

2025-2026 沪教版七年级数学下学期期中质量检验卷

(时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: : 沪教版七年级下册 一元一次不等式&相交线与平行线。

第一部分 (选择题 共 12 分)

一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分. 每小题列出的四个备选项中只有一个符合题目要求)

1. 下列语句中, 是真命题的是 ()

- A. 相等的角是对顶角
- B. 两条直线不平行就相交
- C. 同旁内角互补
- D. 对于直线 a, b, c , 如果 $b \parallel a, c \parallel a$, 那么 $b \parallel c$

【答案】D

【分析】利用对顶角的性质、直线的位置关系, 平行线的性质等知识分别判断后即可确定正确的选项.

【详解】解: A、相等的角不一定是对顶角, 如等腰三角形的两个底角相等, 但它们不是对顶角, 故该项错误, 是假命题;

B、在同一平面内, 两条直线的位置关系有平行与相交, 但题意中缺乏“在同一平面内”, 故该项错误, 是假命题;

C、两直线平行, 同旁内角互补, 故该项错误, 是假命题;

D、对于直线 a, b, c , 如果 $b \parallel a, c \parallel a$, 那么 $b \parallel c$, 该项正确, 是真命题.

2. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3+2x > 1 \\ x-a < 0 \end{cases}$ 有解, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 1$
- B. $a < -1$
- C. $a \geq -1$
- D. $a > -1$

【答案】D

【分析】本题考查了一元一次不等式组有解的条件, 先分别求出不等式组中两个不等式的解集, 再根据不等式组有解的条件确定 a 的取值范围.

【详解】解：
$$\begin{cases} 3 + 2x > 1 \text{①} \\ x - a < 0 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①得 $x > -1$,

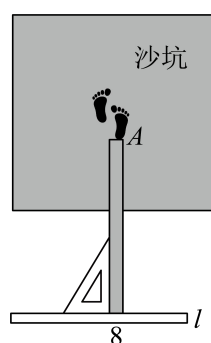
解不等式②得 $x < a$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3 + 2x > 1 \\ x - a < 0 \end{cases}$ 有解,

$\therefore a > -1$,

故选：D.

3. 如图，在立定跳远中，体育老师是这样测量运动员的成绩的：用一块直角三角板的一边附在起跳线上，另一边与拉直的皮尺重合。这样做的理由是（ ）



A. 两点之间线段最短

B. 过两点有且只有一条直线

C. 垂线段最短

D. 过一点可以作无数条直线

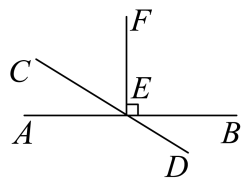
【答案】C

【分析】根据垂线段最短进行解答即可.

【详解】解： $\therefore$ 跳远成绩的测量，是测量脚后跟与起跳线的距离，

$\therefore$ 这样做的理由是垂线段最短.

4. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 E ， $EF \perp AB$ 于点 E ，若 $\angle CEF = 65^\circ$ ，则 $\angle DEB$ 的度数为（ ）



A. 155°

B. 65°

C. 35°

D. 25°

【答案】D

【分析】根据垂直的定义可得 $\angle AEF = 90^\circ$ ，结合已知条件求出 $\angle AEC$ 的度数，再根据对顶角相等即可求解.

【详解】解： $\because EF \perp AB$,

$$\therefore \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\because \angle CEF = 65^\circ,$$

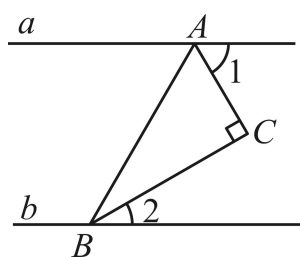
$$\therefore \angle AEC = \angle AEF - \angle CEF = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ,$$

$\because \angle DEB$ 与 $\angle AEC$ 是对顶角,

$$\therefore \angle DEB = \angle AEC = 25^\circ,$$

故选：D.

5. 如图， $a \parallel b$ ，将一个直角三角板的两个锐角顶点放在直线 a ， b 上，若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



A. 30°

B. 40°

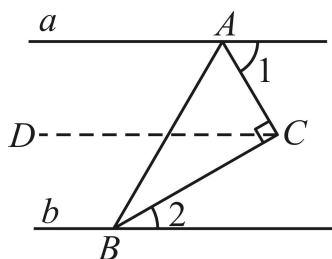
C. 45°

D. 60°

【答案】A

【分析】过点 C 作 $CD \parallel a$ ，则 $a \parallel b \parallel CD$ ，由平行线的性质得到 $\angle ACD = \angle 1 = 60^\circ$ ， $\angle BCD = \angle 2$ ，根据三角板中角度的特点和角的和差关系求出 $\angle BCD$ 的度数即可得到答案.

【详解】解：如图所示，过点 C 作 $CD \parallel a$ ，



$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore a \parallel b \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle 1 = 60^\circ, \angle BCD = \angle 2,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle ACB - \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 30^\circ.$$

6. 关于 x ， y 的方程组 $\begin{cases} x + y = a \\ x - y = 2 \end{cases}$ 的解为整数，关于 m 的不等式组 $\begin{cases} 2(m + 3) - 3 < m + 1 \\ 2m + 2 \geq a \end{cases}$ 有且仅有一个

偶数解，则所有满足条件的整数 a 的和为（ ）

A. -4 B. -6 C. -14 D. -16 **【答案】** C

【分析】 由方程组 $\begin{cases} x+y=a \\ x-y=2 \end{cases}$ 的解为整数, 可得 a 是偶数, 由不等式组 $\begin{cases} 2(m+3)-3 < m+1 \\ 2m+2 \geq a \end{cases}$ 有且仅有一个偶数解, 知这个偶数解为 $m=-4$, 从而 $-6 < \frac{a-2}{2} \leq -4$, 可得 $-10 < a \leq -6$, 即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 方程组 $\begin{cases} x+y=a \\ x-y=2 \end{cases}$

$\therefore x+y=a, x-y=2$, 这两个方程相加, 得 $x = \frac{a}{2} + 1$

$\therefore x+y=a, x-y=2$, 这两个方程相减, 得 $y = \frac{a}{2} - 1$

$$\text{即} \begin{cases} x = \frac{a}{2} + 1 \\ y = \frac{a}{2} - 1 \end{cases},$$

$\because$ 方程组 $\begin{cases} x+y=a \\ x-y=2 \end{cases}$ 的解为整数,

$\therefore a$ 是偶数,

由不等式组 $\begin{cases} 2(m+3)-3 < m+1 \\ 2m+2 \geq a \end{cases}$ 可得 $\frac{a-2}{2} \leq m < -2$,

$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 2(m+3)-3 < m+1 \\ 2m+2 \geq a \end{cases}$ 有且仅有一个偶数解,

$\therefore$ 这个偶数解为 $m=-4$,

$\therefore -6 < \frac{a-2}{2} \leq -4$,

$\therefore -10 < a \leq -6$,

$\therefore a$ 可取 $-6, -8$,

$\therefore$ 所有满足条件的整数 a 的和为 $-6 + (-8) = -14$.

第二部分 (非选择题 共 88 分)

二、**填空题**(本题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

7. 根据 a 的平方与 b 的 2 倍的差不大于 4 可列不等式_____.

【答案】 $a^2 - 2b \leq 4$

【分析】 先将题目中的文字描述转化为代数式, 再根据不大于表示小于或等于的含义, 列出对应不等式即可.

【详解】 解: 根据题意,

a 的平方可表示为 a^2 , b 的 2 倍可表示为 $2b$,

二者的差为 $a^2 - 2b$,

不大于 4 的含义为小于或等于 4,

因此可列不等式为 $a^2 - 2b \leq 4$.

8. 一种药品的说明书上写着: “每日用量 $120 \sim 180\text{mg}$, 分 3~4 次服完.” 设一次服用这种药品 $x\text{mg}$, 则 x 的取值范围为_____.

【答案】 $30 \leq x \leq 60$

【分析】 本题考查了不等式在实际生活中的应用, 准确理解题意是解题的关键. 根据每日用量范围和服用次数, 应分别求出每日服用 3 次和 4 次时, 单次服用剂量 x 的取值范围, 再将两个范围取并集即可得到最终结果.

【详解】 解: 当每日服用 3 次时, 单次服用剂量为 $x\text{mg}$, 则每日用量为 $3x\text{mg}$,
根据题意得 $120 \leq 3x \leq 180$,

解得 $40 \leq x \leq 60$,

当每日服用 4 次时, 单次服用剂量为 $x\text{mg}$, 则每日用量为 $4x\text{mg}$,

根据题意得 $120 \leq 4x \leq 180$,

解得 $30 \leq x \leq 45$,

综上所述, x 的取值范围为 $30 \leq x \leq 60$.

故答案为: $30 \leq x \leq 60$.

9. 若分式 $\frac{3}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】

$x \neq 1$

【分析】 根据分式有意义时分母不为 0, 列式求解即可.

【详解】 解: $\because$ 分式 $\frac{3}{x-1}$ 有意义,

$\therefore x - 1 \neq 0$,

解得 $x \neq 1$.

10. 若关于 x 的不等式 $(a - 3)x > 1$ 可化为 $x < \frac{1}{a-3}$, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a < 3$

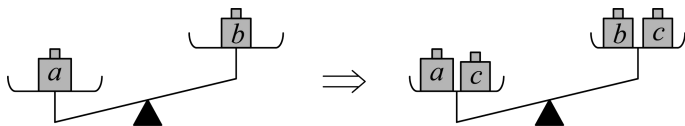
【分析】 根据不等式的性质, 不等号方向发生改变, 说明不等式两边除以的系数为负数, 据此建立关于 a 的不等式求解即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的不等式 $(a - 3)x > 1$ 可化为 $x < \frac{1}{a-3}$, 不等号方向发生改变,

∴由不等式的性质 3 可知，系数 $a - 3 < 0$ ，

解得 $a < 3$ 。

11. 如图：



观察图形，请用“如果……，那么……”的形式写出一个命题：_____。

【答案】如果 $a > b$ ，那么 $a + c > b + c$

【分析】本题考查了命题的结构，熟练掌握命题的结构是解题的关键。根据图片找到命题的条件和结论，如果后面是条件，那么后面是结论，原命题的条件是 $a > b$ ，结论是 $a + c > b + c$ 。

【详解】解：根据题意，如果 $a > b$ ，那么 $a + c > b + c$ 。

故答案为：如果 $a > b$ ，那么 $a + c > b + c$ 。

12. 若不等式组 $\begin{cases} x + m > 2 \\ n - x > -4 \end{cases}$ 的解集为 $1 < x < 2$ ，则 $(4m + n)^3$ 的值为_____。

【答案】8

【分析】本题考查的是一元一次不等式组的解，根据不等式组的解集得出故 m ， n 的值，进而解答即可。

【详解】解： $\begin{cases} x + m > 2 \text{ ①} \\ n - x > -4 \text{ ②} \end{cases}$ ，

解不等式①，得 $x > 2 - m$ ，

解不等式②，得 $x < n + 4$ ，

∴不等式组 $\begin{cases} x + m > 2 \\ n - x > -4 \end{cases}$ 的解集为 $1 < x < 2$ ，

∴ $2 - m = 1$ ， $n + 4 = 2$ ，

解得 $m = 1$ ， $n = -2$ ，

$(4m + n)^3 = (4 \times 1 - 2)^3 = 2^3 = 8$ 。

故答案为：8。

13. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x + 3 < 2x - 1 \\ 2x + 1 < x + a \end{cases}$ 只有 3 个整数解，则 a 的取值范围是_____。

【答案】 $8 < a \leq 9$

【分析】先求出每一个不等式的解集，然后确定不等式组的解集，后确定整数解即可。

【详解】解： $\begin{cases} x + 3 < 2x - 1 \text{ ①} \\ 2x + 1 < x + a \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得 $x > 4$,

解不等式②得 $x < a - 1$,

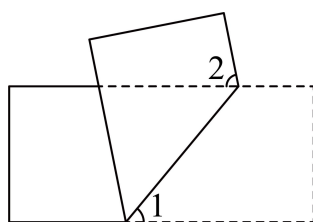
$\therefore$ 不等式组的解集为 $4 < x < a - 1$,

$\therefore$ 不等式组恰好有 3 个整数解 5, 6, 7,

$\therefore 7 < a - 1 \leq 8$,

解得 $8 < a \leq 9$.

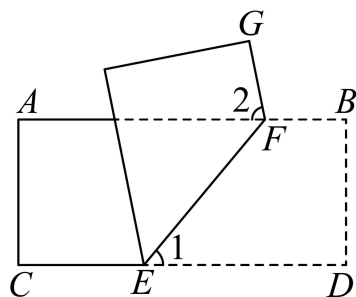
14. 如图, 将长方形纸条折叠, 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____.



【答案】 80°

【分析】由题意得: $AB \parallel CD$, $\angle EFB = \angle EFG$, 则 $\angle 1 + \angle EFB = 180^\circ$, $\angle AFE = \angle 1 = 50^\circ$, 然后通过角度和差即可求解.

【详解】解: 如图,



由题意得: $AB \parallel CD$, $\angle EFB = \angle EFG$,

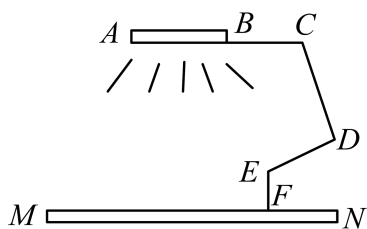
$\therefore \angle 1 + \angle EFB = 180^\circ$, $\angle AFE = \angle 1 = 50^\circ$,

$\therefore \angle EFB = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle EFG - \angle AFE = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$,

$\therefore \angle 2$ 的度数为 80° .

15. 如图是一款长臂折叠LED护眼灯示意图, EF 与桌面 MN 垂直, 当发光的灯管 AB 恰好与桌面 MN 平行时, $\angle DEF = 120^\circ$, $\angle BCD = 120^\circ$, 则 $\angle CDE$ 的度数_____°.

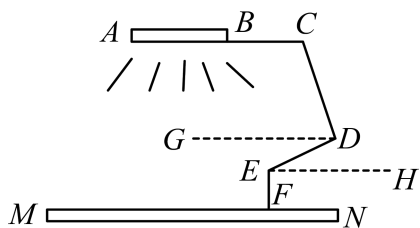


【答案】90

【分析】本题考查平行线的判定和性质，解题的关键是过拐点构造平行线.

过点 D 作 $DG \parallel AB$ ，过点 E 作 $EH \parallel AB$ ，根据平行线的性质求解即可.

【详解】解：如图，过点 D 作 $DG \parallel AB$ ，过点 E 作 $EH \parallel AB$ ，



$$\because DG \parallel AB, \angle BCD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CDG = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\because EF \perp MN,$$

$$\therefore \angle MFE = 90^\circ,$$

$$\because AB \parallel MN,$$

$$\therefore AB \parallel DG \parallel EH \parallel MN,$$

$$\therefore \angle HEF = \angle MFE = 90^\circ,$$

$$\because \angle DEF = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DEH = \angle DEF - \angle HEF = 30^\circ,$$

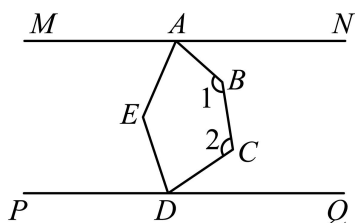
$$\because GD \parallel EH,$$

$$\therefore \angle GDE = \angle DEH = 30^\circ$$

$$\therefore \angle CDE = \angle CDG + \angle GDE = 90^\circ,$$

故答案为：90.

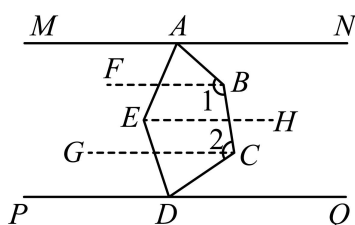
16. 如图，直线 $MN \parallel PQ$ ， $\angle 1 = 150^\circ$ ， $\angle 2 = 120^\circ$ ， $\angle MAB$ 的角平分线与 $\angle PDC$ 的角平分线交于点 E ，则 $\angle AED =$ _____ $^\circ$ ；



【答案】 135

【分析】 过点 B 作 $BF \parallel MN$ ，过点 C 作 $CG \parallel PQ$ ，过点 E 作 $EH \parallel MN$ ，根据平行线的判定和性质得出 $\angle NAB = \angle ABF$ ， $\angle FBC + \angle GCB = 180^\circ$ ， $\angle DCG = \angle CDQ$ ， $\angle AEH = \angle MAE$ ， $\angle DEH = \angle PDE$ ，结合题意求出 $\angle NAB + \angle CDQ = 90^\circ$ ， $\angle MAB + \angle PDC = 270^\circ$ ，根据角平分线的定义求出 $\angle MAE + \angle PDE = 135^\circ$ ，即可求解.

【详解】 解：过点 B 作 $BF \parallel MN$ ，过点 C 作 $CG \parallel PQ$ ，过点 E 作 $EH \parallel MN$ ，如图：



$\because MN \parallel PQ$ ， $BF \parallel MN$ ， $CG \parallel PQ$ ， $EH \parallel MN$ ，

$\therefore MN \parallel BF \parallel CG \parallel EH \parallel PQ$ ，

$\therefore \angle NAB = \angle ABF$ ， $\angle FBC + \angle GCB = 180^\circ$ ， $\angle DCG = \angle CDQ$ ， $\angle AEH = \angle MAE$ ， $\angle DEH = \angle PDE$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = \angle ABF + \angle FBC + \angle GCB + \angle DCG = \angle NAB + 180^\circ + \angle CDQ$ ，

即 $150^\circ + 120^\circ = \angle NAB + \angle CDQ + 180^\circ$ ，

$\therefore \angle NAB + \angle CDQ = 90^\circ$ ．

$\therefore \angle MAB + \angle PDC = (180^\circ - \angle NAB) + (180^\circ - \angle CDQ) = 360^\circ - (\angle NAB + \angle CDQ) = 270^\circ$ ，

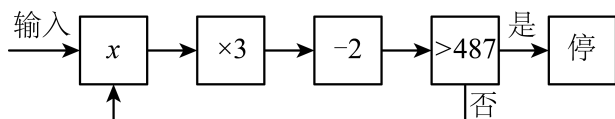
$\because AE$ 平分 $\angle MAB$ ， DE 平分 $\angle PDC$ ，

$\therefore \angle MAE = \frac{1}{2}\angle MAB$ ， $\angle PDE = \frac{1}{2}\angle PDC$ ，

$\therefore \angle MAE + \angle PDE = \frac{1}{2}(\angle MAB + \angle PDC) = \frac{1}{2} \times 270^\circ = 135^\circ$ ．

$\therefore \angle AED = \angle AEH + \angle DEH = \angle MAE + \angle PDE = 135^\circ$ ．

17. 按图中的程序进行操作，规定：程序运行从“输入一个值 x ”到“结果是否 $> 487?$ ”为一次操作，若操作四次才停止，则 x 的取值范围是_____.



【答案】 $7 < x \leq 19$

【分析】 根据题意求出四次的操作结果，再根据题意列不等式组解答即可求解.

【详解】 解：由程序可得，第一次的操作结果为 $3x - 2$,

第二次的操作结果为 $3(3x - 2) - 2 = 9x - 8$,

第三次的操作结果为 $3(9x - 8) - 2 = 27x - 26$,

第四次的操作结果为 $3(27x - 26) - 2 = 81x - 80$,

$\therefore$ 操作四次才停止,

$$\therefore \begin{cases} 27x - 26 \leq 487 \\ 81x - 80 > 487 \end{cases},$$

解得 $7 < x \leq 19$,

即 x 的取值范围是 $7 < x \leq 19$.

18. 我们定义: $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 例如 $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 5 - 3 \times 4 = 10 - 12 = -2$, 若 x, y 为不同的整数, 且满足 $1 < \begin{vmatrix} 1 & x \\ y & 4 \end{vmatrix} < 4$, 则 $x + y$ 的值是_____.

【答案】 ± 3

【分析】 先根据新定义得到 $1 < 1 \times 4 - xy < 4$, 即可求出 $0 < xy < 3$, 再由 x, y 为不同的整数, 确定 x, y 的值, 即可求解.

【详解】 解: 由题意得, $1 < 1 \times 4 - xy < 4$, 即 $1 < 4 - xy < 4$,

$$\therefore 0 < xy < 3,$$

$\therefore x, y$ 为不同的整数,

$$\therefore xy = 2 \text{ 或 } xy = 1,$$

当 $xy = 1$ 时, $x = 1, y = 1$ 或 $x = -1, y = -1$, 不符合题意, 舍去;

当 $xy = 2$ 时, $x = 1, y = 2$ 或 $x = -1, y = -2$ 或 $x = 2, y = 1$ 或 $x = -2, y = -1$

$$\therefore x + y = 3 \text{ 或 } -3$$

$$\therefore x + y \text{ 的值是 } \pm 3.$$

三、解答题(本大题共有 8 题, 第 19~24 题每题 6 分, 第 25~26 题每题 8 分, 满分 52 分)

19. 解不等式组: $\begin{cases} \frac{4x+1}{3} < x+2 \\ 6x-5 \geq 7 \end{cases}$; 并写出所有的正整数解.

【答案】 $2 \leq x < 5$, 所有的正整数解有 2, 3, 4

【分析】分别求出各不等式的解集, 再求出其公共解集, 然后写出正整数解即可.

【详解】解: $\begin{cases} \frac{4x+1}{3} < x+2 \textcircled{1} \\ 6x-5 \geq 7 \textcircled{2} \end{cases}$

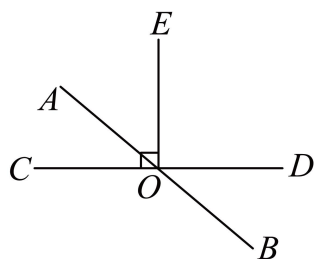
解不等式①得, $x < 5$

解不等式②得, $x \geq 2$

$\therefore$ 不等式组的解集为: $2 \leq x < 5$.

$\therefore$ 所有的正整数解有 2, 3, 4.

20. 如图所示, 直线 AB 与 CD 相交于点 O , $OE \perp CD$.



(1) 若 $\angle AOC = 36^\circ$, 求 $\angle BOE$ 的度数

(2) 若 $\angle BOD : \angle BOC = 1 : 5$, 求 $\angle AOE$ 的度数.

【答案】(1) $\angle BOE = 126^\circ$

(2) $\angle AOE = 60^\circ$

【分析】(1) 首先由垂直得到 $\angle DOE = 90^\circ$, 然后由对顶角相等得到 $\angle AOC = \angle BOD = 36^\circ$, 然后求解即可;

(2) 首先由 $\angle BOD : \angle BOC = 1 : 5$ 求出 $\angle BOD = 180^\circ \times \frac{1}{1+5} = 30^\circ$, 然后求解即可.

【详解】(1) 解: $\because OE \perp CD$,

$\therefore \angle DOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 36^\circ$,

$\therefore \angle BOE = \angle DOE + \angle BOD = 126^\circ$;

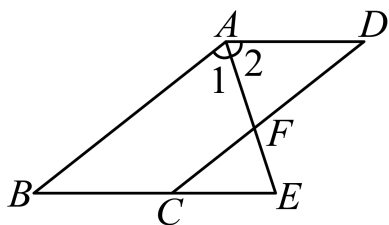
(2) 解: $\because \angle BOD + \angle BOC = 180^\circ$, $\angle BOD : \angle BOC = 1 : 5$,

$\therefore \angle BOD = 180^\circ \times \frac{1}{1+5} = 30^\circ$,

$$\therefore \angle DOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOE = 180^\circ - \angle DOE - \angle BOD = 60^\circ.$$

21. 如图, $AD \parallel BC$, $\angle BAD$ 的平分线交 CD 于点 F , 交 BC 的延长线于点 E , $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$, 求证: $\angle CFE = \angle E$.



请将下面的证明过程补充完整:

证明: $\because AD \parallel BC$, (已知)

$$\therefore \angle 2 = \angle E, (\text{_____})$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$, (已知)

$$\therefore \angle 1 = \angle \text{_____}. (\text{角平分线的定义})$$

$$\therefore \angle 1 = \angle E \text{ (等量代换)}$$

$$\because \angle B + \angle BCD = 180^\circ \text{ (已知)},$$

$$\therefore \text{_____}. (\text{_____})$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CFE.$$

$$\therefore \angle CFE = \angle E$$

【答案】 两直线平行, 内错角相等; 2; $AB \parallel DC$, 同旁内角互补, 两直线平行.

【分析】 根据平行线的性质得 $\angle 2 = \angle E$, 由角平分线的定义得 $\angle 1 = \angle 2$, 等量代换得 $\angle 1 = \angle E$, 再由 $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$ 得出 $AB \parallel DC$, 进而可证结论成立.

【详解】 证明: $\because AD \parallel BC$ (已知),

$$\therefore \angle 2 = \angle E, (\text{两直线平行, 内错角相等})$$

$\because AE$ 平分 $\angle BAD$, (已知)

$$\therefore \angle 1 = \angle 2. (\text{角平分线的定义})$$

$$\therefore \angle 1 = \angle E. (\text{等量代换})$$

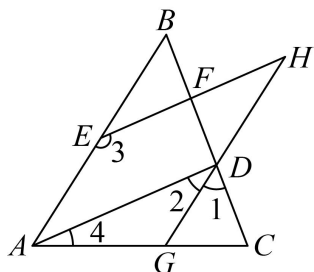
$$\because \angle B + \angle BCD = 180^\circ \text{ (已知)},$$

$$\therefore AB \parallel DC. (\text{同旁内角互补, 两直线平行})$$

$$\therefore \angle 1 = \angle CFE.$$

$$\therefore \angle CFE = \angle E.$$

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 F 在边 BC 上, 点 E 在 AB 边上, 点 G 在 AC 上, EF 与 GD 的延长线交于点 H , $\angle 1 = \angle B$, $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$.



(1) 判定 EH 和 AD 的位置关系, 并说明理由.

(2) 若 $\angle DGC = 60^\circ$, 且 $\angle H - \angle 4 = 4^\circ$, 求 $\angle H$ 的度数.

【答案】 (1) $EH \parallel AD$, 理由见解析;

(2) $\angle H = 32^\circ$.

【分析】 本题考查平行线的判定与性质.

(1) 先根据平行线的判定可得 $AB \parallel GD$, 根据平行线的性质得 $\angle 2 = \angle BAD$, 等量代换得到 $\angle BAD + \angle 3 = 180^\circ$, 即可得 EH 和 AD 的位置关系;

(2) 由平行线的性质得到 $\angle 2 = \angle BAD = \angle H$, $\angle DGC = \angle BAC = 60^\circ$, 根据角的和差得出 $\angle BAC = \angle BAD + \angle 4 = \angle H + \angle 4 = 60^\circ$, 再根据 $\angle H - \angle 4 = 4^\circ$, 即可得 $\angle H$ 的度数.

【详解】 (1) 解: $EH \parallel AD$, 理由如下:

$$\because \angle 1 = \angle B,$$

$$\therefore AB \parallel GD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle BAD,$$

$$\text{又} \because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore EH \parallel AD;$$

(2) 解: 由 (1) 得 $AB \parallel GD$,

$$\therefore \angle 2 = \angle BAD, \angle DGC = \angle BAC,$$

$$\because \angle DGC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\because EH \parallel AD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle H,$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle H &= \angle BAD, \\ \therefore \angle BAC &= \angle BAD + \angle 4 = \angle H + \angle 4 = 60^\circ, \\ \therefore \angle H - \angle 4 &= 4^\circ, \\ \therefore \angle H &= 32^\circ. \end{aligned}$$

23. 如图，按要求画图.

$P \bullet$



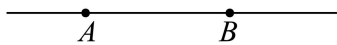
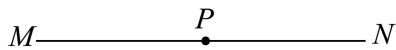
- (1) 过点 P 画直线 $MN \parallel AB$;
- (2) 连接 PA 、 PB ；过 B 画 AP 、 MN 的垂线，垂足为 C 、 D ;
- (3) 过点 P 画 AB 的垂线段，垂足为 E .

【答案】(1)见解析

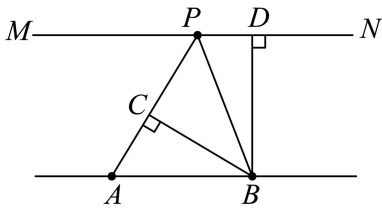
(2)见解析

(3)见解析

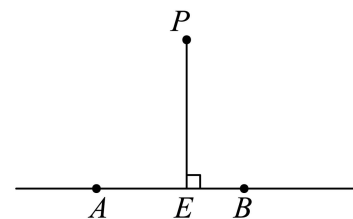
【详解】(1) 解：如图，过点 P 画直线 $MN \parallel AB$ 即可；



(2) 如图，连接 PA 、 PB ；过 B 画 AP 、 MN 的垂线，垂足为 C 、 D ;



(3) 如图，过点 P 画 AB 的垂线段，垂足为 E



【点睛】本题考查了平行以及垂线的定义，需要图形结合.

24. 某校为补充课间体育器材，计划采购沙包和篮球共 90 个，已知每个篮球的价格比每个沙包的价格高 18 元，购买 5 个沙包和 8 个篮球共花费 300 元.

(1)沙包和篮球的单价各是多少元？

(2)若采购总资金不超过 1764 元，且篮球的数量不少于沙包数量的 $\frac{2}{3}$ ，请问有几种购买方案？写出所有购买方案.

【答案】(1)沙包的单价为 12 元，篮球的单价为 30 元

(2)一共有三种方案，分别是：方案一：购买沙包 52 个，购买篮球 38 个；方案二：购买沙包 53 个，购买篮球 37 个；方案三：购买沙包 54 个，购买篮球 36 个

【分析】本题主要考查了二元一次方程组和不等式组的应用，解题的关键是根据等量关系列出方程，根据不等关系列出不等式.

(1) 设沙包的单价为 x 元，篮球的单价为 y 元，根据每个篮球的价格比每个沙包的价格高 18 元，购买 5 个沙包和 8 个篮球共花费 300 元，列出方程组，解方程组即可；

(2) 设购买沙包 m 个，购买篮球 $(90 - m)$ 个，根据采购总资金不超过 1764 元，且篮球的数量不少于沙包数量的 $\frac{2}{3}$ ，列出不等式组，解不等式组即可.

【详解】(1) 解：设沙包的单价为 x 元，篮球的单价为 y 元，根据题意得：

$$\begin{cases} y - x = 18 \\ 5x + 8y = 300 \end{cases},$$

解得： $x = 12$, $y = 30$,

答：沙包的单价为 12 元，篮球的单价为 30 元.

(2) 解：设购买沙包 m 个，购买篮球 $(90 - m)$ 个，根据题意得：

$$\begin{cases} 12m + 30(90 - m) \leq 1764 \\ 90 - m \geq \frac{2}{3}m \end{cases}$$

解得： $52 \leq m \leq 54$,

∴一共有三种方案，分别是：

方案一：购买沙包 52 个，购买篮球 38 个；

方案二：购买沙包 53 个，购买篮球 37 个；

方案三：购买沙包 54 个，购买篮球 36 个.

25. 已知：如图 1 直线 AB 、 CD 被直线 MN 所截， $\angle 1 = \angle 2$.

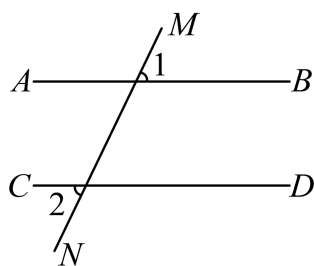


图1

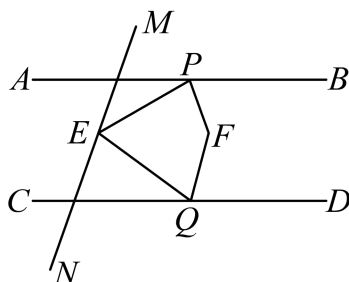


图2

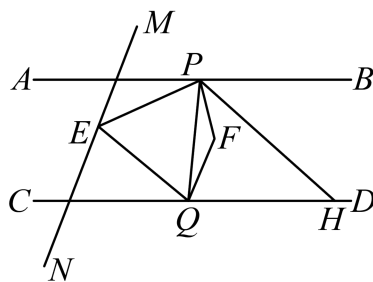


图3

(1)求证: $AB \parallel CD$;

(2)如图2, 点E在AB, CD之间的直线MN上, P、Q分别在直线AB、CD上, 连接PE、EQ, PF平分 $\angle BPE$, QF平分 $\angle EQD$, 则 $\angle PEQ$ 和 $\angle PFQ$ 之间有什么数量关系, 请直接写出结论;

(3)如图3, 在(2)的条件下, 过P点作 $PH \parallel EQ$ 交CD于点H, 连接PQ, 若PQ平分 $\angle EPH$, $\angle QPF : \angle EQF = 1:4$, 求 $\angle PHQ$ 的度数.

【答案】 (1)见解析

(2) $\angle PEQ + 2\angle PFQ = 360^\circ$, 理由见解析

(3) 36°

【分析】 (1) 首先证明 $\angle 1 = \angle 3$, 即可证得 $AB \parallel CD$;

(2) 作 $EH \parallel AB$, 由平行线的性质得到 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$, 得到 $\angle PEQ = \angle 1 + \angle 4$, 同理可证:
 $\angle PFQ = \angle BPF + \angle FQD$, 然后结合角平分线的定义求解即可;

(3) 如图3中, 设 $\angle QPF = y, \angle PHQ = x, \angle EPQ = z$, 则 $\angle EQF = \angle FQH = 4y$, 由平行线的性质得到 $x + 8y = 180^\circ$, 然后推出 $\angle FPH = y + z - x$, 然后结合角平分线的定义求解即可.

【详解】 (1) 证明: 如图1,

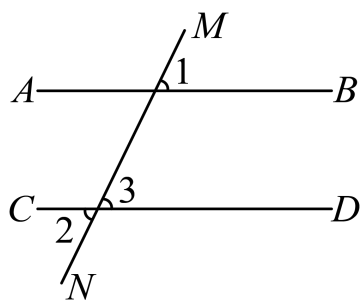


图1

$$\because \angle 2 = \angle 3, \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

(2) 解: $\angle PEQ + 2\angle PFQ = 360^\circ$.

理由: 如图2中, 作 $EH \parallel AB$

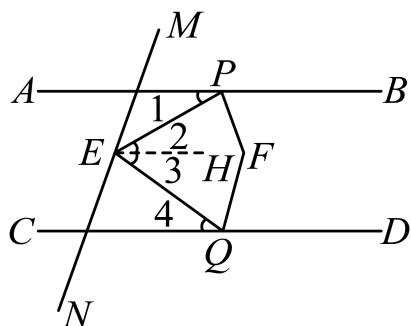


图2

$$\because AB \parallel CD, EH \parallel AB$$

$$\therefore EH \parallel CD$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle 1 + \angle 4$$

$$\therefore \angle PEQ = \angle 1 + \angle 4$$

同理可证: $\angle PFQ = \angle BPF + \angle FQD$

$$\because \angle BPE = 2\angle BPF, \angle EQD = 2\angle FQD, \angle 1 + \angle BPE = 180^\circ, \angle 4 + \angle EQD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 4 + \angle EQD + \angle BPE = 2 \times 180^\circ, \angle PEQ + 2(\angle FQD + \angle BPF) = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle PEQ + 2\angle PFQ = 360^\circ;$$

(3) 解: 如图3中, 设 $\angle QPF = y$, $\angle PHQ = x$, $\angle EPQ = z$, 则 $\angle EQF = \angle FQH = 4y$,

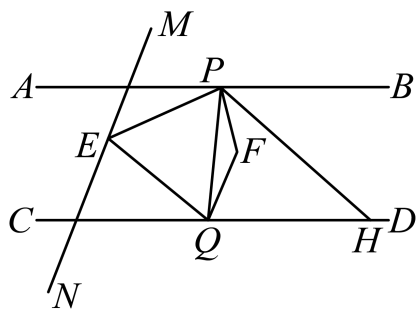


图3

$$\because EQ \parallel PH,$$

$$\therefore \angle EQC = \angle PHQ = x,$$

$$\therefore x + 8y = 180^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BPH = \angle PHQ = x,$$

$$\because PF \text{ 平分 } \angle BPE,$$

$$\therefore \angle EPQ + \angle FPQ = \angle FPH + \angle BPH,$$

$$\therefore \angle FPH = y + z - x,$$

$$\because PQ \text{ 平分 } \angle EPH,$$

$$\therefore z = y + y + z - x,$$

$$\therefore x = 2y,$$

$$\therefore 10y = 180^\circ,$$

$$\therefore y = 18^\circ,$$

$$\therefore x = 36^\circ,$$

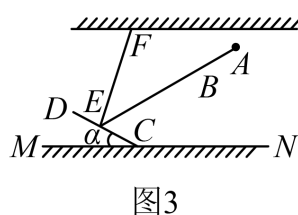
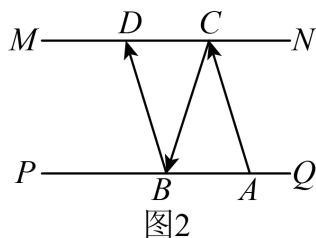
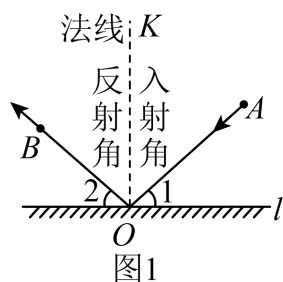
$$\therefore \angle PHQ = 36^\circ.$$

26. 综合实践:

【知识发现】汉代初期的《淮南万毕术》是中国古代有关物理、化学的重要文献，书中记载的“取大镜高悬，置水盆于其下，则见四邻矣”是古人利用光的反射定律改变光路的方法。



如图 1，在反射现象中，反射光线、入射光线和法线都在同一平面内，法线垂直于平面镜，反射光线、入射光线分别位于法线两侧，反射角等于入射角。



(1) 观察图形，写出 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 数量关系_____；

(2) 【结论应用】如图 2，直线 $MN \parallel PQ$ ，点 A 在直线 PQ 上，点 C 在直线 MN 上，光线 AC 被 MN 反射后再次被 PQ 反射，入射光线 AC 经过两次反射的光线为 BD ，其中点 B 在直线 PQ 上，利用 (1) 中发现的结论，试探究 BD 与 AC 的位置关系，并说明理由；

(3) 【深入思考】如图 3，将支架平面镜（可调节角度）放置在水平地面 MN 上，激光笔 AB 发出的光束 BE 射到镜面 CD 上，经反射后与天花板形成的点记为 F ，激光笔 AB 与水平天花板所夹的锐角为 30° ，支架平面镜与地面的夹角 $\angle DCM = \alpha$ ；

①若 $\alpha = 28^\circ$ ，求反射光束 EF 与天花板所形成的角 $\angle AFE$ 的度数；

②若 $20^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$ ，请直接写出反射光束 EF 与天花板所形成角 $\angle AFE$ 的度数取值范围。（提示：三角形内角和是 180° ）

【答案】(1) $\angle 1 = \angle 2$

(2) $BD \parallel AC$ ，见解析

(3) ① $\angle AFE = 86^\circ$ ；② $\angle AFE$ 的度数取值范围为 $10^\circ \leq \angle AFE < 30^\circ$ 或 $70^\circ \leq \angle AFE < 150^\circ$

【分析】本题考查了平行线的判定与性质，角的和差计算；

(1) 根据等角的余角相等可得答案；

(2) 先根据 (1) 中结论可知： $\angle ACN = \angle BCD$ ， $\angle ABC = \angle PBD$ ，再结合平行线的性质得出 $\angle BCD = \angle ABC = \angle ACN = \angle PBD = \angle BDC = \angle ABC$ ，然后根据平行线的判定得出结论；

(3) ①过 E 作 $EH \parallel MN$ ，根据平行线的传递性可得出 $EH \parallel MN \parallel AF$ ，根据平行线的性质得出 $\angle HEC = \angle DCM = 28^\circ$ ， $\angle AEH = \angle FAE = 30^\circ$ ，进而求出 $\angle FED = \angle AEC = \angle AEH + \angle CEH = 58^\circ$ ，然后求出 $\angle FEA$ ，再根据平行线的性质求解即可；

②由①可求当 EF 和 AE 重合时， $\alpha = 60^\circ$ ，然后分 $20^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ 和 $60^\circ < \alpha \leq 70^\circ$ 两种情况，分别求出对应的 $\angle AFE$ 的取值范围即可。

【详解】(1) 解： $\because$ 法线垂直于平面镜，

$\therefore$ 法线将一个平角分成了两个直角，

又 $\because$ 反射角等于入射角，

$\therefore$ 根据等角的余角相等可得 $\angle 1 = \angle 2$ ，

故答案为： $\angle 1 = \angle 2$ ；

(2) $BD \parallel AC$ ；

理由：由 (1) 中结论可知： $\angle ACN = \angle BCD$ ， $\angle ABC = \angle PBD$ ，

$\because MN \parallel PQ$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle ABC$ ， $\angle PBD = \angle BDC$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle ABC = \angle ACN = \angle PBD = \angle BDC$ ，

即 $\angle ACN = \angle BDC$ ，

$\therefore BD \parallel AC$ ；

(3) ①如图 3，由 (1) 中结论得 $\angle FED = \angle AEC$ ，过 E 作 $EH \parallel MN$ ，

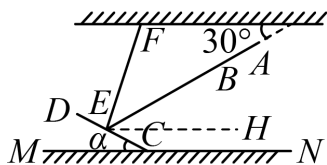


图3

$\therefore AF \parallel MN$,

$\therefore EH \parallel MN \parallel AF$,

$\therefore \angle HEC = \angle DCM = 28^\circ$, $\angle AEH = \angle FAE = 30^\circ$,

$\therefore \angle FED = \angle AEC = \angle AEH + \angle CEH = 58^\circ$,

$\therefore \angle FEA = 180^\circ - \angle FED - \angle AEC = 64^\circ$,

$\therefore \angle FEH = \angle FEA + \angle AEH = 94^\circ$,

$\therefore AF \parallel EH$,

$\therefore \angle AFE = 180^\circ - \angle FEH = 86^\circ$;

②过E作 $EH \parallel MN$,

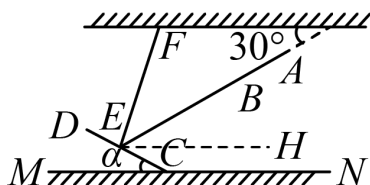


图3

$\therefore EH \parallel MN \parallel AF$,

$\therefore \angle HEC = \angle DCM = \alpha$, $\angle AEH = \angle FAE = 30^\circ$,

当EF和AE重合时, 则 $\angle FED = \angle AEC = 90^\circ$,

$\therefore \alpha = \angle DCM = \angle HEC = 60^\circ$,

当 $20^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ 时, 如图,

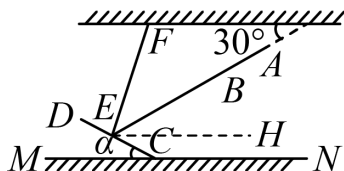


图3

由①可知: $\angle FED = \angle AEC = \angle AEH + \angle CEH = 30^\circ + \alpha$,

$\therefore \angle FEA = 180^\circ - \angle FED - \angle AEC = 120^\circ - 2\alpha$,

$\therefore \angle FEH = \angle FEA + \angle AEH = 150^\circ - 2\alpha$,

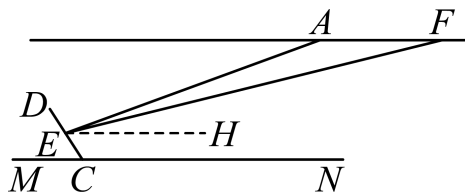
$$\therefore AF \parallel EH,$$

$$\therefore \angle AFE = 180^\circ - \angle FEH = 30^\circ + 2\alpha$$

$$\therefore 20^\circ \leq \alpha < 60^\circ,$$

$$\therefore 70^\circ \leq 30^\circ + 2\alpha < 150^\circ, \text{ 即 } 70^\circ \leq \angle AFE < 150^\circ;$$

当 $60^\circ < \alpha \leq 70^\circ$ 时, 如图, 过 E 作 $EH \parallel MN$,



$$\text{同理可求出 } \angle FED = \angle AEC = \angle AEH + \angle CEH = 30^\circ + \alpha,$$

$$\therefore \angle FEA = 180^\circ - \angle AED - \angle FEC = 2\alpha - 120^\circ,$$

$$\therefore \angle FEH = \angle AEH - \angle FEA = 150^\circ - 2\alpha,$$

$$\therefore AF \parallel EH,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle FEH = 150^\circ - 2\alpha,$$

$$\therefore 60^\circ < \alpha \leq 70^\circ,$$

$$\therefore 10^\circ \leq 150^\circ - 2\alpha < 30^\circ, \text{ 即 } 10^\circ \leq \angle AFE < 30^\circ;$$

综上, $\angle AFE$ 的度数取值范围为 $10^\circ \leq \angle AFE < 30^\circ$ 或 $70^\circ \leq \angle AFE < 150^\circ$.