

2025-2026 学年七年级数学下学期期末押题卷

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 下列命题中, 是真命题的是()
A. 内错角相等
B. 相等的角是对顶角
C. 互补的两个角一定一个是锐角, 一个是钝角
D. 在同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

【答案】D

【分析】分别根据平行线的性质, 对顶角的含义, 补角的定义, 垂线的定义对选项依次判断即可.

【详解】解: A、两直线平行, 内错角相等, 原命题是假命题, 不符合题意;
B、相等的角不一定是对顶角, 原命题是假命题, 不符合题意;
C、互补的两个角可以都是直角, 原命题是假命题, 不符合题意;
D、在同一平面内, 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直, 正确, 是真命题, 符合题意,

2. 若 $a > b$, 则下列不等式变形正确的是 ()

A. $a+2 < b+2$ B. $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ C. $-3a > -3b$ D. $5a-2 > 5b-2$

【答案】D

【分析】根据不等式性质逐一判断选项即可, 用到的性质为: 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号方向不变; 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号方向不变; 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号方向改变.

【详解】解：∵ $a > b$,

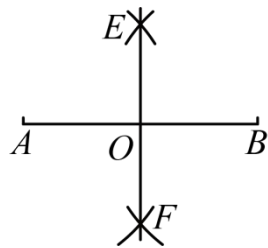
对于 A 选项，不等式两边同时加 2，不等号方向不变，可得 $a+2 > b+2$ ，故 A 错误，不符合题意.

对于 B 选项，不等式两边同时除以正数 3，不等号方向不变，可得 $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ ，故 B 错误，不符合题意.

对于 C 选项，不等式两边同时乘负数 -3，不等号方向改变，可得 $-3a < -3b$ ，故 C 错误，不符合题意.

对于 D 选项，不等式两边同时乘正数 5，不等号方向不变，得 $5a > 5b$ ，再两边同时减 2，不等号方向不变，可得 $5a-2 > 5b-2$ ，故 D 正确，符合题意.

3. 如图，分别以线段 AB 的两个端点为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧分别相交于点 E, F ，作直线 EF 交 AB 于点 O ，则下列结论正确的是 ()



- A. 线段 AB 垂直平分直线 EF B. 点 O 不是线段 EF 的中点
C. 直线 EF 垂直平分线段 AB D. 直线 EF 垂直但不平分线段 AB

【答案】C

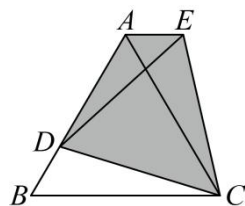
【分析】利用基本作图（作线段垂直平分线）进行判断.

【详解】解：由作法得 EF 垂直平分 AB ，

∴ $OA = OB$ ， $EF \perp AB$ ，

即直线 EF 垂直平分线段 AB .

4. 如图， $\triangle ABC$ 是等边三角形，动点 D 从点 B 出发，沿 BA 方向运动到终点 A ，以 CD 为边向上作等边 $\triangle CDE$ ，连接 AE . 在整个运动过程中，阴影部分面积大小的变化情况是 ()



- A. 一直减小 B. 一直不变 C. 先减小后增大 D. 先增大后减小

【答案】B

【分析】根据等边三角形的性质可证 $\triangle BCD \cong \triangle ACE (SAS)$ ，由此可得阴影部分的面积为等边三角形 $\triangle ABC$ 的面积。

【详解】解： $\because \triangle ABC$ 、 $\triangle CDE$ 是等边三角形，

$$\therefore AB = AC, EC = DC, \angle ACB = \angle ECD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB - \angle ACD = \angle ECD - \angle ACD,$$

$$\text{即 } \angle BCD = \angle ACE,$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle ACE (SAS),$$

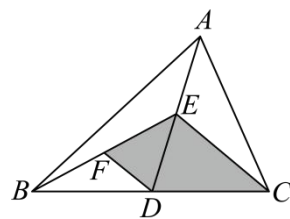
$$\therefore S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACE},$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ACE},$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABC},$$

$\therefore$ 阴影部分面积的变化情况是一直不变。

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别为 BC 、 AD 、 BE 的中点，已知阴影部分的面积为 15cm^2 ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



A. 40cm^2

B. 30cm^2

C. 35cm^2

D. 29cm^2

【答案】A

【分析】根据点 D 、 E 、 F 分别为 BC 、 AD 、 BE 的中点，得到 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ， $S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACD}$ ， $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD}$ ， $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle BDE}$ ，推出 $S_{\triangle DCE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$ ， $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{8}S_{\triangle ABC}$ ，根据阴影部分的面积为 15cm^2 ，得到 $S_{\triangle CDE} + S_{\triangle DEF} = 15\text{cm}^2$ ，即可求解。

【详解】解： $\because$ 点 D 、 E 、 F 分别为 BC 、 AD 、 BE 的中点，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}, S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACD}, S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABD}, S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle BDE},$$

$$\therefore S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ACD} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}, S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2}S_{\triangle BDE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{8}S_{\triangle ABC},$$

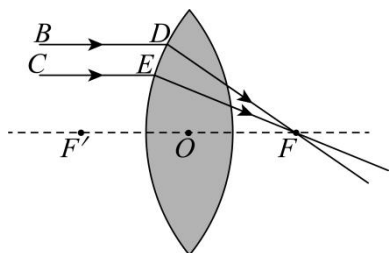
$\therefore$ 阴影部分的面积为 15cm^2 ，

$$\therefore S_{\triangle CDE} + S_{\triangle DEF} = 15\text{cm}^2,$$

$$\therefore \frac{1}{4}S_{\triangle ABC} + \frac{1}{8}S_{\triangle ABC} = 15\text{cm}^2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = 40\text{cm}^2.$$

6. 同学们将在下学期的物理课上学习《凸透镜成像规律》. 如图, 箭头所画的是光线的方向, $BD \parallel CE \parallel F'F$, 若 $\angle BDF = 148^\circ$, $\angle CEF = 160^\circ$, 则 $\angle DFE$ 的度数为 ()



A. 10°

B. 12°

C. 20°

D. 32°

【答案】 B

【分析】 根据平行线的性质得出 $\angle DFF' = 32^\circ$, $\angle EFF' = 20^\circ$, 然后求出结果即可.

【详解】 解: $\because BD \parallel CE \parallel F'F$,

$$\therefore \angle DFF' = 180^\circ - \angle BDF = 180^\circ - 148^\circ = 32^\circ,$$

$$\angle EFF' = 180^\circ - \angle CEF = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle DFE = \angle DFF' - \angle EFF' = 32^\circ - 20^\circ = 12^\circ.$$

第 II 卷

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. 命题“过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行”是_____命题. (填“真”或“假”)

【答案】 真

【详解】 解: 根据平行公理可知, 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行, 因此该命题是真命题.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 6$, 则该三角形的形状是_____三角形.

【答案】 钝角

【分析】 根据三角形内角和定理求出最大内角的度数, 再根据三角形按角分类的规则判断三角形的形状.

【详解】 解: 设 $\angle A = 2x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = 6x$,

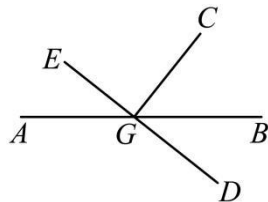
根据三角形内角和定理，得 $2x + 3x + 6x = 180^\circ$ ，

解得 $x = \frac{180^\circ}{11}$ ，

因此最大角 $\angle C = 6 \times \frac{180^\circ}{11} = \frac{1080^\circ}{11} \approx 98.2^\circ > 90^\circ$ ，

有一个角是钝角的三角形是钝角三角形，因此该三角形是钝角三角形。

9. 如图， AB 、 DE 交于点 G ， $CG \perp DE$ ，垂足为 G ， $\angle BGC = 52^\circ$ ，则 $\angle AGD = \underline{\quad}$ °.



【答案】 142

【分析】根据垂直的定义得出 $\angle CGE = 90^\circ$ ，利用角的和差关系求出 $\angle BGE$ 的度数，最后根据对顶角相等即可求解。

【详解】解： $\because CG \perp DE$ ，

$\therefore \angle CGE = 90^\circ$ ，

$\because \angle BGC = 52^\circ$ ，

$\therefore \angle BGE = \angle CGE + \angle BGC = 90^\circ + 52^\circ = 142^\circ$ ，

$\because \angle AGD$ 与 $\angle BGE$ 是对顶角，

$\therefore \angle AGD = \angle BGE = 142^\circ$ 。

10. 若 $|2x - 4| = 4 - 2x$ ，那么 x 的取值范围为_____。

【答案】

$x \leq 2$

【分析】根据绝对值的性质，绝对值等于其相反数的数为非正数，据此列出关于 x 的一元一次不等式，求解不等式即可得到 x 的取值范围。

【详解】解： $\because |2x - 4| = 4 - 2x = -(2x - 4)$ ，

$\therefore 2x - 4 \leq 0$ ，

移项得， $2x \leq 4$ ，

系数化为1得， $x \leq 2$ 。

11. 对于有理数 a 、 b ，如果 $a < -1$ ， $b < a$ ，则 b _____ -1 （用“>”，“<”，“=”填空）。

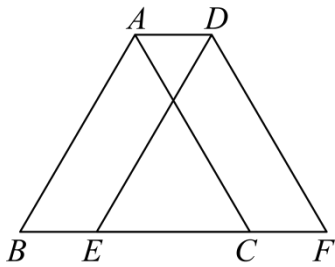
【答案】 <

【详解】解：∵ $a < -1$ ， $b < a$ ，

∴ 根据不等式的性质可得： $b < a < -1$ ，

∴ $b < -1$ 。

12. 如图，将边长为 3 个单位的等边 ABC 沿边 BC 向右平移 1 个单位得到 DEF ，则四边形 $ABFD$ 的周长为_____个单位。



【答案】 11

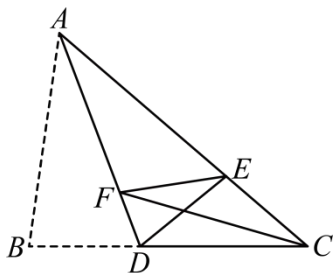
【分析】 根据平移的性质，图形的周长求解即可；

【详解】解：根据边长为 3 个单位的等边 ABC 沿边 BC 向右平移 1 个单位得到 DEF ，得 $AD = BE = CF = 1$ ， $AB = BC = CA = FD = 3$ ， $BF = BC + CF = 4$ ，

故四边形 $ABFD$ 的周长为： $AD + DF + FB + BA = 1 + 3 + 4 + 3 = 11$ ；

13. 如图，在 ABC 中， $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， $AC = 6$ ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 折叠，使得点 B 恰好落在 AC 边上的点 E 处，折痕为 AD ，若点 F 为 AD 上一动点，则 $\triangle EFC$ 的周长最小值为

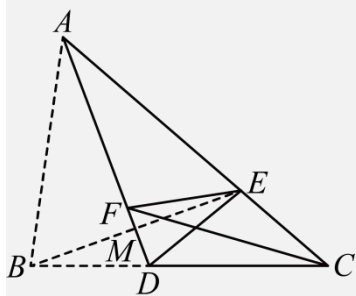
_____。



【答案】 7

【分析】 连接 BE ，交 AD 于 M ，根据折叠和等腰三角形性质得出当 F 和 D 重合时， $EF + CF$ 的值最小，即此时 $\triangle EFC$ 的周长最小，最小值是 $CE + EF + CF = CE + BD + CD = BC + CE$ ，即可求出答案。

【详解】解：连接 BE ，交 AD 于 M ，如图所示：



∵沿 AD 折叠 B 和 E 重合,

∴ $AB = AE = 4$, $\angle CAD = \angle BAD$,

∴ $CE = AC - AE = 6 - 4 = 2$, AD 垂直平分 BE , 即 B 和 E 关于 AD 对称,

∴ $BD = DE$,

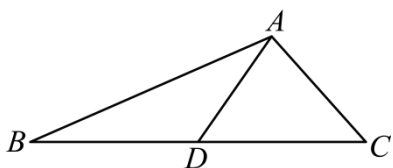
∴当 F 和 D 重合时, $EF + CF$ 的值最小, 即可此时 $\triangle EFC$ 的周长最小, 最小值是

$CE + EF + CF = CE + BD + CD = BC + CE$,

∴ $\triangle CEF$ 的周长的最小值是 $BC + CE = 5 + 2 = 7$.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, $AC = 3$, $AD = 5$, 则 AB 的取值范围是

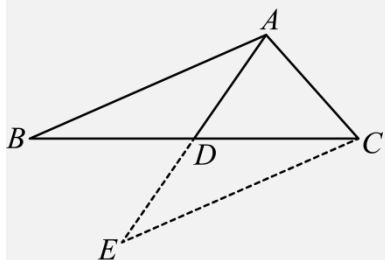
_____.



【答案】 $7 < AB < 13$

【分析】构造全等三角形 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECD$, 可得 $AB = EC$, 由三角形两边之和大于第三边, 三角形两边之差小于第三边, 可得 EC 的取值范围, 也就是 AB 的取值范围.

【详解】解: 如图, 延长 AD 至 E , 使 $DE = AD = 5$, 连接 CE ,



∵ AD 为 BC 边上的中线,

∴ $BD = CD$,

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECD$ 中,

$$\begin{cases} AD = DE \\ \angle ADB = \angle EDC, \\ BD = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ECD (\text{SAS}),$$

$$\therefore AB = EC,$$

$$\because AC = 3, \quad AE = AD + DE = 10,$$

$$\therefore 7 < EC < 13,$$

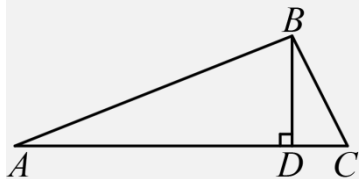
$$\therefore AB \text{ 的取值范围是: } 7 < AB < 13.$$

15. 已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的高, $AD = 5$, $CD = 1$. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 6, 则 BD 的长为_____.

【答案】2 或 3

【分析】分两种情况: 当点 D 在线段 AC 上时, 或当点 D 在线段 AC 的延长线上时, 分别求出结论即可.

【详解】解: 如图所示, 当点 D 在线段 AC 上时,



$$\because AD = 5, \quad CD = 1,$$

$$\therefore AC = AD + CD = 6,$$

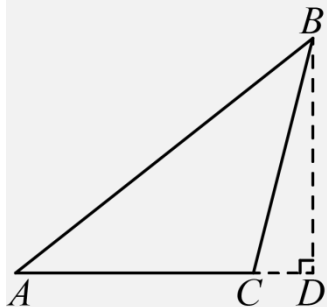
$$\because BD \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的高, 且 } \triangle ABC \text{ 的面积为 } 6,$$

$$\therefore \frac{1}{2} AC \cdot BD = 6,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 6 \cdot BD = 6,$$

$$\text{解得: } BD = 2;$$

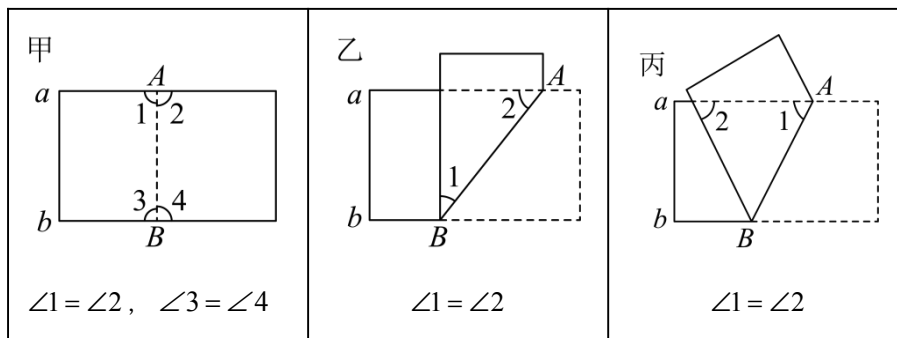
如图所示, 当点 D 在线段 AC 的延长线上时,



$\because AD = 5, \quad CD = 1,$
 $\therefore AC = AD - CD = 4,$
 $\because BD$ 是 ABC 的高, 且 ABC 的面积为 6,
 $\therefore \frac{1}{2} AC \cdot BD = 6,$
 即 $\frac{1}{2} \times 4 \cdot BD = 6,$
 $\therefore BD = 3;$

综上, BD 的长为 2 或 3.

16. 在综合实践课上, 老师要求验证纸条两边 a 与 b 是否平行, 甲、乙、丙三位同学按照如图所示的方式折叠, 并测量出部分数据, 关于三人的方案及数据, 甲、乙、丙正确的是:



【答案】甲、乙

【分析】甲: 通过折叠和角的等量关系, 证明内错角都是 90° , 从而判定平行; 乙: 利用折叠性质得到角相等, 再通过等量代换证明内错角相等, 从而判定平行; 丙: $\angle 1 = \angle 2$ 无法判定 $a \parallel b$.

【详解】解: 甲: $\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 1 = \angle 2,$
 $\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ,$

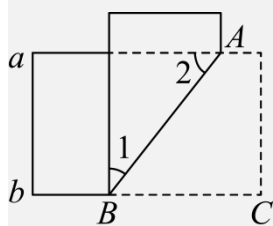
同理可得, $\angle 3 = \angle 4 = 90^\circ,$

$\therefore \angle 1 = \angle 4,$

$\therefore a \parallel b,$

故甲符合题意;

乙: 如图,



由折叠的性质得到： $\angle 1 = \angle ABC$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle ABC$ ，

$\therefore a \parallel b$ ，

故乙符合题意；

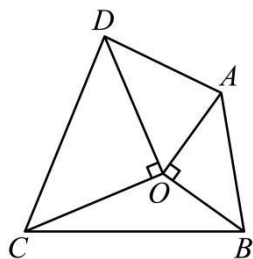
丙：由 $\angle 1 = \angle 2$ 无法判断 a 与 b 是否平行，

故丙不符合题意，

综上所述，只有甲、乙可行．

17. 如图， $\triangle ABO$ 和 $\triangle CDO$ 均为等腰直角三角形， $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ ，

$OA = OB = 2, OC = OD = 3$ ，连接 AD 、 BC ，那么以 AD 、 BC 、 $2OC$ 的长度为三边长的三角形的面积的最大值等于_____．



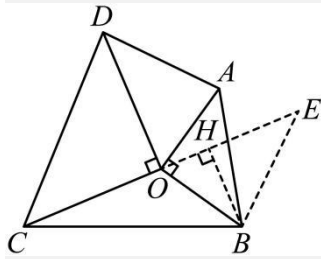
【答案】 6

【分析】 延长 CO 到点 E ，使 $OE = CO = 3$ ，连接 BE ，作 $BH \perp OE$ 于点 H ，可得

$\triangle DOA \cong \triangle EOD$ (SAS)，进而得出 $AD = BE$ ，从而得到 $\triangle CBE$ 是以 AD 、 BC 、 $2OC$ 的长度为三边长，然后根据当 $BO \perp CE$ 时， $S_{\triangle CBE}$ 最大求解即可．

【详解】 解： 延长 CO 到点 E ，使 $OE = CO = 3$ ，连接 BE ，作 $BH \perp OE$ 于点 H ，

$\therefore CE = OE + CO = 2OC = 6$ ，



$$\because \angle AOB = \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = 180^\circ - \angle COD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE - \angle AOE = \angle AOB - \angle AOE,$$

$$\therefore \angle DOA = \angle EOB,$$

$$\because OD = OE = 3, OA = OB = 2$$

$$\therefore \triangle DOA \cong \triangle EOB (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD = BE,$$

$\therefore \triangle CBE$ 是以 AD 、 BC 、 $2OC$ 的长度为三边长.

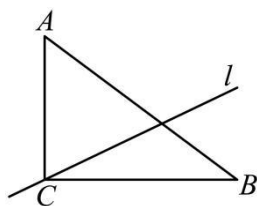
$$\therefore S_{\triangle CBE} = \frac{1}{2} CE \cdot BH = \frac{1}{2} \times 6BH = 3BH.$$

$$\because BH \leq OB,$$

$$\therefore \text{当 } BO \perp CE \text{ 时, } S_{\triangle CBE} \text{ 最大为: } 3 \times 2 = 6,$$

$\therefore$ 以 AD 、 BC 、 $2OC$ 的长度为三边长的三角形的面积的最大值等于 6.

18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, 直线 l 经过点 C 且与边 AB 相交 (不经过点 A , B). 动点 P 从点 A 出发沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 路径向终点 B 运动; 动点 Q 从点 B 出发沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 路径向终点 A 运动. 点 P 和点 Q 的速度分别为 1 cm/s 和 2 cm/s , 两点同时出发并开始计时, 当点 P 到达终点 B 时计时结束. 在某时刻分别过点 P 和点 Q 作 $PE \perp l$ 于点 E , $QF \perp l$ 于点 F , 设运动时间为 t 秒, 则当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 秒时, $\triangle PEC$ 与 $\triangle QFC$ 全等 (不考虑 P 、 Q 重合的情况).

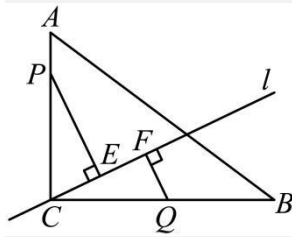


【答案】 2 或 12

【分析】 分两种情况讨论: 点 Q 在 BC 上, 点 P 在 AC 上; Q 与 A 重合, 根据全等三角形的

性质列式计算即可.

【详解】解: ①如图, 点 Q 在 BC 上, 点 P 在 AC 上,



由题意得, $AP = t$, $BQ = 2t$,

$\because AC = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$,

$\therefore CP = 6 - t$, $CQ = 8 - 2t$,

$\because PE \perp l$, $QF \perp l$,

$\therefore \angle PEC = \angle CFQ = \angle ACB = 90^\circ$,

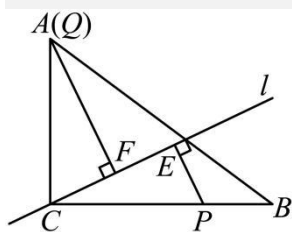
$\therefore \angle CPE + \angle PCE = \angle PCE + \angle FCQ = 90^\circ$,

$\therefore \angle CPE = \angle FCQ$,

当 $\triangle PEC \cong \triangle CFQ$ 时, 则 $PC = CQ$,

$\therefore 6 - t = 8 - 2t$, 解得: $t = 2$.

②如图, 当 Q 与 A 重合时,



由题意得, $CP = t - 6$, $CQ = 6$,

$\because \angle QCF + \angle CQF = \angle QCF + \angle PCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle CQF = \angle PCE$,

当 $\triangle PEC \cong \triangle CFQ$ 时, 则 $PC = CQ$, 即 $t - 6 = 6$, 解得: $t = 12$.

综上所述: 当 $t = 2$ 秒或 12 秒时, $\triangle PEC$ 与 $\triangle QFC$ 全等.

三、解答题:(本大题共 7 题, 共 78 分, 19-22 题每题 10 分, 23-24 每题 12 分, 25 题 14 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 解下列不等式 (或不等式组).

$$(1) \frac{x}{2} + 1 > x;$$

$$(2) \begin{cases} 3x > x-1 \\ \frac{2x-1}{2} \leq \frac{1}{2}x+1 \end{cases}.$$

【答案】(1) $x < 2$

$$(2) -\frac{1}{2} < x \leq 3$$

【详解】(1) 解: $\frac{x}{2} + 1 > x$

$$\frac{x}{2} - x > -1$$

$$-\frac{1}{2}x > -1$$

解得 $x < 2$

$\therefore$ 不等式的解集为 $x < 2$;

$$(2) \text{ 解: } \begin{cases} 3x > x-1 \text{ ①} \\ \frac{2x-1}{2} \leq \frac{1}{2}x+1 \text{ ②} \end{cases}$$

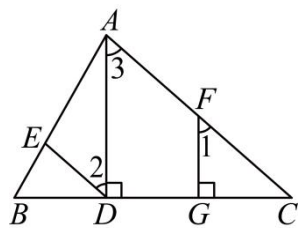
由①得, $x > -\frac{1}{2}$;

由②得, $x \leq 3$

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $-\frac{1}{2} < x \leq 3$.

20. 推理填空: 已知: $AD \perp BC$, $FG \perp BC$, 垂足分别为 D 、 G , 且 $\angle 1 = \angle 2$, 求证:

$$\angle C + \angle EDC = 180^\circ.$$



证明: $\because AD \perp BC$, $FG \perp BC$ (已知)

$$\therefore \angle ADC = \angle FGC = 90^\circ \quad ()$$

$$\therefore AD \parallel FG \quad ()$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3 \quad ()$$

又 $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知)

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 \quad (\text{等量代换})$$

$\therefore ED \parallel AC$ ()

$\therefore \angle C + \angle EDC = 180^\circ$ ()

【答案】证明： $\because AD \perp BC, FG \perp BC$ (已知)，

$\therefore \angle ADC = \angle FGC = 90^\circ$ (垂直的定义)，

$\therefore AD \parallel FG$ (同位角相等，两直线平行)，

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (两直线平行，同位角相等)，

又 $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知)，

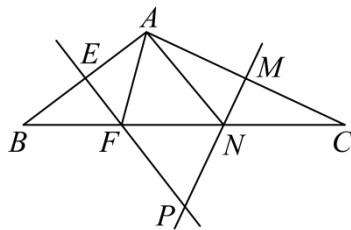
$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (等量代换)，

$\therefore ED \parallel AC$ (内错角相等，两直线平行)，

$\therefore \angle C + \angle EDC = 180^\circ$ (两直线平行，同旁内角互补)。

【详解】略

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC > 90^\circ$ ， AB 的垂直平分线分别交 AB ， BC 于点 E ， F ， AC 的垂直平分线分别交 AC ， BC 于点 M ， N ，直线 EF ， MN 交于点 P 。



(1) 求证：点 P 在线段 BC 的垂直平分线上。

(2) 若 $\triangle AFN$ 的周长为 8cm， $\triangle PBC$ 的周长为 18cm，求 PA 的长。

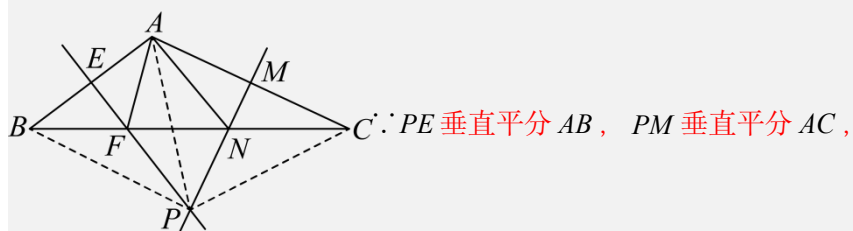
【答案】(1) 见解析

(2) 5cm

【分析】(1) 连接 PA ， PB ， PC ，由线段垂直平分线的性质推出 $PB = PA$ ， $PC = PA$ ，得到 $PB = PC$ ，即可证明；

(2) 根据线段垂直平分线的性质可得 $AF = BF$ ， $AN = CN$ ， $PB = PA$ ， $PC = PA$ ，然后利用三角形的周长公式以及等量代换即可解答。

【详解】(1) 证明：连接 PA ， PB ， PC ，



$$\therefore PB = PA, \quad PC = PA,$$

$$\therefore PB = PC,$$

∴ 点 P 在线段 BC 的垂直平分线上;

(2) 解: ∵ PE 垂直平分 AB , PM 垂直平分 AC ,

$$\therefore AF = BF, \quad AN = CN,$$

∵ $\triangle AFN$ 的周长为 8cm ,

$$\therefore AF + FN + AN = BF + FN + CN = BC = 8\text{cm}, \quad \text{即 } BC = 8\text{cm},$$

∵ $PB = PC$, $\triangle PBC$ 的周长为 18cm ,

$$\therefore BC + PB + PC = 18\text{cm},$$

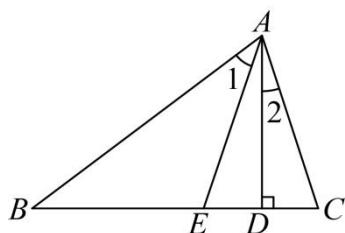
$$\therefore PB + PC = 18\text{cm} - 8\text{cm} = 10\text{cm},$$

∵ PE 垂直平分 AB , PM 垂直平分 AC ,

$$\therefore PB = PA, \quad PC = PA,$$

$$\therefore PA = 5\text{cm}.$$

22. 如图, $\triangle ABC$ 中, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的高, 点 E 是边 BC 上一点.



(1) 若 AE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\angle 1 = 35^\circ$, $\angle 2 = 20^\circ$, 分别求 $\angle C$ 和 $\angle B$ 的度数.

(2) 若 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACE$ 的面积相等吗? 为什么?

【答案】 (1) $\angle C = 70^\circ$, $\angle B = 40^\circ$

(2) 相等, 见解析

【分析】 (1) 根据三角形内角和定理先求出 $\angle C$, 再由三角形内角和定理求解 $\angle B$;

(2) 根据三角形的中线等分面积即可求解.

【详解】 (1) 解: ∵ AD 是 $\triangle ABC$ 的高

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = 20^\circ$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle 2 - \angle ADC = 70^\circ,$$

$\therefore \angle 1 = 35^\circ$ ， AE 是 ABC 的角平分线

$$\therefore \angle BAC = 2\angle 1 = 70^\circ$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 40^\circ;$$

(2) 解： $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACE$ 的面积相等，理由如下：

$\therefore AE$ 是 ABC 的中线，

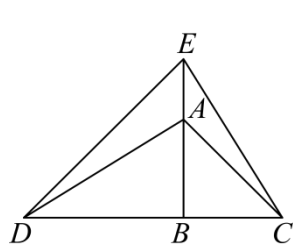
$$\therefore BE = CE$$

$\therefore AD$ 是 ABC 的高

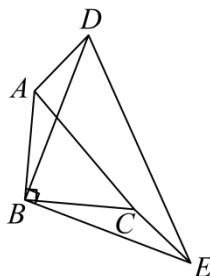
$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} BE \times AD, \quad S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} CE \times AD$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ACE}.$$

23. $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBE$ 是两个角都是 45° 的等腰直角三角形 ($BA = BC$, $BE = BD$, $\angle DBE = \angle ABC = 90^\circ$) 的三角板,



图(1)



图(2)

【问题初探】

(1) 当两个三角板如图 (1) 所示的位置摆放时, D 、 B 、 C 在同一直线上, 连接 AD 、 CE , 请证明: $AD = CE$;

【类比探究】

(2) 当三角板 ABC 保持不动时, 将三角板 DBE 绕点 B 顺时针旋转到如图 (2) 所示的位置, 判断 AD 与 CE 的数量关系, 并说明理由.

【答案】(1) 见解析

(2) $AD = CE$, 理由见解析

【分析】(1) 证明 $\triangle ADB \cong \triangle CEB$ (SAS), 即可求证;

(2) 证明 $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ (SAS), 即可解答.

【详解】(1) 证明：在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\because BD = BE, \angle ABD = \angle CBE, AB = CB,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle CEB (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD = CE;$$

(2) 解： $AD = CE$ ，理由如下：

$$\because \angle ABC = \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle DBC = \angle CBE + \angle DBC,$$

$$\text{即 } \angle ABD = \angle CBE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBE$ 中，

$$\because AB = BC, \angle ABD = \angle CBE, BD = BE,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBE (\text{SAS}),$$

$$\therefore AD = CE.$$

24. 情绪价值产品是指以情绪体验为核心价值的商品或服务，以满足现代人在物质丰富后对精神层面的追求。情绪价值产品正成为消费新热点，某玩具批发公司用16000元采购 A ， B 两种解压玩具共2000件，其中 A ， B 两种玩具的进价分别为10元/件和5元/件。

(1) 求该玩具批发公司采购 A ， B 两种玩具各多少件？

(2) 该玩具公司为了尽快销售完这批玩具，计划 B 种玩具的售价定为7元/件，若该公司想要获得不低于35%的利润率，则 A 种玩具的售价至少应定为多少元/件？（售价为整数）

【答案】(1) 该玩具批发公司采购 A 种玩具1200件， B 种玩具800件

(2) 14元/件

【分析】(1) 设该玩具批发公司采购 A 种玩具 x 件， B 种玩具 y 件，根据“某玩具批发公司用16000元采购 A ， B 两种解压玩具共2000件”得到关于 x ， y 的二元一次方程组，求解后可得答案；

(2) 设 A 种玩具的售价定为 m 元/件，根据“该公司要获得不低于35%的利润率”得到关于 m 的一元一次不等式，求出解集后得到符合题意的整数解即可。

【详解】(1) 解：设该玩具批发公司采购 A 种玩具 x 件， B 种玩具 y 件，

$$\text{依题意，得：} \begin{cases} x + y = 2000 \\ 10x + 5y = 16000 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = 1200 \\ y = 800 \end{cases}$,

答: 该玩具批发公司采购 A 种玩具 1200 件, B 种玩具 800 件;

(2) 解: 设 A 种玩具的售价定为 m 元/件 (m 为整数),

依题意, 得: $\frac{1200(m-10)+800(7-5)}{16000} \geq 35\%$,

解得: $m \geq 13\frac{1}{3}$.

$\because m$ 为整数,

$\therefore m$ 最小取 14,

答: A 种玩具的售价至少应定为 14 元/件.

25. 初一数学兴趣小组的同学在开展校园创意几何拼图实践活动时研究三角形问题时发现: 三个内角都相等或者三条边都相等的三角形均为等边三角形, 反过来, 等边三角形的三个内角都相等. 小明同学画出一个等边 ABC , 并在 AB 边上取了一定点 E (不与顶点重合), 现请你和他一起运用相关知识共同解决以下问题:

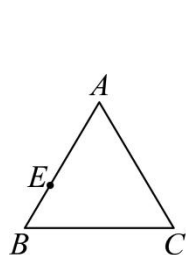


图1

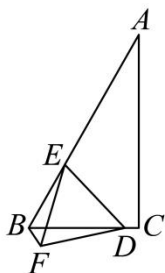


图2

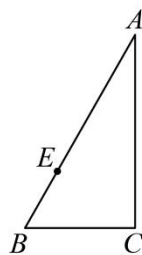


图3

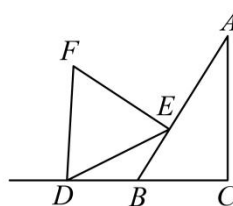


图4

【问题发现】

(1)请在图 1 中画一个等边 $\triangle BEF$ (F 在 BC 上), 并且判断 EF 与 AC 的位置关系_____;

【问题解决】

(2)如图 2, 在 ABC 中, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 D 为 BC 边上任一个点, 连接 DE , 以 DE 为边在其左侧作等边 $\triangle DEF$, 连接 BF , 请写出线段 BF 、 BD 、 BE 之间的数量关系_____.

【类比探究】

(3)为深入践行生态文旅融合发展理念, 西安市依托秦岭丰富的生态资源, 打造秦岭生态文旅示范项目. 该项目中规划了一处三角形观景平台 ABC 如图 3, 其中 $\angle ABC = 60^\circ$, 平台周边配套修建了几何造型绿化区域 $DBEF$ (点 D 在 BC 边的反向延长线上, 点 E 在 AB 边上), 其中 $\triangle DEF$ 为等边三角形造型的绿植景观. BD 、 BE 、 BF 三条线段为项目中修建的生态绿道, 用于连接观景平台与绿化区域, 方便游客通行. 经测量: $BE + BD = 21$ 米, 若每米生态绿道

的建设费用约为 55 元 (不计宽度, 含人工费、材料费), 请计算修建上述三条生态绿道大约需花多少钱?

【答案】(1) $AC \parallel EF$

(2) $BD = BE + BF$ 或 $BD = BE - BF$

(3) 2310 元

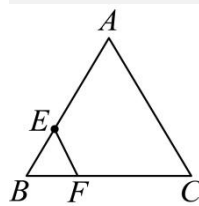
【分析】(1) 根据等边三角形性质可得 $\angle A = \angle BEF$, 再利用平行线判定定理即可证得结论;

(2) 在 BD 上截取 $BH = BE$, 连接 EH , 运用等边三角形性质即可证明 $\triangle BEF \cong \triangle HED$, 再利用全等三角形性质即可得出结论;

(3) 在 CB 上截取 $BH = BE$, 连接 EH , BF , 根据等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle DEF$, 可证明 $\triangle BEF \cong \triangle HED$, 运用全等三角形性质即可求得三条生态绿道总长为 $BF + BE + BD = 2BF = 2 \times 21 = 42$ 米, 最后利用种植每米生态绿道费用约为 55 元 (不计宽度, 含人工费), 可求出答案.

【详解】(1) 解: $AC \parallel EF$. 理由如下:

所画图形如图,



$\because$ 等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle BEF$ (F 在 CB 上),

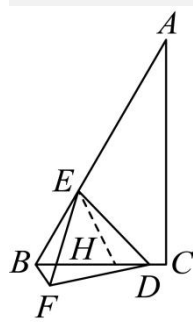
$\therefore \angle A = 60^\circ$, $\angle BEF = 60^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle BEF$,

$\therefore AC \parallel EF$,

(2) 解: 当 F 在 BC 下方时, $BD = BE + BF$. 理由如下:

在 BD 上截取 $BH = BE$, 连接 EH ,



$\because \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle EBH$ 为等边三角形,

$\therefore EB = EH = BH$, $\angle BEH = 60^\circ$,

$\therefore$ 以 DE 为边在其左侧作等边 $\triangle DEF$,

$\therefore EF = ED$, $\angle FED = 60^\circ$,

$\therefore \angle DEF = \angle BEH = 60^\circ$,

$\therefore \angle DEF - \angle FEH = \angle BEH - \angle FEH$, 即 $\angle BEF = \angle HED$,

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle HED$ 中,

$$\begin{cases} EB = EH \\ \angle BEF = \angle HED, \\ EF = ED \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle HED$ (SAS),

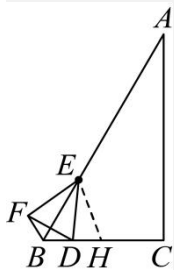
$\therefore BF = HD$,

$\therefore BD = BH + HD$,

$\therefore BD = BE + BF$;

当 F 在 BC 上方时, $BD = BE - BF$, 理由如下,

在 BD 上截取 $BH = BE$, 连接 EH , 如图,



同理可证 $\triangle BEF \cong \triangle HED$ (SAS),

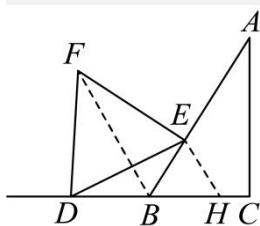
$\therefore BF = HD$,

$\therefore BD = BH - HD$,

$\therefore BD = BE - BF$;

综上: $BD = BE + BF$ 或 $BD = BE - BF$;

(3) 解: 在 CB 上截取 $BH = BE$, 连接 EH , BF ,



$\because \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle EBH$ 为等边三角形,

$\therefore EB = EH = BH$, $\angle BEH = 60^\circ$,

$\because$ 等边 $\triangle DEF$,

$\therefore EF = ED$, $\angle FED = 60^\circ$,

$\therefore \angle BEH = \angle FED = 60^\circ$,

$\because \angle BEH + \angle BED = \angle FED + \angle BED$, 即 $\angle HED = \angle BEF$,

在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle HED$ 中,

$$\begin{cases} EB = EH \\ \angle BEF = \angle HED, \\ EF = ED \end{cases}$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle HED$ (SAS),

$\therefore BF = HD$,

又 $\because HD = BH + BD$, $BH = BE$,

$\therefore BF = BE + BD$,

$\because BE + BD = 21$ 米,

$\therefore$ 三条生态绿道总长为 $BF + BE + BD = 2BF = 2 \times 21 = 42$ (米),

$\because$ 每米生态绿道费用约为 55 元 (不计宽度, 含人工费),

$\therefore$ 三条生态绿道总费用为 $55 \times 42 = 2310$ (元).