

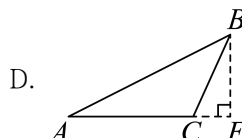
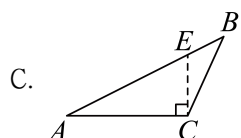
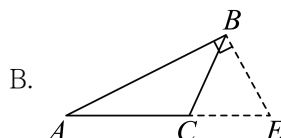
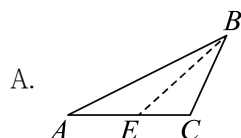
2025 学年第二学期期中学习素养分析

七年级数学学科

(完卷时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列各图中, 作 ABC 边 AC 上的高, 正确的是 ()

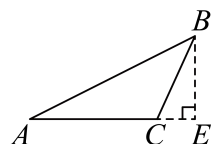


【答案】D

【解析】

【分析】本题考查画三角形的高, 根据三角形的高线的定义, 从三角形的一个顶点往对边引垂线, 顶点与垂足所连线段为三角形的高线进行判断即可.

【详解】解: 作 ABC 边 AC 上的高, 如图:



故选: D.

2. 下列命题是假命题的是 ()

A. 对顶角相等

B. 如果 $a = b$, 那么 $a^2 = b^2$

C. 正数大于负数

D. 两直线平行, 同旁内角相等

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了命题与定理的知识, 判断一个命题是假命题时可以找到其反例. 本题需先根据真命题和假命题的定义判断出各题的真假, 最后得出结果即可.

【详解】A、对顶角相等, 故该命题是真命题, 不符合题意;

B、如果 $a = b$, 那么 $a^2 = b^2$, 故该命题是真命题, 不符合题意;

C、正数大于负数, 故该命题是真命题, 不符合题意;

D、两直线平行，同旁内角互补，故该命题是假命题，符合题意；

故选：D.

3. 下列各式中，是一元一次不等式的是（ ）

- A. $3x-5y<1$ B. $2y=8$ C. $\frac{1}{2}x-7>0$ D. $\frac{1}{x}-3x<0$

【答案】C

【解析】

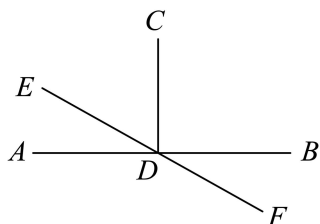
【详解】解：选项 A. $3x-5y<1$ 含有两个未知数，不符合一元一次不等式的定义，故 A 不符合题意；

选项 B. $2y=8$ 是等式，不是不等式，故 B 不符合题意；

选项 C. $\frac{1}{2}x-7>0$ 含有一个未知数 x ，未知数次数为 1，不等号两边都是整式，符合一元一次不等式的定义，故 C 符合题意；

选项 D. $\frac{1}{x}-3x<0$ 中 $\frac{1}{x}$ 不是整式，不符合定义，故 D 不符合题意.

4. 如图，直线 AB 、 EF 相交于点 D ， $\angle ADC = 90^\circ$. 若 $\angle ADE$ 与 $\angle ADC$ 的度数之比为 1:3， $\angle CDF$ 的度数是（ ）



- A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

【答案】C

【解析】

【分析】先根据已知比例求出 $\angle ADE$ 的度数，再利用对顶角相等得出 $\angle BDF$ 的度数，最后根据 $\angle CDF = \angle CDB + \angle BDF$ 即可求解.

【详解】解： $\because \angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle ADE$ 与 $\angle ADC$ 的度数之比为 1:3，

$$\therefore \angle ADE = 90^\circ \times \frac{1}{3} = 30^\circ,$$

$\because$ 直线 AB 、 EF 相交于点 D ，

$$\therefore \angle BDF = \angle ADE = 30^\circ,$$

$$\because \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = 180^\circ - \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle CDB + \angle BDF = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ.$$

5. 下列说法中，正确的有（ ）

- ①经过两点有且只有一条直线；
- ②经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线；
- ③直线外一点到这条直线的垂线段叫做点到直线的距离；
- ④两条直线相交，形成四个小于平角的角，其中大于直角的那个角叫做这两条直线的夹角.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】 A

【解析】

【详解】解：①经过两点有且只有一条直线，是直线的基本公理，该说法正确；

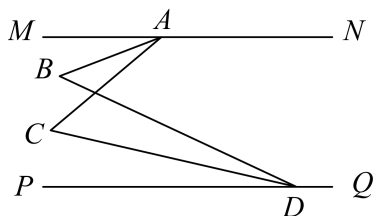
②该说法缺少“在同一平面内”的前提，说法错误；

③点到直线的距离是直线外一点到这条直线的垂线段的长度，不是垂线段本身，说法错误；

④两条直线夹角的范围是大于 0° 且不大于 90° ，不是大于直角的角，说法错误；

$\therefore$ 只有 1 个说法正确.

6. 如图， $MN \parallel PQ$ ， AB 平分 $\angle MAC$ ， CD 平分 $\angle PDB$ ，若 $2\angle C - \angle B = 60^\circ$ ，则 $\angle MAC$ 的度数为（ ）



A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【答案】 B

【解析】

【分析】过点 B 作 $BE \parallel MN$ ，过点 C 作 $CF \parallel PQ$ ，根据平行线的性质，和角平分线的定义，结合 $2\angle ACD - \angle ABD = 60^\circ$ 进行转化，得出 $\frac{3}{2}\angle MAC = 60^\circ$ ，即可得出答案.

【详解】解：过点 B 作 $BE \parallel MN$ ，过点 C 作 $CF \parallel PQ$ ，

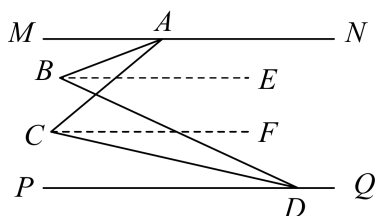
$\therefore MN \parallel PQ$ ，

$\therefore MN \parallel BE \parallel CF \parallel PQ$ ，

$\therefore \angle MAB = \angle ABE$ ， $\angle MAC = \angle ACF$ ， $\angle EBD = \angle BDP$ ，

$\because AB$ 平分 $\angle MAC$, CD 平分 $\angle PDB$,
 $\therefore \angle MAB = \angle BAC = \frac{1}{2} \angle MAC$, $\angle PDC = \angle CDB = \frac{1}{2} \angle PDB$,
 $\therefore \angle MAB = \angle BAC = \angle ABE$, $\angle PDC = \angle CDF = \angle DCF$,
 $\therefore 2\angle ACD - \angle ABD = 60^\circ$,
 $\therefore 2(\angle ACF + \angle DCF) - (\angle ABE + \angle DBE) = 60^\circ$,
 $\therefore 2\angle MAC + 2\angle PDC - \frac{1}{2}\angle MAC - \angle PDB = 60^\circ$,
 $\therefore \frac{3}{2}\angle MAC + 2\angle PDC - 2\angle PDC = 60^\circ$,
 $\therefore \frac{3}{2}\angle MAC = 60^\circ$,
 $\therefore \angle MAC = 40^\circ$, 故 B 正确.

故选: B.



【点睛】 本题主要考查了平行线的性质和角平分线的定义, 解题的关键是作出辅助线, 熟练掌握两直线平行内错角相等.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 已知一个三角形有两条边长度分别是 4、9, 则第三边 x 的范围是_____.

【答案】 $5 < x < 13$

【解析】

【分析】 根据三角形任意两边的和大于第三边, 进而得出答案.

【详解】 解: $\because$ 一个三角形有两条边长度分别是 4、9,

$\therefore$ 第三边 x 的范围是: $5 < x < 13$.

故答案为: $5 < x < 13$.

【点睛】 此题主要考查了三角形三边关系, 正确把握三角形三边关系定理是解题关键.

8. 用反证法证明, “在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 对边是 a 、 b . 若 $\angle A < \angle B$, 则 $a < b$.” 第一步应假设_____.

【答案】 $a \geq b$ 或 $b \leq a$

【解析】

【分析】本题主要考查了反证法，熟记反证法的步骤是解题的关键．反证法的步骤中，第一步是假设结论不成立，反面成立，据此进行判断即可．

【详解】解：用反证法证明，“在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 对边是 a 、 b ．若 $\angle A < \angle B$ ，则 $a < b$ ．”第一步应假设 $a \geq b$ ，

故答案为： $a \geq b$ ．

9. x 的 $\frac{1}{4}$ 与 -5 的差不小于 3，用不等式表示为_____．

【答案】 $\frac{1}{4}x - (-5) \geq 3$

【解析】

【分析】先根据题意写出对应代数式，再根据“不小于”的含义确定不等关系，即可列出不等式．

【详解】解： x 的 $\frac{1}{4}$ 表示为 $\frac{1}{4}x$ ， x 的 $\frac{1}{4}$ 与 -5 的差为： $\frac{1}{4}x - (-5)$ ，“不小于 3”即大于或等于 3，因此列不等式得： $\frac{1}{4}x - (-5) \geq 3$ ．

10. 不等式的 $4x - 4 \leq 3 + x$ 非负整数解为_____．

【答案】 0, 1, 2

【解析】

【分析】先求出一元一次不等式的解集，再从解集中找出符合要求的非负整数即可．

【详解】解： $4x - 4 \leq 3 + x$

移项得： $4x - x \leq 3 + 4$

合并同类项得： $3x \leq 7$

系数化为 1 得： $x \leq \frac{7}{3}$

$\therefore$ 不等式 $4x - 4 \leq 3 + x$ 的非负整数解是 0, 1, 2．

11. 命题“等边三角形有三条对称轴”的逆命题是_____（用“如果…那么…”的形式写出）．

【答案】 如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形

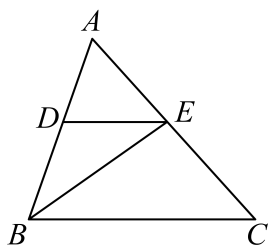
【解析】

【分析】本题考查了命题的逆命题．根据逆命题的定义，将原命题的条件和结论互换即可解答．

【详解】解：命题“等边三角形有三条对称轴”的逆命题是“如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形”．

故答案为：如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形．

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BE 平分 $\angle ABC$ ， $DE \parallel BC$ ，如果 $\angle ADE = 70^\circ$ ，那么 $\angle DEB =$ _____



【答案】 35°

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，先根据平行线的性质得到 $\angle ABC = \angle ADE = 70^\circ$ ，再由角平分线的定义即可求出 $\angle DBE = \angle CBE = \frac{1}{2}\angle ABC = 35^\circ$ ，最后再根据平行线的性质即可得出 $\angle DEB$ 的度数.

【详解】 解： $\because DE \parallel BC$ ， $\angle ADE = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle ADE = 70^\circ$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle DBE = \angle CBE = \frac{1}{2}\angle ABC = 35^\circ$ ，

$\because DE \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DEB = \angle CBE = 35^\circ$ ，

故答案为： 35° .

13. 在某次考试中，小亮的语文成绩为 76 分，科学成绩为 83 分. 若想让语文、数学、科学三门功课的平均分不低于 82 分，他的数学成绩至少应考_____分.

【答案】 87

【解析】

【分析】 设小亮的数学成绩为 x 分，根据“三门功课平均分不低于 82 分”列出一元一次不等式，求解后取最小值即可得到结果.

【详解】 解： 设小亮的数学成绩为 x 分，

根据题意得： $\frac{76+83+x}{3} \geq 82$ ，

不等式两边同乘 3 得： $159+x \geq 246$ ，

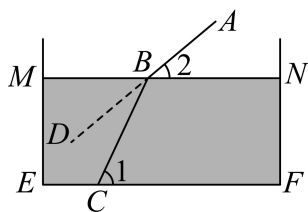
移项得： $x \geq 246-159$ ，

解得： $x \geq 87$ ，

故数学成绩至少应考 87 分.

14. 如图，水面 MN 与底面 EF 平行，光线 AB 从空气射入水里时发生了折射，折射光线 BC 射到水底 C 处，

点 D 在 AB 的延长线上, 若 $\angle 1 = 75^\circ$, $\angle 2 = 35^\circ$, 则 $\angle DBC =$ _____.



【答案】 40° ##40 度

【解析】

【分析】由平行线的性质推出 $\angle 1 + \angle CBN = 180^\circ$, 求出 $\angle CBN = 105^\circ$, 再由角的和差计算即可得出答案.

【详解】解: $\because MN \parallel EF$,

$$\therefore \angle 1 + \angle CBN = 180^\circ,$$

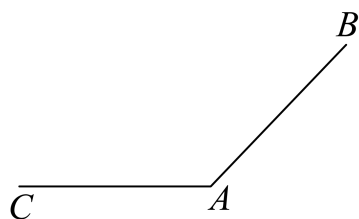
$$\because \angle 1 = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle CBN = 105^\circ,$$

$$\because \angle 2 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = 180^\circ - 35^\circ - 105^\circ = 40^\circ.$$

15. 学校科技小组在校内绿化区域内安装了两段自动喷淋水管 AC 和 AB , 绘制成平面图形如图所示, $\angle CAB = 135^\circ$, 拟在 B 处再安装一段与 AC 平行的水管 BD , 那么 $\angle ABD$ 的度数是_____.



【答案】

45° 或 135°

【解析】

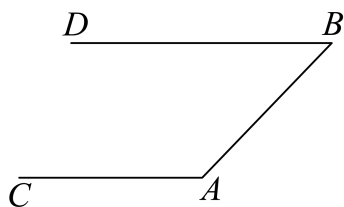
【详解】解: ①点 D 在点 B 左侧时,

$$\because AC \parallel BD,$$

$$\therefore \angle CAB + \angle ABD = 180^\circ,$$

$$\because \angle CAB = 135^\circ,$$

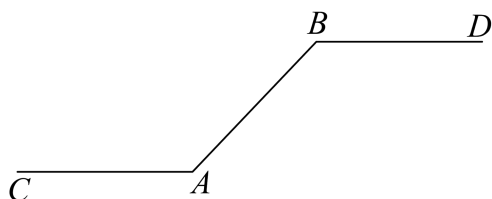
$$\therefore \angle ABD = 45^\circ$$



②点 D 在点 B 右侧时,

$\therefore AC \parallel BD$,

$\therefore \angle CAB = \angle ABD = 135^\circ$,



16. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-3 < m \\ x-3m > 2 \end{cases}$ 无解, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \geq \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 先分别解出两个不等式的解集, 再根据不等式组无解的条件列出关于 m 的不等式, 求解即可得到 m 的取值范围.

【详解】 解: $\begin{cases} x-3 < m \text{ ①} \\ x-3m > 2 \text{ ②} \end{cases}$

解①, 得 $x < m+3$.

解②, 得 $x > 3m+2$.

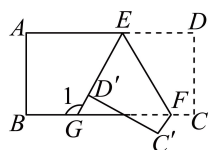
$\therefore$ 不等式组无解,

$\therefore 3m+2 \geq m+3$.

移项, 合并同类项得 $2m \geq 1$.

系数化为 1 得 $m \geq \frac{1}{2}$.

17. 将一张长方形纸片 $ABCD$ (AB 为短边, AD 为长边) 沿直线 EF 翻折, 使点 D 、 C 分别落在点 D' 、 C' 位置. 翻折后, ED' 的延长线与 BC 相交于点 G (如图所示), 则 $\angle 1$ 与 $\angle EFG$ 之间的数量关系为_____.



【答案】 $\angle 1 = 2\angle EFG$

【解析】

【分析】根据长方形的性质可得 $AD \parallel BC$ ，利用平行线的性质得出 $\angle DEF = \angle EFG$ ，再根据折叠的性质得出 $\angle DEF = \angle GEF$ ，利用平行线的性质得出 $\angle 1 = 2\angle GEF$ ，即可得出 $\angle 1$ 与 $\angle EFG$ 的关系.

【详解】解：因为四边形 $ABCD$ 是长方形

所以 $AD \parallel BC$

所以 $\angle DEF = \angle EFG$

由折叠的性质可知， $\angle DEF = \angle D'EF$

因为点 G 在 ED' 的延长线上所以 $\angle D'EF$ 即为 $\angle GEF$

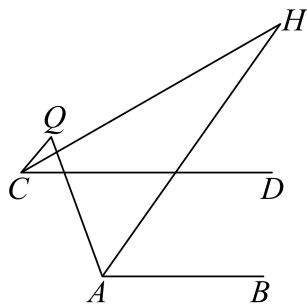
所以 $\angle GEF = \angle EFG$

因为 $AD \parallel BC$

所以 $\angle 1 = \angle GEF + \angle DEF = 2\angle GEF$

所以 $\angle 1 = 2\angle EFG$

18. 如图，已知 $AB \parallel CD$ ，点 Q 为射线 CD 外一点， AH 平分 $\angle QAB$ ， CH 交 AH 于点 H 。若 $\angle QCH : \angle HCD = 2 : 3$ ， $\angle HCD = 30^\circ$ ， $\angle AHC = 25^\circ$ ，则 $\angle AQC = \underline{\quad\quad}^\circ$ 。

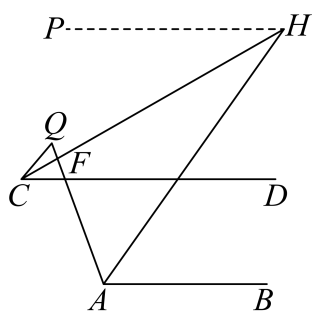


【答案】 60

【解析】

【分析】过点 H 作 $PH \parallel CD$ ，根据平行线的性质和角平分线的定义解答即可.

【详解】解：过点 H 作 $PH \parallel CD$ ，设 CH 与 AQ 交于点 F ，



$\because AB \parallel CD$,
 $\therefore AB \parallel PH$,
 $\therefore \angle PHC = \angle HCD = 30^\circ$, $\angle PHA = \angle HAB$,
 $\therefore \angle PHA = \angle HAB = \angle PHC + \angle AHC = 30^\circ + 25^\circ = 55^\circ$,
 又 $\because AH$ 平分 $\angle QAB$,
 $\therefore \angle QAH = \angle HAB = 55^\circ$,
 $\therefore \angle AFH = \angle CFQ = 180^\circ - 55^\circ - 25^\circ = 100^\circ$,
 $\because \angle QCH : \angle HCD = 2:3$, $\angle HCD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle QCH = 20^\circ$,
 $\therefore \angle AQC = 180^\circ - 100^\circ - 20^\circ = 60^\circ$.

三、简答题 (本大题共 7 题, 满分 52 分, 第 19 题 5 分, 第 20~22 题每题 6 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 10 分, 第 25 题 12 分)

19. 解不等式 $4 - 2(2x - 1) > -7x$.

【答案】 $x > -2$

【解析】

【详解】解: $4 - 2(2x - 1) > -7x$

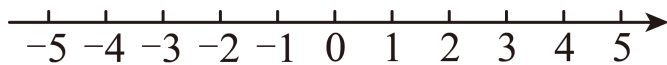
去括号得 $4 - 4x + 2 > -7x$

移项得 $-4x + 7x > -4 - 2$

合并同类项得 $3x > -6$

系数化为 1 得 $x > -2$

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(x+1)-2x \leq 6 \text{①} \\ \frac{x-4}{3} < \frac{x}{2}-1 \text{②} \end{cases}$$
 并把解集表示在数轴上.



【答案】 $-2 < x \leq 3$, 数轴见解析

【解析】

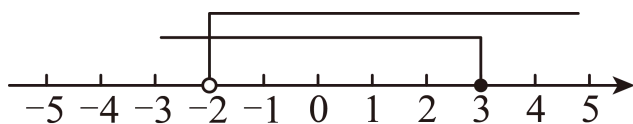
【详解】解:
$$\begin{cases} 3(x+1)-2x \leq 6 \text{①} \\ \frac{x-4}{3} < \frac{x}{2}-1 \text{②} \end{cases},$$

解①得 $x \leq 3$,

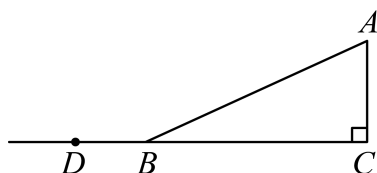
解②得 $x > -2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 < x \leq 3$,

如图,



21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 是 CB 延长线上一点, 过点 B 画直线 $BM \perp DC$, 过点 D 画射线 $DN \parallel AB$ 交 BM 于点 E .



(1) 按题意画图, 将图形补充完整;

(2) 图中点 E 到直线 DC 的距离是线段_____的长; 若 $\angle EBA$ 比 $\angle EDC$ 的 4 倍少 30° , 则 $\angle EBA =$ _____.

【答案】 (1) 见解析 (2) BE , 66°

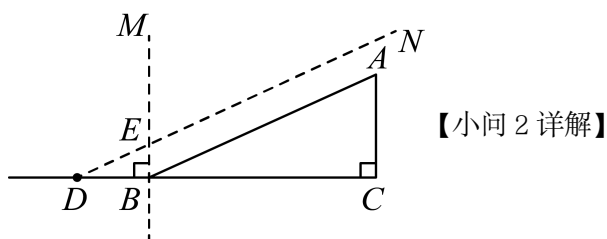
【解析】

【分析】(1) 根据垂线和平行线的画法画图即可;

(2) 由平行线的性质得到 $\angle ABC = \angle EDC$, 由垂线的定义得到 $\angle MBC = 90^\circ$, 再根据已知条件得到 $4\angle ABC - 30^\circ + \angle ABC = 90^\circ$, 据此求出 $\angle ABC$ 的度数即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, 直线 BM 和射线 DN 即为所求;



解：点 E 到直线 DC 的距离是线段 BE 的长

$$\because DN \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle EDC,$$

$$\because BM \perp DC,$$

$$\therefore \angle MBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\because \angle EBA \text{ 比 } \angle EDC \text{ 的 } 4 \text{ 倍少 } 30^\circ,$$

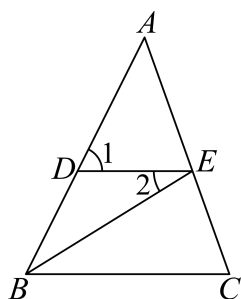
$$\therefore \angle EBA = 4\angle EDC - 30^\circ = 4\angle ABC - 30^\circ,$$

$$\therefore 4\angle ABC - 30^\circ + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 24^\circ,$$

$$\therefore \angle EBA = 4 \times 24^\circ - 30^\circ = 66^\circ.$$

22. 在 $\triangle ABC$ 中, BE 平分 $\angle DBC$, $DE \parallel BC$, $\angle 1 = (2x + 8)^\circ$, $\angle 2 = \left(\frac{3}{2}x - 10\right)^\circ$, 求 $\angle BDE$ 的度数.

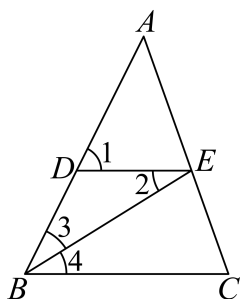


【答案】 $\angle BDE = 116^\circ$

【解析】

【分析】如图, 先说明 $\angle 2 = \angle 3 = \angle 4$, 然后根据 $\angle 1 = \angle ABC = 2\angle 3 = 2\angle 2$ 求出 $x = 28$, 得出 $\angle 1 = 64^\circ$, 然后利用邻补角的定义可求出 $\angle BDE$ 的度数.

【详解】解: 如图,



$\therefore DE \parallel BC$,

$\therefore \angle 2 = \angle 4$.

$\therefore BE$ 平分 $\angle DBC$,

$\therefore \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$,

$\therefore DE \parallel BC$,

$\therefore \angle 1 = \angle ABC = 2\angle 3 = 2\angle 2$,

$\therefore \angle 1 = (2x+8)^\circ$, $\angle 2 = \left(\frac{3}{2}x-10\right)^\circ$,

$\therefore (2x+8)^\circ = 2\left(\frac{3}{2}x-10\right)^\circ$

$\therefore x = 28$,

$\therefore \angle 1 = (2 \times 28 + 8)^\circ = 64^\circ$,

$\therefore \angle BDE = 180^\circ - \angle 1 = 116^\circ$.

23. 已知关于 a, b 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2a+b=k \\ a-2b=3 \end{cases}$ (k 为常数), a, b 满足 $3a-b > 4$.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若该方程组的解 a, b 均为正数, 求 k 的取值范围.

【答案】 (1) $k > 1$

(2) $k > 6$

【解析】

【分析】 本题考查了解二元一次方程组、解不等式, 熟练掌握解不等式的方法是解此题的关键.

(1) 由方程组两式相加得出 $3a-b=k+3$, 结合 $3a-b > 4$ 得出 $k+3 > 4$, 解不等式即可;

(2) 采用加减消元法解得 $a = \frac{2k+3}{5}$, $b = \frac{k-6}{5}$, 从而得出不等式组 $\begin{cases} \frac{2k+3}{5} > 0 \\ \frac{k-6}{5} > 0 \end{cases}$, 解不等式组即可得解.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} 2a+b=k, & \textcircled{1} \\ a-2b=3, & \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$, 得 $3a-b=k+3$.

因为该方程组的解 a, b 满足 $3a-b > 4$,

所以 $k+3 > 4$,

解得 $k > 1$;

【小问 2 详解】

$$\text{解: 解方程组 } \begin{cases} 2a+b=k \\ a-2b=3 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} a = \frac{2k+3}{5} \\ b = \frac{k-6}{5} \end{cases},$$

因为该方程组的解 a, b 均为正数,

$$\text{所以 } \begin{cases} \frac{2k+3}{5} > 0 \\ \frac{k-6}{5} > 0 \end{cases},$$

解得 $k > 6$.

24. 为迎接校园文化艺术节, 某中学举办了“青春绘梦, 艺彩飞扬”绘画比赛, 并购买 A 、 B 两种徽章作为奖品. 已知购买 2 个 A 种徽章和 3 个 B 种徽章需 156 元; 购买 4 个 A 种徽章和 5 个 B 种徽章需 284 元.

(1) 每个 A 种徽章与每个 B 种徽章的价格分别为多少元?

(2) 学校计划购进 A 、 B 两种徽章共 60 个, 已知购进的 A 种徽章数不少于 B 种徽章数的 2 倍, 且总费用不超过 2000 元, 那么购进 A 种徽章的个数是多少?

【答案】(1) 每个 A 种徽章的价格为 36 元, 每个 B 种徽章的价格为 28 元

(2) 购进 A 种徽章的个数是 40 个

【解析】

【分析】(1) 设每个 A 种徽章的价格为 x 元, 每个 B 种徽章的价格为 y 元, 根据题意列出二元一次方程组

并求解即可;

(2) 设购进 m 个 A 种徽章, 则购进 $(60-m)$ 个 B 种徽章, 再根据题意列出不等式组并求解即可.

【小问 1 详解】

解: 设每个 A 种徽章的价格为 x 元, 每个 B 种徽章的价格为 y 元,

由题意得:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 156 \\ 4x + 5y = 284 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x = 36 \\ y = 28 \end{cases},$$

答: 每个 A 种徽章的价格为 36 元, 每个 B 种徽章的价格为 28 元;

【小问 2 详解】

解: 设购进 m 个 A 种徽章, 则购进 $(60-m)$ 个 B 种徽章,

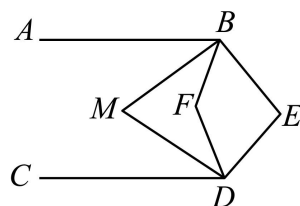
由题意得:
$$\begin{cases} m \geq 2(60-m) \\ 36m + 28(60-m) \leq 2000 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} m \geq 40 \\ m \leq 40 \end{cases},$$

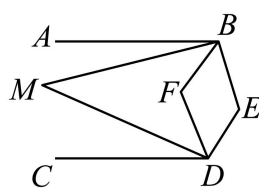
$\therefore m = 40,$

答: 购进 A 种徽章的个数是 40 个.

25. 已知 $AB \parallel CD$, $\angle ABE$ 与 $\angle CDE$ 的角平分线相交于点 F , BM 、 DM 相交于点 M .



图①



图②

(1) 如图①, 若 $\angle BED = 100^\circ$, 求 $\angle BFD$ 的度数;

(2) 如图②, 若 $\angle ABM = \frac{1}{3}\angle ABF$, $\angle CDM = \frac{1}{3}\angle CDF$, $\angle BED = \alpha$, 求 $\angle M$ 的度数;

(3) 若 $\angle ABM = \frac{1}{n}\angle ABF$, $\angle CDM = \frac{1}{n}\angle CDF$, 请直接写出 $\angle M$ 与 $\angle BED$ 之间的数量关系.

【答案】(1) 130°

(2)
$$\frac{360^\circ - \alpha}{6}$$

(3)
$$2n\angle M + \angle BED = 360^\circ$$

【解析】

【分析】(1) 过点 E 向左侧作 $EG \parallel AB$ ，过点 F 向右侧作 $FH \parallel AB$ ，先根据平行线的判定与性质证明 $\angle ABE + \angle BED + \angle CDE = 360^\circ$ ，得到 $\angle ABE + \angle CDE = 260^\circ$ ，所以 $\angle ABF + \angle CDF = 130^\circ$ ，再根据平行线的判定与性质，可得 $\angle BFD = \angle ABF + \angle CDF$ 即得答案；

(2) 类似于 (1) 的思路，即可求解；

(3) 类似于 (2) 的思路，即可求解。

【小问 1 详解】

解：过点 E 向左侧作 $EG \parallel AB$ ，过点 F 向右侧作 $FH \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle ABE + \angle BEG = 180^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore EG \parallel CD,$$

$$\therefore \angle DEG + \angle CDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BEG + \angle DEG + \angle CDE = 360^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ABE + \angle BED + \angle CDE = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle CDE = 360^\circ - \angle BED = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ,$$

$\because \angle ABE$ 与 $\angle CDE$ 的角平分线相交于点 F ，

$$\therefore \angle ABF = \frac{1}{2} \angle ABE, \quad \angle CDF = \frac{1}{2} \angle CDE,$$

$$\therefore \angle ABF + \angle CDF = \frac{1}{2} \angle ABE + \frac{1}{2} \angle CDE = \frac{1}{2} (\angle ABE + \angle CDE) = 130^\circ,$$

$$\because FH \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle BFH,$$

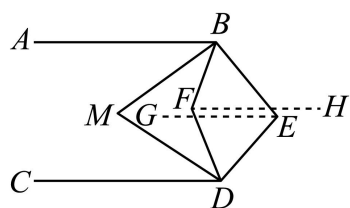
$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore FH \parallel CD,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle DFH,$$

$$\therefore \angle BFH + \angle DFH = \angle ABF + \angle CDF = 130^\circ,$$

$$\text{即 } \angle BFD = 130^\circ;$$



【小问 2 详解】

图①

解：当 $\angle BED = \alpha$ 时，

由 (1) 知， $\angle ABE + \angle CDE = 360^\circ - \angle BED = 360^\circ - \alpha$

$$\angle ABF + \angle CDF = \frac{1}{2}(\angle ABE + \angle CDE) = \frac{1}{2}(360^\circ - \alpha)$$

$$\because \angle ABM = \frac{1}{3}\angle ABF, \quad \angle CDM = \frac{1}{3}\angle CDF,$$

$$\therefore \angle ABM + \angle CDM = \frac{1}{3}\angle ABF + \frac{1}{3}\angle CDF = \frac{1}{3}(\angle ABF + \angle CDF) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(360^\circ - \alpha) = \frac{360^\circ - \alpha}{6},$$

$$\text{由 (1) 可知, } \angle M = \angle ABM + \angle CDM = \frac{360^\circ - \alpha}{6};$$

【小问 3 详解】

解：由 (2) 知，当 $\angle BED = \alpha$ 时，

$$\angle ABF + \angle CDF = \frac{1}{2}(\angle ABE + \angle CDE) = \frac{1}{2}(360^\circ - \alpha),$$

$$\because \angle ABM = \frac{1}{n}\angle ABF, \quad \angle CDM = \frac{1}{n}\angle CDF,$$

$$\therefore \angle ABM + \angle CDM = \frac{1}{n}\angle ABF + \frac{1}{n}\angle CDF = \frac{1}{n}(\angle ABF + \angle CDF) = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2}(360^\circ - \alpha) = \frac{360^\circ - \alpha}{2n},$$

$$\therefore \angle M = \angle ABM + \angle CDM = \frac{360^\circ - \alpha}{2n},$$

$$\therefore \angle M = \frac{360^\circ - \angle BED}{2n},$$

$$\text{即 } 2n\angle M + \angle BED = 360^\circ.$$

【点睛】解题时要注意三个小题的解答思路具有关联性.