

2025 学年第二学期期末考试初一数学试卷

考试时间：90 分钟

一、选择题 (3 分 $\times$ 6 = 18 分)

1. 若 $a < b$ ，则下列不等式不一定正确的是 ()

- A. $a - 7 < b - 1$ B. $a + 8 > b + 1$ C. $\frac{1}{5}a < \frac{1}{5}b$ D. $-2a > -2b$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了不等式的性质，注意不等式的两边都乘或除以一个负数，不等号的方向改变.

不等式的两边同时加上或减去同一个数或式子，不等式的符号不变；不等式的两边同时乘以或除以一个正数，不等式的符号不变；不等式的两边同时乘以或除以一个负数，不等式的符号改变，根据不等式的基本性质判断即可.

【详解】解：A、由 $a < b$ 得 $a - 1 < b - 1$ ，则 $a - 7 < b - 1$ ，故 A 正确，不符合题意；

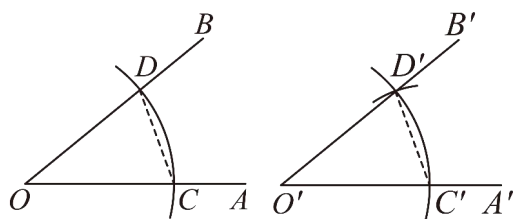
B、当 $a = 0, b = 10$ ，则 $a + 8 < b + 1$ ，故 B 错误，符合题意；

C、由 $a < b$ 可得 $\frac{1}{5}a < \frac{1}{5}b$ ，故 C 正确，不符合题意；

D、由 $a < b$ 可得 $-2a > -2b$ ，故 D 正确，不符合题意；

故选：B.

2. 如图是用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图，要说明 $\angle AOB = \angle A'O'B'$ ，需要证明 $\triangle COD$ 和 $\triangle C'O'D'$ 全等，则这两个三角形全等的依据是 ()



- A. SAS B. SSS C. AAS D. ASA

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了全等三角形的判定与性质，作一个角等于已知角的作法，理解作法的依据是关键；根据作法过程即可作出判断.

【详解】解：由作法知： $OD = OC = O'D' = O'C'$ ， $DC = D'C'$ ，

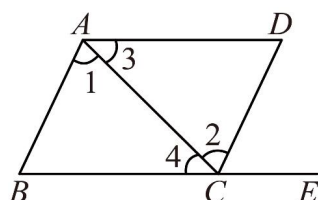
$\therefore \triangle COD \cong \triangle C'O'D'$ (SSS),

$\therefore \angle DOC = \angle D'OC'$,

即 $\angle AOB = \angle A'O'B'$;

故选: B.

3. 如图, 点 E 在 BC 的延长线上, 下列条件中不能判定 $AB \parallel CD$ 的是 ()



A. $\angle 1 = \angle 2$

B. $\angle 3 = \angle 4$

C. $\angle B = \angle DCE$

D. $\angle D + \angle DAB = 180^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的判定定理进行排除选项即可.

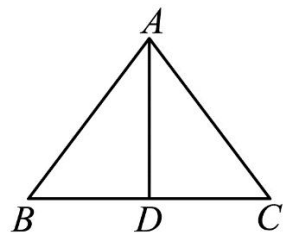
【详解】解: A、若 $\angle 1 = \angle 2$, 则根据“内错角相等, 两直线平行”可得 $AB \parallel CD$, 故不符合题意;

B、若 $\angle 3 = \angle 4$, 则根据“内错角相等, 两直线平行”可得 $AD \parallel BC$, 故符合题意;

C、若 $\angle B = \angle DCE$, 则根据“同位角相等, 两直线平行”可得 $AB \parallel CD$, 故不符合题意;

D、若 $\angle D + \angle DAB = 180^\circ$, 则根据“同旁内角互补, 两直线平行”可得 $AB \parallel CD$, 故不符合题意.

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 的中点, $\angle BAD = 35^\circ$, 则 $\angle C =$ ()



A. 65°

B. 55°

C. 45°

D. 35°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了等腰三角形的性质, 直角三角形的性质, 由三线合一可得 $AD \perp BC$,

$\angle CAD = \angle BAD = 35^\circ$, 进而即可求解, 掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

【详解】解：∵ $AB = AC$ ， D 为 BC 的中点，

$$\therefore AD \perp BC, \angle CAD = \angle BAD = 35^\circ,$$

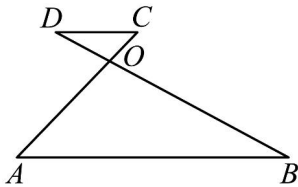
$$\therefore \angle C = 90^\circ - \angle CAD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ,$$

故选：B.

5. 如图，已知： $DC \parallel AB$ ， AC 与 BD 相交于点 O ；现有如下命题：

①如果 $AB > OB > OA$ ，那么 $\angle AOB > \angle OAB > \angle OBA$ ；

②如果 $OA < OB$ ，那么 $OC > OD$ ．下列判断正确的是（ ）



A. ①是真命题，②是假命题

B. ①是假命题，②是真命题

C. ①是真命题，②是真命题

D. ①是假命题，②是假命题

【答案】A

【解析】

【分析】根据“大角对大边，小角对小边”进行求解即可．

【详解】解：在一个三角形中，根据大角对大边，小角对小边可知：在 $\triangle AOB$ 中， $AB > OB > OA$ ，则有 $\angle AOB > \angle OAB > \angle OBA$ ，故①是真命题；

若 $OA < OB$ ，则有 $\angle B < \angle A$ ，

$$\therefore DC \parallel AB,$$

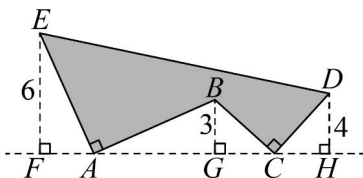
$$\therefore \angle A = \angle C, \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle C > \angle D,$$

$$\therefore OC < OD, \text{ 故②是假命题;}$$

综上所述：①是真命题，②是假命题．

6. 如图， $AE \perp AB$ 且 $AE = AB$ ， $BC \perp CD$ 且 $BC = CD$ ，按图中标数据，则阴影部分面积 $S =$ ()



A. 46

B. 48

C. 50

D. 52

【答案】C

【解析】

【分析】先证明 $\angle EFA = \angle AGB$ ，由此可以证明 $\triangle EFA \cong \triangle AGB$ ，所以 $AF = BG$ ， $AG = EF$ ；同理证得 $\triangle BGC \cong \triangle CHD$ ， $GC = DH$ ， $CH = BG$ ，从而可求得 FH ，然后利用面积的割补法和面积公式即可求出图形的面积.

【详解】解： $\because AE \perp AB$ 且 $AE = AB$ ， $EF \perp FH$ ， $BG \perp FH$ ，

$$\therefore \angle EAB = \angle EFA = \angle BGA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF + \angle BAG = 90^\circ, \quad \angle ABG + \angle BAG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle ABG,$$

$$\because AE = AB, \quad \angle EFA = \angle AGB, \quad \angle EAF = \angle ABG,$$

$$\therefore \triangle EFA \cong \triangle AGB (AAS),$$

$$\therefore AF = BG = 3, \quad AG = EF = 6,$$

同理可证 $\triangle BGC \cong \triangle CHD (AAS)$,

$$\therefore GC = DH = 4, \quad CH = BG = 3,$$

$$\therefore FH = FA + AG + GC + CH = 3 + 6 + 4 + 3 = 16,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}(6+4) \times 16 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 50.$$

二、填空题 (3 分 $\times$ 12 = 36 分)

7. 下列式子中：① $4x + y \leq 1$ ；② $x + 3 = 0$ ；③ $y - 7$ ；④ $m - 2.5 > 3$ ；⑤ $2 < 7$ ，不等式是_____。(填序号)

【答案】①④⑤

【解析】

【分析】根据不等式的定义，找出所有用不等号连接的式子即可.

【详解】解：①是用“ $\leq$ ”连接的式子，是不等式，符合要求；

②是用等号连接的式子，是等式，不是不等式，不符合要求；

③是代数式，没有不等号连接，不是不等式，不符合要求；

④是用“ $>$ ”连接的式子，是不等式，符合要求；

⑤是用“ $<$ ”连接的式子，是不等式，符合要求；

$\therefore$ 不等式有①④⑤.

8. 已知 k 满足不等式 $4 - 6k < 0$ ，则关于 x 的不等式 $2kx + 4k < 2 + x$ 的解集为_____.

【答案】 $x < -2$

【解析】

【分析】由题意易得 $k > \frac{2}{3}$ ，然后由不等式 $2kx + 4k < 2 + x$ 可变形得 $(2k - 1)x < 2 - 4k$ ，进而根据一元一次不等式的解法进行求解即可.

【详解】解：由不等式 $4 - 6k < 0$ 可得： $k > \frac{2}{3}$ ，

$$2kx + 4k < 2 + x,$$

$$2kx - x < 2 - 4k,$$

$$(2k - 1)x < 2 - 4k,$$

$$\therefore k > \frac{2}{3},$$

$$\therefore 2k - 1 > \frac{1}{3} > 0,$$

$$\therefore x < \frac{2 - 4k}{2k - 1},$$

$$x < \frac{-2(2k - 1)}{2k - 1}$$

$$x < -2.$$

9. 一个三角形的三个内角的度数比为 1:1:2，则这个三角形的形状为_____.

【答案】 等腰直角三角形

【解析】

【分析】由三角形的三个内角度数比为 1: 1: 2，可设三角形的三个内角分别为： x ， x ， $2x$ ，然后由三角形的内角和等于 180° ，即可得方程： $x + x + 2x = 180^\circ$ ，解此方程即可求得答案.

【详解】 $\because$ 三角形的三个内角度数比为 1: 1: 2，

$\therefore$ 设三角形的三个内角分别为： x ， x ， $2x$ ，

$$\therefore x + x + 2x = 180^\circ,$$

解得： $x = 45^\circ$ ，

$\therefore$ 三角形的三个内角度数分别为： 45° ， 45° ， 90° .

$\therefore$ 这个三角形为等腰直角三角形.

故答案为等腰直角三角形.

【点睛】此题考查了三角形的内角和定理. 此题比较简单，解题的关键是根据三角形的三个内角度数比为 1: 1: 2，设三角形的三个内角分别为： x ， x ， $2x$ ，利用方程思想求解.

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 6\text{cm}$, $\angle B = 60^\circ$, 则 $BC = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.

【答案】 6

【解析】

【分析】 判定 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 继而可求得答案.

【详解】 解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 6\text{cm}$, $\angle B = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore BC = 6\text{cm}$.

故答案为: 6.

【点睛】 此题考查等边三角形的判定与性质, 解题关键在于掌握判定定理.

11. 命题“两个全等三角形的周长相等”的逆命题是_____.

【答案】 周长相等的两个三角形全等

【解析】

【分析】 根据逆命题定义: 将一个命题的题设与结论对调即可得到命题的逆命题, 直接求解即可得到答案;

【详解】 解: 由题意可得,

命题“两个全等三角形的周长相等”的逆命题是“周长相等的两个三角形全等”,

故答案为: 周长相等的两个三角形全等;

【点睛】 本题考查逆命题定义: 将一个命题的题设与结论对调即可得到命题的逆命题, 解题的关键是找到原命题的题设与结论.

12. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 12$, $AC = 18$, 则 BC 边上的中线 AD 的取值范围是_____. (用不等式表示)

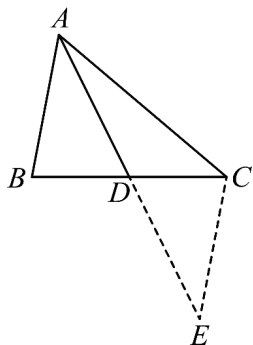
【答案】 $3 < AD < 15$

【解析】

【分析】 延长 AD , 使得 $DE = DA$, 连接 CE , 由题意易证 $\triangle ABD \cong \triangle ECD (SAS)$, 则有 $AB = CE = 12$,

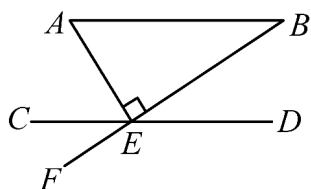
然后根据三角形三边关系可进行求解.

【详解】 解: 如图, 延长 AD , 使得 $DE = DA$, 连接 CE ,



$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,
 $\therefore BD = CD$,
 $\because \angle ADB = \angle EDC$,
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD (SAS)$,
 $\therefore AB = CE = 12$,
 $\because AC = 18$,
 $\therefore$ 根据三角形三边关系可得 $AC - CE < AE < AC + CE$, 即 $6 < 2AD < 30$,
 $\therefore 3 < AD < 15$.

13. 如图, $AB \parallel CD$, BF 交 CD 于点 E , $AE \perp BF$, $\angle CEF = 34^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是_____.



【答案】 56° ##56 度

【解析】

【分析】 本题主要考查了根据平行线的性质求角的度数, 对顶角相等知识, 由对顶角相等得出 $\angle BED = \angle CEF = 34^\circ$, 由垂线的定义可知 $\angle AEB = 90^\circ$, 由平角的定义可得出 $\angle AEC = 180^\circ - \angle BED - \angle AEB = 56^\circ$, 再根据平行线的性质即可得出 $\angle A$.

【详解】 解: $\because \angle CEF = 34^\circ$

$\therefore \angle BED = \angle CEF = 34^\circ$,

$\because AE \perp BF$,

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$,

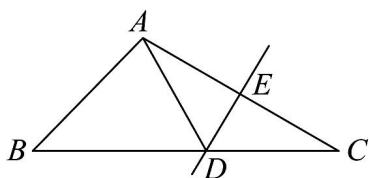
$\therefore \angle AEC = 180^\circ - \angle BED - \angle AEB = 56^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A = \angle AEC = 56^\circ$,

故答案为: 56°

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 AC 的垂直平分线, $AD = 3$, $BC = 7$, 则 BD 的长是_____.



【答案】 4

【解析】

【分析】 由线段垂直平分线的性质可得 $AD = CD$ ，根据 $BC = BD + CD$ 求出 BD 的长即可.

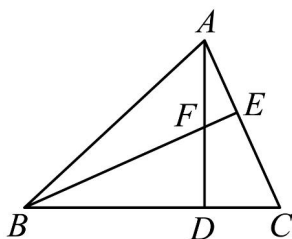
【详解】 解: $\because DE$ 是 AC 的垂直平分线,

$$\therefore AD = CD = 3,$$

$$\because BC = BD + CD, \quad CD = 3, \quad BC = 7,$$

$$\therefore BD = BC - CD = 7 - 3 = 4.$$

15. 如图 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D . $BE \perp AC$ 于 E , AD 与 BE 相交于 F , 若 $BF = AC$, $BD = 5$, $CD = 3$, 则 AF 的大小是_____.



【答案】 2

【解析】

【分析】 根据三角形全等的判定和性质, 先证 $\triangle ADC \cong \triangle BDF$, 可得 $BD = AD$, $DF = DC$ 即可解决问题;

【详解】 解: $\because AD \perp BC$ 于 D , $BE \perp AC$ 于 E

$$\therefore \angle EAF + \angle AFE = 90^\circ, \quad \angle DBF + \angle BFD = 90^\circ,$$

又 $\because \angle BFD = \angle AFE$ (对顶角相等)

$$\therefore \angle EAF = \angle DBF,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle FBD \\ \angle BDF = \angle ADC, \\ BF = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDF (AAS),$$

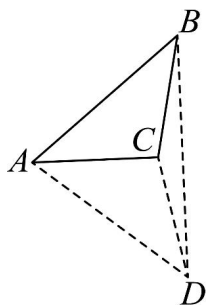
$$\therefore BD = AD = 5, \quad DF = DC = 3,$$

$$\therefore AF = AD - DF = 5 - 3 = 2,$$

故答案为：2.

【点睛】三角形全等的判定是中考的热点，一般以考查三角形全等的方法为主，判定两个三角形全等，先根据已知条件或求证的结论确定三角形，然后再根据三角形全等的判定方法，看缺什么条件，再去证什么条件.

16. 如图，在三角形纸片 ABC 中， $AC = BC$. 把 $\triangle ABC$ 沿着 AC 翻折，点 B 落在点 D 处，连接 BD . 如果 $\angle BAC = 40^\circ$ ，则 $\angle CBD$ 的度数是_____.



【答案】 10°

【解析】

【分析】此题考查了折叠的性质与等腰三角形的性质，要注意折叠中的对应关系及数形结合思想的应用. 根据已知条件和等边对等角的性质，可求得 $\angle ABC$ 的度数，又由折叠的性质，求得 $\angle ABD$ 的度数，继而求得 $\angle CBD$ 的度数.

【详解】解： $\because AC = BC$ ， $\angle BAC = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle BAC = 40^\circ,$$

由折叠的性质可得： $\angle CAD = \angle BAC = 40^\circ$ ， $AB = AD$ ，

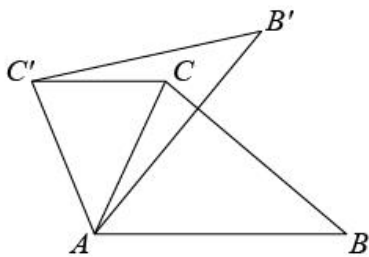
$$\therefore \angle BAD = \angle CAD + \angle BAC = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAD) = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ABD - \angle ABC = 10^\circ.$$

故答案为： 10° .

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle CAB = 67^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 在平面内绕点 A 旋转到 $\triangle AB'C'$ 的位置，使 $CC' \parallel AB$ ，则旋转角的度数为_____.



【答案】 46°

【解析】

【分析】由平行线的性质可知 $\angle ACC' = \angle CAB = 67^\circ$ ，再根据旋转的性质得出 $AC = AC'$ ，从而有 $\angle AC'C = \angle ACC' = 67^\circ$ ，继而可得答案.

【详解】解： $\because \angle CAB = 67^\circ$ ， $CC' \parallel AB$,

$\therefore \angle ACC' = \angle CAB = 67^\circ$,

根据题意知， $\triangle ABC \cong \triangle AB'C'$ ，

$\therefore AC = AC'$ ，

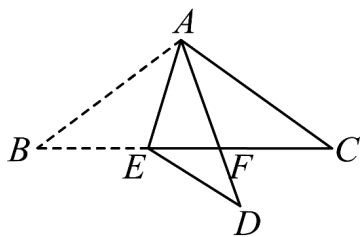
$\therefore \angle AC'C = \angle ACC' = 67^\circ$ ，

$\therefore \angle CAC' = 46^\circ$ ，

故答案为： 46° .

【点睛】 本题主要考查旋转的性质，掌握旋转的性质： ①对应点到旋转中心的距离相等. ②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角. ③旋转前、后的图形全等.

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， E 是 BC 边上一点，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 翻折，点 B 落到点 D 的位置， AD 边与 BC 边交于点 F ，如果 $AE = AF = DE$ ，那么 $\angle BAC =$ _____度.



【答案】 108

【解析】

【分析】由等腰三角形的性质可得 $\angle B = \angle C$ ，令 $\angle B = \angle C = x$ ，根据折叠的性质以及等腰三角形的性质分别用含有 x 的代数式表示出 $\angle D$ ， $\angle EFD$ ， $\angle FED$ ，再根据三角形的内角和定理求解即可.

【详解】解： $\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$$\text{令 } \angle B = \angle C = x,$$

由折叠的性质可得 $\angle D = \angle B = x$.

$$\therefore AE = ED,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle D = x.$$

$$\therefore AE = AF,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE = 90^\circ - \frac{x}{2}.$$

$$\therefore \angle AEF + \angle AEB = 180^\circ, \quad \angle AFE + \angle EFD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EFD = 90^\circ + \frac{x}{2}.$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AED,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ + \frac{x}{2},$$

$$\therefore \angle FED = x.$$

在 $\triangle EFD$ 中, $\angle FED + \angle EFD + \angle D = 180^\circ$,

$$\text{即 } x + (90^\circ + \frac{x}{2}) + x = 180^\circ,$$

解得 $x = 36^\circ$,

$$\therefore \angle B = 36^\circ,$$

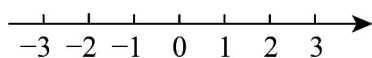
$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 2\angle B = 108^\circ.$$

故答案为: 108.

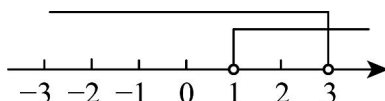
【点睛】此题主要考查了翻折变换的性质以及等腰三角形的性质, 能用含有 x 的代数式表示出 $\angle D$, $\angle EFD$, $\angle FED$ 是解答本题的关键.

三、解答题 ((22 题 7 分, 25 题 9 分, 其余每题 6 分, 共 46 分))

$$19. \text{ 解不等式组 } \begin{cases} \frac{5}{2}x - 1 > 1.5x & \text{①} \\ \frac{x}{3} > \frac{x+1}{2} - 1 & \text{②} \end{cases}, \text{ 并把它解集表示在数轴上.}$$



【答案】 $1 < x < 3$ ，解集表示如图：



【解析】

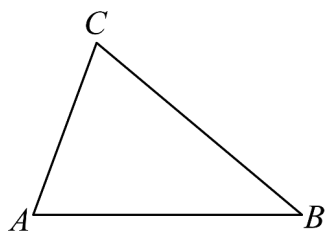
【详解】解：解不等式①得， $x > 1$ ，

解不等式②得， $x < 3$ ，

所以，不等式组的解集为

$1 < x < 3$ ．数轴略

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A > \angle B$ ．

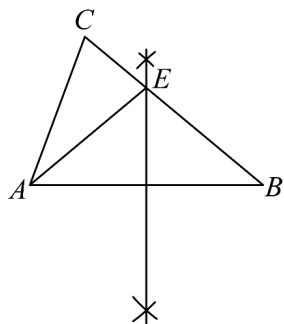


(1) 请用尺规作图法，在 BC 边上求作一点 E ，使得 $EA = EB$ （不写作法，保留作图痕迹）；

(2) 在 (1) 的条件下，连接 AE ，若 $\angle B = 48^\circ$ ，求 $\angle AEC$ 的度数．

【答案】 (1)

如图，点 E 即为所求；



(2) 96°

【解析】

【分析】(1) 作 AB 的垂直平分线交 BC 于点 E 即可；

(2) 结合 (1) 利用三角形的外角定义即可解决问题．

【小问 1 详解】

略

【小问 2 详解】

$\because AE = BE$ ，

$\therefore \angle B = \angle BAE$ ，

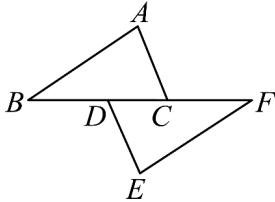
$\because \angle B = 48^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAE = \angle B = 48^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle B + \angle BAE = 48^\circ + 48^\circ = 96^\circ.$$

【点睛】本题考查作图-基本作图，线段垂直平分线的性质，三角形外角的性质，等腰三角形的性质等知识，解题的关键是掌握线段垂直平分线的作法.

21. 如图，已知： $AC \parallel DE$ ， $AC = DE$ ， $BD = FC$ ，求证： $\triangle ABC \cong \triangle EFD$.



证明： $\because AC \parallel DE$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle EDF \quad (\text{两直线平行，内错角相等})$$

$$\because BD = FC,$$

$$\therefore BC = FD.$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AC = ED, \\ \angle ACB = \angle EDF, \\ BC = FD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EFD \quad (SAS)$$

【答案】两直线平行，内错角相等， $\angle ACB = \angle EDF$ ， SAS .

【解析】

【分析】根据平行线性质的应用 SAS 证明三角形全等即可.

【详解】证明： $\because AC \parallel DE$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle EDF \quad (\text{两直线平行，内错角相等})$$

$$\because BD = FC,$$

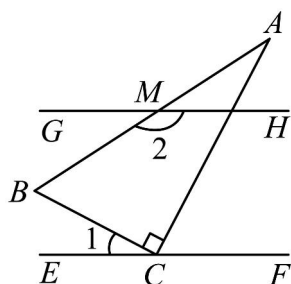
$$\therefore BC = FD.$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFD$ 中，

$$\therefore \begin{cases} AC = ED, \\ \angle ACB = \angle EDF, \\ BC = FD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EFD \quad (SAS)$$

22. 如图, 直线 $EF \parallel GH$, 将 $Rt\triangle ABC$ 按如图所示的位置放置, 点 C 在直线 EF 上, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$.



(1) 若 $\angle 1 = 28^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为多少?

(2) 若 $\angle 1 = a$, 则 $\angle 2$ 的度数为多少? (用含 a 的代数式表示)

【答案】 (1) 148°

(2) $\angle 2 = 120^\circ + a$

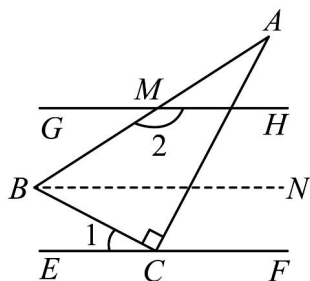
【解析】

【分析】 (1) 过点 B 作 $BN \parallel GH$, 求出 $\angle ABN + \angle NBC = 60^\circ$, 再利用平行线的性质求出 $\angle NBC = \angle 1 = 28^\circ$, 再求出 $\angle ABN = 32^\circ$, 即可求解.

(2) 根据 (1) 解题方法即可解答.

【小问 1 详解】

解: 过点 B 作 $BN \parallel GH$.



$\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$, 即 $\angle ABN + \angle NBC = 60^\circ$.

$\because EF \parallel GH$, $BN \parallel GH$,

$\therefore BN \parallel EF$,

$\because \angle 1 = 28^\circ$,

$\therefore \angle NBC = \angle 1 = 28^\circ$,

$\therefore \angle ABN = \angle ABC - \angle NBC = 60^\circ - 28^\circ = 32^\circ$,

$\because BN \parallel GH$,

$\therefore \angle 2 + \angle ABN = 180^\circ$,

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 32^\circ = 148^\circ .$$

【小问 2 详解】

过点 B 作 $BN \parallel GH$.

$\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$.

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$, 即 $\angle ABN + \angle NBC = 60^\circ$.

$\because EF \parallel GH$, $BN \parallel GH$,

$\therefore BN \parallel EF$,

$\therefore \angle 1 = \angle CBN = \alpha$,

$\therefore \angle ABN = 60^\circ - \alpha$.

$\because BN \parallel GH$,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - (60^\circ - \alpha) = 120^\circ + \alpha$.

【点睛】 本题考查平行线的判定和性质, 能正确运用定理进行推理是解题关键.

23. 甲、乙两地相距 360 千米, 一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发前往乙地, 轿车比货车晚出发 2 小时, 轿车每小时比货车多行驶 30 千米, 最后同时到达乙地.

(1) 求货车的速度. (列方程求解)

(2) 到达乙地后两车继续以原速度同向前行, 至少还需几小时两车距离不低于 120 千米? (列不等式求解)

【答案】 (1) 货车的速度为 60 千米/小时

(2) 至少还需 4 小时

【解析】

【分析】 (1) 设货车的速度为 x 千米/小时, 则轿车的速度为 $(x + 30)$ 千米/小时, 根据轿车比货车晚出发 2 小时且同时到达乙地这一条件, 结合路程、速度和时间的关系列出方程求解即可;

(2) 设还需 y 小时两车距离超过 120 千米, 根据两车的速度差和行驶时间列出不等式求解即可.

【小问 1 详解】

解: 设货车的速度为 x 千米/小时, 则轿车的速度为 $(x + 30)$ 千米/小时,

由题意, 列方程得 $\frac{360}{x} - \frac{360}{x + 30} = 2$,

解得 $x = 60$ 或 $x = -90$,

经检验, $x = 60$ 是原方程的解, 且符合题意, $x = -90$ 不符合题意, 舍去,

答: 货车的速度为 60 千米/小时;

【小问 2 详解】

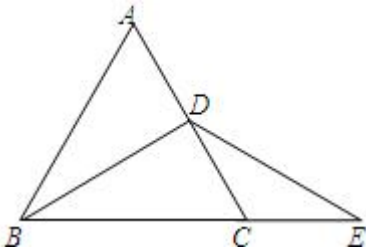
设还需 y 小时两车距离超过 120 千米,

由题意, 列不等式得 $90y - 60y \geq 120$,

解得 $y \geq 4$,

答: 至少还需 4 小时两车距离不低于 120 千米.

24. 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 是 AC 的中点, 连接 BD , 延长 BC 至 E , 使 $CE = CD$, 连接 DE .



(1) $\angle E$ 等于多少度?

(2) 说明 DB 与 DE 相等的理由.

【答案】(1) 30°

(2) 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 先根据等边三角形的性质得出 $\angle ACB = 60^\circ$, 由 $CE = CD$ 可知 $\angle E = \angle EDC$, 再根据三角形外角的性质即可得出结论;

(2) 根据等边三角形三线合一的性质得出 $\angle ABD = \angle CBD = 30^\circ$, 在由在同一三角形中等角对等边的性质即可得出结论.

【小问 1 详解】

解: $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\because CE = CD,$$

$$\therefore \angle E = \angle EDC,$$

$$\because \angle ACB = \angle E + \angle EDC,$$

$$\therefore \angle E = 30^\circ.$$

【小问 2 详解】

理由如下:

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = CB, \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore D$ 是 AC 的中点,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 30^\circ,$$

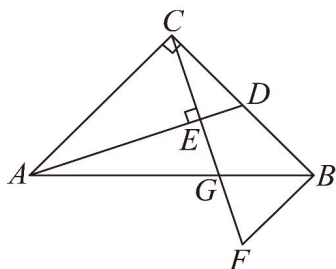
$$\therefore \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle DBC,$$

$$\therefore DB = DE.$$

【点睛】 本题考查的是等边三角形的性质，三角形外角的性质，等腰三角形的性质．熟知等腰三角形三线合一的性质是解答此题的关键．

25. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D 为 BC 中点, $CE \perp AD$, E 为垂足. $AC \parallel BF$, BF 交 CE 的延长线于点 F . AB 交 CE 的延长线于点 G .



(1) 求证: $\triangle ACD \cong \triangle CBF$;

(2) 求证: AB 垂直平分 DF ;

(3) 若 A 到 CG 的距离为 a , D 到 CG 的距离为 b , C 到 AD 的距离为 c , G 到 AD 的距离为 d , 则四边形 $AGDC$ 的面积为_____. (直接写答案, 用含 a, b, c, d 的代数式表示)

【答案】 (1) 证明: $\because CE \perp AD$,

$$\therefore \angle BCF + \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because \angle BCA = 90^\circ, BF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle CBF = 180^\circ - \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCF + \angle CFB = 90^\circ,$$

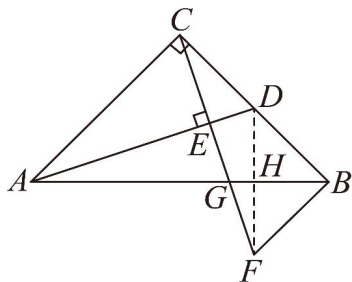
$$\therefore \angle CFB = \angle ADC,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACD = \angle CBF \\ \angle ADC = \angle CFB, \\ AC = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBF (AAS);$$

(2) 证明: 如图, 连接 DF , 交 AB 于点 H ,



$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBF$$

$$\therefore CD = BF,$$

$\therefore D$ 为 BC 的中点,

$$\therefore CD = BD,$$

$$\therefore BF = BD,$$

$$\therefore AC \parallel BF, \angle BCA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle BDF$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle BCA = 90^\circ, AC = BC,$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = 90^\circ - \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle ABF,$$

$$\therefore AB \perp DF, DH = FH,$$

即 AB 垂直平分 DF .

$$(3) \frac{1}{2}(a+b)(c+d)$$

【解析】

【分析】 (1) 由 AAS 证明 $\triangle ACD \cong \triangle CBF$, 即可得出结论;

(2) 连接 DF , 交 AB 于点 H , 由 (1) 得 $CD = BF$, 再由 $CD = BD$, 得 $BF = BD$, 则 $\angle ABC = \angle ABF$, 然后由等腰三角形的性质即可得出结论.

(3) 根据题意得 $AE = a$, $DE = b$, $CE = c$, $GE = d$, 得到 $AD = AE + DE$ 和 $CG = CE + GE$, 结合四边形 $AGDC$ 的面积为 $S_{\triangle ACD} + S_{\triangle AGD} = \frac{1}{2}AD \times CE + \frac{1}{2}AD \times EG = \frac{1}{2}AD \times CG$ 求解即可.

【小问 1 详解】

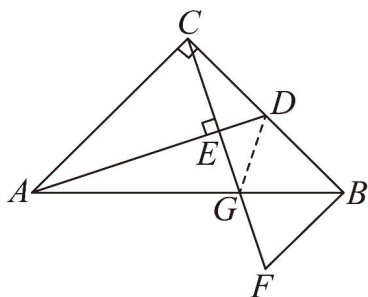
略.

【小问 2 详解】

略.

【小问 3 详解】

解: 连接 DG , 如图,



$\because A$ 到 CG 的距离为 a , D 到 CG 的距离为 b , C 到 AD 的距离为 c , G 到 AD 的距离为 d ,

$\therefore AE = a$, $DE = b$, $CE = c$, $GE = d$,

$\therefore AD = AE + DE = a + b$, $CG = CE + GE = c + d$,

$\therefore$ 四边形 $AGDC$ 的面积为 $S_{\triangle ACD} + S_{\triangle AGD} = \frac{1}{2}AD \times CE + \frac{1}{2}AD \times EG = \frac{1}{2}AD \times CG = \frac{1}{2}(a+b)(c+d)$,

$\therefore$ 四边形 $AGDC$ 的面积为 $\frac{1}{2}(a+b)(c+d)$.