

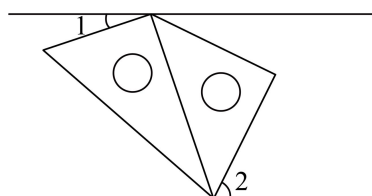
2025 学年第二学期期中质量检测

初一年级数学试卷

(完卷时间: 90 分钟分值: 100 分) 2026.4

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 将一副三角板按如图所示摆放在两条平行线内, 若 $\angle 1 = 25^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 55° B. 65° C. 70° D. 75°

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了三角板中的角度计算, 平行线的性质, 找出角度之间的数量关系是解题关键. 由三角板可知, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ$, 进而求出 $\angle 3 = 65^\circ$, 再根据两直线平行, 同旁内角互补求解即可.

【详解】解: 如图, 标记各点和角度,

由三角板可知, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ACD = 45^\circ$,

$\because \angle 1 = 25^\circ$,

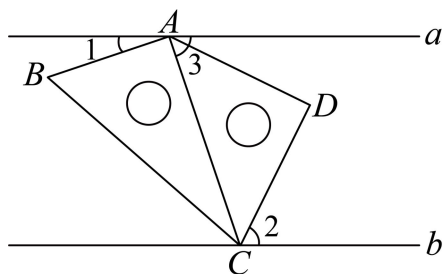
$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 - \angle BAC = 65^\circ$,

$\because a \parallel b$,

$\therefore \angle 3 + \angle ACD + \angle 2 = 180^\circ$,

$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ = 70^\circ$,

故选: C.

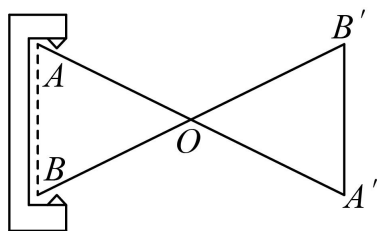


2. 如图, 要使得 $\angle 8$ 与 $\angle 5$ 互补, 可以添加的条件是 ()

【详解】解：根据同一平面内两条直线的位置关系可知，
在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行；
故选 A.

【点睛】此题考查了垂直的性质，解题的关键是熟练掌握垂直的性质和平行线的判定定理，是一道基础题.

4. 如图，工人师傅设计了一种测零件内径 AB 的卡钳，卡钳交叉点 O 为 AA' 、 BB' 的中点，只要量出 $A'B'$ 的长度，就可以知道该零件内径 AB 的长度. 依据的数学基本事实是 ()



- A. 两角和它们的夹边分别相等的两个三角形全等 B. 两边和它们的夹角分别相等的两个三角形全等
C. 三边分别相等的两个三角形全等 D. 两点之间线段最短

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了三角形全等的判定与性质. 先根据中点的定义，得出 $OA = OA'$ ， $OB = OB'$ ，再根据对顶角相等得到 $\angle AOB = \angle A'OB'$ ，从而证得 $\triangle AOB$ 和 $\triangle A'OB'$ 全等即可. 正确运用三角形全等的判定定理是解题的关键.

【详解】解： $\because$ 点 O 为 AA' 、 BB' 的中点，

$$\therefore OA = OA', \quad OB = OB',$$

由对顶角相等得 $\angle AOB = \angle A'OB'$,

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle A'OB'$ 中，

$$\begin{cases} OA = OA' \\ \angle AOB = \angle A'OB' \\ OB = OB' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle A'OB' (\text{SAS}),$$

$$\therefore AB = A'B',$$

即只要量出 $A'B'$ 的长度，就可以知道该零件内径 AB 的长度，

故选：B.

5. 下列说法：①过一点有且只有一条直线与已知直线平行；②平面内，过一点有且只有一条直线与已知直

线垂直；③三角形的三条中线、三条角平分线及三条高线都分别交于一点；④平面内，两条直线的位置关系有三种：平行、垂直和相交；⑤从直线外一点到这条直线的垂线段，叫做点到这条直线的距离。正确的有（ ）个

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查平行公理、垂线的性质、三角形中各类线的交点性质、直线位置关系及点到直线的距离的定义，需逐一分析各说法的正确性，熟练掌握以上知识点并灵活运用是解此题的关键。

【详解】解：①过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行，若点在直线上，则无法作平行线，原说法缺少“直线外一点”的条件，故错误，不符合题意；

②平面内，过一点（无论点在直线上或外）有且只有一条直线与已知直线垂直，故正确，符合题意；

③三角形的三条中线交于重心，三条角平分线交于内心，三条高线所在直线交于垂心，故原说法错误，不符合题意；

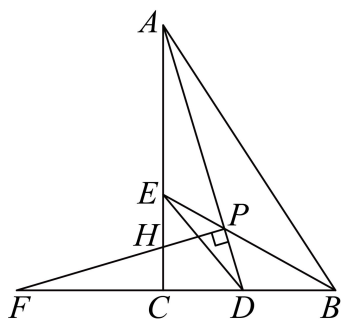
④平面内两直线的位置关系只有平行和相交两种，垂直是相交的特殊情况，故错误，不符合题意；

⑤点到直线的距离是垂线段的长度，而非垂线段本身，故错误，不符合题意；

综上，正确的有②，共1个，

故选：A.

6. 如图，在 $\triangle ACB$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 相交于点 P ，过 P 作 $PF \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 F ，交 AC 于点 H 。有下列结论：① $\angle APB = 135^\circ$ ；② $\triangle ABP \cong \triangle FBP$ ；③ $\angle AHP = \angle ABC$ ；④ $AH + BD = AB$ ；其中正确的个数是（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定和性质，根据三角形内角和以及角平分线的定义得 $\angle PAB + \angle PBA = 45^\circ$ ，继而得出 $\angle APB$ 的度数，即可判断①；推出 $\angle APB = \angle FPB$ ，根据 ASA 证明即

可，即可判断②；证明 $\triangle PAH \cong \triangle PFD$ (ASA)，得 $AH = FD$ ， $\angle AHP = \angle FDP$ ，根据外角的性质可判断③；通过等量代换可判断④。证明三角形全等是解题的关键。

【详解】解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ,$$

$\because AD$ 、 BE 分别平分 $\angle CAB$ 、 $\angle CBA$ ，

$$\therefore \angle PAC = \angle PAB = \frac{1}{2} \angle CAB, \quad \angle PBF = \angle PBA = \frac{1}{2} \angle CBA,$$

$$\therefore \angle PAB + \angle PBA = \frac{1}{2}(\angle CAB + \angle CBA) = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = 180^\circ - (\angle PAB + \angle PBA) = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ, \text{ 故结论①正确;}$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - \angle APB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ,$$

又 $\because PF \perp AD$ ，

$$\therefore \angle FPA = \angle FPD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FPB = \angle FPD + \angle BPD = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle FPB,$$

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle FBP$ 中，

$$\begin{cases} \angle APB = \angle FPB \\ PB = PB \\ \angle PBA = \angle PBF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle FBP \text{ (ASA)}, \text{ 故结论②正确;}$$

$$\therefore \angle BAP = \angle BFP, \quad AB = FB, \quad PA = PF,$$

$$\therefore \angle PAH = \angle PFD,$$

在 $\triangle PAH$ 和 $\triangle PFD$ 中，

$$\begin{cases} \angle PAH = \angle PFD \\ PA = PF \\ \angle APH = \angle FPD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle PAH \cong \triangle PFD \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AH = FD, \quad \angle AHP = \angle FDP,$$

$\because \angle FDP$ 是 $\triangle ABD$ 的外角，

$$\therefore \angle FDP > \angle ABC,$$

$\therefore \angle AHP > \angle ABC$ ，故结论③错误；

又 $\because AH = FD$ ， $AB = FB$ ，

$\therefore AB = FB = FD + BD = AH + BD$ ，

即 $AH + BD = AB$ ，故结论④正确，

$\therefore$ 正确的个数是3个.

故选：C.

二、填空题（本大题共有12题，每题2分，满分24分）

7. “和为钝角的两个角都是锐角”是_____（填写“真”或“假”）命题.

【答案】假

【解析】

【分析】本题考查的是命题与定理，任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可.

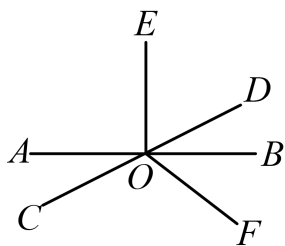
根据锐角、钝角的概念判断即可.

【详解】解： $30^\circ + 120^\circ = 150^\circ$ ，即 30° 与 120° 的和是 150° ，而 120° 、 150° 都是钝角，

$\therefore$ “和为钝角的两个角都是锐角”是假命题，

故答案为：假.

8. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OD 平分 $\angle EOF$ ， $OE \perp AB$. 如果 $\angle BOF = 28^\circ$ ，那么 $\angle COF =$ _____°.



【答案】121

【解析】

【分析】本题主要考查了几何图形中角度的计算，角平分线的定义，垂线的定义，先由垂线的定义得到 $\angle BOE = 90^\circ$ ，则可求出 $\angle EOF$ 的度数，再由角平分线的定义得到 $\angle DOF$ 的度数，最后根据平角的定义可得答案.

【详解】解： $\because OE \perp AB$ ，

$\therefore \angle BOE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle BOF = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = \angle BOE + \angle BOF = 118^\circ,$$

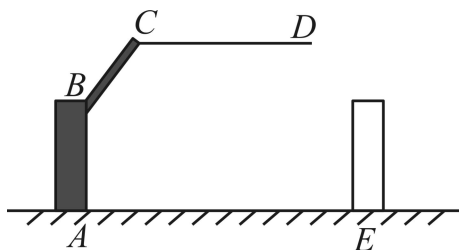
$$\therefore OD \text{ 平分 } \angle EOF,$$

$$\therefore \angle DOF = \frac{1}{2} \angle EOF = 59^\circ,$$

$$\therefore \angle COF = 180^\circ - \angle DOF = 121^\circ,$$

故答案为：121.

9. 某小区车库门口需要用到曲臂直杆道闸，模型如图所示. 如果 $BA \perp AE$ ， $CD \parallel AE$ ， $\angle ABC = 143^\circ$ ，那么 $\angle BCD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



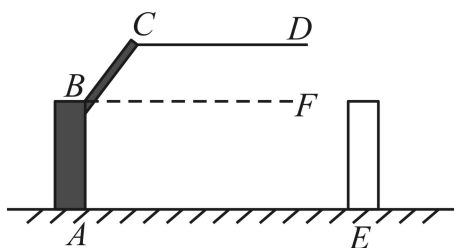
【答案】127

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定和性质、垂直的定义、角的和差等知识；

过点 B 作 $BF \parallel AE$ ，如图，根据平行线的性质和垂直的定义可得 $\angle ABF = 90^\circ$ ，进而可得 $\angle CBF = 143^\circ - 90^\circ = 53^\circ$ ，证明 $CD \parallel BF$ 即可得解.

【详解】解：过点 B 作 $BF \parallel AE$ ，如图，



$$\therefore BA \perp AE,$$

$$\therefore BA \perp BF, \text{ 即 } \angle ABF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 143^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = 143^\circ - 90^\circ = 53^\circ,$$

$$\therefore CD \parallel AE,$$

$$\therefore CD \parallel BF,$$

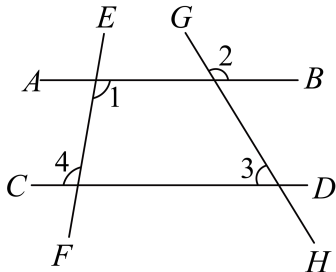
$$\therefore \angle BCD + \angle CBF = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \angle CBF = 127^\circ;$$

故答案为：127.

10. 如图，直线 AB 、 CD 分别与 EF 、 GH 相交，已知 $\angle 1 = 100^\circ$ ， $\angle 2 = 115^\circ$ ， $\angle 3 = 65^\circ$ ，那么

$$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

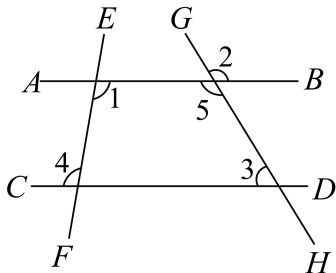


【答案】 100° ## 100 度

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定和性质，由对顶角相等可得 $\angle 2 = \angle 5 = 115^\circ$ ，根据 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$ 可得 $AB \parallel CD$ ，由平行线的性质可得 $\angle 4 = \angle 1 = 100^\circ$.

【详解】 解：如图，



$$\because \angle 2 = \angle 5 = 115^\circ, \angle 3 = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 1 = 100^\circ,$$

故答案为： 100° .

11. 有 4 条线段的长度分别是 4cm、7cm、8cm 和 11cm，选择其中能组成三角形的三条线段作三角形，则可作_____个不同的三角形.

【答案】 3

【解析】

【分析】 根据三角形三边关系“两边之和大于第三边，两边之差小于第三边”，即可获得答案.

【详解】 解：(1) 当取 4cm、7cm、8cm 三条线段时， $\because 4 + 7 = 11 > 8$ ， $8 - 4 = 4 < 7$ ，故能构成三角形；

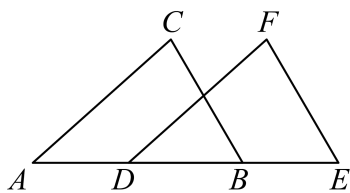
- (2) 当取 4cm、7cm、11cm 三条线段时， $\because 4+7=11=11$ ，故不能构成三角形；
- (3) 当取 4cm、8cm、11cm 三条线段时， $\because 4+8=12>11$ ， $11-4=7<8$ ，故能构成三角形；
- (4) 当取 7cm、8cm、11cm 三条线段时， $\because 7+8=15>11$ ， $11-7=4<8$ ，故能构成三角形。

综上所述，可作 3 个不同的三角形。

故答案为：3。

【点睛】 本题主要考查了三角形三边关系，理解并掌握三角形三边关系解题的关键。

12. 如图，已知 $AC \parallel DF$ ， $CB \parallel FE$ ，添加一个条件，使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，这个条件可以是_____ (填写一个即可)。



【答案】 $AD = BE$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 此题主要考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL、注意：AAA、SSA 不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角。

要使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，由条件可得到 $\angle A = \angle FDB$ ， $\angle E = \angle CBD$ ，再加条件 $AD = BE$ ，可以用 (ASA) 证明其全等。

【详解】 解：添加条件 $AD = BE$ ；

$$\because AD = BE$$

$$\therefore AD + DB = BE + DB$$

$$\text{即： } AB = DE,$$

$$\because AC \parallel DF,$$

$$\therefore \angle A = \angle FDB,$$

$$\because CB \parallel FE,$$

$$\therefore \angle E = \angle CBD,$$

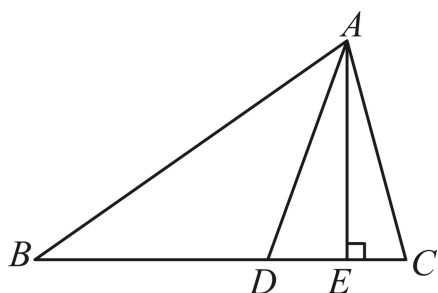
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle FDB \\ AB = DE \\ \angle E = \angle CBD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (ASA)$$

故答案为: $AC = DF$ (答案不唯一).

13. 如图, AE 、 AD 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线, 若 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, 则 $\angle DAE =$ _____.



【答案】 20°

【解析】

【分析】 本题考查了三角形高线、角平分线, 三角形内角和定理, 熟练掌握相关知识是解题的关键.

根据高线的定义以及角平分线的定义分别得出 $\angle BAE = 55^\circ$, $\angle CAE = 15^\circ$, 进而得出 $\angle BAD$ 的度数, 进而得出答案.

【详解】 解: $\because AE$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$$\therefore \angle AEB = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle B = 35^\circ, \angle C = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ, \angle CAE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 55^\circ + 15^\circ = 70^\circ,$$

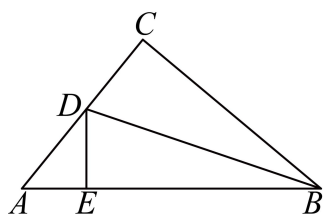
$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线

$$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ.$$

故答案为: 20° .

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$. $AC = 5\text{cm}$. 若 $\triangle CBD \cong \triangle EBD$, 则 $\triangle ADE$ 的周长为 _____ cm .



【答案】 7

【解析】

【分析】 本题考查了全等三角形的性质，根据全等三角形的性质可得 $BE = BC = 6\text{cm}$ ， $CD = DE$ ，进而求得 $AE = 2\text{cm}$ ，根据三角形的周长公式，即可求解.

【详解】 解： $\because \triangle CBD \cong \triangle EBD$ ， $AB = 8\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ， $AC = 5\text{cm}$

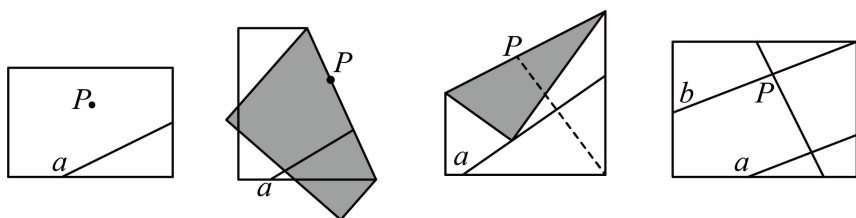
$\therefore BE = BC = 6\text{cm}$ ， $CD = DE$ ，

$\therefore AE = 2\text{cm}$ ，

$\therefore \triangle ADE$ 的周长为 $AD + DE + AE = AD + DC + AE = AC + AE = 5 + 2 = 7(\text{cm})$

故答案为：7.

15. 我们可以用图示所示方法过直线 a 外的一点 P 折出直线 a 的平行线 b ，①同位角相等，两直线平行；②内错角相等，两直线平行；③同旁内角互补，两直线平行；④平行于同一条直线的两条直线互相平行，以上判定能作为这种方法依据的有_____.

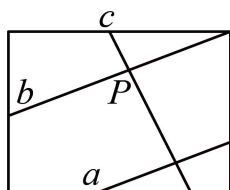


【答案】 ①②③

【解析】

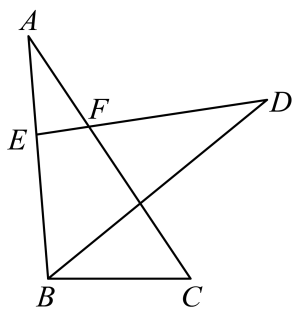
【分析】 本题考查了平行线的判定，理解判定是关键；由折纸过程即可得点 P 的直线均与直线 a ， b 垂直，则由平行线的判定可判定直线 a 的平行线 b .

【详解】 解：由题意知，过点 P 作直线 a 的垂线 c ，再过点 P 作直线 c 的垂线 b ，则直线 c 分别与直线 a ，直线 b 垂直，由同位角相等，两直线平行；或内错角相等，两直线平行；或同旁内角互补，两直线平行；均可判定 $b \parallel a$.



故答案为：①②③.

16. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ ，点 A 、 B 、 C 的对应点分别是点 D 、 E 、 B ，点 E 在 AB 边上， DE 与 AC 交于点 F . 如果 $AE = 8$ ， $BC = 12$ ，则线段 DE 的长是 ____.



【答案】 20

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形全等的性质，根据 $\triangle ABC \cong \triangle DEB$ ，得出 $BE = BC = 12$ ， $DE = AB$ ，根据 $AE = 8$ ，得出 $DE = AB = AE + BE = 12 + 8 = 20$ ，即可得出答案.

【详解】 解： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEB$ ， $BC = 12$

$$\therefore BE = BC = 12, DE = AB,$$

$$\because AE = 8,$$

$$\therefore DE = AB = AE + BE = 12 + 8 = 20,$$

故答案为： 20.

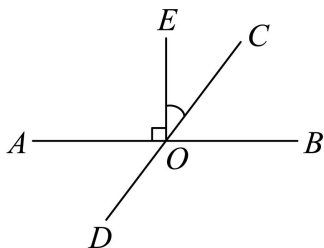
17. 在相交线与平行线这一章节中我们学习了垂直的定义，仿照垂直的定义方法给出以下新定义：两条直线相交所形成的四个角中，如果有一个角是 60° ，就称这两条直线互为完美交线，交点叫完美点，已知直线 AB 、 CD 互为完美交线， O 为它们的完美点， $OE \perp AB$ ，则 $\angle EOC$ 的度数为_____.

【答案】 30° 或 150°

【解析】

【分析】 本题考查了垂直定义和邻补角定义，熟练掌握概念是解题的关键. 分当 OE 在直线 AB 的上方时及当 OE 在直线 AB 的下方时两种情况进行讨论，求得 $\angle EOC$ 的度数.

【详解】 解： 如图，当 OE 在直线 AB 的上方时，



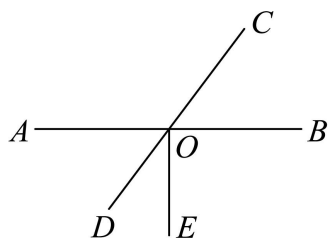
由题意可得： $\angle BOC = 60^\circ$ ，

$$\because OE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle BOE - \angle BOC = 30^\circ,$$

如图，当 OE 在直线 AB 的下方时，



由题意可得： $\angle BOC = 60^\circ$ ，

$\because OE \perp AB$ ，

$\therefore \angle BOE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle COE = \angle BOE + \angle BOC = 150^\circ$ ，

故答案为： 30° 或 150°

18. 已知： $\triangle ABC$ 的三条边都不相等， $\angle B = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AB 翻折，点 C 恰好落在点 E 处，边 CA 的延长线与射线 BE 相交于点 D ，如果 $\triangle ADE$ 为直角三角形，那么 $\angle BAC$ 的度数为_____.

【答案】 45° 或 60° 或 135°

【解析】

【分析】 本题主要考查了折叠的性质，三角形内角和定理，根据 $\triangle ADE$ 为直角三角形分情况讨论是解题的关键. 根据题意可分解析中图 1，图 2，图 3，图 4 共四种情况，据此根据折叠的性质和三角形内角和定理讨论求解即可.

【详解】 解：如图 1 所示，当 $\angle ADE = 90^\circ$ ，则 $\angle BDC = 180^\circ - \angle ADE = 90^\circ$ ，

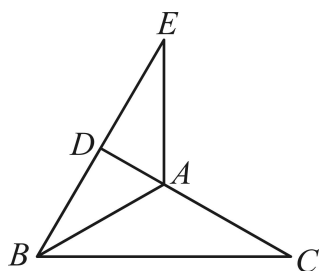


图1

由折叠的性质可得 $\angle EBA = \angle CBA = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = \angle BDC + \angle ABD = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle C = 180^\circ - 120^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle C = \angle ABC$ ，

$\therefore AB = AC$ ，此时不符合题意；

如图 2 所示，当 $\angle DAE = 90^\circ$ 时，

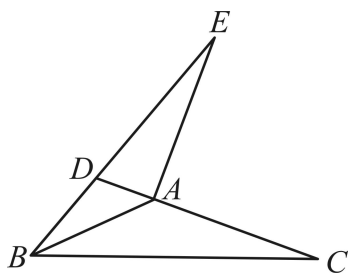


图2

由折叠的性质可得 $\angle BAE = \angle BAC$,

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle DAE = \angle BAD + 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle BAC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 135^\circ;$$

如图 3 所示, 当 $\angle AED = 90^\circ$ 时, 则 $\angle AEB = 180^\circ - \angle AED = 90^\circ$,

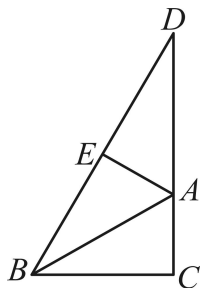


图3

由折叠的性质可得 $\angle ACB = \angle AEB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC = 60^\circ;$$

如图 4 所示, 当 $\angle EAD = 90^\circ$, 则 $\angle EAC = 180^\circ - \angle EAD = 90^\circ$,

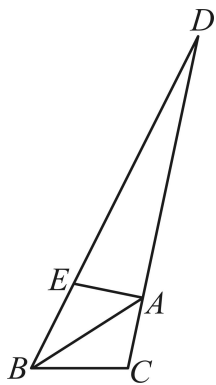


图4

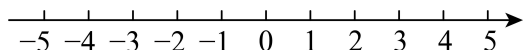
由折叠的性质可得 $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle EAC = 45^\circ$;

综上所述, $\angle BAC$ 的度数为 45° 或 60° 或 135° ,

故答案为: 45° 或 60° 或 135° .

三、简答题 (本大题共有 4 题, 每题 5 分, 满分 20 分)

19. 解不等式组: $\begin{cases} 9x \geq 7x - 6 & \text{①} \\ x - 4 < \frac{8 - 2x}{3} & \text{②} \end{cases}$, 并将该不等式组的解集在数轴上表示出来.



【答案】 $-3 \leq x < 4$, 数轴表示见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解). 先求出两个不等式的解集, 再求其公共解, 再在数轴上画出来即可.

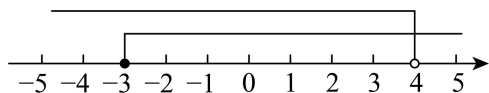
【详解】 解: $\begin{cases} 9x \geq 7x - 6 & \text{①} \\ x - 4 < \frac{8 - 2x}{3} & \text{②} \end{cases}$

解不等式①得: $x \geq -3$

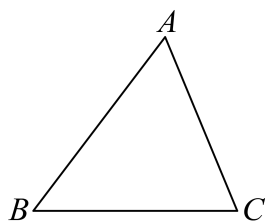
解不等式②得: $x < 4$

$\therefore$ 不等式组的解集为: $-3 \leq x < 4$

在数轴上表示如下:



20. 如图, 已知锐角 ABC , 用直尺和圆规完成作图: 在恰当的位置作一个与 ABC 全等的三角形, 并使它与 ABC 拼成一个轴对称四边形. (保留作图痕迹, 写出结论)

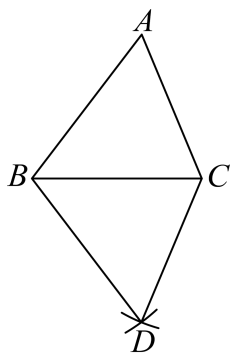


【答案】 作图见解析

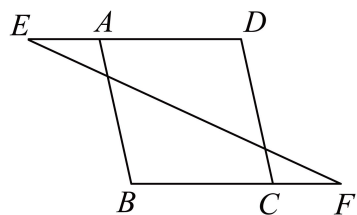
【解析】

【分析】 分别以点 B 、 C 为圆心, AB 、 AC 的长为半径画弧, 两弧交于点 D , 连接 BD 、 CD , 由 “SSS” 易证 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$, 可知四边形 $ABDC$ 为轴对称四边形, 故 $\triangle DBC$ 即为所求.

【详解】 解: 如图所示, $\triangle DBC$ 即为所求.



21. 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle B = \angle D$, $\angle E = 25^\circ$, 求 $\angle F$ 的度数.



【答案】 $\angle F = 25^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查平行线的判定与性质, 根据 $AB \parallel CD$ 得出 $\angle B = \angle DCF$, 结合已知可得 $\angle D = \angle DCF$, 即可证明 $ED \parallel BF$, 根据平行线的性质, 即可求解.

【详解】 解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle B = \angle DCF,$$

$$\because \angle B = \angle D,$$

$$\therefore \angle D = \angle DCF,$$

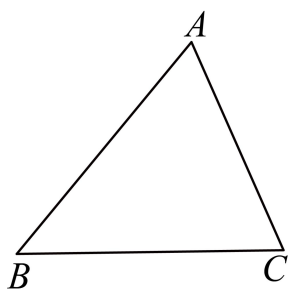
$$\therefore ED \parallel BF,$$

$$\therefore \angle F = \angle E$$

$$\text{又} \because \angle E = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle E = 25^\circ.$$

22. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB > AC$, 根据下列要求画图并回答问题:



(1) 画边 BC 上的高 AD ;

(2) 边 BC 上有一点 E , 连接 AE , 如果 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC}$, 那么线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的_____ ; (填 “高” 、 “中线” 或 “角平分线”)

(3) 在 (1) (2) 的条件下, 如果 $ED:CD = 2:3, S_{\triangle AED} = 6$, 那么 $S_{\triangle ABC} =$ _____

【答案】 (1) 见解析;

(2) 中线; (3) 30.

【解析】

【分析】 本题考查作图-复杂作图、三角形的中线和高的定义、三角形的面积, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

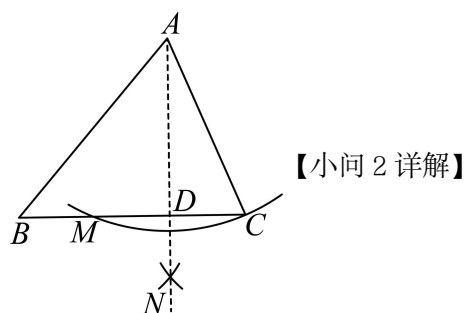
(1) 根据三角形的高的定义画图即可;

(2) 由题意可得 $BE = CE$, 则线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线;

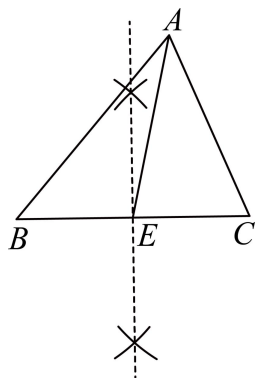
(3) 由题意可得, $S_{\triangle AED}:S_{\triangle ADC} = 2:3$, 则 $S_{\triangle ADC} = 9$, 进而可得, $S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = 15$, 则 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEC} = 30$.

【小问 1 详解】

解: 以点 A 为圆心, AC 长为半径作圆, 交 BC 于点 M , 再以 M 、 C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MC$ 长为半径作圆交于点 N , 连接 AN 交 BC 于点 D , AD 即为所求边 BC 上的高, 如图:



解: 如图:



$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AEC},$$

$$\therefore BE = CE,$$

$\therefore$ 线段 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线,

故答案为: 中线.

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because ED:CD = 2:3, S_{\triangle AED} = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle AED}:S_{\triangle ADC} = 2:3,$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = 9,$$

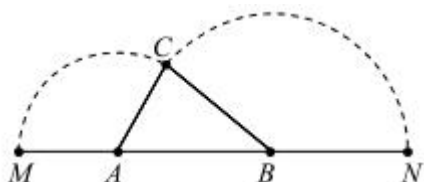
$$\therefore S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AED} + S_{\triangle ADC} = 15,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEC} = 30,$$

故答案为: 30.

四、解答题 (本大题共有 5 题, 满分 38 分)

23. 如图, 已知 A 、 B 是线段 MN 上的两点 (B 在 A 的右侧), $MN = 4$, $MA = 1$, 以 A 为中心顺时针旋转点 M , 以 B 为中心逆时针旋转点 N , 使 M 、 N 两点重合于一点 C , 构成 $\triangle ABC$, 设 $AB = x$, 求 x 的取值范围.



【答案】 $1 < x < 2$.

【解析】

【分析】 表示出 BN , 再根据旋转的性质可得 $MA=AC$, $BN=BC$, 然后根据三角形的任意两边之和大于第三边和三角形的任意两边之差小于第三边列出不等式组求解即可;

【详解】 $\because MN=4$, $MA=1$, $AB=x$,

$$\therefore BN=4-1-x=3-x,$$

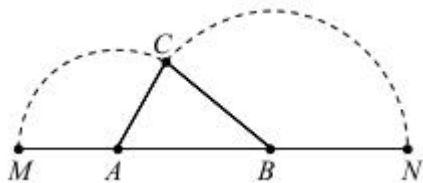
由旋转的性质得, $MA=AC=1$, $BN=BC=3-x$,

因为 $AB+BC=AB+BN=AN=3 > AC$,

所以欲构成 $\triangle ABC$, x 只须满足: $\begin{cases} 1+x > 3-x \textcircled{1} \\ 3-x+1 > x \textcircled{2} \end{cases}$

由①, 得 $x > 1$; 由②, 得 $x < 2$.

由此得到 x 取值范围: $1 < x < 2$.



【点睛】此题考查旋转的性质, 三角形的三边关系, 解题关键在于考虑利用三角形的三边关系列出不等式组.

24. 【知识回顾】

如图 1, 直线 AB 与直线 CD 被直线 l 所截, 交点为点 E 和点 F . 在“相交线与平行线”一章中, 我们学习了“利用内错角 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系可以判定两条直线的位置关系”. 现将具有 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 这样位置关系的角称作一组“内外错角”.

【探究发现】

当“内外错角”满足一定的数量关系时, 也能判定两条直线的位置关系.

(1) 当 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 满足何种数量关系时能使得 $AB \parallel CD$? 请说明理由.

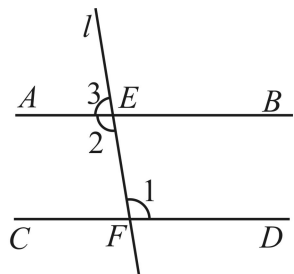


图1

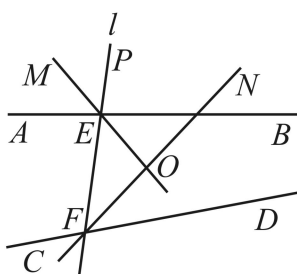


图2

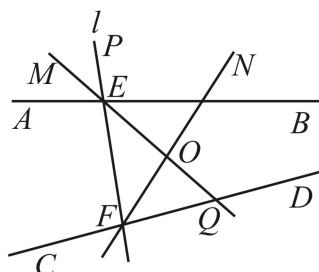


图3

【深入探究】

如图 2, 在直线 l 上取一点 P , 使点 P 位于直线 AB 的上方, $\angle PEA$ 和 $\angle EFD$ 是一组“内外错角”, $\angle PEA$ 和 $\angle EFD$ 的角平分线所在的直线 EM , FN 相交于点 O , 设 $\angle PEA = \alpha$, $\angle EFD = \beta$.

(2) 请用含 α , β 的代数式表示 $\angle EOF$ 的大小;

(3) 如图 3, 若 EM 与 CD 交于点 Q , 请直接写出当 α , β 满足何种数量关系时, $\triangle FOQ$ 是直角三角形.

【答案】(1) $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, 理由见详解 (2) $\angle EOF = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta$ (3) $\alpha + \beta = 180^\circ$

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定，角平分线的有关计算及角关系探究等；掌握平行线的判定，能熟练利用角平分线的定义进行求解是解题的关键.

(1) 由补角的性质得 $\angle 1 = \angle 2$ ，由平行线的判定方法，即可求解；

(2) 由角平分线的定义得 $\angle AEM = \frac{1}{2}\angle PEA = \frac{1}{2}\alpha$ ， $\angle OFE = \frac{1}{2}\angle EFD = \frac{1}{2}\beta$ ，由 $\angle EOF = 180^\circ - \angle OEF - \angle OFE$ ，即可求解；

(3) 当 $\alpha + \beta = 180^\circ$ 时，即可求解.

【详解】 解：(1) $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ ；

理由如下： $\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ；

(2) $\because EM$ 平分 $\angle PEA$ ，

OF 平分 $\angle EFD$ ，

$\therefore \angle AEM = \frac{1}{2}\angle PEA = \frac{1}{2}\alpha$ ，

$\angle OFE = \frac{1}{2}\angle EFD = \frac{1}{2}\beta$ ，

$\therefore \angle OEF = \frac{1}{2}\alpha$ ，

$\therefore \angle EOF = 180^\circ - \angle OEF - \angle OFE$

$= 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta$ ；

(3) 当 $\alpha + \beta = 180^\circ$ 时， $\triangle FOQ$ 为直角三角形，

$\because \angle EOF = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\beta$ ；

$\therefore \angle EOF = 180^\circ - \frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 180^\circ - \frac{1}{2} \times 180^\circ$

$= 90^\circ$ ，

$\therefore \angle FOQ = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle FOQ$ 为直角三角形.

25. 【探究与发现】如图 1， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，且 $AB > AC$ ，延长 AD 至点 E ，使 $ED = AD$ ，连接 BE ，可证得 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$ ，其中判定两个三角形全等的依据为_____.

A. SSS B. SAS C. AAS D. ASA

【变式与应用】如图 2, EP 是 $\triangle DEF$ 的中线, 若 $EF = 8, DE = 6$, 则 EP 的取值范围是_____.

- A. $6 < EP < 8$ B. $6 \leq EP \leq 8$ C. $1 < EP < 7$ D. $1 \leq EP \leq 7$

【感悟】解题时, 条件中若出现“中点”“中线”字样, 可以考虑延长中线构造全等三角形, 把分散的已知条件和所求证的结论转化到同一个三角形中.

【问题拓展】如图 3, $OA = OB, OC = OD, \angle AOB + \angle COD = 180^\circ$, 连接 AC, BD, E 是 AC 的中点, 试说明: $OE = \frac{1}{2}BD$;

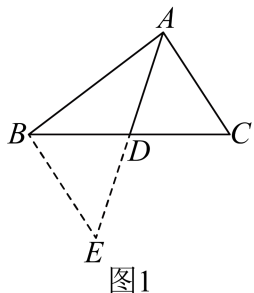


图1

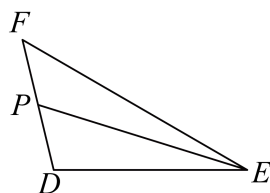


图2

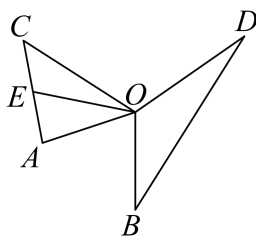


图3

【答案】[探究与发现] B ; [变式与应用] C; [问题拓展] 见详解

【解析】

【分析】本题考查全等三角形中的倍长中线模型, 掌握通过延长中线构造全等三角形的方法是解题的关键.

[探究与发现] 延长 AD 至点 E , 使 $ED = AD$, 利用“边角边”可证 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$;

[变式与应用] 延长 EP 到 H , 使 $HP = EP$, 同 (1) 可证 $\triangle EPD \cong \triangle HPF$ (SAS), 再利用三角形三边关系求解;

[问题拓展] 延长 OE 到 M , 使 $ME = OE$, 即 $OE = \frac{1}{2}MO$, 连接 CM , 依次证明 $\triangle CEM \cong \triangle AEO$ (SAS), $\triangle BOD \cong \triangle MCO$ (SAS), 即可证明结论.

【详解】[探究与发现] 解: 延长 AD 至点 E , 使 $ED = AD$, 连接 BE , 如图 1 所示:

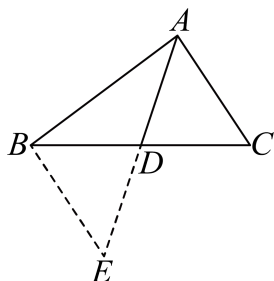


图1

$\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,

$\therefore CD = BD$,

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle EDB$ 中,

$$\begin{cases} CD = BD \\ \angle ADC = \angle EDB, \\ ED = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB$ (SAS),

故选: B;

[变式与应用]

解: 延长 EP 到 H , 使 $HP = EP$, 连接 HF , 如图 2 所示:

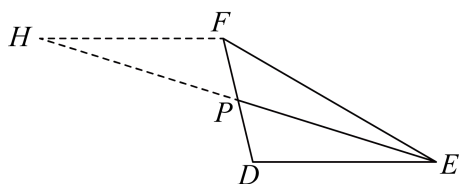


图2

$\therefore EH = HP + EP = 2EP$,

同 (1) 证明: $\triangle EPD \cong \triangle HPF$ (SAS),

$\therefore ED = HF$,

$\because EF = 8, DE = 6$,

$\therefore HF = DE = 6$,

在 $\triangle EFH$ 中, 由三角形三边之间的关系得: $EF - HF < EH < EF + HF$,

$\therefore 8 - 6 < 2EP < 8 + 6$,

$\therefore 2 < 2EP < 14$,

$\therefore 1 < EP < 7$,

故选: C;

[问题拓展]

证明: 延长 OE 到 M , 使 $ME = OE$, 即 $OE = \frac{1}{2}MO$, 连接 CM , 如图 3 所示:

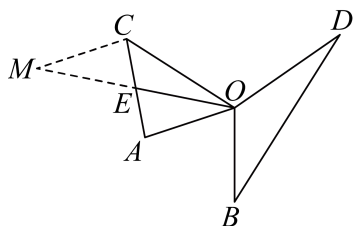


图3

$\therefore OE$ 是 $\triangle AOC$ 的中线,

$$\therefore CE = AE,$$

在 $\triangle CEM$ 和 $\triangle AEO$ 中,

$$\begin{cases} CE = AE \\ \angle CEM = \angle AEO, \\ ME = OE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CEM \cong \triangle AEO (\text{SAS}),$$

$$\therefore CM = AO = OB, \quad \angle MCE = \angle OAE,$$

$$\therefore AO \parallel CM,$$

$$\therefore \angle MCO + \angle AOC = 180^\circ,$$

$$\because \angle AOB + \angle COD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD + \angle AOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = \angle MCO,$$

在 $\triangle BOD$ 和 $\triangle MCO$ 中,

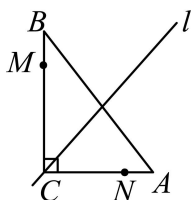
$$\begin{cases} OD = CO \\ \angle BOD = \angle MCO, \\ OB = CM \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BOD \cong \triangle MCO (\text{SAS}),$$

$$\therefore BD = MO,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2} BD.$$

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. 直线 l 经过点 C , 点 M 以每秒 2cm 的速度从 B 点出发, 沿 $B-C-A$ 路径向终点 A 运动, 同时, 点 N 以每秒 1cm 的速度从 A 点出发, 沿 $A-C-B$ 路径向终点 B 运动; 两点到达相应的终点就分别停止运动, 分别过 M 、 N 作 $MD \perp l$ 于点 D , $NE \perp l$ 于点 E , 设点 N 运动时间为 t 秒.



(1) 用含 t 的代数式表示 CN 的长;

(2) 当 M 或 N 与三角形某个顶点所连直线平分 $\triangle ABC$ 面积时, 求 t 的值;

(3) 要使以点 M 、 D 、 C 为顶点的三角形与以点 N 、 E 、 C 为顶点的三角形全等, 直接写出的值.

【答案】(1) 当 $0 < t \leq 8$, $CN = (8-t)\text{cm}$, 当 $8 < t \leq 20$, $CN = (t-8)\text{cm}$;

(2) $t = 3$ 或 $t = 4$ 或 $t = 8$ 或 $t = 14$

(3) 4 或 $\frac{20}{3}$ 或 16.

【解析】

【分析】本题考查动点问题, 全等三角形的判定与性质, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键. 注意分类讨论, 以免漏解.

(1) 根据题意分 N 在 AC 上和 N 在 CB 上求解即可;

(2) 由题意分当 M 在 BC 上、 M 在 AC 上、 N 在 AC 上、 N 在 BC 上四种情况求解即可;

(3) 分 $t \leq 6$ 、 $6 < t \leq 8$ 、 $8 < t < 10$ 、 $10 \leq t \leq 20$ 四种情况讨论求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because AC = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$,

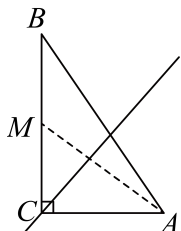
$\therefore$ 当 N 在 AC 上时, 即 $0 < t \leq 8$, $AN = t$, 则 $CN = AC - AN = (8-t)\text{cm}$;

当 N 在 CB 上时, 即 $8 < t \leq 20$, $CN = (t-8)\text{cm}$;

所以当 $0 < t \leq 8$, $CN = (8-t)\text{cm}$, 当 $8 < t \leq 20$, $CN = (t-8)\text{cm}$;

【小问 2 详解】

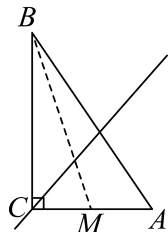
解: 当 M 在 BC 上时, 直线 AM 平分 ABC 面积,



即 $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ACM}$, 又 $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}BM \cdot AC$, $S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2}CM \cdot AC$,

所以 $BM = CM = 2t = 6$, 解得 $t = 3$;

当 M 在 AC 上时, 直线 BM 平分 ABC 面积,

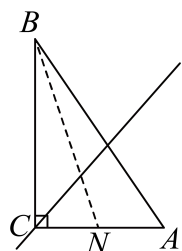


即 $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle BCM}$, 又 $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2}AM \cdot BC$, $S_{\triangle BCM} = \frac{1}{2}CM \cdot BC$,

所以 $CM = AM = 4$ ，此时 M 运动了 $BC + CM = 12 + 4 = 16(\text{cm})$ ，

即 $2t = 16$ ，解得 $t = 8$ ；

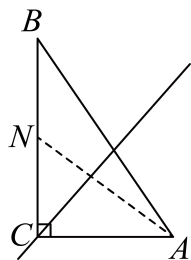
当 N 在 AC 上时，直线 BN 平分 ABC 面积，



即 $S_{\triangle ABN} = S_{\triangle ACN}$ ，又 $S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2}AN \cdot BC$ ， $S_{\triangle ACN} = \frac{1}{2}CN \cdot BC$ ，

所以 $CN = AN = t = 4$ ；

当 N 在 BC 上时，直线 AN 平分 ABC 面积，



即 $S_{\triangle ABN} = S_{\triangle ACN}$ ，又 $S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2}BN \cdot AC$ ， $S_{\triangle ACN} = \frac{1}{2}CN \cdot AC$ ，

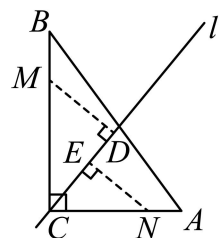
所以 $BN = CN = 6$ ，此时 N 运动了 $AC + CN = 8 + 6 = 14(\text{cm})$ ，

即 $t = 14$ ，解得 $t = 14$ ；

综上，当 M 或 N 与三角形某个顶点所连直线平分 ABC 面积时， $t = 3$ 或 $t = 4$ 或 $t = 8$ 或 $t = 14$ ；

【小问3详解】

解：当 $t \leq 6$ 时，点 M 在 BC 上，点 N 在 AC 上，如图，



$\because MD \perp l$ ， $NE \perp l$ ，

$\therefore \angle CDM = \angle CEN = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle MCD + \angle CMD = \angle MCD + \angle ECN = 90^\circ$ ，

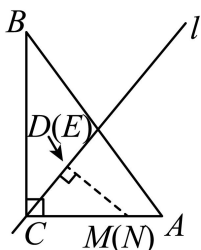
$$\therefore \angle MCD = \angle CNE,$$

$\therefore$ 要使 $\triangle MCD$ 与 $\triangle NCE$ 全等, 则 $MC = CN$,

$$\therefore 12 - 2t = 8 - t,$$

解得 $t = 4$;

当 $6 < t \leq 8$ 时, 即点 M 在 AC 上, 点 N 在 AC 上, 如图,



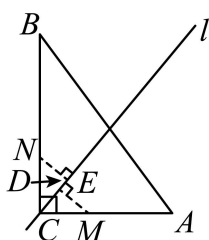
若 M 、 N 两点重合, 则 $\triangle MCD$ 与 $\triangle NCE$ 全等,

此时 $MC = CN$,

$$\text{即 } 2t - 12 = 8 - t,$$

$$\text{解得 } t = \frac{20}{3};$$

当 $8 < t < 10$ 时, 即点 M 在 AC 上, 点 N 在 BC 上, 如图,



$$\because MD \perp l, \quad NE \perp l,$$

$$\therefore \angle CDM = \angle CEN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MCD + \angle CMD = \angle MCD + \angle ECN = 90^\circ,$$

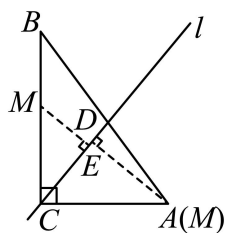
$$\therefore \angle MCD = \angle CNE,$$

$\therefore$ 要使 $\triangle MCD$ 与 $\triangle NCE$ 全等, 则 $MC = CN$,

$$\therefore 2t - 12 = t - 8,$$

解得 $t = 4$ (舍去);

当 $10 \leq t \leq 20$ 时, 点 M 停在点 A 处, 点 N 在 BC 上, 如图,



当点 M 与 A 重合时, 若 $CN = MC = 8$, 则 $\triangle MCD$ 与 $\triangle NCE$ 全等,

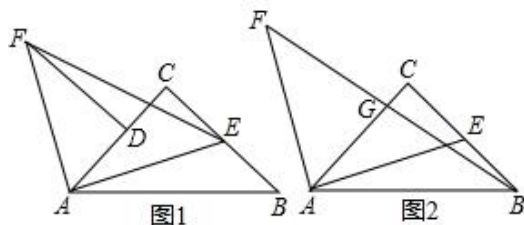
此时 $t - 8 = 8$,

解得 $t = 16$,

综上, 要使以点 M , D , C 为顶点的三角形与以点 N , E , C 为顶点的三角形全等, 则 t 的值为 4 或 $\frac{20}{3}$ 或 16,

故答案为: 4 或 $\frac{20}{3}$ 或 16.

27. 如图, $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, E 点为射线 CB 上一动点, 连接 AE , 作 $AF \perp AE$ 且 $AF = AE$.



(1) 如图 1, 过 F 点作 $FD \perp AC$ 交 AC 于 D 点, 求证: $EC + CD = DF$;

(2) 如图 2, 连接 BF 交 AC 于 G 点, 若 $\frac{AG}{CG} = 3$, 求证: E 点为 BC 中点;

(3) 当 E 点在射线 CB 上, 连接 BF 与直线 AC 交于 G 点, 若 $\frac{BC}{BE} = \frac{4}{3}$, 则 $\frac{AD}{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$

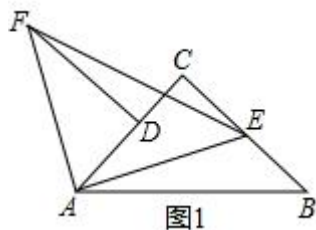
【答案】 (1) 答案见解析; (2) 答案见解析; (3) $\frac{4}{3}$.

【解析】

【分析】 (1) 通过全等三角形 $\triangle ADF \cong \triangle EDA$ 的对应边相等得到: $AD = CD$, $FD = AC$, 则利用等量代换和图形中相关线段间的和差关系证得结论;

(2) 过 F 点作 $FD \perp AC$ 交 AC 于 D 点, 根据 (1) 中结论可得 $FD = AC = BC$, 即可证明 $\triangle FGD \cong \triangle BCD$, 可得 $DG = CG$, 根据 $\frac{AG}{CG} = 3$ 可证 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$, 根据 $AD = CE$, $AC = BC$, 即可解题; (3) 过 F 作 $FD \perp AG$ 的延长线交于点 D , 易证 $\frac{AC}{CE} = \frac{4}{7}$, 由 (1) (2) 可知 $\triangle ADF \cong \triangle ECA$, $\triangle GDF \cong \triangle GCB$, 可得 $CG = GD$, $AD = CE$, 即可求得 $\frac{AD}{CD}$ 的值, 即可解题.

【详解】



证明: (1) 如图 1, $\because \angle FAD + \angle CAE = 90^\circ$, $\angle FAD + \angle F = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAE = \angle AFD$,

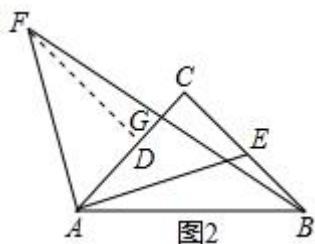
在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ECA$ 中,
$$\begin{cases} \angle ADF = \angle ECA \\ \angle DFA = \angle CAE \\ AF = AE \end{cases}$$
,

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ECA$ (AAS),

$\therefore AD = CD$, $FD = AC$,

$\therefore CE + CD = AD + CD = AC = FD$, 即 $EC + CD = DF$;

证明: (2) 如图 2,



过 F 点作 $FD \perp AC$ 交 AC 于 D 点,

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ECA$,

$\therefore FD = AC = BC$,

在 $\triangle FDG$ 和 $\triangle BCG$ 中,
$$\begin{cases} \angle FGD = \angle CGB \\ \angle FDG = \angle C = 90^\circ \\ FD = BC \end{cases}$$
,

$\therefore \triangle FDG \cong \triangle BCG$ (AAS),

$\therefore GD = CG$,

$$\therefore \frac{AG}{CG} = 3$$

$$\therefore \frac{AD}{CG} = 2$$

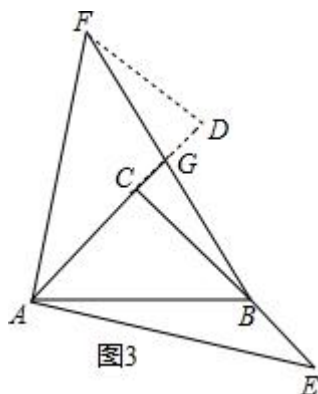
$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore AD=CE, AC=BC$

$$\therefore \frac{CE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$\therefore E$ 点为 BC 中点;

(3) 过 F 作 $FD \perp AG$ 的延长线交于点 D , 如图 3,



$$\therefore \frac{BC}{BE} = \frac{4}{3}, \quad BC=AC, \quad CE=CB+BE,$$

$$\therefore \frac{AC}{CE} = \frac{4}{7},$$

由 (1) (2) 知: $\triangle ADF \cong \triangle ECA, \triangle GDF \cong \triangle GCB$,

$\therefore CG=GD, AD=CE$,

$$\therefore \frac{AC}{AD} = \frac{4}{7},$$

$$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{4}{3}.$$

【点睛】 本题考查了相似综合题, 需要掌握全等三角形的判定, 全等三角形对应边相等的性质, 本题中求证 $\triangle ADF \cong \triangle ECA, \triangle GDF \cong \triangle GCB$ 是解题的关键.