

2025 学年第二学期七年级数学学科期中练习卷

(2026. 4)

(完卷时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 若 $a < b$, 则下列不等式不正确的是 ()

A. $-3 + a < -3 + b$

B. $a - b < 0$

C. $2 - a > 2 - b$

D. $a - 3 > b + 3$

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了不等式的基本性质, 理解并掌握不等式的基本性质是解题关键. 不等式的基本性质: (1) 不等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子), 不等号的方向不变; (2) 不等式两边乘 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变; (3) 不等式两边乘 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变. 根据不等式的性质逐项分析判断即可.

【详解】解: A、 $\because a < b$, $\therefore -3 + a < -3 + b$, 该选项不符合题意;

B、 $\because a < b$, $\therefore a - b < 0$, 故该选项不符合题意;

C、 $\because a < b$, $\therefore -a > -b$, $\therefore 2 - a > 2 - b$, 故该选项不符合题意;

D、 $\because a < b$, $\therefore a + 3 < b + 3$, 且 $a - 3 < a + 3$, 则 $a - 3 < b + 3$, $\therefore a - 3 > b + 3$ 是错误的, 故该选项符合题意;

2. 下列不等式中, 是一元一次不等式的是 ()

A. $\frac{4-x}{2} < 0$

B. $\frac{1}{x} < 6$

C. $x + y > 7$

D. $x^2 - 5 > 2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的定义, 一元一次不等式需满足: 只含有一个未知数, 未知数的次数为 1, 不等号两边都是整式. 根据定义逐一判断选项即可.

【详解】解: A、 $\frac{4-x}{2} < 0$ 只含一个未知数 x , 未知数次数为 1, 不等号两边都是整式, 符合一元一次不等式的定义, 故该选项符合题意;

B、 $\frac{1}{x}$ 是分式, 不是整式, 不符合定义, 故该选项不符合题意;

C、含有 x, y 两个未知数, 不符合定义, 故该选项不符合题意;

D、未知数 x 的次数为 2, 不符合定义, 故该选项不符合题意.

3. 一个三角形的两边长分别为 2 和 5，第三边长可以是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查三角形三边关系，掌握两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，属于基础题。根据三角形三边关系，两边之和大于第三边，两边之差小于第三边即可判断。

【详解】解：设第三边为 x ，则 $5-2 < x < 5+2$ ，

$$\therefore 3 < x < 7$$

所以第三边长可能是 4.

故选：D.

4. 下列命题中是真命题的是 ()

- A. 两条直线被第三条直线所截，内错角相等
B. 三角形的三条高所在的直线相交于三角形内一点
C. 同一平面上，经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线
D. 同一平面上，经过一点有且只有一条直线与已知直线平行

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了命题真假的判断，涉及平行线的性质，三角形高的性质，垂线与平行线的基本事实，掌握相关定理与概念是解题的关键。

【详解】A、只有两条平行直线被第三条直线所截，内错角才相等，原命题缺少“两直线平行”的前提条件，故该选项不符合题意；

B、钝角三角形的三条高所在直线相交于三角形外一点，直角三角形三条高所在直线相交于直角顶点，只有锐角三角形三条高相交于三角形内一点，故该选项不符合题意；

C、根据同一平面内垂线的基本事实，经过任意一点有且只有一条直线垂直于已知直线，故该选项符合题意；

D、若该点在已知直线上，无法作出与已知直线平行的直线，只有过直线外一点才有且只有一条直线与已知直线平行，原命题缺少“直线外”条件，故该选项不符合题意。

5. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > 2 \\ x > a \end{cases}$ 的解集是 $x > a$ ，那么 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 2$ B. $a \geq 2$ C. $a < 2$ D. $a > 2$

【答案】B

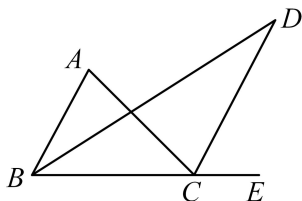
【解析】

【分析】 本题考查了由不等式组解集的情况求参数，运用“同大取大”的法则即可判断 a 的取值范围.

【详解】 解: $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x > 2 \\ x > a \end{cases}$ 的解集是 $x > a$,

$\therefore a \geq 2$.

6. 如图, BD , CD 分别是 $\triangle ABC$ 的一条内角平分线与一条外角平分线, $\angle D = 20^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 20° B. 30° C. 40° D. 60°

【答案】 C

【解析】

【分析】 由角平分线的定义得 $\angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle DCE = \frac{1}{2}\angle ACE$, 由外角的性质可得 $\angle DCE = \angle CBD + \angle D$, $\angle ACE = \angle A + \angle ABC$, 从而求解.

【详解】 解: $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, CD 平分 $\angle ACE$,

$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC, \quad \angle DCE = \frac{1}{2}\angle ACE,$$

$\because \angle ACE$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, $\angle DCE$ 是 $\triangle BCD$ 的外角,

$$\therefore \angle DCE = \angle CBD + \angle D, \quad \angle ACE = \angle A + \angle ABC,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) = \frac{1}{2}\angle ABC + \angle D,$$

化简, 得 $\frac{1}{2}\angle A = \angle D$,

$$\because \angle D = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 2\angle D = 40^\circ,$$

故选: C.

【点睛】 本题主要考查三角形的外角性质, 角平分线的定义, 解答的关键是熟练掌握三角形的外角性质.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. 用不等式表示“ x 的3倍与2的差不大于 -1 ”为_____.

【答案】 $3x - 2 \leq -1$

【解析】

【分析】 此题主要考查了由实际问题列出一元一次不等式，用不等式表示不等关系时，要抓住题目中的关键词，如“大于（小于）、不超过（不低于）、是正数（负数）”“至少”、“最多”等等，正确选择不等号.

首先表示 x 的3倍与2的差，再抓住关键词“不大于”列出不等式即可.

【详解】 解：由题意得： $3x - 2 \leq -1$,

故答案为： $3x - 2 \leq -1$.

8. 不等式 $-2x > 3$ 的解集为_____.

【答案】 $x < -\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考了解一元一次不等式，直接系数化为1，即可作答.

【详解】 解： $-2x > 3$,

系数化为1，得 $x < -\frac{3}{2}$.

9. 命题“全等三角形的周长相等”的逆命题是_____命题（填“真”或“假”）.

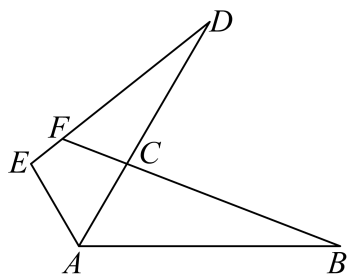
【答案】 假

【解析】

【分析】 先写出逆命题，再判断真假即可.

【详解】 解：命题“全等三角形的周长相等”的逆命题是“周长相等的三角形是全等三角形”，是假命题.

10. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle D = 20^\circ$, $\angle E = 100^\circ$ ，点 C 在 AD 上， BC 的延长线交 DE 于点 F ，那么 $\angle EFC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 120

【解析】

【分析】根据全等三角形的性质得到 $\angle ACB$ 的度数，对顶角得到 $\angle DCF$ 的度数，再根据三角形的外角的性质，即可得出结果.

【详解】解： $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle D = 20^\circ$ ， $\angle E = 100^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle E = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = \angle ACB = 100^\circ,$$

$\because \angle EFC$ 是 $\triangle CFD$ 的一个外角，

$$\therefore \angle EFC = \angle D + \angle DCF = 120^\circ.$$

11. 某次数学竞赛共有 20 道题，评分标准是：答对一题得 5 分，答错或不答一题倒扣 1 分；某同学想要超过 60 分，他至少要答对_____道题.

【答案】 14

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的实际应用，先设出未知数，根据题意找出不等关系，列不等式求解.

【详解】 解： 设该同学答对 x 道题，

则答错或不答共 $(20 - x)$ 道，

$$\text{由题意得： } 5x - (20 - x) > 60,$$

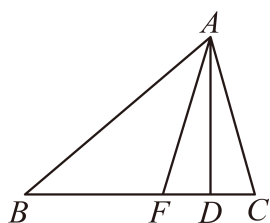
$$\text{解不等式得： } x > 13\frac{1}{3},$$

$\because x$ 为正整数，

$\therefore x$ 的最小值为 14，

即他至少要答对 14 道题.

12. 如图， AD 、 AF 分别是 $\triangle ABC$ 的高和角平分线， 已知 $\angle B = 36^\circ$ ， $\angle C = 76^\circ$ ， 则 $\angle DAF =$ _____ 度.



【答案】 20

【解析】

【分析】 本题主要考查了角平分线， 三角形高的定义和三角形的内角和定理， 解题的关键是掌握以上知识点.

根据角平分线的定义和高的定义结合三角形的内角和定理来解答.

【详解】解: $\because \angle B = 36^\circ, \angle C = 76^\circ,$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 76^\circ - 36^\circ = 68^\circ,$$

又 $\because AF$ 是 $\angle BAC$ 的平分线,

$$\therefore \angle CAF = 68^\circ \times \frac{1}{2} = 34^\circ,$$

又 $\because AD$ 是 $\triangle BAC$ 的高线,

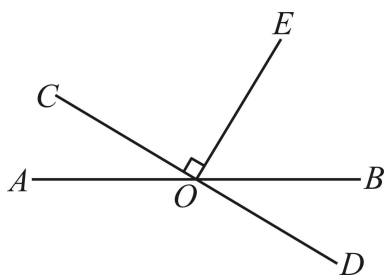
$$\therefore \angle CDA = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ADC$ 中, $\angle DAC = 90^\circ - \angle C = 90^\circ - 76^\circ = 14^\circ,$

$$\text{于是 } \angle DAF = 34^\circ - 14^\circ = 20^\circ.$$

故答案为: 20.

13. 如图, 直线 AB 、 CD 相交于点 O , $OE \perp OC$. 若 $\angle AOC = 31^\circ$, 则 $\angle EOB$ 的大小为_____°.



【答案】 59

【解析】

【分析】 本题考查了垂直的定义, 平角的定义, 熟练掌握知识点是解题的关键.

由垂直的定义得 $\angle COE = 90^\circ$, 然后结合平角即可求解.

【详解】解: $\because OE \perp OC,$

$$\therefore \angle COE = 90^\circ,$$

$$\because \angle AOC = 31^\circ,$$

$$\therefore \angle EOB = 180^\circ - \angle AOC - \angle COE = 59^\circ.$$

故答案为: 59.

14. 一个三角形的三个内角的度数的比为1:2:3, 这个三角形是_____三角形

【答案】 直角

【解析】

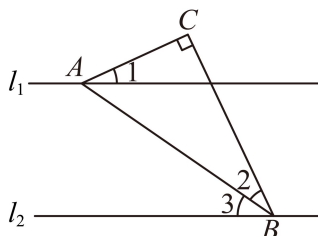
【分析】 本题考查了三角形内角和定理, 三角形类别, 解答此题应明确三角形的内角度数的和是 180° , 求出最大的角的度数, 然后根据三角形的分类判定类型.

【详解】解： $180^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 90^\circ$,

$\therefore$ 这个三角形是直角三角形,

故答案为：直角.

15. 将直角三角板 ABC 按如图位置摆放, 顶点 A 落在直线 l_1 上, 顶点 B 落在直线 l_2 上, 若 $l_1 \parallel l_2$, 已知 $\angle 1 = 25^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 那么 $\angle 3 =$ _____ $^\circ$.



【答案】 35

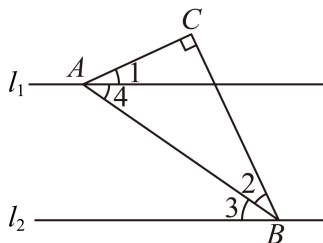
【解析】

【详解】解：由题意, $\angle 1 + \angle 4 = 90^\circ - \angle 2 = 60^\circ$,

$$\therefore \angle 4 = 60^\circ - \angle 1 = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ,$$

$$\because l_1 \parallel l_2,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 35^\circ.$$



16. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x \geq 2 \\ x < a \end{cases}$ 只有 4 个整数解, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $5 < a \leq 6$

【解析】

【分析】本题考查了由不等式组解集的情况求参数. 先确定不等式组的解集, 再根据整数解的个数确定 a 的取值范围, 即可作答.

【详解】解： $\because \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a \end{cases}$,

$$\therefore \text{不等式组的解集为 } 2 \leq x < a,$$

$\therefore$ 不等式组只有 4 个整数解,

$\therefore$ 不等式组的 4 个整数解为 2, 3, 4, 5,

由此可得 $5 < a \leq 6$.

17. 某市出租车的收费标准是：起步价 14 元（即行驶距离不超过 3 千米都付 14 元），超过 3 千米以后，每增加 1 千米，加收 2 元（不足 1 千米按 1 千米计）。小乐从家乘出租车到商场，付了车费 24 元。设小乐的家到商场的距离为 a 千米，那么 a 的范围是_____。

【答案】 $7 < a \leq 8$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次不等式的应用，将现实生活中的事件与数学思想联系起来，读懂题列出不等式关系式求解是解题的关键。已知总车费 24 元大于起步价 14 元，说明行驶距离 $a > 3$ 千米；算出超出起步价的费用为 10 元，以及算出超出 3 千米的距离最多为 5 千米，再进行分析计算，即可作答。

【详解】 解：依题意，超出起步价的费用为： $24 - 14 = 10$ 元，

超过 3 千米的距离最多为 $10 \div 2 = 5$ 千米，

$\therefore$ “不足 1 千米按 1 千米计”，

$\therefore$ 若超出 3 千米的距离不超过 4 千米，总车费最多为 $14 + 4 \times 2 = 22$ 元，小于 24 元，不符合题意，

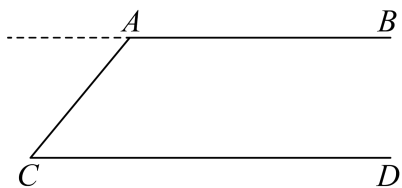
因此超出 3 千米的实际距离满足： $4 < \text{超出的距离} \leq 5$ ；

总距离 $a = 3 + \text{超出的距离}$ ；

因此可得 $3 + 4 < a \leq 3 + 5$

即 $7 < a \leq 8$ 。

18. 如图，已知 $AB \parallel CD$, $\angle C = 50^\circ$ 。点 E 是射线 CD 上一点，连接 AE ，将 $\triangle AEC$ 沿着 AE 翻折得 $\triangle AEF$ ，点 C 的对应点为点 F ，如果 $\angle EAF = 3\angle FAB$ ，那么 $\angle AEC =$ _____ $^\circ$ 。



【答案】 $\frac{520^\circ}{7}$ 或 52

【解析】

【分析】 分点 F 在直线 AB 上方和下方两种情况进行讨论求解即可。

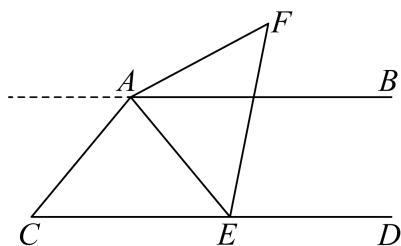
【详解】 解： $\because AB \parallel CD$, $\angle C = 50^\circ$,

$\therefore \angle CAB = 180^\circ - \angle C = 130^\circ$,

将 $\triangle AEC$ 沿着 AE 翻折得 $\triangle AEF$ ，点 C 的对应点为点 F ，

$$\therefore \angle CAE = \angle FAE,$$

①当点 F 在直线 AB 上方时，如图，



$$\therefore \angle EAF = 3\angle FAB,$$

$$\therefore \angle BAE = 2\angle FAB, \quad \angle CAE = \angle EAF = 3\angle FAB,$$

$$\therefore \angle CAB = \angle CAE + \angle EAB = 5\angle FAB = 130^\circ,$$

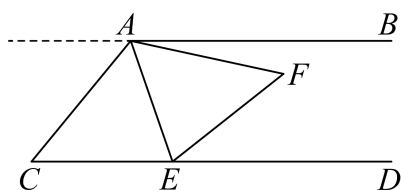
$$\therefore \angle FAB = 26^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 2 \times 26^\circ = 52^\circ,$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BAE = 52^\circ;$$

②点 F 在直线 AB 下方时，如图，



$$\text{则 } \angle CAE = \angle EAF = 3\angle BAF,$$

$$\therefore \angle CAE + \angle EAF + \angle BAF = 7\angle BAF = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \frac{130^\circ}{7},$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAF + \angle BAF = 4\angle BAF = \frac{520^\circ}{7},$$

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle BAE = \frac{520^\circ}{7};$$

$$\text{综上: } \angle AEC = 52^\circ \text{ 或 } \angle AEC = \frac{520^\circ}{7}.$$

三、解答题 (本大题共 7 小题, $6+8+8+8+8+9+11$, 满分 58 分)

19. 解不等式: $\frac{x-1}{3} - \frac{x-3}{2} \geq 1.$

【答案】 $x \leq 1$

【解析】

【详解】解： $\frac{x-1}{3} - \frac{x-3}{2} \geq 1$,

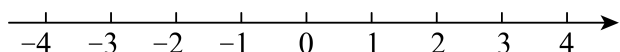
去分母得： $2(x-1) - 3(x-3) \geq 6$,

去括号得： $2x - 2 - 3x + 9 \geq 6$,

移项合并同类项得： $-x \geq -1$,

解得： $x \leq 1$.

20. 解不等式组： $\begin{cases} 5-x \geq x-1 \\ 6-3(x-1) > 4(2-x) \end{cases}$ 将其解集在数轴上表示出来，并写出它的整数解.



【答案】 $-1 < x \leq 3$ ，数轴表示见详解，不等式的整数解为： 0， 1， 2， 3

【解析】

【分析】 主要考查了求不等式组的解集.

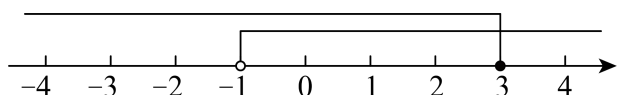
先分别求出每个不等式的解集，再在数轴上表示，两个解集重合的部分即为不等式组的解集，问题得解.

【详解】 $\begin{cases} 5-x \geq x-1 & \text{①} \\ 6-3(x-1) > 4(2-x) & \text{②} \end{cases}$,

解不等式 ①， 得： $x \leq 3$;

解不等式 ②， 得： $x > -1$;

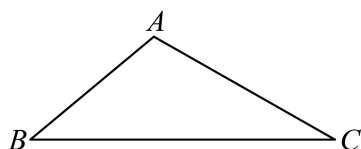
数轴上表示：



即不等式组的解集为： $-1 < x \leq 3$,

不等式的整数解为： 0， 1， 2， 3.

21. 如图，已知 ABC ， 根据下列要求作图并回答问题：



(1) 画边 AB 上的高 CD ；(不要求写画法，只需写出结论即可)

(2) 过点 D 画直线 BC 的垂线，垂足为 E ；

(不要求写画法，只需写出结论即可)

(3) 点 B 到直线 CD 的距离是线段_____的长度.

【答案】(1) 见详解 (2) 见详解

(3) BD

【解析】

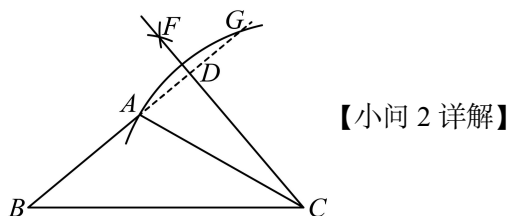
【分析】(1) 延长 BA ，以 AC 为半径，点 C 为圆心作圆弧交直线 BA 于点 G ，再分别以 A 、 G 为圆心，以大于 AG 一半的长度为半径画圆弧，两弧交于点 F ，连接 CF ，交 BG 于点 D ，问题得解；

(2) 按照 (1) 的方法作答即可；

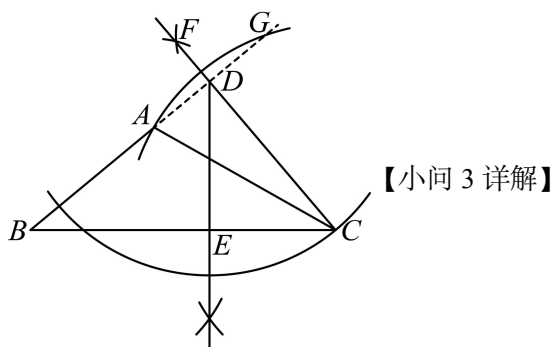
(3) 根据点到直线的距离的定义作答即可.

【小问 1 详解】

解：边 AB 上的高 CD 如图所示：



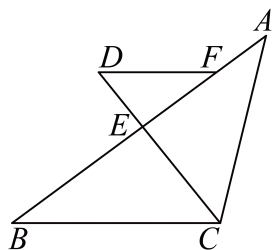
解：过点 D 画直线 BC 的垂线，垂足为 E ，如图所示：



解：根据作图有： $BD \perp DC$ ，

$\therefore$ 点 B 到直线 CD 的距离是线段 BD 的长度，

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， CD 是 $\angle ACB$ 的平分线，交边 AB 于点 E ，在 AE 上取点 F ，连接 DF ，使 $\angle ACD = \angle D$ 。



(1) 求证: $DF \parallel BC$;

(2) 当 $\angle A = 38^\circ$, $\angle DFE = 36^\circ$ 时, 求 $\angle AEC$ 的度数.

【答案】(1) 见解析 (2) 89°

【解析】

【分析】(1) 要证 $DF \parallel BC$, 根据平行线的判定定理, 可通过证明同位角相等、内错角相等或同旁内角互补来实现. 这里利用角平分线的性质和已知角相等, 推导出内错角相等.

(2) 先利用平行线的性质得到角的关系, 再结合角平分线的性质, 最后根据三角形内角和定理求出 $\angle AEC$ 的度数.

本题主要考查了平行线的判定与性质、角平分线的性质以及三角形内角和定理, 熟练掌握这些知识是解题的关键.

【小问 1 详解】

证明: $\because CD$ 是 $\angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore \angle ACD = \angle BCD,$$

$$\text{又} \because \angle ACD = \angle D,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle D,$$

$$\therefore DF \parallel BC;$$

【小问 2 详解】

解: $\because DF \parallel BC$,

$$\therefore \angle B = \angle DFE = 36^\circ,$$

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$, $\angle A = 38^\circ$, $\angle B = 36^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 38^\circ - 36^\circ = 106^\circ,$$

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 106^\circ = 53^\circ,$$

在 $\triangle AEC$ 中, $\angle AEC = 180^\circ - \angle A - \angle ACE$,

$$\therefore \angle AEC = 180^\circ - 38^\circ - 53^\circ = 89^\circ.$$

23. 保持规范的姿势有助于视力保护 (如图 1), 小乐在阅读时, 示意图如图 2 所示. 已知水平线 $AB \parallel$ 桌面 CD , 从侧面看到的书本 PD 与桌面 CD 的夹角是 $\angle PDC$, 视线 BP 与水平线 AB 的夹角 $\angle ABP$ 为 35° .

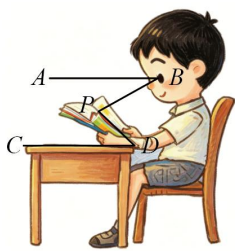


图1

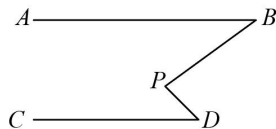


图2

1. 坐姿:腰背挺直,胸离桌一拳,双肩两臂平放,双腿弯曲平放.
 2. 读姿:身正,书本与桌面的夹角的度数要保持在 30° 至 45°
 3. 写姿:拇指、食指、中指握笔,离笔尖约一寸,笔杆与纸呈 50°

图3

- (1) 如果视线与书本的夹角 $\angle BPD$ 为 78° , 求书本与桌面的夹角 $\angle PDC$ 的度数;
 (2) 请根据图 3 中的读姿规范要求, 求出符合规范要求下 $\angle BPD$ 度数的取值范围.

【答案】 (1) $\angle PDC = 43^\circ$

(2) $65^\circ \leq \angle BPD \leq 80^\circ$

【解析】

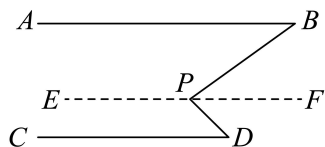
【分析】 本题考查了平行线的性质与判定, 不等式的性质, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 先过点 P 作 $EF \parallel AB$, 运用平行线的性质, 得出 $\angle ABP = \angle BPF$, $\angle PDC = \angle DPF$, 故 $\angle BPD = \angle ABP + \angle PDC$, 再代入数值得出 $\angle PDC = 43^\circ$;

(2) 结合 (1) 得 $\angle BPD = 35^\circ + \angle PDC$, 又因为 $30^\circ \leq \angle PDC \leq 45^\circ$, 代入整理得 $65^\circ \leq \angle BPD \leq 80^\circ$, 即可作答.

【小问 1 详解】

解: 过点 P 作 $EF \parallel AB$, 如图所示:



$\because$ 水平线 $AB \parallel$ 桌面 CD , $EF \parallel AB$

$\therefore \angle ABP = \angle BPF$, $\angle PDC = \angle DPF$,

$\therefore \angle BPD = \angle BPF + \angle DPF$,

$\therefore \angle BPD = \angle ABP + \angle PDC$,

$\therefore \angle ABP$ 为 35° .

$\therefore \angle BPF = 35^\circ$,

$\therefore \angle BPD$ 为 78° ,

$\therefore \angle PDC = \angle DPF = 78^\circ - 35^\circ = 43^\circ$.

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 的角度关系可得: $\angle BPD = \angle ABP + \angle PDC = 35^\circ + \angle PDC$,

根据规范要求，书本与桌面夹角满足 $30^\circ \leq \angle PDC \leq 45^\circ$ ，

代入得： $30^\circ + 35^\circ \leq 35^\circ + \angle PDC \leq 45^\circ + 35^\circ$

$\therefore 30^\circ + 35^\circ \leq \angle BPD \leq 45^\circ + 35^\circ$ ，

即符合要求的 $\angle BPD$ 范围为： $65^\circ \leq \angle BPD \leq 80^\circ$ 。

24. 据相关报道，2026 年广西品牌大集于近期在南宁举办，组委会计划搭建 A ， B 两类特色展位，展示广西优质品牌与助农产品。

(1) 若搭建 2 个 A 类展位和 3 个 B 类展位，共需搭建费用 1800 元；搭建 4 个 A 类展位和 1 个 B 类展位，共需搭建费用 1600 元。求 A 类展位和 B 类展位的搭建费用单价各是多少？

(2) 组委会计划搭建 A ， B 两类展位共 80 个，其中 A 类展位的数量不少于 B 类展位数量的 2 倍。若总搭建预算资金不超过 30000 元，求组委会至少要搭建多少个 A 类展位？

【答案】 (1) A 、 B 两类展位搭建费用的单价分别为 300 元，400 元；

(2) 组委会至少要搭建 54 个 A 类展位

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元一次不等式组的应用，二元一次方程组的应用，解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的数量关系列出方程组和不等式组。

(1) 根据题意列出二元一次方程组即可求解；

(2) 根据题意列出一元一次不等式组即可求解。

【小问 1 详解】

解：设 A 、 B 两类展位搭建费用的单价分别为 x 元， y 元，

根据题意得：
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1800 \\ 4x + y = 1600 \end{cases}$$
，

解得
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$$
。

答： A 、 B 两类展位搭建费用的单价分别为 300 元，400 元。

【小问 2 详解】

解：设搭建 A 类展位 m 个，则搭建 B 类展位 $(80 - m)$ 个，依题意得，

$$\begin{cases} m \geq 2(80 - m) \\ 300m + 400(80 - m) \leq 30000 \end{cases}$$
，

解得 $m \geq 53\frac{1}{3}$ ，

$\therefore m$ 为展位数量，需取正整数，

$\therefore m$ 的最小值为 54.

答：组委会至少要搭建 54 个 A 类展位.

25. 小海同学在做完数学书中的一道题（图 1）后产生了疑惑：为什么光线经过镜子反射时，

$\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$. 于是自己查阅资料，开展了光线与镜子夹角的项目探究：

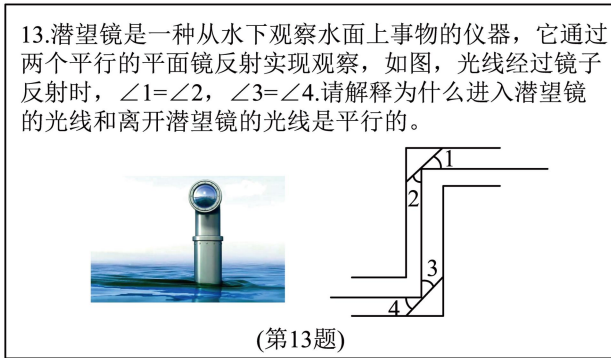


图1

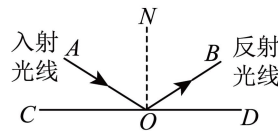


图2

【背景资料】

如图 2，把经过入射点 O 并垂直于反射面的直线 ON 叫做法线，入射光线与法线的夹角（ $\angle AON$ ）叫做入射角，反射光线与法线的夹角（ $\angle NOB$ ）叫做反射角。反射角等于入射角，即 $\angle AON = \angle NOB$. 这就是光的反射定律。由 $\angle CON = \angle NOD = 90^\circ$ 可得 $\angle AOC = \angle BOD$.

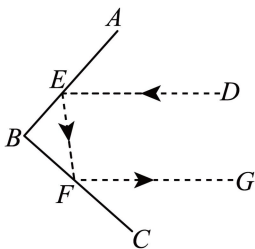


图3

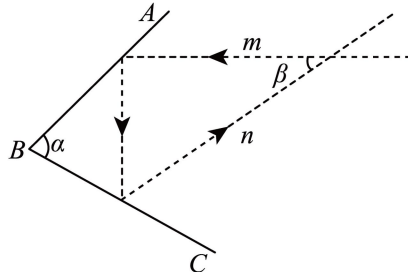


图4

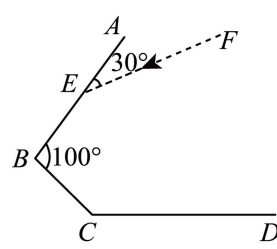


图5

【初步探究】

(1) 如图 3，两块平面镜 AB 和 BC 相交于点 B ，如果入射光线 DE 与反射光线 FG 平行，求 $\angle B$ 的度数.

【深入思考】

(2) 如图 4，两块平面镜 AB, BC 的夹角为 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)；光线射到平面镜 AB 上，分别经过平面镜 AB, BC 两次反射后，进入光线 m 与离开光线 n 形成的夹角为 β . 请写出 β 与 α 之间的数量关系并证明.

【拓展探究】

(3) 如图 5，有三块平面镜 AB, BC, CD ，镜子 AB 与 BC 的夹角 $\angle B = 100^\circ$ ，入射光线 FE 与平面镜

AB 的夹角 $\angle FEA = 30^\circ$ ，入射光线 EF 从镜面 AB 开始反射，依次经过平面镜 AB 、 BC 、 CD 的三次反射，当反射光线与入射光线 EF 平行时，请直接写出 $\angle C$ 的度数.

【答案】(1) $\angle B = 90^\circ$

(2) $2\alpha + \beta = 180^\circ$ ，证明见详解

(3) $\angle C = 120^\circ$

【解析】

【分析】本题考查了平行线的判定与性质，三角形内角和性质，平角的性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

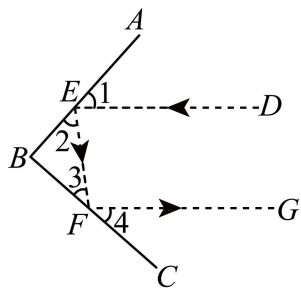
(1) 先结合反射角等于入射角，得出 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ ，再根据平行线的性质以及三角形内角和性质进行分析，即可作答.

(2) 同理得 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ ，再根据平角的性质以及三角形内角和性质进行分析，即可作答.

(3) 先根据反射角等于入射角，平角的性质以及三角形内角和性质，得出 $\angle 2 = 50^\circ$ ， $\angle 7 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ， $\angle 9 = 180^\circ - \angle 8$ ，再把数值代入 $\angle 9 = 180^\circ - (\angle ETH - \angle 7)$ 计算，又因为 $\angle 4 + \angle 9 + \angle 5 = 180^\circ$ ， $\angle 4 = \angle 5$ ，故 $\angle C = 180^\circ - \angle 4 - \angle 3 = 120^\circ$ ，即可作答.

【小问 1 详解】

解：如图所示：



依题意，得 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ ，

$\therefore ED \parallel FG$ ，

$\therefore \angle DEF + \angle GFE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle DEF = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 + \angle GFE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle DEF + \angle 3 + \angle 4 + \angle GFE = 360^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$ ，

即 $2\angle 2 + 2\angle 3 = 180^\circ$ ，

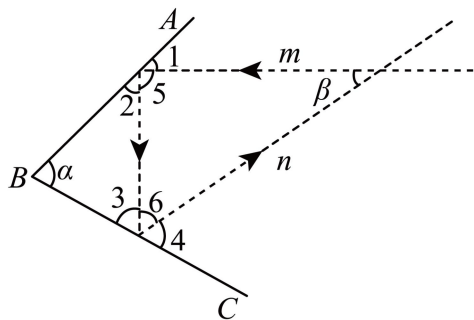
$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ，

在 $\triangle BEF$ 中, $\angle B = 180^\circ - (\angle 2 + \angle 3) = 90^\circ$.

【小问 2 详解】

解: $2\alpha + \beta = 180^\circ$, 过程如下:

如图所示:



依题意, 得 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$,

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ, \angle 3 + \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 6 = 360^\circ,$$

$$\text{则 } 2(\angle 2 + \angle 3) + \angle 6 + \angle 5 = 360^\circ,$$

$$\therefore 2(\angle 2 + \angle 3) = 360^\circ - (\angle 6 + \angle 5),$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 3 + \angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 180^\circ - (\angle 2 + \angle 3),$$

$$\therefore 2\alpha = 360^\circ - 2(\angle 2 + \angle 3),$$

$$\therefore 2(\angle 2 + \angle 3) = 360^\circ - (\angle 6 + \angle 5),$$

$$\therefore 2\alpha = 360^\circ - [360^\circ - (\angle 6 + \angle 5)],$$

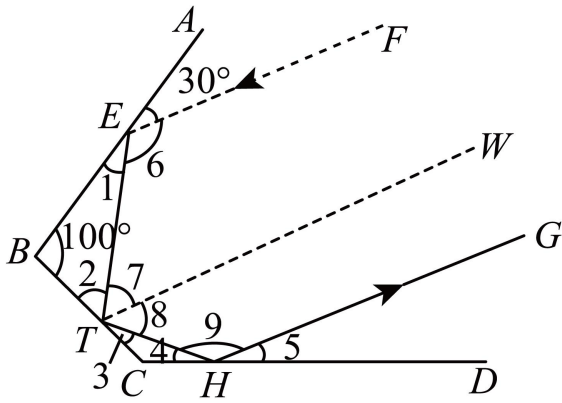
$$\therefore 2\alpha = \angle 6 + \angle 5,$$

$$\therefore \angle 5 + \angle 6 + \beta = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\alpha + \beta = 180^\circ.$$

【小问 3 详解】

解: 依题意, 如图所示:



则 $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 4 = \angle 6$,

$$\therefore \angle 6 = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle B + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\text{则 } 100^\circ + 30^\circ + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 50^\circ,$$

$$\text{则 } \angle 3 = \angle 2 = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ETH = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ,$$

过点 T 作 $TW \parallel EF$,

$\therefore$ 反射光线与入射光线 EF 平行,

$$\therefore EF \parallel HG,$$

$$\text{即 } TW \parallel EF \parallel HG,$$

$$\therefore \angle 7 + \angle 6 = 180^\circ, \angle 8 + \angle 9 = 180^\circ,$$

$$\text{则 } \angle 7 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ, \angle 9 = 180^\circ - \angle 8,$$

$$\text{即 } \angle 9 = 180^\circ - (\angle ETH - \angle 7) = 180^\circ - (80^\circ - 60^\circ) = 160^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 + \angle 9 + \angle 5 = 180^\circ, \angle 4 = \angle 5,$$

$$\therefore \angle 4 = \frac{180^\circ - 160^\circ}{2} = 10^\circ,$$

$$\text{即 } \angle C = 180^\circ - \angle 4 - \angle 3 = 180^\circ - 10^\circ - 50^\circ = 120^\circ.$$