尺按如图所示摆放，则图中锐角 $\angle\alpha$ 的度数是 ()



A. 45°

B. 60°

C. 70°

D. 75°

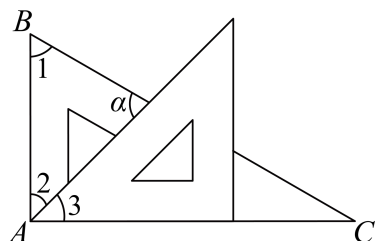
【答案】D

【解析】

【分析】 此题主要考查了三角形内角和定理，以及角的计算，关键是掌握三角形内角和为 180° ，正确计算出 $\angle 2$ 的度数.

根据直角三角板 $\angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 3 = 45^\circ$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，再根据角的和差关系可得 $\angle 2$ 的度数，再利用三角形内角和为 180° 计算出 $\angle\alpha$ 的度数.

【详解】 解：根据直角三角板 $\angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle 3 = 45^\circ$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，



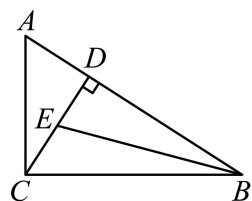
$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 90^\circ - \angle 3 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$,

$\therefore \angle\alpha = 180^\circ - \angle 2 - \angle 1 = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$,

故选：D.

5. 如图， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，则点 B 到直线 CD 的距离是指（ ）



A. 线段 BC 的长度

B. 线段 CD 的长度

C. 线段 BE 的长度

D. 线段 BD 的长度

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了点到直线的距离的定义，点到直线的距离是一个长度，而不是一个图形，也就是垂线段的长度，而不是垂线段.

直线外一点到直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离，根据点到直线的距离的定义解答即可.

【详解】解： $\because BD \perp CD$ 于 D ,

$\therefore$ 点 B 到直线 CD 的距离是指线段 BD 的长度,

故选：D.

6. 以下命题中假命题的个数是（ ）

①对顶角相等;

②一个角的两边分别与另一个角的两边平行，那么这两个角相等;

③在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线相互平行;

④周长相等的两个等边三角形全等.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】依次对命题进行分析即可.

【详解】解：①对顶角相等；则此命题为真命题；

②一个角的两边分别与另一个角的两边平行，那么这两个角相等或互补；则此命题为假命题；

③在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线相互平行；则此命题为真命题；

④周长相等的两个等边三角形的边长相等，根据SSS可以判定两个三角形全等；则周长相等的两个等边三角形全等，所以此命题为真命题.

所以假命题为②这1个.

故选：A.

【点睛】本题考查真假命题. 涉及对顶角的性质、平行线的判定和性质以及全等三角形的判定.

二、填空题：本题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分.

7. “ x 的 2 倍与 3 的差不大于 6”，用不等式表示是_____.

【答案】 $2x-3 \leq 6$

【解析】

【分析】本题考查列不等式，正确的翻译句子，列出不等式即可.

【详解】解：由题意，可列不等式： $2x-3 \leq 6$ ；

故答案为： $2x-3 \leq 6$.

8. 已知： $-\frac{1}{3}a + 1 < -\frac{1}{3}b + 1$ ，则 a _____ b . (填 “>” 或 “<” 或 “=”)

【答案】 >

【解析】

【分析】利用不等式的基本性质对已知不等式化简，即可得到 a 与 b 的大小关系.

【详解】解：对原不等式 $-\frac{1}{3}a + 1 < -\frac{1}{3}b + 1$ 变形，

不等式两边同时减 1，根据不等式的基本性质 1，不等号方向不变，得 $-\frac{1}{3}a < -\frac{1}{3}b$ ，

不等式两边同时乘以 -3 ，根据不等式的基本性质 3，不等式两边同时乘同一个负数，不等号方向改变，得 $a > b$.

9. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\triangle ABC$ 的周长为 12，则 $\triangle DEF$ 的周长为_____

【答案】 12

【解析】

【分析】利用全等三角形的性质即可解决问题.

【详解】 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长相等.

$\because \triangle ABC$ 的周长为 12， $\therefore \triangle DEF$ 的周长为 12.

故答案为 12.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质，记住全等三角形的周长相等是解决问题的关键.

10. 等腰三角形的两边长分别是 3 和 6，则它的周长为_____.

【答案】 15

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系；已知没有明确腰和底边的题目一定要想到两

种情况，分类进行讨论，还应验证各种情况是否能构成三角形进行解答，这点非常重要，也是解题的关键.
因为已知等腰三角形的两边长，没明确是底边还是腰，所以有两种情况，需要分类讨论.

【详解】解：若等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，分两种情况：

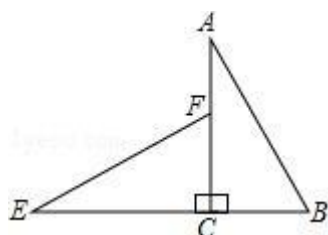
当 3 为底时，其它两边都为 6，而 3、6、6 可以构成三角形，周长为 $3+6+6=15$ ；

当 3 为腰时，其它两边为 3 和 6， $3+3=6$ ，所以不能构成三角形，故舍去，

所以等腰三角形的两边长分别为 3 和 6，其周长为 15.

故答案为：15.

11. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle EFC$. 若 $AC=2$, $BC=1$, 则线段 BE 的长为_____.



【答案】3

【解析】

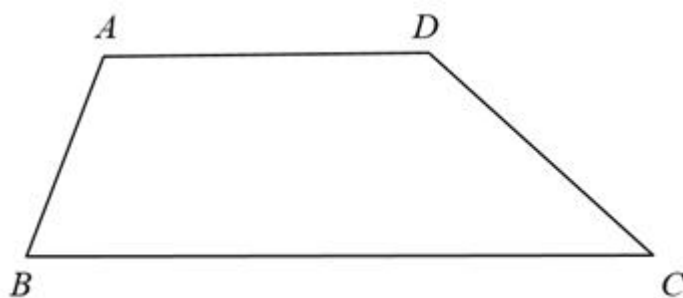
【分析】利用全等三角形的性质即可解决问题.

【详解】 $\because \triangle ABC \cong \triangle EFC$, $\therefore EC=AC=2$, $\therefore BE=EC+CB=2+1=3$.

故答案为 3.

【点睛】本题考查了全等三角形的性质，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

12. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$, $\angle A = 110^\circ$, 则 $\angle B =$ _____.



【答案】 70°

【解析】

【分析】根据两直线平行，同旁内角互补计算即可.

【详解】 $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$,

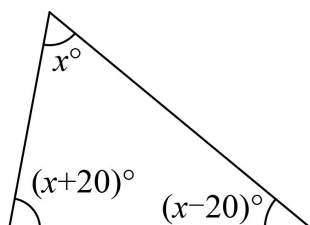
$$\therefore \angle A = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ,$$

故答案为 70° .

【点睛】 本题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

13. 如图，则 x 的值为_____.



【答案】 60°

【解析】

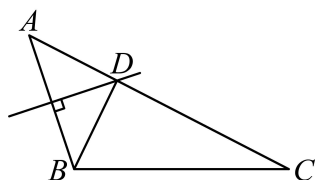
【分析】 根据 $x + (x + 20) + (x - 20) = 180$ 解答即可

【详解】 解： 根据题意，得 $x + (x + 20) + (x - 20) = 180$,

整理，得 $3x = 180$,

解得 $x = 60$

14. 如图， $\triangle ABC$ 的边 AB 的垂直平分线交 AC 于点 D , 连接 BD . 若 $AC = 8$, $CD = 5$, 则 $BD =$ _____.



【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查线段垂直平分线的性质，关键是由线段垂直平分线的性质推出 $BD = AD$.

求出 $AD = 8 - 5 = 3$, 由线段垂直平分线的性质推出 $BD = AD = 3$.

【详解】 解： $\because AC = 8$, $CD = 5$,

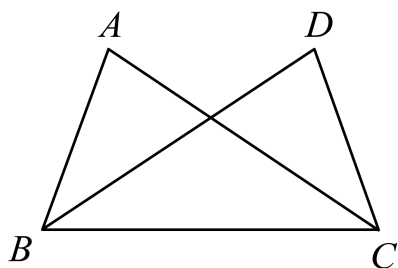
$$\therefore AD = 8 - 5 = 3,$$

$\because D$ 在 AB 的垂直平分线上,

$$\therefore BD = AD = 3.$$

故答案为： 3.

15. 如图, 已知 $AB = DC$, 如果要用“SSS”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 则应添加的条件是_____.



【答案】 $AC = BD$

【解析】

【分析】 此题考查了全等三角形的判定, 掌握全等三角形的判定方法是解题的关键. 由图形可知 BC 为公共边, 则可再加一组边相等可求得答案.

【详解】 解: $\because AB = DC$, $BC = CB$,

$\therefore$ 可补充 $AC = DB$,

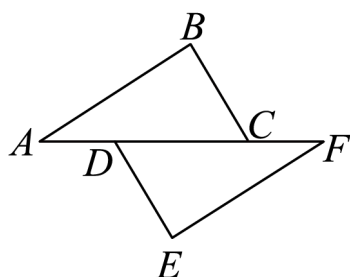
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中,

$$\begin{cases} AB = DC \\ BC = CB, \\ AC = DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB (SSS)$,

故答案为: $AC = DB$.

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 中, $AD = FC$, $AB = FE$, 当添加条件_____时, 就可以得到 $\triangle ABC \cong \triangle FED$.



【答案】 $BC = ED$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 由 $AD = FC$ 利用等式的性质可得 $AC = DF$, 再添加 $BC = ED$ 可利用SSS判定 $\triangle ABC \cong \triangle FED$.

【详解】 解: 添加条件 $BC = ED$, 理由如下:

$$\therefore AD = FC,$$

$$\therefore AD + DC = FC + DC,$$

$$\text{即 } AC = DF,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FED$ 中

$$\begin{cases} AB = FE \\ AC = DF, \\ BC = ED \end{cases}$$

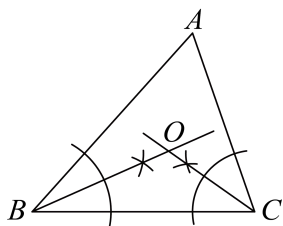
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FED (\text{SSS}),$$

故答案为: $BC = ED$ (答案不唯一).

【点睛】 本题考查三角形全等的判定方法, 判定两个三角形全等的一般方法有:

SSS、SAS、ASA、AAS、HL, 根据条件灵活选择是解题的关键.

17. 在小学, 我们学习过“三角形的内角和为 180° ”. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, 根据作图痕迹推断 $\angle BOC$ 的度数为_____.



【答案】 120°

【解析】

【分析】 本题考查的是作角平分线, 三角形的内角和定理的应用, 证明 $\angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle OCB = \frac{1}{2}\angle ACB$, 可得 $\angle OBC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$.

【详解】 解: 由作法得 BO 平分 $\angle ABC$, CO 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC, \angle OCB = \frac{1}{2}\angle ACB.$$

$$\therefore \angle OBC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A)$$

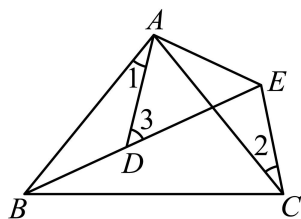
$$= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ.$$

故答案为：120°

18. 如图所示， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ， $\angle BAC = \angle DAE$ ， $\angle 1 = 25^\circ$ ， $\angle 2 = 30^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ _____.



【答案】55° ##55 度

【解析】

【分析】本题主要考查全等三角形的判定及性质，三角形外角性质，掌握全等三角形的判定方法及性质是解题的关键.

根据 $\angle BAC = \angle DAE$ ，得出 $\angle 1 = \angle EAC$ ，即可证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS)，根据三角形全等的性质得 $\angle 2 = \angle ABD$ ，最后利用 $\angle 3 = \angle 1 + \angle ABD$ 可求解.

【详解】解： $\because \angle BAC = \angle DAE$ ，

$$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC，$$

$$\therefore \angle 1 = \angle EAC，$$

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE \text{ (SAS)},$$

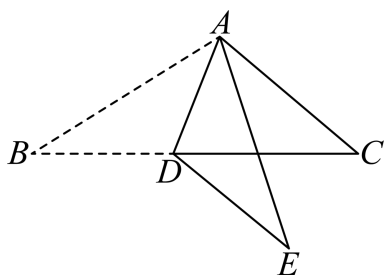
$$\therefore \angle 2 = \angle ABD = 30^\circ，$$

$$\because \angle 1 = 25^\circ，$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle ABD = 25^\circ + 30^\circ = 55^\circ，$$

故答案为：55° .

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 BC 上的点， $\angle BAD = \angle ABC = 40^\circ$ ，将 $\triangle ABD$ 沿着 AD 翻折得到 $\triangle AED$ ，则 $\angle CDE =$ _____ °.



【答案】20

【解析】

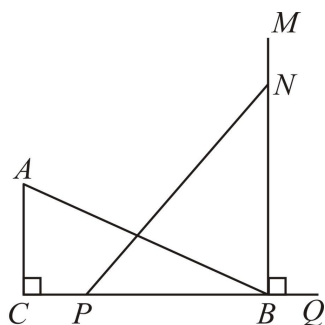
【分析】根据三角形内角和和翻折的性质解答即可.

【详解】解: $\because \angle BAD = \angle ABC = 40^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 沿着 AD 翻折得到 $\triangle AED$,
 $\therefore \angle ADC = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$, $\angle ADE = \angle ADB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$,
 $\therefore \angle CDE = 100^\circ - 80^\circ = 20^\circ$,

故答案为 20

【点睛】此题考查翻折的性质, 关键是根据三角形内角和和翻折的性质解答.

20. 如图, $CA \perp BC$, 垂足为 C , $AC = 2\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, 射线 $BM \perp BQ$, 垂足为 B , 动点 P 从 C 点出发以 1cm/s 的速度沿射线 CQ 运动, 点 N 为射线 BM 上一动点, 满足 $PN = AB$, 随着 P 点运动而运动, 当点 P 运动_____秒时, $\triangle BCA$ 与点 P, N, B 为顶点的三角形全等.



【答案】0 或 4 或 8 或 12

【解析】

【分析】本题考查了三角形全等的判定, 运用分类讨论思想解答是解题的关键.

首先要分两种情况: ①当 P 在线段 BC 上时, ②当 P 在 BQ 上, 再分别分两种情况 $AC = BP$ 或 $AC = BN$ 进行计算即可.

【详解】解: ①当 P 在线段 BC 上, $AC = BP$ 时, $\triangle ACB$ 与 $\triangle PBN$ 全等,
 $\because AC = 2$,
 $\therefore BP = 2$,

$$\therefore CP = 6 - 2 = 4,$$

$\therefore$ 点 P 的运动时间为 $4 \div 1 = 4$ (秒);

②当 P 在线段 BC 上, $AC = BN$ 时, $\triangle ACB$ 与 $\triangle PBN$ 全等,

这时 $BC = PB = 6, CP = 0$, 因此时间为 0 秒;

③当 P 在 BQ 上, $AC = BP$ 时, $\triangle ACB$ 与 $\triangle PBN$ 全等,

$$\because AC = 2,$$

$$\therefore BP = 2,$$

$$\therefore CP = 2 + 6 = 8,$$

$\therefore$ 点 P 的运动时间为 $8 \div 1 = 8$ (秒);

④当 P 在 BQ 上, $AC = BN$ 时, $\triangle ACB$ 与 $\triangle PBN$ 全等,

$$\because BC = 6,$$

$$\therefore BP = 6,$$

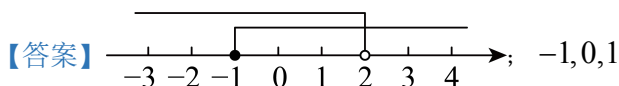
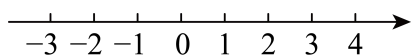
$$\therefore CP = 6 + 6 = 12,$$

$\therefore$ 点 P 的运动时间为 $12 \div 1 = 12$ (秒),

故答案为: 0 或 4 或 8 或 12.

三、解答题: 本题共 5 小题, 共 40 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

21. 解不等式组 $\begin{cases} 2x - 4 > 3(x - 2) \\ 4x \geq \frac{x-7}{2} \end{cases}$, 把解集在数轴上表示出来, 并写出不等式组的整数解.



【解析】

【分析】根据解一元一次不等式组的方法即可得出不等式组的解集, 后确定整数解即可.

【详解】解: $\because \begin{cases} 2x - 4 > 3(x - 2) \text{ ①} \\ 4x \geq \frac{x-7}{2} \text{ ②} \end{cases}$

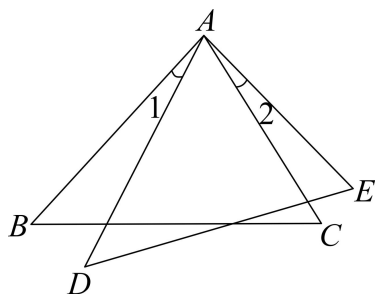
$\therefore$ 解不等式①, 得 $x < 2$, 解不等式②, 得 $x \geq -1$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$,

$\therefore$ 不等式组的整数解为 $-1, 0, 1$.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB = AD$, $\angle B = \angle D$, $\angle 1 = \angle 2$.

求证: $BC=DE$.



【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】根据 ASA 证明 $\triangle ADE \cong \triangle ABC$ 即可得到答案;

【详解】证明: $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle DAC + \angle 1 = \angle 2 + \angle DAC$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中,

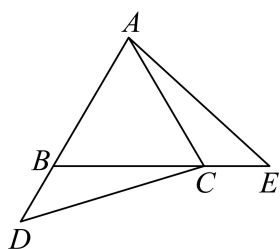
$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle ABC \text{ (ASA)}$$

$$\therefore BC = DE,$$

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质: 判定三角形全等的方法有“SSS”、“SAS”、“ASA”、“AAS”; 全等三角形的对应边相等.

23. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 的延长线上, 且 $AD = BE$, 联结 DC 、 AE .



(1) 试说明 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$ 的理由;

(2) 如果 $BE = 2AB$, 求 $\angle BAE$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) 90°

【解析】

【分析】(1) 由等边三角形的性质得出 $AB=BC=AC$, $\angle ABC=\angle ACB=60^\circ$. 可证明 $\triangle BCD\cong\triangle ACE$;

(2) 证得 $AC=CE$, 得出 $\angle CAE=\angle E$, 可求出 $\angle E=30^\circ$, 由三角形的内角和定理可求出答案.

【小问 1 详解】

解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB=BC=AC, \angle ABC=\angle ACB=60^\circ.$$

$$\therefore \angle DBC=\angle ECA=120^\circ.$$

$$\because AD=BE,$$

$$\therefore AD-AB=BE-BC,$$

即 $BD=CE$.

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} BC=CA \\ \angle DBC=\angle ECA, \\ BD=CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCD\cong\triangle ACE \text{ (SAS)};$$

【小问 2 详解】

解: $\because BE=2BC$,

$$\therefore BC=CE,$$

$$\because AC=BC,$$

$$\therefore AC=CE,$$

$$\therefore \angle CAE=\angle E,$$

$$\because \angle ACB=\angle CAE+\angle E=60^\circ,$$

$$\therefore \angle E=30^\circ,$$

$$\because \angle ABE+\angle E+\angle BAE=180^\circ, \angle ABE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE=180^\circ-\angle ABE-\angle E=90^\circ.$$

【点睛】 本题主要考查等边三角形的性质, 三角形的内角和定理, 全等三角形的判定和性质, 掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

24. 综合实践:

背景: 上海市徐汇中学依托科创办学优势, 开设模拟飞行、水下机器人两大科创拓展课. 下学期计划采购飞行模拟器配件、水下机器人零件套装两类耗材, 供两个拓展课社团实操使用.

素材 1:	采购总预算不超过 340 元; 采购约定: 飞行模拟器配件
-------	-------------------------------

	数量是水下机器人零件套装数量的 3 倍，水下机器人零件套装至少采购 9 套.
素材 2:	单价信息：买 2 件飞行模拟器配件+1 套水下机器人零件共 12 元； 买 3 件飞行模拟器配件+2 套水下机器人零件共 19 元.
素材 3:	供货商两种优惠方案（采购仅能选择其中一种），设采购水下机器人零件套装 a 套.
	方案 1：所有耗材原价统一 8 折；
	方案 2：原价总金额 ≤ 300 元按原价结算，超过 300 元的部分打 5 折.

问题:

- (1) 求单件飞行模拟器配件、单套水下机器人零件套装的单价；
- (2) 若只选用一种优惠方案采购，分别求所有符合条件的两种耗材采购数量（即求出 a 的所有可能取值）

【答案】 (1) 飞行配件 5 元/件，机器人套装 2 元/套

(2) 方案一： $9, 10, 11, \dots, 25$ ； 方案二： $9, 10, \dots, 21, 22$

【解析】

【分析】 (1) 设飞行配件 x 元/件，机器人套装 y 元/套，根据买 2 件飞行模拟器配件+1 套水下机器人零件共 12 元；买 3 件飞行模拟器配件+2 套水下机器人零件共 19 元，再建立方程组解题即可；

(2) 设采购水下机器人零件套装 a 套，根据分段收费的方式列不等式组求解即可.

【小问 1 详解】

解：设飞行配件 x 元/件，机器人套装 y 元/套，

$$\text{则} \begin{cases} 2x + y = 12 \\ 3x + 2y = 19 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases},$$

答：飞行配件 5 元/件，机器人套装 2 元/套.

【小问 2 详解】

解：由题意，原价总费用为： $2a + 5 \times 3a = 17a$ （ $a \geq 9, a$ 为整数），

方案 (1) (全场 8 折),

实际付款: $0.8 \times 17a = 13.6a$,

$$\begin{cases} a \geq 9 \\ 13.6a \leq 340 \end{cases},$$

$$\therefore 9 \leq a \leq 25,$$

$\therefore a$ 取 $9, 10, 11, \dots, 25$,

方案 (2) (分段优惠)

当 $17a \leq 300, a \leq 17\frac{11}{17}$

$$\therefore a \geq 9,$$

$$\therefore 9 \leq a \leq 17\frac{11}{17}$$

$$\therefore a = 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17,$$

当 $17a > 300$, 则 $a > \frac{300}{17}$,

又因为实际花费 $300 + 0.5(17a - 300) \leq 340$,

$$\therefore a \leq 22\frac{6}{17}$$

$$\therefore \frac{300}{17} < a \leq 22\frac{6}{17}$$

$$\therefore a \text{ 取 } 18, 19, 20, 21, 22,$$

综上, 方案 (2) 中 a 为 $9, 10, \dots, 21, 22$.

25. 在本学期的数学探究学习中, 同学们发现在利用全等三角形解决问题时存在有一些条件缺失 (隐蔽) 的问题, 这时我们就要寻找题目中的等量条件, 适当添加辅助线构造全等三角形来解决问题. 如: “中点”、“角平分线”、相等的边或角等都可以成为我们构造全等三角形的条件.

【阅读理解】

(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, 试探究 AC 、 AB 、 AD 的数量关系. 小明在班内经过合作交流, 得到了如下的解决方法: 延长 AD 到 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE , 则得到 $ADC \cong EDB$, 他所用到的判定定理是_____ (用字母表示), 从而得出 $BE = AC$. 这样就能把线段 AB 、 AC 、 $2AD$ 集中在 $\triangle ABE$ 中. 利用三角形的三边关系, 即可得 $AC + AB$ _____ $2AD$. (填 “>”、“<” 或 “=”)

【问题解决】

(2) 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在 CD 上, AE 平分 $\angle DAB$, BE 平分 $\angle ABC$. 求证: $AD + BC = AB$.

【应用提升】

(3) 如图 3, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $AM \perp CD$, $AM = DM = \frac{21}{4}$. 若 $\triangle ACD$ 面积为 21, 求 $\triangle BCD$ 的面积.

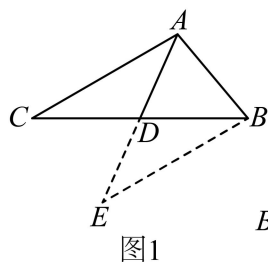


图1

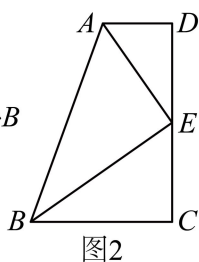


图2

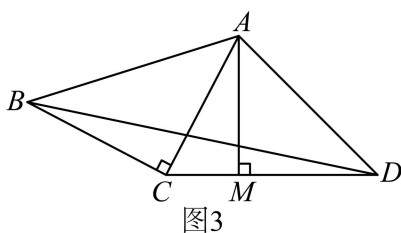


图3

【答案】(1) SAS, $>$; (2) 证明见解析; (3) 17

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形三边关系, 三角形全等的性质与判定, 三角形面积, 正确作出辅助线是解题的关键.

(1) 证明 $\triangle EDB \cong \triangle ADC$ (SAS), 得出 $BE = AC$, 由三角形三边关系可得出结论;

(2) 延长 AE 交 BC 延长线于 F , 证明 $\triangle ABE \cong \triangle FBE$ (AAS), 得出 $AB = BF$, $AE = FE$, 证明 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (ASA), 得出 $AD = CF$, 则可得出结论;

(3) 过点 B 作 $BH \perp CD$ 交 DC 的延长线于点 H , 则 $\angle ADM = 45^\circ$, 证明 $\triangle ACM \cong \triangle CBH$ (AAS), 得出 $AM = CH = \frac{21}{4}$, $CM = BH$, 求出 BH 可得出答案.

【详解】(1) 解: 延长 AD 到点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BE .

$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore BD = CD$,

在 $\triangle EDB$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} BD = CD \\ \angle BDE = \angle CDA, \\ DE = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle EDB \cong \triangle ADC$ (SAS),

$\therefore BE = AC$,

$\therefore AB + BE > AE$,

$\therefore AB + AC > 2AD$;

故答案为: SAS, $>$;

(2) 证明：如图 2，延长 AE 交 BC 延长线于 F ，

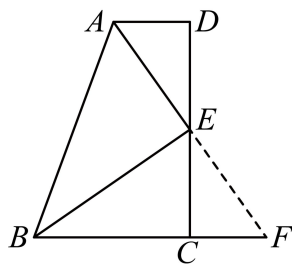


图2

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAE = \angle F$,

$\because AE$ 平分 $\angle DAB$,

$\therefore \angle DAE = \angle BAE$,

$\therefore \angle BAE = \angle F$,

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABE = \angle FBE$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle FBE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle FBE \\ \angle BAE = \angle F \\ BE = BE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FBE$ (AAS),

$\therefore AB = BF$, $AE = FE$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EAD = \angle F$,

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle FCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAD = \angle F \\ AE = EF \\ \angle AED = \angle FEC \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$ (ASA),

$\therefore AD = CF$,

$\therefore AB = BF = BC + CF = BC + AD$.

(3) 解：过点 B 作 $BH \perp CD$ 交 DC 的延长线于点 H ,

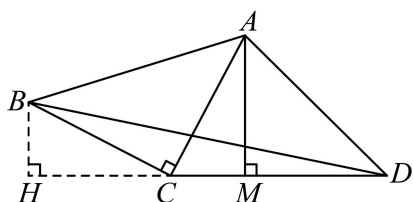


图3

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACM + \angle BCH = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCH + \angle HBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HBC = \angle ACM,$$

$$\because \angle AMC = \angle CHB = 90^\circ, \quad AC = BC,$$

$$\therefore \triangle ACM \cong \triangle CBH \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AM = CH = \frac{21}{4}, \quad CM = BH,$$

$$\because \triangle ACD \text{ 面积} = \frac{1}{2} CD \times AM = 21,$$

$$\therefore CD = 8,$$

$$\therefore CM = CD - DM = 8 - \frac{21}{4} = \frac{11}{4},$$

$$\therefore BH = \frac{11}{4},$$

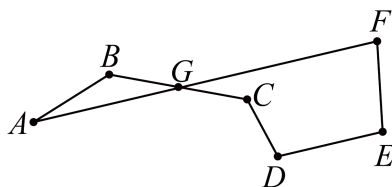
$$\therefore \triangle BCD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} CD \cdot BH = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{11}{4} = 11;$$

四. 附加题:

26. 如图①为北斗七星的位置图, 如图②将北斗七星分别标为 A 、 B 、 G 、 C 、 D 、 E 、 F , 将 A 、 B 、 G 、 C 、 D 、 E 、 F 顺次首尾连接. 若 B 、 G 、 C 三点共线, AF 恰好经过点 G , 且 $AF \parallel DE$, $\angle B = \angle BCD + 8^\circ$, $\angle D = 110^\circ$, 则 $\angle B - \angle CGF =$ _____.



图①



图②

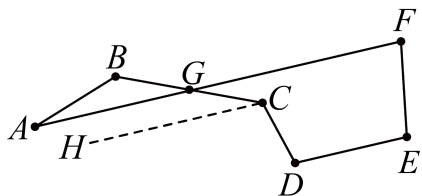
【答案】 118°

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的判定和性质, 熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

过点 C 作 $CH\parallel AF$ ，则 $AF\parallel DE\parallel CH$ ，得到 $\angle CGF = \angle GCH$ ， $\angle D = \angle DCH$ ，进而得出 $\angle BCD = 110^\circ + \angle CGF$ ，计算即可得到答案.

【详解】解：如图，过点 C 作 $CH\parallel AF$ ，



$\because AF \parallel DE$ ，

$\therefore AF \parallel DE \parallel CH$ ，

$\therefore \angle CGF = \angle GCH$ ， $\angle D = \angle DCH$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle DCH + \angle GCH = \angle D + \angle CGF = 110^\circ + \angle CGF$ ，

$\because \angle B = \angle BCD + 8^\circ$ ，

$\therefore \angle B - \angle CGF = \angle BCD + 8^\circ - \angle CGF = 110^\circ + \angle CGF + 8^\circ - \angle CGF = 118^\circ$.

故答案为： 118° .