

宝教院附中 2025 学年第二学期期末测验试卷

七年级 数学

(考试时间: 90 分钟 满分: 100 分)

考生注意:

1、作答前, 在答题纸指定位置写上姓名、班级、座位号等个人信息. 将核对后的条码贴在答题纸指定位置,

2、所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.

3、选择题和作图题用 2B 铅笔作答, 其余题型用黑色字迹的钢笔、水笔或圆珠笔作答.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 若 $a < b$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $a+1 < b+1$ B. $a-2 > b-2$ C. $-3a < -3b$ D. $\frac{a}{4} > \frac{b}{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据不等式的性质逐项分析判断即可.

【详解】A. 若 $a < b$, 则 $a+1 < b+1$, 故该选项正确, 符合题意;

B. 若 $a < b$, 则 $a-2 < b-2$, 故该选项不正确, 不符合题意;

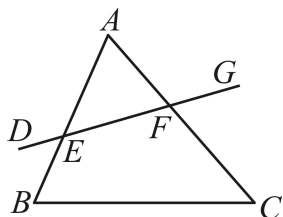
C. 若 $a < b$, 则 $-3a > -3b$, 故该选项不正确, 不符合题意;

D. 若 $a < b$, 则 $\frac{a}{4} < \frac{b}{4}$, 故该选项不正确, 不符合题意;

故选 A

【点睛】本题考查了不等式的基本性质, 熟练掌握不等式的基本性质是解题的关键. 不等式的性质: 不等式的基本性质 1: 不等式的两边都加上 (或减去) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变; 不等式的基本性质 2: 不等式的两边都乘以 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; 不等式的基本性质 3: 不等式的两边都乘以 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变.

2. 如图, 下列说法错误的是 ()



A. $\angle A$ 与 $\angle AEF$ 是同旁内角

B. $\angle BED$ 与 $\angle CFG$ 是同位角

C. $\angle AFE$ 与 $\angle BEF$ 是内错角

D. $\angle A$ 与 $\angle CFE$ 是同位角

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查的是两直线相交所成角的问题，根据同位角、同旁内角、内错角定义解答即可

【详解】 A. $\angle A$ 与 $\angle AEF$ 是同旁内角，正确

B. $\angle BED$ 与 $\angle CFG$ 是同位角，错误

C. $\angle AFE$ 与 $\angle BEF$ 是内错角，正确

D. $\angle A$ 与 $\angle CFE$ 是同位角，正确

【点睛】 本题的关键是掌握同位角、同旁内角、内错角的定义

3. 用下列长度的三根木条首尾顺次连接，不能做成三角形框架的是 ()

A. $2cm$ ， $4cm$ ， $5cm$

B. $4cm$ ， $5cm$ ， $6cm$

C. $5cm$ ， $12cm$ ， $13cm$

D. $3cm$ ， $3cm$ ， $7cm$

【答案】D

【解析】

【分析】 利用较小两边之和大于第三边即可判断能否构成三角形.

【详解】 解：A、因为 $2+4=6>5$ ，满足三边关系，能构成三角形，所以选项 A 不符合题意；

B、因为 $4+5=9>6$ ，满足三边关系，能构成三角形，所以选项 B 不符合题意；

C、因为 $5+12=17>13$ ，满足三边关系，能构成三角形，所以选项 C 不符合题意；

D、因为 $3+3=6<7$ ，不满足三边关系，不能构成三角形，所以选项 D 符合题意.

4. 下列说法中，正确的是 ()

A. 如果两个角相等，那么这两个角是对顶角

B. 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

C. 等腰三角形一边上的高也是这一边上的中线

D. 经过一点有且只有一条直线与已知直线平行

【答案】B

【解析】

【详解】 解：相等的角不一定是对顶角，例如两直线平行的同位角相等，但不是对顶角，故 A 错误；
根据直角三角形的性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，故 B 正确；

等腰三角形只有底边上的高同时是这边上的中线，腰上的高不满足该结论，故 C 错误；

经过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，若点在已知直线上，无法作出与已知直线平行的直线，

故 D 错误.

5. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3-(x-1) \geq 2 \\ 5x-a > 4x \end{cases}$ 有且只有 3 个整数解, 则 a 的取值范围是 ().

- A. $-1 \leq a < 0$ B. $-1 < a \leq 0$ C. $-4 < a \leq -3$ D. $-4 \leq a < -3$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了根据不等式组的解集情况求参数, 先分别求出不等式组中两个不等式的解集, 再根据不等式组有且只有 3 个整数解列式求解即可.

【详解】解: $\begin{cases} 3-(x-1) \geq 2 \textcircled{1} \\ 5x-a > 4x \textcircled{2} \end{cases}$

解不等式①得: $x \leq 2$,

解不等式②得: $x > a$,

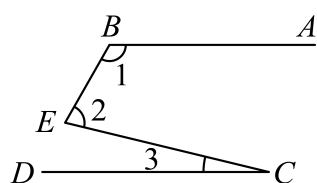
$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3-(x-1) \geq 2 \\ 5x-a > 4x \end{cases}$ 有且只有 3 个整数解,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $a < x \leq 2$, 且整数解为 2, 1, 0,

$\therefore -1 \leq a < 0$,

故选: A.

6. 如图, $AB \parallel CD$, 则 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 之间的关系是 ()



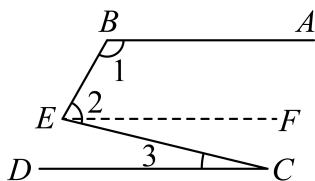
- A. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ B. $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$
C. $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 180^\circ$ D. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是平行公理的应用, 平行线的性质, 如图, 过点 E 作 $EF \parallel AB$, 证明 $EF \parallel CD$, 可得 $\angle 1 + \angle BEF = 180^\circ$, $\angle FEC = \angle 3$, 再进一步解答即可.

【详解】解: 如图, 过点 E 作 $EF \parallel AB$,



$$\therefore \angle 1 + \angle BEF = 180^\circ,$$

又 $\because AB \parallel CD$,

$\therefore EF \parallel CD$,

$$\therefore \angle FEC = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle BEF + \angle FEC = 180^\circ + \angle 3, \text{ 即 } \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ + \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 180^\circ.$$

故选: C.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 列不等式表示下列数量关系: x 的 3 倍大于 x 的一半与 1 的差_____.

【答案】 $3x > \frac{1}{2}x - 1$

【解析】

【分析】 根据题意列不等式即可.

【详解】 解: 由题意, 得 $3x > \frac{1}{2}x - 1$.

8. 不等式 $3(x + 2) \geq 4 + 2x$ 的最小整数解为_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次不等式, 熟练解一元一次不等式的步骤是解题的关键, 首先解不等式, 再从不等式的解集中找出适合条件的整数即可.

【详解】 解: $3(x + 2) \geq 4 + 2x$,

$$3x + 6 \geq 4 + 2x,$$

$$3x - 2x \geq 4 - 6,$$

$$x \geq -2,$$

不等式 $3(x + 2) \geq 4 + 2x$ 的解集是 $x \geq -2$, 因而最小整数解是 -2 ,

故答案为 -2 .

9. 已知 $OA \perp OB$, 且 $\angle AOC : \angle AOB = 1 : 3$, 则 $\angle BOC$ 的度数是_____.

【答案】 60° 或 120°

【解析】

【分析】本题考查的是垂直定义及几何图形中角度计算问题,由题意易得 $\angle AOB = 90^\circ$,进而可分当 $\angle AOC$ 在 $\angle AOB$ 内部时和当 $\angle AOC$ 在 $\angle AOB$ 外部时进行分类求解即可.

【详解】解: $\because OA \perp OB$,

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOC : \angle AOB = 1 : 3,$$

$$\therefore \angle AOC = \frac{1}{3} \angle AOB = 30^\circ,$$

当 $\angle AOC$ 在 $\angle AOB$ 内部时,则有: $\angle BOC = \angle AOB - \angle AOC = 60^\circ$,

当 $\angle AOC$ 在 $\angle AOB$ 外部时,则有: $\angle BOC = \angle AOC + \angle AOB = 120^\circ$,

故答案为: 60° 或 120° .

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 3 : 6$, 三个内角中最大内角的度数为_____°.

【答案】 108

【解析】

【分析】本题考查了三角形的内角和定理,解题关键是掌握三角形的内角和定理并能熟练运用求解.根据三角形的内角和定理,结合三个角的比例求出最大内角的度数.

【详解】解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 3 : 6$,

$$\therefore \text{三个内角中最大内角的度数为 } \frac{6}{1+3+6} \times 180^\circ = 108^\circ,$$

故答案为: 108.

11. 如果等腰三角形一边长为 3, 周长为 13, 那么此三角形的腰长为_____.

【答案】

5

【解析】

【分析】由于条件未明确该边是腰还是底边,因此需要分情况讨论,再利用三角形三边关系验证能否构成三角形即可.

【详解】解: 分两种情况:

当边长 3 为腰长时, 底边长为 $13 - 3 \times 2 = 7$,

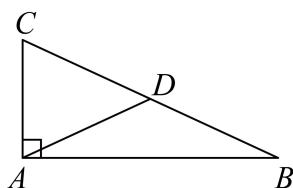
$\because 3 + 3 = 6 < 7$, 不满足三角形三边关系, 不能构成三角形, 故舍去;

当边长 3 为底边长时, 腰长为 $\frac{13-3}{2} = 5$,

此时满足三角形三边关系，能构成三角形，

因此腰长为5.

12. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是斜边 BC 上的中线，若 $\angle B = 25^\circ$ ，则 $\angle DAB$ 等于_____.



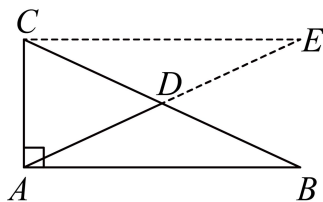
【答案】

25°

【解析】

【分析】延长 AD 至点 E ，使得 $DE = AD$ ，连接 CE ，先利用 SAS 证明 $\triangle CDE \cong \triangle BDA$ ，结合全等的性质，再利用 SAS 证明 $\triangle CAB \cong \triangle ACE$ ，从而得到 $BC = AE$ ，进而可推出 $AD = BD$ ，最后根据等边对等角即可解答.

【详解】解：如图，延长 AD 至点 E ，使得 $DE = AD$ ，连接 CE ，



$\because AD$ 是斜边 BC 上的中线，

$$\therefore CD = BD = \frac{1}{2}BC,$$

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle BDA$ 中，

$$\begin{cases} CD = BD \\ \angle CDE = \angle BDA \\ ED = AD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDE \cong \triangle BDA (SAS),$$

$$\therefore \angle ECD = \angle B, \quad CE = BA,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BCA = 180^\circ - \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD + \angle BCA = \angle ACE = 90^\circ,$$

在 $\triangle CAB$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$$\begin{cases} AC = CA \\ \angle CAB = \angle ACE = 90^\circ \\ AB = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAB \cong \triangle ACE (SAS),$$

$$\therefore BC = AE,$$

$$\because AD = DE = \frac{1}{2}AE, \quad CD = BD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle B,$$

$$\because \angle B = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 25^\circ.$$

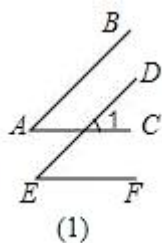
13. 两个角的两边分别平行，其中一个角是 30° ，则另一个角是_____.

【答案】 30° 或 150°

【解析】

【分析】若两个角的两边分别平行，那么这两个角相等或互补，根据已知条件分情况画出图形，就可求解.

【详解】解：如图(1)



$$\because AB \parallel DE,$$

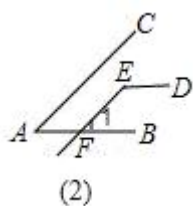
$$\therefore \angle A = \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\because AC \parallel EF,$$

$$\therefore \angle E = \angle 1,$$

$$\therefore \angle A = \angle E = 30^\circ$$

如图(2)



$$\therefore AC \parallel EF,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle E + \angle 1 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle E = 180^\circ,$$

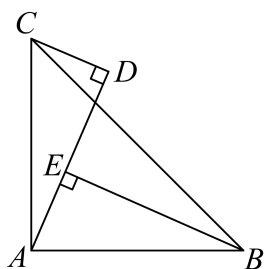
$$\therefore \angle E = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

故一个角是 30° ，则另一个角是 30° 或 150°

故答案为 30° 或 150°

【点睛】本题考查了平行线的性质，解题的关键是根据平行线的性质找出另一个角为 30° 或 150° 。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据平行线的性质找出相等或互补的角是关键。

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AC = AB$ ， $BE \perp AD$ 于点 E ， $CD \perp AD$ 于点 D ， $BE = 5$ ， $CD = 2$ ，则 DE 的长是_____。



【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定和性质，通过证明 $\triangle ADC \cong \triangle BAE$ (AAS)，得出 $AD = BE = 5$ ， $AE = CD = 2$ ，最后根据 $DE = AD - AE$ 即可解答。

【详解】解： $\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAD + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\because BE \perp AD,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ABE,$$

$$\because BE \perp AD, \quad CD \perp AD,$$

$$\therefore \angle D = \angle AEB,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BAE$ 中，

$$\begin{cases} \angle D = \angle AEB \\ \angle CAD = \angle ABE, \\ AC = AB \end{cases}$$

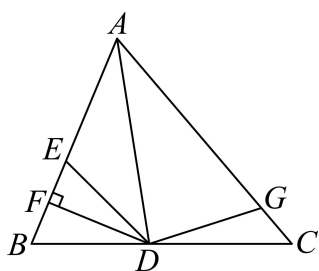
$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BAE$ (AAS),

$\therefore AD = BE = 5, AE = CD = 2,$

$\therefore DE = AD - AE = 3,$

故答案为: 3.

15. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DF \perp AB$, 垂足为点 F , $\angle BAC + \angle EDG = 180^\circ$, $\triangle ADG$ 和 $\triangle AED$ 的面积分别为 50 和 38, 则 $\triangle EDF$ 的面积为_____.



【答案】6

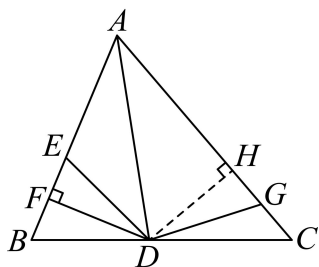
【解析】

【分析】过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H , 证明 $\text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle ADH$ (HL) 得到 $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADH}$, 根据四边形的内角和及 $\angle BAC + \angle EDG = 180^\circ$, 得到 $\angle AGD + \angle AED = 180^\circ$, 根据同角的补角相等得到

$\angle FED = \angle HGD$, 从而证得 $\triangle DEF \cong \triangle DGH$ (AAS), 得到 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DGH}$. 设 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DGH} = x$, 根据

$S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADH}$ 列出方程, 求解即可.

【详解】解: 过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H , 则 $\angle AHD = \angle CHD = 90^\circ$.



$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$, $DF \perp AB$, $DH \perp AC$,

$\therefore DF = DH$, $\angle AFD = \angle AHD = 90^\circ$,

$\therefore AD = AD$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle ADH (\text{HL}),$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADH},$$

$$\because \text{在四边形 } AEDG \text{ 中, } \angle BAC + \angle AGD + \angle GDE + \angle AED = 360^\circ,$$

$$\text{又 } \angle BAC + \angle EDG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AGD + \angle AED = 180^\circ,$$

$$\because \angle FED + \angle AED = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle FED = \angle HGD,$$

$$\because DF = DH, \angle EFD = \angle GHD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DEF \cong \triangle DGH (\text{AAS}),$$

$$\therefore S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DGH}.$$

$$\text{设 } S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DGH} = x,$$

$$\text{则 } S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADE} + S_{\triangle DEF} = 38 + x,$$

$$S_{\triangle ADH} = S_{\triangle ADG} - S_{\triangle DGH} = 50 - x,$$

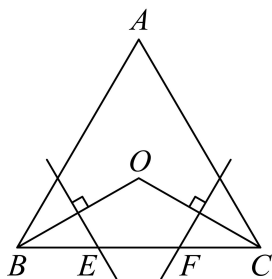
$$\because S_{\triangle ADF} = S_{\triangle ADH},$$

$$\therefore 38 + x = 50 - x,$$

$$\text{解得 } x = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle DEF} = 6.$$

16. 如图, 在等边三角形 ABC 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线交于点 O , OB 和 OC 的垂直平分线分别交 BC 于点 E 、 F . 如果 $EF = 3$, 那么 $\triangle ABC$ 的周长是_____.



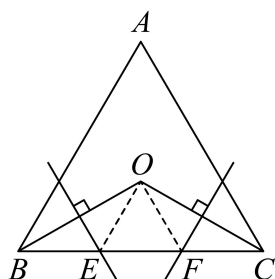
【答案】 27

【解析】

【分析】 连接 OE , OF , 结合等边三角形的性质、角平分线的定义以及垂直平分线的性质证明 $\triangle OEF$ 为等

边三角形，易得 $OE = OF = EF$ ，进而可得 $BE = EF = FC = 3$ ，可证明 $AB = AC = BC = 9$ ，然后计算 $\triangle ABC$ 的周长即可。

【详解】解：如下图，连接 OE, OF ，



$\because \triangle ABC$ 为等边三角形，

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ, AB = AC = BC$ ，

$\because \angle ABC, \angle ACB$ 的平分线交于点 O ， OB 和 OC 的垂直平分线交 BC 于 E, F ，

$\therefore \angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$ ， $OE = BE, OF = FC$ ，

$\therefore \angle EOB = \angle OBC = 30^\circ, \angle FOC = \angle OCB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle OEF = \angle OBC + \angle EOB = 60^\circ, \angle OFE = \angle OCB + \angle FOC = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle OEF$ 为等边三角形，

$\therefore OE = OF = EF$ ，

$\therefore BE = EF = FC$ ，

$\because EF = 3$ ，

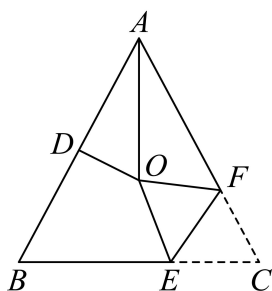
$\therefore BE = EF = FC = 3$ ，

$\therefore BC = BE + EF + FC = 9$ ，

$\therefore AB = AC = BC = 9$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长 $= AB + AC + BC = 27$ 。

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 56^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线与线段 AB 的垂直平分线交于点 O ，如果点 C 沿 EF 翻折与点 O 重合，那么 $\angle OEC$ 的度数为_____。



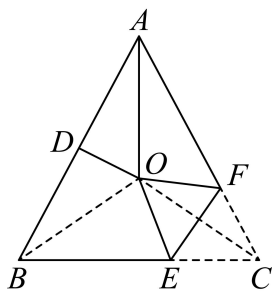
【答案】 112°

【解析】

【分析】连接 OB ， OC ，根据等边对等角及线段垂直平分线的性质，利用三角形内角和定理和角平分线的定义得出 $\angle ABC = 62^\circ$ ， $\angle ABO = \angle BAO = 28^\circ$ ，从而得出 $\angle OBC = 34^\circ$ ，然后证明

$\triangle ABO \cong \triangle ACO$ (SAS)，可知 $OB = OC$ ，进而求出 $\angle OCB$ 的度数，由折叠的性质可得 $EO = EC$ ，利用等边对等角及三角形内角和定理即可求解。

【详解】解：如图，连接 OB ， OC ，



$\because AB = AC$ ， $\angle BAC = 56^\circ$ ， AO 平分 $\angle BAC$ ， DO 是线段 AB 的垂直平分线，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 62^\circ, \quad \angle BAO = \angle CAO = \frac{1}{2}\angle BAC = 28^\circ, \quad AO = BO,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BAO = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle ABC - \angle ABO = 62^\circ - 28^\circ = 34^\circ,$$

在 $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 中，

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAO = \angle CAO \\ AO = AO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ACO \text{ (SAS)},$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB = 34^\circ,$$

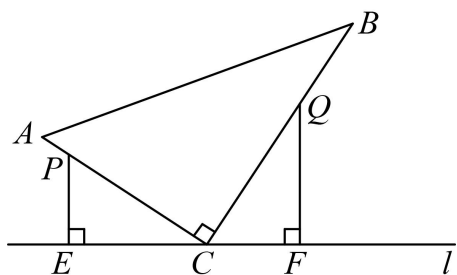
$\because$ 点 C 沿 EF 翻折与点 O 重合，

$$\therefore CE = OE,$$

$$\therefore \angle EOC = \angle ECO = 34^\circ,$$

$$\therefore \angle OEC = 180^\circ - \angle EOC - \angle ECO = 112^\circ.$$

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 点 P 从点 A 出发, 沿折线 $AC \rightarrow CB$ 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 B 运动, 点 Q 从点 B 出发沿折线 $BC \rightarrow CA$ 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 A 运动, P 、 Q 两点同时出发, 且一个点到达终点, 则另一个也停止运动. 分别过 P 、 Q 两点作 $PE \perp l$ 于 E , $QF \perp l$ 于 F , 当 $\triangle PEC$ 与 $\triangle QFC$ 全等时, CQ 的长为_____.



【答案】 4 或 $\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查全等三角形的判定和性质, 熟练掌握全等三角形的判定定理和性质定理, 利用分类讨论的思想进行求解, 是解题的关键. 分 P 在 AC 上, Q 在 BC 上; P 在 AC 上, Q 在 AC 上, 两种情况讨论求解即可.

【详解】 解: 当 P 在 AC 上, Q 在 BC 上时,

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCE + \angle QCF = 90^\circ,$$

$$\because PE \perp l \text{ 于 } E, QF \perp l \text{ 于 } F.$$

$$\therefore \angle EPC + \angle PCE = 90^\circ, \angle PEC = \angle CFQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EPC = \angle QCF,$$

若 $\triangle PCE \cong \triangle CQF$, 则 $PC = CQ$,

$$\therefore 6 - t = 8 - 2t,$$

解得 $t = 2$,

$$\therefore CQ = 8 - 2t = 4;$$

当 P 在 AC 上, Q 在 AC 上时, 即 P 、 Q 重合时, $\triangle PCE \cong \triangle QCF$, 则 $CQ = PC$,

由题意得， $6-t=2t-8$ ，

$$\text{解得 } t = \frac{14}{3},$$

$$\therefore CQ = 2t - 8 = \frac{4}{3},$$

综上，当 $\triangle PEC$ 与 QFC 全等时，满足条件的 CQ 的长为 4 或 $\frac{4}{3}$ 。

故答案为 4 或 $\frac{4}{3}$ 。

三、简答题（本大题共 5 题，每题 6 分，满分 30 分）

19. 解下列不等式

$$(1) \quad 3(x+2) \geq 1-2(x-1);$$

$$(2) \quad x - \frac{x-1}{2} \leq 2 - \frac{x+2}{3}.$$

【答案】(1) $x \geq -\frac{3}{5}$;

$$(2) \quad x \leq 1$$

【解析】

【分析】按照去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 的步骤计算即可，含分母的不等式先去分母再求解。

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 3(x+2) \geq 1-2(x-1)$$

$$3x+6 \geq 1-2x+2$$

$$3x+2x \geq 3-6$$

$$5x \geq -3$$

$$\text{解得 } x \geq -\frac{3}{5};$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } x - \frac{x-1}{2} \leq 2 - \frac{x+2}{3}$$

$$6x-3(x-1) \leq 12-2(x+2)$$

$$6x-3x+3 \leq 12-2x-4$$

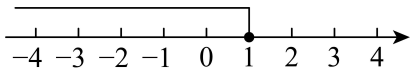
$$6x-3x+2x \leq 12-4-3$$

$$5x \leq 5$$

$$\text{解得 } x \leq 1.$$

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 5x-2 < 3(x+1) \\ \frac{2x-2}{3} \geq x-1 \end{cases}$$
 并把解集在数轴上表示出来.

【答案】 $x \leq 1$, 不等式解集表示如下:



【解析】

【分析】先分别求出不等式组中两个不等式的解集, 找出两个解集的公共部分, 即可得到不等式组的解集, 再将解集在数轴上表示出来.

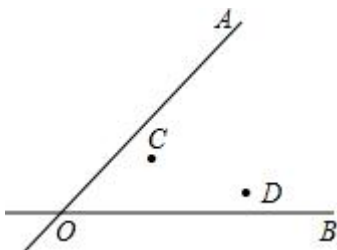
【详解】解:
$$\begin{cases} 5x-2 < 3(x+1) \text{ ①} \\ \frac{2x-2}{3} \geq x-1 \text{ ②} \end{cases},$$

解不等式①得, $x < \frac{5}{2}$,

解不等式②得, $x \leq 1$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $x \leq 1$.

21. 如图, 两条公路 OA 和 OB 相交于 O 点, 在 $\angle AOB$ 的内部有工厂 C 和 D, 现要修建一个货站 P, 使货站 P 到两条公路 OA、OB 的距离相等, 且到两工厂 C、D 的距离相等, 用尺规作出货站 P 的位置. (要求: 不写作法, 保留作图痕迹, 写出结论.)

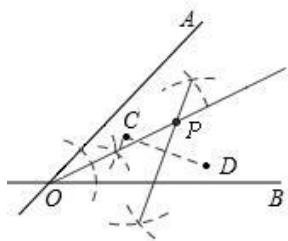


【答案】见解析

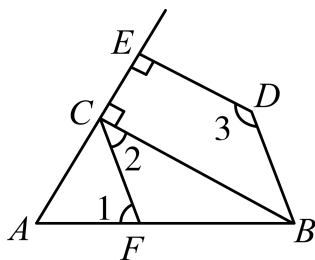
【解析】

【分析】根据点 P 到 $\angle AOB$ 两边距离相等, 到点 C、D 的距离也相等, 点 P 既在 $\angle AOB$ 的角平分线上, 又在 CD 垂直平分线上, 即 $\angle AOB$ 的角平分线和 CD 垂直平分线的交点处即为点 P.

【详解】如图所示: 作 CD 的垂直平分线, $\angle AOB$ 的角平分线的交点 P 即为所求.



22. 如图，已知 $BC \perp AE$ ， $DE \perp AE$ ， $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$



(1) 试说明 $CF \parallel BD$ ；

(2) 若 $\angle 1 = 70^\circ$ ， BC 平分 $\angle ABD$ ，试求 $\angle ACF$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2) $\angle ACF = 55^\circ$

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行线的判定与性质，平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系，平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系.

(1) 依据平行线的判定与性质，即可得到 $\angle 1$ 与 $\angle ABD$ 的数量关系；

(2) 利用平行线的性质以及角平分线的定义，即可得出 $\angle 2$ 的度数，再根据 $\angle ACB$ 为直角，即可得出 $\angle ACF$.

【小问 1 详解】

解： $\because BC \perp AE$ ， $DE \perp AE$ ，

$\therefore BC \parallel DE$ ，

$\therefore \angle 3 + \angle CBD = 180^\circ$ ，

又 $\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle CBD$ ，

$\therefore CF \parallel DB$ ；

【小问 2 详解】

$\because \angle 1 = 70^\circ$ ， $CF \parallel DB$ ，

$\therefore \angle ABD = 70^\circ$ ，

又 $\because BC$ 平分 $\angle ABD$ ，，

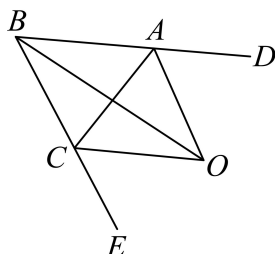
$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABD = 35^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = \angle DBC = 35^\circ,$$

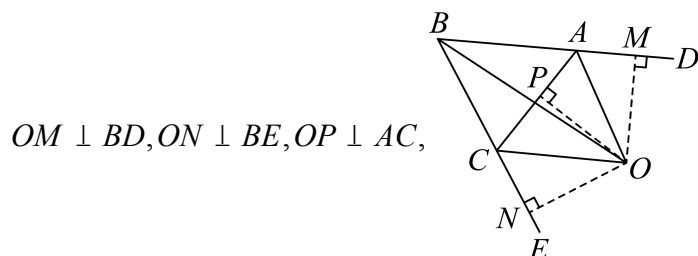
又 $\because BC \perp AG$,

$$\therefore \angle ACF = 90^\circ - \angle 2 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ.$$

23. 如图, AO 平分 $\angle DAC$, CO 平分 $\angle ACE$, 求证: BO 平分 $\angle EBD$.



【答案】过点 O 作



$\because AO$ 平分 $\angle DAC$, CO 平分 $\angle ACE$,

$$\therefore OM = OP, \quad ON = OP,$$

$$\therefore OM = ON,$$

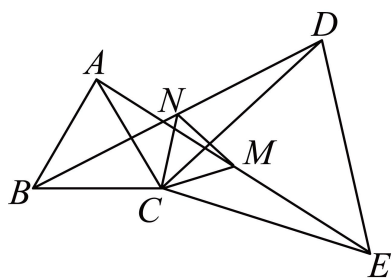
$\therefore BO$ 平分 $\angle EBD$.

【解析】

【详解】解: 略

四、解答题 (本大题共 2 题, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分, 满分 22 分)

24. 如图, 已知: $\triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 都是等边三角形, 连接 AE 、 BD , M 、 N 分别是线段 AE 、 BD 的中点.



(1) 求证: $\triangle BCD \cong \triangle ACE$;

(2) 求证: $\triangle CMN$ 是等边三角形.

【答案】(1) 证明: $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 都是等边三角形,

$$\therefore BC = AC, CD = CE, \angle BCA = \angle DCE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA + \angle ACD = \angle ACD + \angle DCE, \text{ 即 } \angle BCD = \angle ACE,$$

在 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} BC = AC \\ \angle BCD = \angle ACE, \\ CD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE (SAS);$$

(2) 证明: $\because \triangle BCD \cong \triangle ACE$,

$$\therefore BD = AE, \angle CBD = \angle CAE,$$

$\because M$ 、 N 分别是线段 AE 、 BD 的中点,

$$\therefore BN = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AE = AM,$$

在 $\triangle BCN$ 和 $\triangle ACM$ 中,

$$\begin{cases} BC = AC \\ \angle CBD = \angle CAE, \\ BN = AM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCN \cong \triangle ACM (SAS),$$

$$\therefore CN = CM, \angle BCN = \angle ACM,$$

$$\therefore \angle BCA + \angle ACN = \angle ACN + \angle NCM,$$

$$\therefore \angle NCM = \angle BCA = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle CMN$ 是等边三角形.

【解析】

【分析】(1) 首先结合等边三角形的性质证明 $BC = AC, CD = CE, \angle BCA = \angle DCE = 60^\circ$, 进一步可得 $\angle BCD = \angle ACE$, 然后利用 “SAS” 证明 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$ 即可;

(2) 首先利用 “SAS” 证明 $\triangle BCN \cong \triangle ACM$, 由全等三角形的性质可得 $CN = CM, \angle BCN = \angle ACM$, 进而证明 $\angle NCM = 60^\circ$, 即可证明结论.

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

略

25. 综合与探究

【问题情境】在数学综合实践课上，老师让同学们用两张全等的直角三角形纸片进行摆放，使一锐角顶点重合. 如图 1，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ， $\angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$ ，连接 AD ，射线 BE 与线段 AD 交于点 M ，并思考点 M 是否是线段 AD 的中点.

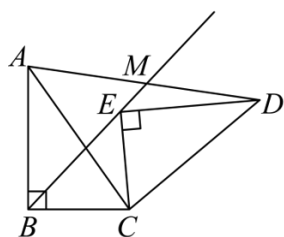


图1

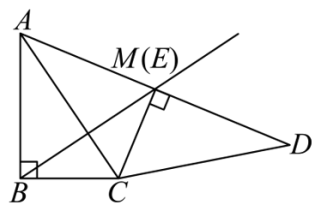


图2

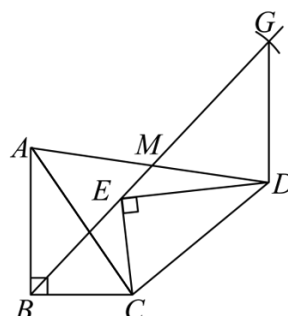
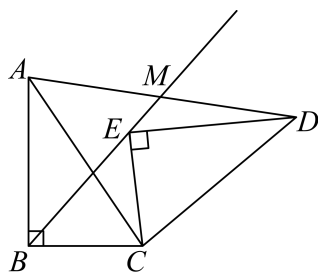


图3

【特例探究】(1) 勤学小组将它们按照图 2 的方式摆放， A, E, D 三点在同一直线上，此时点 E 与点 M 重合，同学们发现点 M 恰好是线段 AD 的中点，请你说明理由；

【一般探究】(2) 善思小组受勤学小组的启发，发现摆放在一般位置时，点 M 仍为线段 AD 的中点，小明写出了他的思路：如图 3，以点 D 为圆心， DE 的长为半径作弧交射线 BE 于点 G ，则 $DG = DE$ ，……，请你按照小明的思路说明点 M 是线段 AD 的中点；

【变式探究】(3) 智慧小组继续改变 $\triangle DEC$ 的位置进行探究，且点 E 始终在直线 BC 的上方. 若 $\angle BAC = 35^\circ$ ，当 $\triangle ABM$ 是等腰三角形时，请直接写出 $\angle ABM$ 的度数.



备用图

【答案】(1) 证明： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEC$,

$$\therefore CA = CD,$$

$\therefore \triangle ACD$ 是等腰三角形，

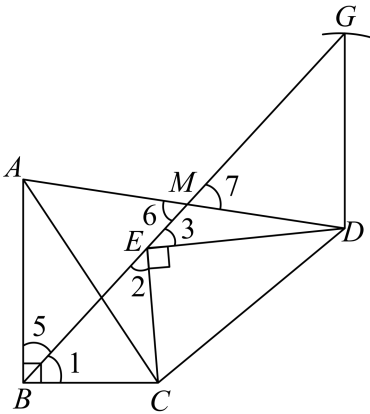
$$\because \angle CED = 90^\circ$$

$$\therefore CE \perp AD,$$

$$\therefore AE = DE,$$

∴ 点 E 是线段 AD 的中点，即点 M 是线段 AD 的中点；

(2) 如图，



∵ $\triangle ABC \cong \triangle DEC$,

∴ $AB = DE, CB = CE$,

∴ $\angle 1 = \angle 2$

∵ $DG = DE$,

∴ $\angle 3 = \angle 4$

∵ $\angle 2 + \angle CED + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle CED = 90^\circ$

∴ $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$

∴ $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ$

∵ $\angle ABC = 90^\circ$,

∴ $\angle 5 + \angle 1 = 90^\circ$

∴ $\angle 5 = \angle 4$

∵ $DG = DE, AB = DE$,

∴ $AB = DG$

在 $\triangle ABM$ 与 $\triangle DGM$ 中，

$$\begin{cases} \angle 5 = \angle 4 \\ \angle 6 = \angle 7 \\ AB = DG \end{cases}$$

∴ $\triangle ABM \cong \triangle DGM$

∴ $AM = MD$

∴ 点 M 是线段 AD 的中点；

(3) 55° 或 70° 或 62.5°

【解析】

【分析】(1) 利用三角形全等的性质得到 $CA = CD$ ，易证 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，由 $\angle CED = 90^\circ$ ，根据等腰三角形三线合一即可证明；

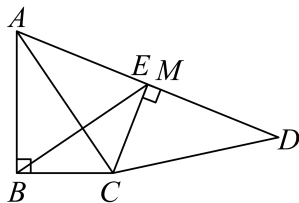
(2) 由等腰三角形的性质可得 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4$ ，进而证明 $\angle 5 = \angle 4$ ，证明 $\triangle ABM \cong \triangle DGM$ ，即可得出结论；

(3) 分 $AB = AM$ ， $AB = BM$ ， $AM = BM$ 三种情况讨论即可。

【详解】(1) 略

(2) 略

(3) 当 $AB = AM$ 时，如图，



$\because AM = DM, AB = DE$,

$\therefore DM = DE$ ，即点 E 点 M 重合，

$\because BC = CE = CM, AC = AC$,

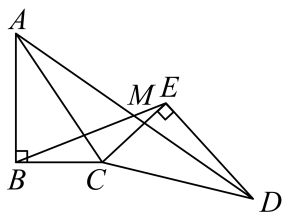
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AMC$ (SSS),

$\therefore \angle BAC = \angle MAC = 35^\circ$,

$\therefore \angle BAM = 70^\circ$,

$\therefore \angle ABM = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAM) = 55^\circ$;

当 $AB = BM$ 时，如图，



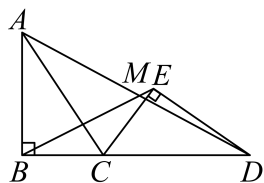
则 $\angle BAM = \angle AMB$,

$\because BC = CE$,

$\therefore \angle CBE = \angle CEB$,

$$\begin{aligned}
&\because AC = CD, \\
&\therefore \angle CDA = \angle CAD, \\
&\because \angle BCA + \angle ACE = \angle DCE + \angle ACE, \\
&\therefore \angle CDA = \angle CAD = \frac{1}{2} [180^\circ - (\angle DCE + \angle ACE)] = \frac{1}{2} [180^\circ - (\angle BCA + \angle ACE)] = \angle CBE = \angle CEB \\
&\therefore \angle CAD = \angle CBE, \\
&\therefore \angle AMB = \angle ACB, \\
&\because \angle BAC = 35^\circ, \\
&\therefore \angle ACB = \angle DCE = 55^\circ, \\
&\therefore \angle AMB = \angle BAM = \angle ACB = 55^\circ, \\
&\therefore \angle ABM = 180^\circ - (\angle BAM + \angle AMB) = 70^\circ;
\end{aligned}$$

当 $AM = BM$ 时, 如图,



$$\begin{aligned}
&\because AM = DM, \\
&\therefore BM = DM, \\
&\therefore \angle MBD = \angle MDB, \\
&\because AC = CD, \\
&\therefore \angle MDB = \angle MAC, \\
&\therefore \angle MBD = \angle MAC, \\
&\therefore \angle AMB = \angle ACB = 90^\circ - \angle BAC = 55^\circ, \\
&\therefore \angle ABM = \angle BAM = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AMB) = 62.5^\circ;
\end{aligned}$$

综上, $\triangle ABM$ 为等腰三角形时, $\angle ABM$ 的角度为 55° 或 70° 或 62.5° .

【点睛】 本题考查等腰三角形的判定与性质, 旋转的性质, 三角形全等的判定与性质, 三角形内角和定理, 正确画出示意图是解题的关键.