

上海市浦东新区进才森兰实验中学 2025 学年第二学期七年级期中自适应测试数学学科

(时间: 90 分钟, 满分: 100+5 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 等小题 3 分, 共 18 分)

1. 下列长度的各组线段中，能组成三角形的是（ ）

- A. 3cm, 12cm, 8cm
- B. 6cm, 8cm, 15cm
- C. 2.5cm, 3cm, 5cm
- D. 6.3cm, 6.3cm, 12.6cm

【答案】 C

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系定理：两边之和大于第三边，即两条较短的边的长之和大于最长的边即可。

【详解】解: $A. 3+8=12$, 故不能组成三角形, 故选项不符合题意;

B. $6+8 < 15$, 故不能组成三角形, 故选项不符合题意;

C. $2.5+3>5$, 故能组成三角形, 故选项符合题意;

D. $6.3+6.3=12.6$, 故不能组成三角形, 故选项不符合题意.

故选: C.

【点睛】此题考查了三角形的三边关系，掌握判断能否组成三角形的方法：较小的两个边长的和是否大于第三边的长是解决问题的关键。

2. 若 $a < 0$, 则关于 x 的不等式 $|a|x > a$ 的解集是 ()

- A. $x > 1$ B. $x < -1$ C. $x < 1$ D. $x > -1$

【答案】 D

【解析】

【分析】先根据绝对值的性质化简 $|a|$ ，再利用不等式的性质解不等式，得到最终解集即可.

【详解】解: $\because a < 0$,

$$\therefore |a| = -a,$$

∴原不等式可化为 $-ax > a$,

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore -a > 0,$$

不等式两边同时除以 $-a$ ，不等号方向不变，

$$\therefore x > \frac{a}{-a},$$

$\therefore$ 不等式的解集为 $x > -1$.

3. 下列各命题都成立，逆命题也成立的有 ()

- (1) 同旁内角互补，两直线平行 (2) 全等三角形的对应边相等
(3) 如果两个角是直角，那么它们相等 (4) 如果两个实数相等，那么它们的平方相等

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】先写出各命题的逆命题再判定即可.

【详解】解: (1) 其逆命题是两直线平行，同旁内角互补，成立;

(2) 其逆命题是对应边相等的两个三角形全等，成立;

(3) 其逆命题是如果两个角相等，那么它们是直角，不成立;

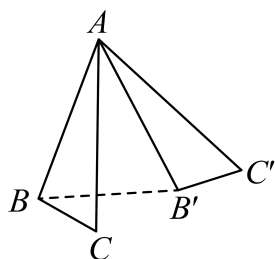
(4) 其逆命题是如果两个实数的平方相等，那么这两个实数相等，不成立;

故 (1) (2) 共 2 个的逆命题成立,

故选: B.

【点睛】本题考查命题及逆命题，平行线的性质，全等三角形的判定等知识，写出各命题的逆命题是解题的关键.

4. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 50° 得到 $\triangle AB'C'$ ，则下列说法中不正确的是 ()



A. $AB = AB'$ B. $\angle BAB' = \angle CAC'$ C. $\triangle ABC \cong \triangle AB'C'$ D. $\angle CAB' = 50^\circ$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了旋转的性质、全等三角形的性质，熟练运用旋转的性质是解题关键.

由旋转的性质可得 $\triangle ABC \cong \triangle AB'C'$ ， $\angle BAB' = \angle CAC' = 50^\circ$ ， $AB = AB'$ ，即可求解.

【详解】解: 由题意可得: $\triangle ABC \cong \triangle AB'C'$ ， $\angle BAB' = \angle CAC' = 50^\circ$ ，

$\therefore AB = AB'$ ， $\angle CAB' < \angle BAB' = 50^\circ$ ，

- A、正确，但不符合题意；
- B、正确，但不符合题意；
- C、正确，但不符合题意；
- D、错误，但符合题意。

故选：D.

5. 要想知道作业纸上两条相交直线 AB ， CD 所夹的锐角的大小，发现其交点不在作业纸内，无法直接测量，两位同学提供了如下间接测量方案（方案 1 如图 1，方案 2 如图 2）：

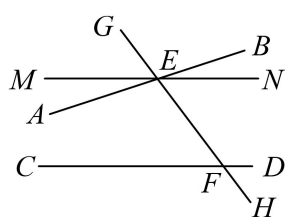


图1

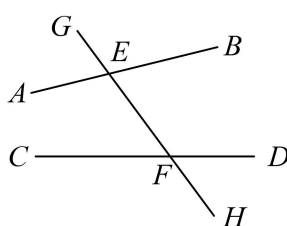


图2

方案 1:

- ①作一直线 GH ，交 AB 、 CD 于点 E, F ；
- ②利用尺规作 $\angle HEN = \angle CFG$ ；
- ③测量 $\angle AEM$ 的大小即可。

方案 2:

- ①作一直线 GH ，交 AB 、 CD 于点 E, F ；
- ②测量 $\angle AEH$ 和 $\angle CFG$ 的大小；
- ③计算 $180^\circ - \angle AEH - \angle CFG$ 即可

对于方案 1、2，说法正确的是（ ）

- A. 1 可行、2 不可行
- B. 1 不可行、2 可行
- C. 1、2 都可行
- D. 1、2 都不可行

【答案】C

【解析】

【分析】方案 1 可由平行线的性质进行判断，方案 2 可由三角形内角和定理进行判断。

【详解】解：方案 1： $\because \angle HEN = \angle CFG$ ，

$\therefore MN \parallel CD$ ，

$\therefore$ 由两直线平行，内错角相等可知 $\angle AEM$ 等于直线 AB ， CD 所夹锐角的大小；

方案 2： $\because \angle AEH$ ， $\angle CFG$ 和直线 AB ， CD 所夹的锐角是一个三角形的三个内角，

∴ $180^\circ - \angle AEH - \angle CFG$ 的大小即为直线 AB , CD 所夹锐角的大小;

∴ 1、2 都可行.

6. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 6x-7 \geq a-2 \\ \frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} < 1 \end{cases}$ 有且仅有 2 个整数解, 同时关于 y 的一元一次方程 $\frac{ay-2}{2} = -y+5$ 解

为非负整数, 则所有满足条件的整数 a 的和为 ()

A. 4

B. 6

C. 7

D. 9

【答案】B

【解析】

【分析】先解不等式组, 根据不等式组仅有 2 个整数解确定整数 a 的取值范围, 再解一元一次方程, 根据方程解为非负整数确定符合条件的 a 的值, 最后求和得到答案.

【详解】解: 解不等式组 $\begin{cases} 6x-7 \geq a-2 \text{ ①} \\ \frac{x}{2} - \frac{x-1}{3} < 1 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得: $x \geq \frac{a+5}{6}$,

解不等式②得: $x < 4$,

∴ 不等式组的解集为 $\frac{a+5}{6} \leq x < 4$,

∴ 不等式组有且仅有 2 个整数解, 小于 4 的符合条件的两个整数为 2 和 3,

∴ $1 < \frac{a+5}{6} \leq 2$,

解得 $1 < a \leq 7$,

∴ 范围内的整数 a 为 2, 3, 4, 5, 6, 7,

解关于 y 的方程 $\frac{ay-2}{2} = -y+5$, 得 $y = \frac{12}{a+2}$,

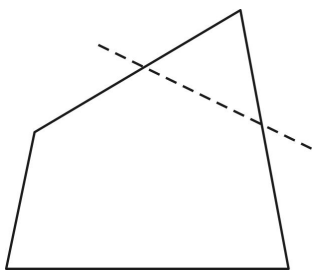
∴ y 为非负整数, $1 < a \leq 7$, 可得 $3 < a+2 \leq 9$, 且 $a+2$ 是 12 的正因数,

∴ 符合条件的 $a+2$ 为 4, 6, 对应可得 $a=2$, $a=4$,

∴ 所有满足条件的整数 a 的和为 $2+4=6$.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小空 2 分, 共 32 分)

7. 如图, 剪去四边形的“一角”, 得到一个五边形, 这个五边形的周长一定小于这个四边形的周长, 依据是_____.



【答案】 三角形任意两边和大于第三边

【解析】

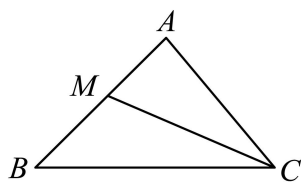
【分析】 剪去的四边形的“一角”可以看作为一个三角形，去掉两条边后加上一条边后总长度变短，是因为三角形任意两边和大于第三边.

【详解】 剪去四边形的“一角”，得到一个五边形，这个五边形的周长一定小于这个四边形的周长，依据是三角形任意两边和大于第三边，

故答案为： 三角形任意两边和大于第三边.

【点睛】 本题考查了三角形三条边的关系，熟练掌握三角形三条边的关系是解答本题的关键. 三角形任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边.

8. 如图， CM 是 $\triangle ABC$ 的中线， $AM = 3$ ，则 BM 的长为_____.



【答案】 3

【解析】

【分析】 本题主要考查了三角形中线的定义，熟练掌握三角形中线定义，是解题的关键. 根据三角形中线的定义得出 $BM = AM = 3$.

【详解】 解： $\because CM$ 是 $\triangle ABC$ 的中线， $AM = 3$ ，
 $\therefore BM = AM = 3$.

故答案为： 3.

9. 若 $a > b$ ，且 $m < 0$ ，则 $\frac{a}{-2m}$ _____ $\frac{b}{-2m}$ (用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空).

【答案】 $>$

【解析】

【分析】 利用不等式的性质求解即可.

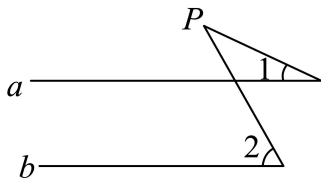
【详解】解：∵ $m < 0$

$$\therefore -2m > 0,$$

$$\therefore a > b,$$

$$\therefore \frac{a}{-2m} > \frac{b}{-2m}.$$

10. 如图，已知 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 25^\circ$ ， $\angle 2 = 60^\circ$ ，则 $\angle P$ 的度数是_____.



【答案】 35° ## 35 度

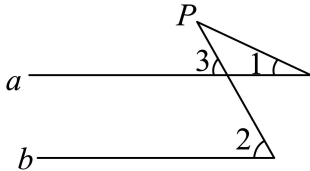
【解析】

【分析】由平行线的性质，结合三角形外角的性质，即可得 $\angle P$ 的度数.

【详解】解：∵ $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 2 = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle P = \angle 3 - \angle 1 = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ.$$



11. 将“同角的补角相等”改写成“如果...那么....”的形式：_____.

【答案】如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等

【解析】

【分析】本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，把一个命题写成“如果...那么...”形式是解决问题的关键. 把命题的题设和结论，写成“如果...那么...”的形式即可.

【详解】解：把命题“同角的补角相等”改写成“如果...那么...”的形式为：

如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等；

故答案为：如果两个角是同一个角的补角，那么这两个角相等.

12. 用反证法证明命题：“已知 a ， b ， c 是同一平面内三条不同的直线，如果 $a \parallel b$ ， a 与 c 相交，那么 b 与 c 相交”是真命题时，第一步应假设_____.

【答案】 $b \parallel c$

【解析】

【分析】反证法证明命题时，需先假设命题的结论不成立，据此求解即可.

【详解】解： $\therefore$ 用反证法证明：已知 a, b, c 是同一平面内的三条不同的直线，如果 $a \parallel b$ ， a 与 c 相交，那么 b 与 c 相交.

$\therefore$ 应先假设 $b \parallel c$.

13. 当 x 满足_____时， $4x+6$ 与 $2x-1$ 的值都是负数.

【答案】 $x < -\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】根据两个代数式的值均为负数，列出一元一次不等式组，求解不等式组得到公共解集即可得到答案.

【详解】解：根据题意，得
$$\begin{cases} 4x+6 < 0 \text{ ①} \\ 2x-1 < 0 \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得 $x < -\frac{3}{2}$,

解不等式②得 $x < \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $x < -\frac{3}{2}$,

$\therefore$ 当 x 满足 $x < -\frac{3}{2}$ 时， $4x+6$ 与 $2x-1$ 的值都是负数.

14. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ ，则 $\angle A =$ _____.

【答案】 40° ## 40 度

【解析】

【分析】利用三角形内角和定理，结合已知的角度比例关系，设未知数列方程求解即可.

【详解】解： $\because \angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$,

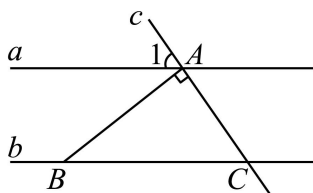
设 $\angle A = 2x$ ， $\angle B = 3x$ ， $\angle C = 4x$.

根据三角形内角和定理，可得： $2x + 3x + 4x = 180^\circ$,

解得 $x = 20^\circ$,

因此 $\angle A = 2x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$.

15. 如图，直线 $a \parallel b$ ，直线 c 分别与直线 a, b 相交于 A, C 两点， $AB \perp AC$ ，交直线 b 于点 B . 若 $\angle ABC = 35^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数是_____.



【答案】 55° ## 55 度

【解析】

【分析】 根据垂线的定义得到 $\angle BAC = 90^\circ$ ，利用三角形内角和定理求出 $\angle ACB$ 的度数，再根据平行线的性质即可求解.

【详解】 解： $\because AB \perp AC$ ，

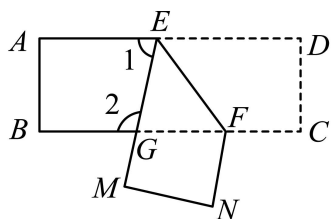
$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } \angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle ACB = 55^\circ.$$

16. 如图，将一张长方形纸片进行折叠，若 $\angle 2 - \angle 1 = 30^\circ$ ，则 $\angle EFB$ 的度数为_____.



【答案】 52.5°

【解析】

【分析】 由题意可得 $AD \parallel BC$ ，则有 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，结合所给的条件可求得 $\angle 2 = 105^\circ$ ，再由平行线的性质得 $\angle DEF = \angle FEG$ ，由折叠的性质可得 $\angle DEF = 52.5^\circ$ ，根据平行线的性质，即可求解.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle DEG = \angle 2,$$

$$\because \angle 2 - \angle 1 = 30^\circ,$$

$$\text{解得: } \angle 2 = 105^\circ,$$

$$\therefore \angle DEG = \angle 2 = 105^\circ,$$

$\because$ 将长方形纸片进行折叠，

$$\therefore \angle DEF = \angle FEG,$$

$$\therefore \angle DEF = 52.5^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EFB = \angle DEF = 52.5^\circ.$$

17. 某校七年级数学兴趣小组对“三角形内角或外角平分线的夹角与第三个内角的量关系”进行了探究:

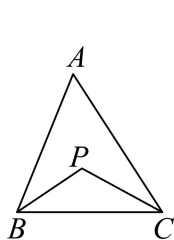


图1

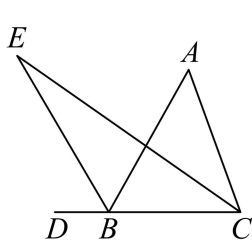


图2

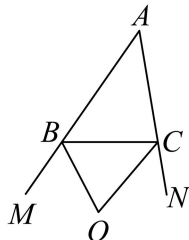


图3

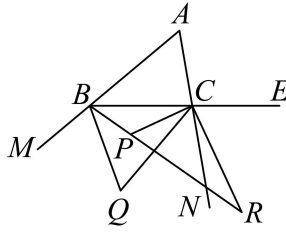


图4

(1) 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 P , $\angle A = 64^\circ$, 则 $\angle BPC =$ _____;

(2) 如图2. $\triangle ABC$ 的内角 $\angle ACB$ 的平分线与 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ABD$ 的平分线交于点 E , 其中 $\angle A = \alpha$, 求 $\angle BEC =$ _____ (用 α 表示):

(3) 如图3, $\angle CBM$ 、 $\angle BCN$ 为 $\triangle ABC$ 的外角, $\angle CBM$ 、 $\angle BCN$ 的平分线交于点 Q , 其中 $\angle A = \alpha$. 求 $\angle BQC =$ _____ (用 α 表示):

(4) 如图4, $\triangle ABC$ 外角 $\angle CBM$ 、 $\angle BCN$ 的平分线交于点 Q , $\angle A = 64^\circ$, $\angle CBQ$ 、 $\angle BCQ$ 的平分线交于点 P , 则 $\angle BPC =$ _____ $^\circ$; 延长 BC 至点 E , $\angle ECQ$ 的平分线与 BP 的延长线相交于点 R , 则 $\angle R =$ _____ $^\circ$.

【答案】 ①. 122° ②. $\frac{1}{2}\alpha$ ③. $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ ④. 119 ⑤. 29

【解析】

【分析】 (1) 由三角形的内角和定理可得, $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 116^\circ$, 结合角平分线的性质可得 $\angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 58^\circ$, 因此 $\angle BPC = 180^\circ - \angle PBC - \angle PCB = 122^\circ$;

(2) 由三角形外角的性质可得, $\angle ABD = \angle A + \angle ACB$, $\angle EBD = \angle BEC + \angle BCE$, 结合角平分线的性质可得, $\angle EBD = \frac{1}{2}\angle ABD$, $\angle BCE = \frac{1}{2}\angle ACB$, 因此 $\angle BEC = \frac{1}{2}\angle A$;

(3) 由三角形的内角和定理可得, $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \alpha$, 结合平角的定义可得, $\angle MBC + \angle NCB = 360^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ + \alpha$, 由角平分线的性质可得, $\angle QBC + \angle QCB = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$, 因此 $\angle BQC = 180^\circ - \angle QBC - \angle QCB = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$;

(4) 根据前三问的结论, 代入数值计算即可.

【详解】解：(1) $\because \angle A = 64^\circ$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 116^\circ,$$

$\because BP$ 平分 $\angle ABC$, CP 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle PBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle PCB = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - \angle PBC - \angle PCB = 122^\circ;$$

(2) $\because \angle ABD$ 是 ABC 的外角,

$$\therefore \angle ABD = \angle A + \angle ACB,$$

$\because BE$ 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle EBD = \frac{1}{2} \angle ABD = \frac{1}{2} \angle A + \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$\because CE$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle BCE = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle EBD = \frac{1}{2} \angle A + \angle BCE,$$

$\because \angle EBD$ 是 $\triangle BCE$ 的外角,

$$\therefore \angle EBD = \angle BEC + \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BEC = \frac{1}{2} \angle A = \frac{1}{2} a;$$

(3) $\because \angle A = a$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - a,$$

$$\therefore \angle MBC + \angle NCB = 360^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ + a,$$

$\because BQ$ 平分 $\angle MBC$, CQ 平分 $\angle NCB$,

$$\therefore \angle QBC + \angle QCB = \frac{1}{2}(\angle MBC + \angle NCB) = 90^\circ + \frac{1}{2} a,$$

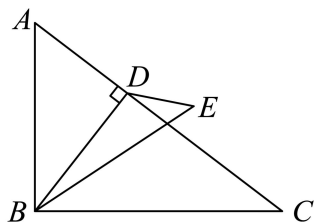
$$\therefore \angle BQC = 180^\circ - \angle QBC - \angle QCB = 90^\circ - \frac{1}{2} a;$$

(4) 同理 (3) 可得, $\angle BQC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A = 58^\circ$,

同理 (1) 可得, $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BQC = 119^\circ$,

同理 (2) 可得, $\angle R = \frac{1}{2} \angle BQC = 29^\circ$.

18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, BD 是高, E 是 ABC 外一点, $BE = BA$, $\angle E = \angle C$, 若 $DE = \frac{2}{3}BD$, $AD = \frac{9}{5}$, $BD = \frac{12}{5}$, BDE 的面积为_____.

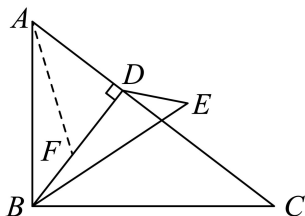


【答案】 $\frac{36}{25}$

【解析】

【分析】 此题考查全等三角形的判定和性质, 关键是根据 SAS 证明 $\triangle ABF \cong \triangle BED$. 在 BD 上截取 $BF = DE$, 证明 $\triangle ABF \cong \triangle BED$ (SAS), 得 $S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABF}$, 分别求出 $S_{\triangle ABD}$ 、 $S_{\triangle ABF}$, 进而可得答案.

【详解】 解: 在 BD 上截取 $BF = DE$,



$\because BD$ 是高, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD + \angle CBD = 90^\circ$, $\angle C + \angle CBD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD = \angle C$,

$\because \angle E = \angle C$,

$\therefore \angle ABD = \angle C = \angle E$,

在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle BED$ 中,

$$\begin{cases} AB = BE \\ \angle ABD = \angle E, \\ BF = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BED$ (SAS),

$$\therefore S_{\triangle BDE} = S_{\triangle ABF},$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot AD = \frac{1}{2} \times \frac{12}{5} \times \frac{9}{5} = \frac{54}{25},$$

$$\because DE = \frac{2}{3}BD,$$

$$\therefore BF = \frac{2}{3}BD,$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABD} = \frac{36}{25},$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{36}{25}.$$

故答案为: $\frac{36}{25}$.

三、简答题 (本大题共 4 小题, 19 题 4 分, 20 题 4 分, 21 题 5 分, 22 题 5 分, 共 18 分)

19. 解不等式: $x - 4 \geq 2(x + 2)$.

【答案】 $x \leq -8$

【解析】

【详解】解: $x - 4 \geq 2(x + 2)$

$$x - 4 \geq 2x + 4$$

$$x - 2x \geq 4 + 4$$

$$-x \geq 8$$

$$x \leq -8.$$

20. 解不等式: $\frac{2x-1}{4} \leq \frac{3x+2}{2} - 1$.

【答案】 $x \geq -\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】不等式去分母, 去括号, 移项合并, 将 x 系数化为 1, 即可求出解集.

【详解】解: 去分母得: $2x - 1 \leq 2(3x + 2) - 4$,

$$\text{去括号得: } 2x - 1 \leq 6x + 4 - 4,$$

$$\text{移项得: } 2x - 6x \leq 1,$$

$$\text{合并得: } -4x \leq 1,$$

$$\text{系数化为 1 得: } x \geq -\frac{1}{4}.$$

【点睛】此题主要考查解一元一次不等式的基本能力, 严格遵循解不等式的基本步骤是关键, 尤其需要注

意不等式两边都乘以或除以同一个负数不等号方向要改变.

21. 解不等式组: $\begin{cases} 4x-5 \leq 3 \\ x-1 < 2x \end{cases}$.

【答案】 $-1 < x \leq 2$

【解析】

【详解】解: $\begin{cases} 4x-5 \leq 3 \text{①} \\ x-1 < 2x \text{②} \end{cases}$

解不等式①得 $x \leq 2$,

解不等式②得 $x > -1$,

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$.

22. 解不等式组: $\begin{cases} x-2(x-3) \leq 8 \\ \frac{x+1}{2} > \frac{2}{3}x \end{cases}$

【答案】 $-2 \leq x < 3$

【解析】

【详解】解: $\begin{cases} x-2(x-3) \leq 8 \\ \frac{x+1}{2} > \frac{2}{3}x \end{cases}$

解不等式 $x-2(x-3) \leq 8$

去括号, 得 $x-2x+6 \leq 8$,

移项, 合并同类项得 $-x \leq 2$,

系数化为 1, 得 $x \geq -2$;

解不等式 $\frac{x+1}{2} > \frac{2}{3}x$

去分母, 得 $3(x+1) > 4x$,

去括号, 得 $3x+3 > 4x$,

移项、合并同类项, 得 $-x > -3$,

系数化为 1, 得 $x < 3$;

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$.

四、解答题 (本大题共 4 题, 23 题 6 分, 24 题 6 分, 25 题 10 分, 26 题 10 分, 共 32 分)

23. 把一些奖品分给若干名学生. 如果每人分 3 个, 那么多出 7 个奖品; 如果每人分 5 个, 那么有一名学

分到的奖品就少于3个. 问: 学生最少有几名? 奖品至少有多少个?

【答案】 学生最少有5名, 奖品至少有22个

【解析】

【分析】 本题主要考查一元一次不等式组的应用, 熟练掌握一元一次不等式组的应用是解题的关键. 设学生有 x 人, 则有奖品 $(3x+7)$ 本, 再根据如果每人分5个, 那么有一名分到的奖品就少于3个列出不等式组求解即可.

【详解】 解: 设学生有 x 名, 根据题意得:

$$\begin{cases} (3x+7)-5(x-1) \geq 0 \\ (3x+7)-5(x-1) < 3 \end{cases}$$

解得: $4.5 < x \leq 6$,

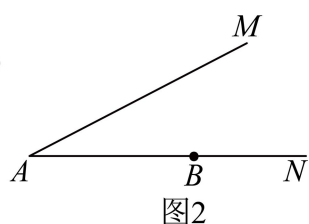
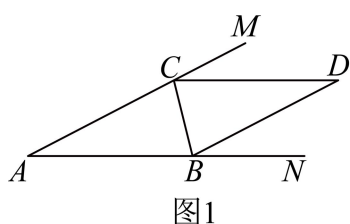
因为 x 为学生人数, 只能为正整数,

所以 $x=5$ 或 $x=6$, 则学生最少有5名,

当学生最少有5名时, 将 $x=5$ 代入 $3x+7$, 可得奖品数量为: $3 \times 5 + 7 = 15 + 7 = 22$ (个),

答: 学生最少有5名, 奖品至少有22个.

24. 已知小于 45° 的 $\angle MAN$, 点 B 是边 AN 上的一个定点, 点 C 在 AM 边上.



(1) 如图1, $\angle CBA = 75^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿着直线 BC 翻折得 $\triangle DBC$, 点 A 的对应点为点 D , 如果 $DC \parallel AB$, 求 $\angle MAN$ 的度数;

(2) 在图2中, 用尺规作 $\triangle ABC$, 使 $\angle ABC = \angle A$; (保留作图痕迹, 无需说明作图步骤)

【答案】 (1) $\angle MAN$ 的度数为 30° ;

(2) 见解析.

【解析】

【分析】 (1) 由 $DC \parallel AB$, 则 $\angle CBA = \angle DCB = 75^\circ$, $\angle MAN + \angle ACD = 180^\circ$, 又 $\triangle ABC$ 沿着直线 BC 翻折得 $\triangle DBC$, 点 A 的对应点为点 D , 所以 $\angle ACB = \angle DCB = 75^\circ$, 然后通过角度和差即可求解;

(2) 根据作一个角等于已知角的方法作出 $\angle ABH = \angle A$, BH 交 AM 于点 C , 则 $\triangle ABC$ 即为所求.

【小问1详解】

解: $\because DC \parallel AB$,

$\therefore \angle CBA = \angle DCB = 75^\circ$, $\angle MAN + \angle ACD = 180^\circ$,
 $\therefore ABC$ 沿着直线 BC 翻折得 $\triangle DBC$, 点 A 的对应点为点 D ,
 $\therefore \angle ACB = \angle DCB = 75^\circ$,
 $\therefore \angle ACD = \angle ACB + \angle DCB = 150^\circ$,
 $\therefore \angle MAN = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$,
 $\therefore \angle MAN$ 的度数为 30° ;

【小问 2 详解】

解: 如图 2, ABC 即为所求.

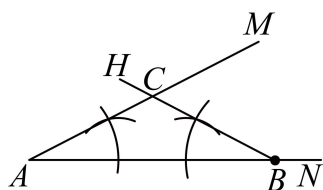
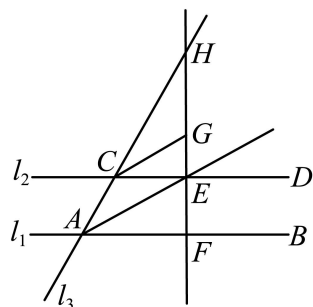


图2

25. 如图, 直线 l_3 截直线 l_1 和 l_2 , 分别交于点 A 、点 C , 且 $l_1 \parallel l_2$, 过点 A 作 AE 平分 $\angle CAB$ 交 CD 于点 E ,
 过点 E 作直线交 AB 于点 F , 交 l_3 于点 H , 在直线 EF 上取点 G , 连接 CG , 且满足 $\angle GCH = \angle AEC$.



- (1) 求证: $CG \parallel AE$;
- (2) 若 $\angle AFE = 90^\circ$, $\angle BAC = 56^\circ$, 求 $\angle CGE$ 的度数.

【答案】(1) 证明过程见解析;

(2) $\angle CGE = 62^\circ$.

【解析】

【分析】(1) 由平行线的性质, 结合角平分线的定义, 可得 $\angle GCH = \angle AEC$, 结合已知可得 $\angle GCH = \angle CAE$, 即可证得结论;

(2) 由角平分线的定义, 可得 $\angle EAF$, 由三角形的内角和定理, 可得 $\angle AEF$, 根据平行线的性质, 即可得 $\angle CGE$ 的度数.

【小问 1 详解】

证明: $\because l_1 \parallel l_2$,

$$\therefore \angle AEC = \angle EAF,$$

$\because AE$ 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle CAE = \angle FAE,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle CAE,$$

$$\because \angle GCH = \angle AEC,$$

$$\therefore \angle GCH = \angle CAE,$$

$$\therefore CG \parallel AE.$$

【小问 2 详解】

解: $\because \angle BAC = 56^\circ$, AE 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle EAF = 56^\circ \times \frac{1}{2} = 28^\circ,$$

又 $\because \angle AFE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle AEF = 180^\circ - 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ,$$

$$\because CG \parallel AE,$$

$$\therefore \angle CGE = \angle AEF = 62^\circ.$$

26. 【问题情境】

在数学综合与实践课上, 小滨和小波借助“两条平行线和直角三角尺”开展数学活动.

素材提供: 三角板 ABC 与三角板 DEF , 其中 $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle FDE = 60^\circ$, $l_1 \parallel l_2$,

(1) 【操作发现】

如图 1, 小滨把三角板 DEF 的顶点 D 放在直线 l_2 上, 若 $\angle 1 = 2\angle 2$, 则 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

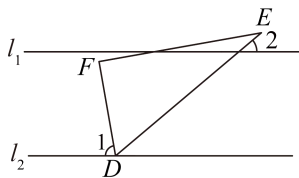


图1

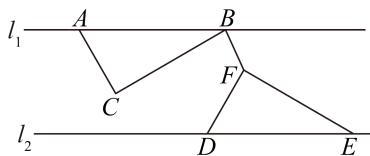


图2

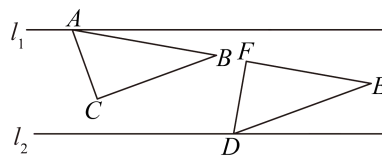


图3

(2) 【实践探究】

小滨和小波将三角板 ABC 与三角板 DEF 按如图 2 所示摆放, 点 A , B 在直线 l_1 上, 点 D , E 在直线 l_2 上,

小滨将三角板 DEF 向左平移. 在三角板 DEF 向左平移过程中 (初始状态 B 、 F 、 E 三点共线), 连接 BF ,

记 $\angle BFE = \alpha$, $\angle CBF = \beta$. 当点 F 在 BC 右侧时, 试探究 α 与 β 的数量关系.

(3) 【思维拓展】

小滨和小波一起将两块三角板旋转，如图3，小滨将三角板 ABC 绕点 A 以每秒 2° 的速度顺时针旋转，同时小波将三角板 DEF 绕点 D 以每秒 3° 的速度逆时针旋转，设时间为 t 秒，且 $0 < t < 60$ ，若边 AC 与三角板 DEF 的一条边平行时，请直接写出所有满足条件的 t 的值.

【答案】(1) 80

(2) $\alpha - \beta = 60^\circ$

(3) 12或24或30或48

【解析】

【分析】(1) 由图可得 $\angle 3 = 180^\circ - \angle 1 - 60^\circ = 120^\circ - \angle 1$ ，根据平行线的性质列出方程解答即可求解；

(2) 延长 EF 交 l_1 于点 G ，根据平行线的性质和三角形内角和定理可得出结论；

(2) 分 $AC \parallel DF$ 且 DF 在 l_2 的上方、 $AC \parallel DE$ 、 $AC \parallel EF$ 和 $AC \parallel DF$ 且 DF 在 l_2 的下方四种情况，根据平行线的性质和三角形内角和定理解答即可求解；

本题考查了平行线的性质，三角形内角和定理及外角性质，熟练掌握知识点是解题的关键.

【小问1详解】

解：如图，

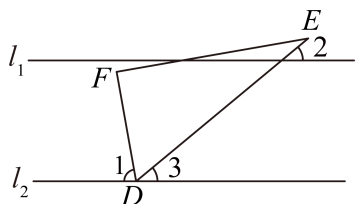


图1

$$\therefore \angle FDE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 - 60^\circ = 120^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 120^\circ - \angle 1,$$

$$\therefore \angle 1 = 2\angle 2,$$

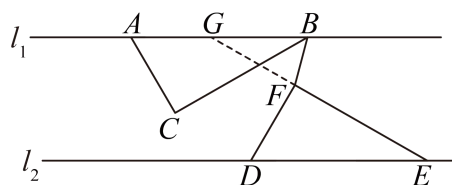
$$\therefore \frac{1}{2}\angle 1 = 120^\circ - \angle 1,$$

解得 $\angle 1 = 80^\circ$,

故答案为：80；

【小问2详解】

解：如图，延长 EF 交 l_1 于点 G ，



$$\because \angle BFE = \alpha,$$

$$\therefore \angle BFG = 180^\circ - \alpha,$$

$$\because \angle ABC = 30^\circ, \angle DEF = 30^\circ, \angle CBF = \beta,$$

$$\therefore \angle GBF = \angle GBC + \angle CBF = 30^\circ + \beta,$$

$$\because l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle FGB = \angle FED = 30^\circ,$$

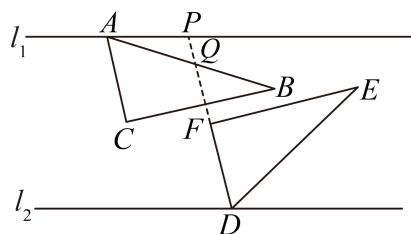
$$\because \angle FGB + \angle BFG + \angle GBF = 180^\circ,$$

$$\therefore 30^\circ + 30^\circ + \beta + 180^\circ - \alpha = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha - \beta = 60^\circ;$$

【小问 3 详解】

解：①当 $AC \parallel DF$ 且 DF 在 l_2 的上方时，延长 DF 交 l_1 于点 P ，交 AB 于点 Q ，如图，



$$\therefore \angle BQF = \angle CAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle PQA = 60^\circ,$$

$$\because l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle FDE + 3t^\circ = 60^\circ + 3t^\circ,$$

$$\because \angle PAQ + \angle APQ + \angle PQA = 180^\circ,$$

$$\therefore 2t^\circ + 60^\circ + 60^\circ + 3t^\circ = 180^\circ,$$

解得 $t = 12$ ；

②当 $AC \parallel DE$ 时，延长 AB 交 DE 于 Q ，交 l_2 于点 P ，如图，

