

2025-2026 学年七年级数学下学期期末押题卷

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

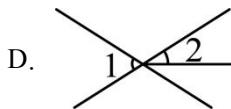
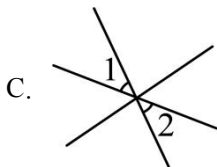
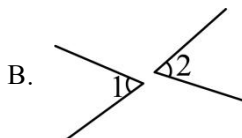
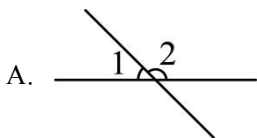
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 下列各图中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角的是 ()



【答案】C

【分析】如果一个角的两边分别是另一个角两边的反向延长线, 且这两个角有公共顶点, 那么这两个角是对顶角, 根据对顶角的定义逐项判断即可得到答案.

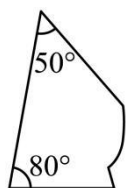
【详解】解: 对于 A 选项: $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 有一条公共边, 另一条边互为反向延长线, 是邻补角, 不是对顶角, 不符合题意;

对于 B 选项: $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 没有公共顶点, 不是对顶角, 不符合题意;

对于 C 选项: $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的两边互为反向延长线, 有公共顶点, 是对顶角, 符合题意;

对于 D 选项: $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 有公共顶点, 但两边不是互为反向延长线, 不是对顶角, 不符合题意.

2. 如图, 一张三角形纸片被不小心撕掉一个角, 则这个三角形形状是 ()



- A. 直角三角形 B. 钝角三角形 C. 锐角三角形 D. 不确定

【答案】C

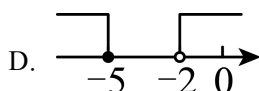
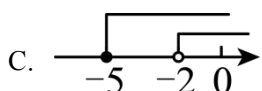
【分析】根据三角形的内角和求出第三个角的度数，然后根据三角形的分类解题即可.

【详解】解：根据题意得：这个三角形的两个内角的度数为 $50^\circ, 80^\circ$,

$\therefore$ 这个三角形的第三个内角的度数为 $180^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 50^\circ$,

$\therefore$ 这个三角形形状是锐角三角形.

3. 不等式组 $\begin{cases} 1-3x \leq 7 \\ 3x < -15 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



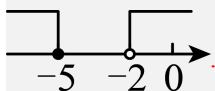
【答案】D

【详解】解： $\begin{cases} 1-3x \leq 7 \text{ ①} \\ 3x < -15 \text{ ②} \end{cases}$,

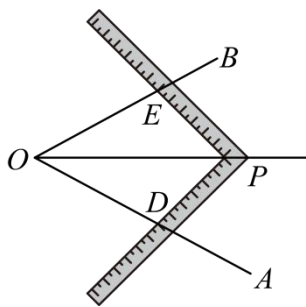
由①得 $x \geq -2$;

由②得 $x < -5$;

在数轴上表示解集如图:



4. 工人师傅经常利用角尺平分一个任意角. 如图所示, $\angle AOB$ 是一个任意角, 在边 OA, OB 上分别取 $OD = OE$, 移动角尺, 使角尺两边相同的刻度分别与点 D, E 重合, 这时过角尺顶点 P 的射线 OP 就是 $\angle AOB$ 的平分线. 在验证结论时, 判定 $\triangle OPD \cong \triangle OPE$ 的依据是 ()



A. SAS

B. AAS

C. SSS

D. ASA

【答案】C

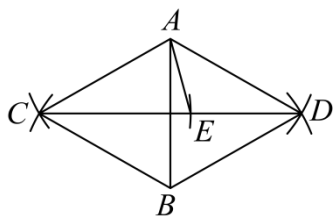
【详解】解：∵角尺两边相同的刻度分别与点 D, E 重合，

$$\therefore PE = PD,$$

$$\because OD = OE, OP = OP,$$

$$\therefore \triangle OPD \cong \triangle OPE \text{ (SSS)}.$$

5. 如图，分别以点 A, B 为圆心，以线段 AB 长为半径作弧，两弧分别交于 C, D 两点，连接 AC, CB, BD, DA, CD ，再以点 C 为圆心， AC 为半径作弧，交 CD 于点 E ，连接 AE ，若 $AB = 2$ ，则 $\triangle ACE$ 的面积为 ()



A. 2

B. $\sqrt{3}$

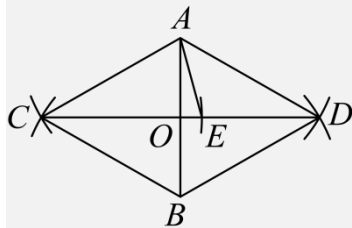
C. 1

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【分析】根据作图可知 CD 垂直平分 AB ， $AC = CB = BD = DA = AE = 2$ ，故 $AO = 1$ ，根据三角形面积公式计算即可。

【详解】解：如图，



由作图可知 CD 垂直平分 AB ， $AC = CB = BD = DA = AE = 2$ ，

$$\therefore AO = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times CE \times AO = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1.$$

6. 2026 年央视春晚宜宾分会场上，上百台机器狗（如图 1）集体完成奔跑、跳跃等动作，成为节目亮点之一．图 2 是某机器狗身体结构的平面示意图， $AB \parallel CD$ ，若 $\angle 1 = 115^\circ$ ， $\angle 2 = 135^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为（ ）



图1

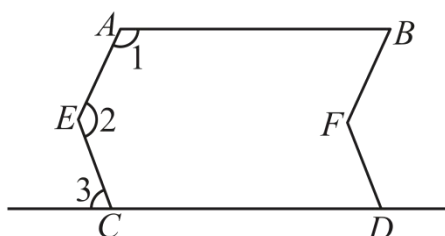


图2

A. 60°

B. 65°

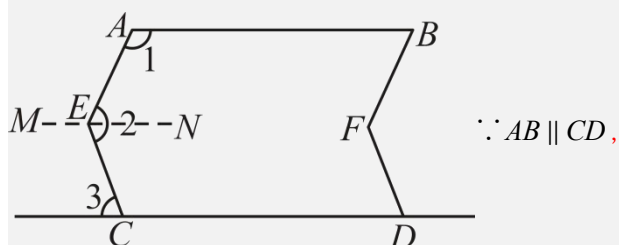
C. 70°

D. 75°

【答案】C

【分析】过点 E 作 $MN \parallel AB$ ，得出 $AB \parallel MN \parallel CD$ ，由两直线平行，同旁内角互补以及两直线平行，内错角相等，得出 $\angle AEN = 65^\circ$ ， $\angle CEN = \angle 3$ ，再结合角的和差关系得 $\angle CEN = \angle AEC - \angle AEN = 70^\circ$ ，即可作答．

【详解】解：过点 E 作 $MN \parallel AB$ ，如图所示：



$\therefore AB \parallel MN \parallel CD$ ，

$\therefore \angle AEN + \angle 1 = 180^\circ$ ， $\angle CEN = \angle 3$ ，

$\because \angle 1 = 115^\circ$ ，

$\therefore \angle AEN = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ ，

则 $\angle CEN = \angle AEC - \angle AEN = 135^\circ - 65^\circ = 70^\circ$ ，

即 $\angle 3 = 70^\circ$ ．

第 II 卷

二、填空题(本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分)

7. 命题：平行于同一条直线的两条直线平行，是_____（填写“真命题”或“假命题”）

【答案】

真命题

【详解】解：根据平行公理的推论可知，平行于同一条直线的两条直线互相平行，该命题符合定理内容，因此该命题是真命题.

8. 若关于 x 的一元一次不等式 $(m-1)x > m-1$ 的解集为 $x < 1$ ，则 m 必须满足的条件是_____.

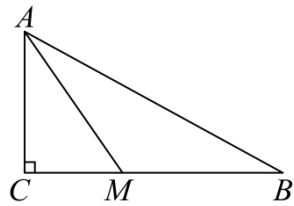
【答案】 $m < 1$

【分析】根据解集的不等号方向变化，判断未知数系数的符号，进而求解 m 的取值范围.

【详解】解：对于一元一次不等式 $(m-1)x > m-1$ ，两边同时除以 $m-1$ 后，不等号方向改变，得到解集 $x < 1$.

根据不等式的基本性质：不等式两边乘或除以同一个负数，不等号的方向改变，可得 $m-1 < 0$ ，
解得 $m < 1$.

9. 如图，在三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 M 在 BC 边上（不与 B 、 C 两点重合），连接 AM ，则 $AC < AM$ ，依据是_____.

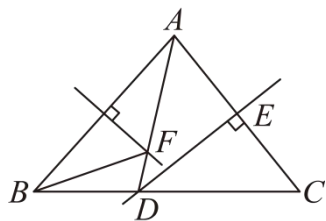


【答案】垂线段最短

【分析】本题考查了垂线段最短的知识.

【详解】解：在三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ，
 $\therefore AC$ 是垂线段，
根据垂线段最短，则 $AC < AM$.

10. 如图，在 ABC 中， $BC = 8\text{cm}$ ， AC 的垂直平分线交 BC 于 D ，连接 AD ， AB 的垂直平分线交 AD 于 F ，则 BDF 的周长是_____ cm .



【答案】8

【分析】根据线段垂直平分线的性质得到 $AD = CD$ ， $AF = BF$ ，进而求解即可.

【详解】解：∵ AB 的垂直平分线交 AD 于 F ， AC 的垂直平分线交 BC 于 D ，

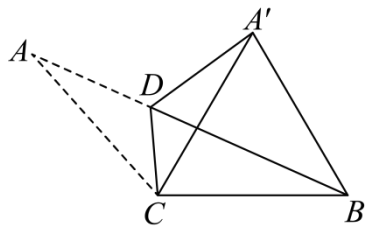
$$\therefore AD = CD, \quad AF = BF,$$

$$\therefore BC = 8\text{cm},$$

$$\therefore BD + DF + BF = BD + DF + AF = BD + AD = BD + CD = BC = 8\text{cm},$$

$$\therefore BDF \text{ 的周长是 } 8\text{cm}.$$

11. 如图，在 ABC 中， $CA = CB = 2$ ， $\angle A = 25^\circ$ ，点 D 是线段 AB 上一点，连接 CD ，将 ABC 纸片沿着 CD 折叠，点 A 的对应点为点 A' ，连接 $A'B$ ，若 $\angle ACD = 35^\circ$ ，则 $A'B$ 的长是_____.



【答案】2

【分析】先根据等腰三角形的性质及三角形内角和定理求出 $\angle ACB = 130^\circ$ ，由折叠性质得 $A'C = AC = 2$ ， $\angle A'CD = \angle ACD = 35^\circ$ ，由此得 $A'C = CB = 2$ ， $\angle A'CB = 60^\circ$ ，据此可判定 $\triangle A'CB$ 是等边三角形，再根据等边三角形性质即可得出 $A'B$ 的长.

【详解】解：在 ABC 中， $CA = CB = 2$ ， $\angle A = 25^\circ$ ，

$$\therefore \angle CBA = \angle A = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle CBA + \angle A + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore 25^\circ + 25^\circ + \angle ACB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 130^\circ,$$

由折叠性质得： $A'C = AC = 2$ ， $\angle A'CD = \angle ACD$ ，

$$\therefore A'C = CB = 2,$$

$$\therefore \angle ACD = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle A'CD = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle A'CA = \angle A'CD + \angle ACD = 70^\circ,$$

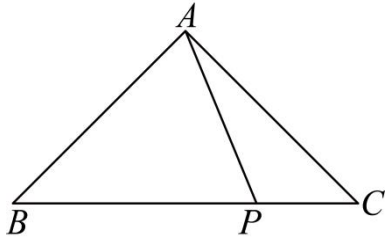
$$\therefore \angle A'CB = \angle ACB - \angle A'CA = 130^\circ - 70^\circ = 60^\circ,$$

在 $\triangle A'CB$ 中， $A'C = CB = 2$ ， $\angle A'CB = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle A'CB$ 是等边三角形，

$$\therefore A'B = CB = 2.$$

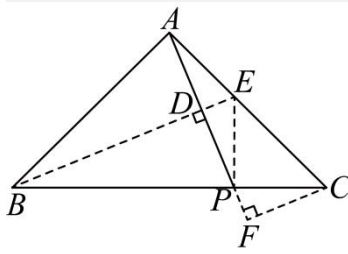
12. 如图, 在等腰直角 ABC 中, 已知 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, P 是 BC 上一点, $BP = AB$. 若 $AP = 10$, 则点 C 到 AP 的距离为_____.



【答案】5

【分析】过点 C 作 $CF \perp AP$, 交射线 AP 于点 F , 过点 B 作 $BD \perp AP$ 于点 D , BD 的延长线交 AC 于点 E , 根据 $BP = AB$, 得 $AE = PE$, $\angle BAP = \angle BPA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC) = 67.5^\circ$, 得 $\angle EAP = \angle EPA = 22.5^\circ$, 得 $\angle PEC = \angle EAP + \angle EPA = 45^\circ$, 得 $PE = PC$, $\angle CPE = 90^\circ$, 可得 $\triangle PED \cong \triangle CPF$ (AAS), 即得 $CF = PD = 5$.

【详解】解: 过点 C 作 $CF \perp AP$, 交射线 AP 于点 F , 过点 B 作 $BD \perp AP$ 于点 D , BD 的延长线交 AC 于点 E ,
则 $\angle PDE = \angle E = 90^\circ$,



$\because$ 在等腰直角 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$,
 $\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$,
 $\because BP = AB$,
 $\therefore AE = PE$, $\angle BAP = \angle BPA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ABC) = 67.5^\circ$,
 $\therefore \angle EAP = \angle BAC - \angle BAP = 22.5^\circ$,
 $\therefore \angle EAP = \angle EPA = 22.5^\circ$,
 $\therefore \angle PEC = \angle EAP + \angle EPA = 45^\circ$,
 $\therefore PE = PC$, $\angle CPE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle CPF + \angle EPD = 90^\circ$,
 $\because \angle EPD + \angle PED = 90^\circ$,

$$\therefore \angle PED = \angle CPF,$$

$$\therefore \triangle PED \cong \triangle CPF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CF = PD,$$

$$\therefore AP = 10,$$

$$\therefore PD = \frac{1}{2}AP = 5,$$

$$\therefore CF = 5.$$

13. 已知 a 、 b 、 c 是三角形的三边，化简 $|a-b-c| + |b+c-a| - |c-a-b| =$ _____.

【答案】 $-3a+b+3c$

【分析】根据三角形三边关系得到三边满足的不等式关系，判断绝对值内各式的正负，再根据绝对值的性质去掉绝对值符号，合并同类项即可求解.

【详解】 $\because a, b, c$ 是三角形的三边，

$\therefore$ 根据三角形三边关系可得 $b+c > a, a+b > c,$

$\therefore a-b-c < 0, b+c-a > 0, c-a-b < 0,$

$$|a-b-c| + |b+c-a| - |c-a-b|$$

$$= -(a-b-c) + (b+c-a) - [-(c-a-b)]$$

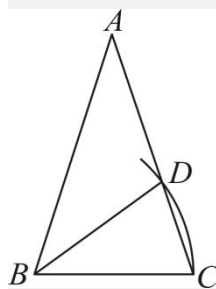
$$= -a+b+c+b+c-a+c-a-b$$

$$= -3a+b+3c.$$

14. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，以点 B 为圆心， BC 为半径画弧，交 AC 于点 D ，连接 BD ，则 $\angle ABD =$ _____ 度.

【答案】 30

【详解】解：如图，



$\because AB = AC, \angle A = 40^\circ,$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ,$$

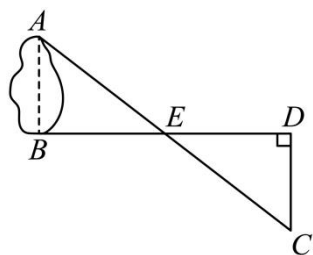
由作图可知， $BD = BC$ ，

$$\therefore \angle BDC = \angle ACB = 70^\circ,$$

在 $\triangle BCD$ 中, 由三角形内角和定理得: $\angle DBC = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ.$$

15. 如图, 点 A, B 在一水池的两侧, AC, BD 相交于点 E . 若 $BE = DE, \angle B = \angle D = 90^\circ, CD = 8\text{m}$, 则水池宽 $AB = \underline{\hspace{2cm}} \text{m}$.



【答案】8

【分析】证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$, 即可得解.

【详解】解: 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D = 90^\circ \\ BE = DE \\ \angle BEA = \angle DEC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE (\text{ASA}),$$

$$\therefore AB = CD = 8.$$

16. 若关于 x 的不等式 $mx - n > 0$ 的解集是 $x < 5$, 则关于 y 的不等式 $(m + n)y > n - m$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $y < \frac{2}{3}$

【分析】先根据已知不等式的解集确定 m 的符号, 得到 m 与 n 的数量关系, 再代入待求不等式, 根据不等式的性质求解即可.

【详解】解: $mx - n > 0$,

移项, 得 $mx > n$,

$\therefore$ 解集是 $x < 5$,

$\therefore m < 0$, 且 $\frac{n}{m} = 5$, 即 $n = 5m$,

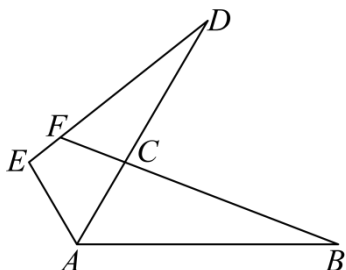
将 $n = 5m$ 代入不等式, 得, $(m + 5m)y > 5m - m$,

合并同类项, 得 $6my > 4m$,

$\because m < 0$,

$\therefore$ 两边同除以 $6m$, 得 $y < \frac{2}{3}$.

17. 如图, $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle D = 20^\circ$, $\angle E = 100^\circ$, 点 C 在 AD 上, BC 的延长线交 DE 于点 F , 那么 $\angle EFC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 120

【分析】 根据全等三角形的性质得到 $\angle ACB$ 的度数, 对顶角得到 $\angle DCF$ 的度数, 再根据三角形的外角的性质, 即可得出结果.

【详解】 解: $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$, $\angle D = 20^\circ$, $\angle E = 100^\circ$,

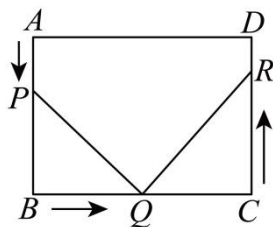
$\therefore \angle ACB = \angle E = 100^\circ$,

$\therefore \angle DCF = \angle ACB = 100^\circ$,

$\because \angle EFC$ 是 $\triangle CFD$ 的一个外角,

$\therefore \angle EFC = \angle D + \angle DCF = 120^\circ$.

18. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = CD = 10$, $BC = 12$, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, 点 P 从点 A 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿 AB 向点 B 匀速运动; 点 Q 从点 B 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿 BC 向点 C 匀速运动; 点 R 从点 C 出发, 以每秒 a 个单位长度的速度沿 CD 向点 D 运动. 连接 PQ , RQ . 三点同时开始运动, 当某一点运动到终点时, 其他点也停止运动, 若在某一时刻, $\triangle PBQ$ 与 $\triangle QCR$ 全等, 则 a 的值为_____.



【答案】 2 或 $\frac{7}{3}$

【分析】 本题考查了全等三角形的判定与性质, 一元一次方程的应用. 掌握全等三角形的判定与性质是解题的关键. 根据 $\triangle PBQ \cong \triangle QCR$ 的条件 $\angle B = \angle C$, 再根据对应边的不同, 分两

种情况讨论：① $PB = QC, BQ = CR$ ，② $PB = CR, BQ = QC$ ，分别计算出 t 的值，进而得到 a 的值。

【详解】解：设运动的时间为 t ，

$$\because PB = 10 - t, BQ = 2t, QC = 12 - 2t, CR = at,$$

要使 $\triangle PBQ \cong \triangle QCR$ ，根据对应边不同，分两种情况讨论：

①当 $PB = QC, BQ = CR, \angle B = \angle C$ 时，

$$\therefore 10 - t = 12 - 2t, 2t = at,$$

$$\therefore t = 2, a = 2;$$

②当 $PB = CR, BQ = QC, \angle B = \angle C$ 时，

$$\therefore 10 - t = at, 2t = 12 - 2t,$$

$$\therefore t = 3, a = \frac{7}{3};$$

综上所述， a 的值为：2 或 $\frac{7}{3}$ 。

三、解答题：(本大题共 7 题，共 78 分，19-22 题每题 10 分，23-24 每题 12 分，25 题 14 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

19. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3x < x + 5 \\ \frac{x-1}{2} + x \geq 1 \end{cases}$$

【答案】 $1 \leq x < \frac{5}{2}$

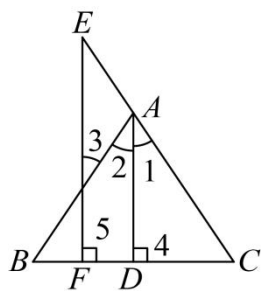
【详解】解：
$$\begin{cases} 3x < x + 5 \text{ ①} \\ \frac{x-1}{2} + x \geq 1 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得， $x < \frac{5}{2}$

由②得， $x \geq 1$

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $1 \leq x < \frac{5}{2}$ 。

20. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ，点 E 在 CA 的延长线上， $EF \perp BC$ 于点 F ， $\angle E = \angle 3$ 。试说明： AD 是 $\angle BAC$ 的平分线。请你完成下列说理过程：



解: $\because AD \perp BC, EF \perp BC$ (已知),

$\therefore \angle 4 = \angle 5 = 90^\circ$ (垂直的定义),

$\therefore AD \parallel EF$ (_____),

$\therefore \angle 1 =$ _____ (_____),

$\angle 2 =$ _____ (_____),

$\because \angle E = \angle 3$ (已知),

$\therefore \angle 1 =$ _____ (_____),

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线.

【答案】 同位角相等，两直线平行； $\angle E$ ；两直线平行，同位角相等； $\angle 3$ ；两直线平行，内错角相等； $\angle 2$ ；等量代换

【详解】 解: $\because AD \perp BC, EF \perp BC$ (已知),

$\therefore \angle 4 = \angle 5 = 90^\circ$ (垂直的定义),

$\therefore AD \parallel EF$ (同位角相等，两直线平行),

$\therefore \angle 1 = \angle E$ (两直线平行，同位角相等),

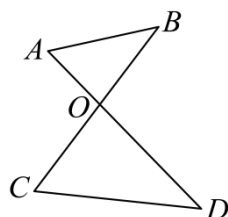
$\angle 2 = \angle 3$ (两直线平行，内错角相等),

$\because \angle E = \angle 3$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (等量代换),

$\therefore AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线.

21. 如图, AD, BC 相交于点 O , 连接 AB, CD .



(1) 求证: $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$.

(2)若 $\angle A = 57^\circ$, $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, 求 $\angle D$ 的度数.

【答案】(1)证明: $\because \angle A + \angle B + \angle AOB = 180^\circ, \angle C + \angle D + \angle COD = 180^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ - \angle AOB, \angle C + \angle D = 180^\circ - \angle COD$,

$\because \angle AOB = \angle COD$,

$\therefore \angle A + \angle B = \angle C + \angle D$;

(2) 32°

【分析】(1) 根据三角形内角和定理可得 $\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle AOB, \angle C + \angle D = 180^\circ - \angle COD$,
再由对顶角相等, 即可求证;

(2) 由 (1) 中的结论解答即可.

【详解】(1) 略

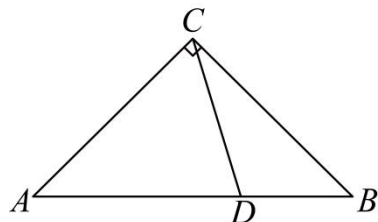
(2) 解: 由 (1) 得: $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D$,

$\because \angle A = 57^\circ$, $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 60^\circ$,

$\therefore 57^\circ + 35^\circ = 60^\circ + \angle D$,

$\therefore \angle D = 32^\circ$.

22. 如图, 在等腰 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 为 AB 边上的点.



(1)尺规作图: 在 CD 的右侧作 $\triangle CDE$, 使得 $\angle DCE = 90^\circ$, $CD = CE$; (不写作法, 保留作图痕迹)

(2)在 (1) 所作的图形中, 连接 BE , 求证: $BE = AD$.

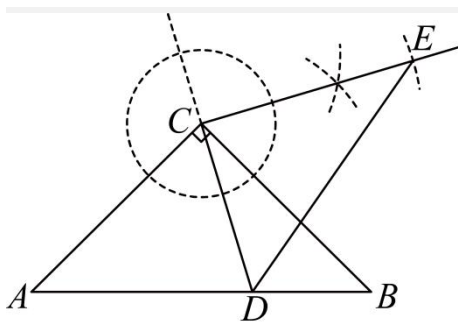
【答案】(1)见解析

(2)见解析

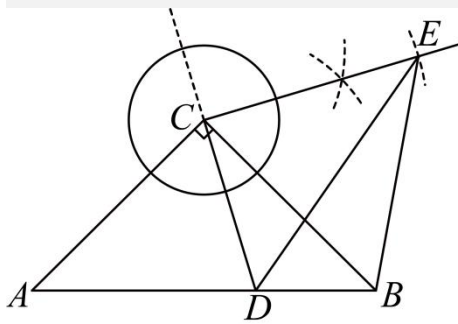
【分析】(1) 过 C 在 CD 右侧, 作 CD 的垂线, 然后在垂线上截取 $CE = CD$, 连接 DE 即可;

(2) 证明 $\triangle CBE \cong \triangle CAD$, 然后根据全等三角形的性质即可得证.

【详解】(1) 解: 如图, $\triangle CDE$ 即为所求,



(2) 证明：如图，



在等腰 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore AC = BC$ ，

又 $CD = CE$ ， $\angle BCE = \angle ACD = 90^\circ - \angle BCD$ ，

$\therefore \triangle CBE \cong \triangle CAD (SAS)$ ，

$\therefore BE = AD$ 。

23. 景德镇瓷器以白瓷闻名，素有“白如玉，明如镜，薄如纸，声如磬”之称，品种齐全，曾达三千多种品名。五一假期期间，某陶瓷专卖店为了满足广大游客的需求，计划购进 A ， B 两种陶瓷餐具进行销售。据了解，2 件 A 种陶瓷餐具和 1 件 B 种陶瓷餐具的进价共计 200 元；3 件 A 种陶瓷餐具和 2 件 B 种陶瓷餐具的进价共计 340 元。

(1) 求 A ， B 两种陶瓷餐具每件的进价分别为多少元？

(2) 该店计划购进 A 、 B 两种陶瓷餐具共 100 件。已知 A 种陶瓷餐具每件售价为 100 元， B 种陶瓷餐具每件售价为 110 元。为了保证全部售出后至少获利 3500 元，该店至少购进 A 种陶瓷餐具多少件？

【答案】(1)

A 种陶瓷餐具每件进价 60 元， B 种陶瓷餐具每件进价 80 元。

(2)

至少购进 A 种陶瓷餐具 50 件。

【分析】(1) 首先根据题意列出二元一次方程组进行求解即可；

(2) 设购进 A 种陶瓷餐具 a 件, 根据“全部售出后至少获利 3500 元”列不等式求解即可.

【详解】(1) 解: 设 A 种陶瓷餐具每件进价为 x 元, B 种陶瓷餐具每件进价为 y 元,

$$\text{则} \begin{cases} 2x + y = 200 \\ 3x + 2y = 340 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 60 \\ y = 80 \end{cases}$$

$\therefore A$ 种陶瓷餐具每件进价 60 元, B 种陶瓷餐具每件进价 80 元;

(2) 解: 设购进 A 种陶瓷餐具 a 件, 则购进 B 种陶瓷餐具 $(100-a)$ 件,

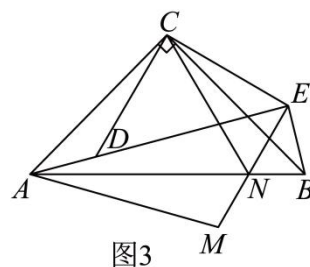
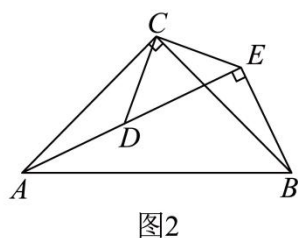
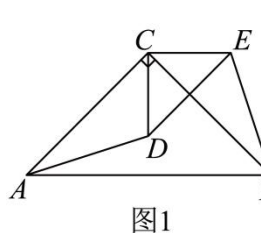
根据题意, 得 $(100-60)a + (110-80)(100-a) \geq 3500$,

解得 $a \geq 50$,

$\therefore$ 最小整数 a 的值为 50,

$\therefore$ 至少购进 A 种陶瓷餐具 50 件.

24. 已知 ABC 中, $CA=CB$, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 ABC 内一点, 将线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到线段 CE , 连接 ED , AD , BE .



(1) 如图1, 求证: $AD=BE$;

(2) 如图2, 若 $\angle DEB=90^\circ$, 试说明: A, D, E 三点共线;

(3) 如图3, 在 (2) 的条件下, 当 $\angle BAE=15^\circ$ 时, 将 $\triangle ACE$ 沿 AE 翻折得到 $\triangle AME$, EM 交 AB 于点 N , 连接 CN . 探究线段 AN , BN 与 CN 之间的数量关系, 并说明理由.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

(3) $AN=BN+CN$, 理由见解析

【分析】(1) 由旋转性质可得 $\angle ACB=\angle DCE=90^\circ$, $CD=CE$, 所以 $\angle ACB-\angle DCB=\angle DCE-\angle DCB$, 即 $\angle ACD=\angle BCE$, 然后证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS), 然后通过全等三角形的性质即可求解;

(2) 由线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到线段 CE , 得 $\angle CDE=\angle CED=45^\circ$, 则有 $\angle CEB=\angle CED+\angle DEB=135^\circ$, 由 (1) 知, $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 所以 $\angle CDA=\angle CEB=135^\circ$, 得

$\angle CDA + \angle CDE = 180^\circ$ ，所以 A, D, E 三点共线；

(3) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，在 AN 取一点 G ，使得 $CG = CN$ ，则 $\angle GCH = \angle MCH$ ，由题意可得 $CE = ME$ ， $\angle AEC = \angle AEM = 45^\circ$ ，得 $\triangle ABC$ ， $\triangle CEM$ 都是等腰直角三角形，所以 $\angle CAB = \angle CBA = \angle CDE = \angle CED = 45^\circ$ ，则有 $\angle CAE = \angle CAB - \angle BAE = 30^\circ$ ，则

$\angle ACD = \angle BAE = 15^\circ$ ，然后证明 $\triangle CEM \cong \triangle CHB$ (AAS)，所以 $CH = CE$ ，则有

$Rt\triangle CHN \cong Rt\triangle CEN$ (HL)，故有 $\angle ECN = \angle HCN$ ，然后得 $\triangle CGN$ 是等边三角形，则有 $CN = GN$ ，

证明 $\triangle ACG \cong \triangle BCN$ (ASA)，所以 $AG = BN$ ，得 $AN = CN + BN$ 。

【详解】(1) 证明：∵ 线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到线段 CE ，

∴ $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $CD = CE$ ，

∴ $\angle ACB - \angle DCB = \angle DCE - \angle DCB$ ，即 $\angle ACD = \angle BCE$ ，

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE \\ CD = CE \end{cases}$$

∴ $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS)，

∴ $AD = BE$ ；

(2) 证明：∵ 线段 CD 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到线段 CE ，

∴ $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ， $CD = CE$ ，

∴ $\angle CDE = \angle CED = 45^\circ$ ，

∵ $\angle DEB = 90^\circ$ ，

∴ $\angle CEB = \angle CED + \angle DEB = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ ，

由 (1) 知， $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，

∴ $\angle CDA = \angle CEB = 135^\circ$ ，

∴ $\angle CDA + \angle CDE = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ ，

∴ A, D, E 三点共线；

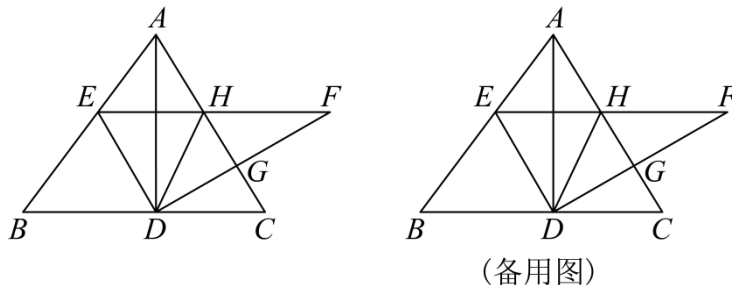
(3) 解： $AN = BN + CN$ ，理由如下：

如图，过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ，在 AN 取一点 G ，使得 $CG = CN$ ，则 $\angle GCH = \angle MCH$ ，

$\therefore \angle NCE = \angle NCH = \angle GCH = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ACG = \angle ACD = 15^\circ$, 即 C, D, G 三点共线,
 $\therefore \angle NCB = \angle BCE = \angle ACD = 15^\circ$,
 $\therefore \angle GCN = \angle CNG = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle CGN$ 是等边三角形,
 $\therefore CN = GN$,
 在 $\triangle ACG$ 和 $\triangle BCN$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAG = \angle CBN \\ \angle ACG = \angle BCN, \\ CA = CB \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ACG \cong \triangle BCN (ASA)$,
 $\therefore AG = BN$,
 $\therefore AN = AG + GN = CN + BN$.

25. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , 点 E, H 分别是 AB, AC 边上的点, 连接 EH , $EH \parallel BC$, 连接 ED , 过 D 作 $DF \perp DE$ 交 EH 的延长线于点 F , 交 AC 于点 G , 连接 DH .



- (1) 若 $\angle BDE = 50^\circ$, 则 $\angle ADF = \underline{\quad}^\circ$;
- (2) 若 $\triangle HDG \cong \triangle HFG$, 试说明: $\angle EHD = 2\angle ADE$;
- (3) 若 HC 平分 $\angle DHF$, DH 平分 $\angle EDC$, 直接写出 $\angle HGD$ 与 $\angle HED$ 的数量关系_.

【答案】 (1) 50

(2) 见解析

(3) $\angle DGH + \frac{3}{4}\angle DEH = 135^\circ$

【分析】 (1) 根据垂线的定义可得 $\angle BDE + \angle ADE = 90^\circ$, $\angle ADE + \angle ADF = 90^\circ$, 则可得到 $\angle ADF = \angle BDE = 50^\circ$;

(2) 由全等三角形的性质得到 $\angle HDF = \angle HFD$, 由平行线的性质得到

$\angle EHD = \angle CDH$, $\angle CDF = \angle HFD$, 则可证明 $\angle EHD = 2\angle HFD$, 同理可证明

$\angle ADE = \angle CDF$, 则 $\angle ADE = \angle HFD$, 据此可满足 $\angle EHD = 2\angle ADE$;

(3) 设 $\angle HED = x$, 则 $\angle F = 90^\circ - x$, 由平行线的性质得到 $\angle EDC = 180^\circ - \angle HED = 180^\circ - x$,
 $\angle CDF = \angle F = 90^\circ - x$, 由角平分线的定义得到 $\angle CDH = 90^\circ - \frac{1}{2}x$, 则可求出 $\angle HDF = \frac{1}{2}x$,
 $\angle DHF = 90^\circ + \frac{1}{2}x$, 进而得到 $\angle DHG = 45^\circ + \frac{1}{4}x$, 再根据 $\angle HDF + \angle DHG + \angle HGD = 180^\circ$,
可得结论.

【详解】(1) 解: $\because AD \perp BC$, $DF \perp DE$,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \angle EDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE + \angle ADE = 90^\circ, \angle ADE + \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADF = \angle BDE = 50^\circ;$$

(2) 解: $\because \triangle HDG \cong \triangle HFG$,

$$\therefore \angle HDF = \angle HFD,$$

$$\because EH \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EHD = \angle CDH, \angle CDF = \angle HFD,$$

$$\therefore \angle CDH = \angle HDF + \angle CDF = \angle HDF + \angle HFD = 2\angle HFD,$$

$$\therefore \angle EHD = 2\angle HFD,$$

同理可证明 $\angle ADE = \angle CDF$,

$$\therefore \angle ADE = \angle HFD,$$

$$\therefore \angle EHD = 2\angle ADE;$$

(3) 解: 设 $\angle HED = x$,

$$\because ED \perp DF,$$

$$\therefore \angle EDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = 180^\circ - \angle HED - \angle EDF = 90^\circ - x,$$

$$\because EH \parallel BC,$$

$$\therefore \angle EDC = 180^\circ - \angle HED = 180^\circ - x, \angle CDF = \angle F = 90^\circ - x,$$

$$\because DH \text{ 平分 } \angle EDC,$$

$$\therefore \angle CDH = \frac{1}{2}\angle EDC = 90^\circ - \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore \angle HDF = \angle CDH - \angle CDF = \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore \angle DHF = 180^\circ - \angle F - \angle HDF = 90^\circ + \frac{1}{2}x ,$$

$\because HC$ 平分 $\angle DHF$,

$$\therefore \angle DHG = \frac{1}{2} \angle DHF = 45^\circ + \frac{1}{4}x ,$$

$$\because \angle HDF + \angle DHG + \angle HGD = 180^\circ ,$$

$$\therefore \frac{1}{2}x + 45^\circ + \frac{1}{4}x + \angle HGD = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle HGD + \frac{3}{4}x = 135^\circ ,$$

$$\therefore \angle DGH + \frac{3}{4}\angle DEH = 135^\circ .$$