

2025-2026 学年七年级数学下学期期末考试

提升卷·全解全析版

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 新教材沪教版七年级下册全册。

一、选择题 (本题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 下列式子中, 是一元一次不等式的是 ()

- A. $x-2=0$ B. $3x^2-1\leq 2$ C. $x+2y>0$ D. $x-8\geq 0$

【答案】D

【分析】根据一元一次不等式的定义判断选项即可。

【详解】解: A 选项中 $x-2=0$ 是等式, 不是不等式, 不符合要求;

B 选项中 $3x^2-1\leq 2$ 里, 未知数 x 的次数为 2, 不是 1, 不符合要求;

C 选项中 $x+2y>0$ 含有 x 和 y 两个未知数, 不符合要求;

D 选项中 $x-8\geq 0$ 是不等式, 只含一个未知数 x , x 的次数为 1, 不等号两边均为整式, 符合一元一次不等式的定义。

2. 已知三角形的三边长分别为 3cm、7cm、 x cm, 若 x 为整数, 则满足条件的 x 的值有 ()

- A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

【答案】B

【分析】本题考查三角形三边关系的应用。利用“三角形任意两边之和大于第三边, 任意两边之差小于第三边”确定 x 的取值范围, 再找出范围内的整数即可得出答案。

【详解】解: $\because$ 三角形的三边长分别为 3cm、7cm、 x cm,

$\therefore 7-3<x<7+3$, 即 $4<x<10$,

$\because x$ 为整数,

$\therefore x$ 的值为 5、6、7、8、9，共 5 个.

故选 B

3. 等腰三角形的一个内角为 40° ，则它的另外两个内角分别为 ()

A. 40° ， 100°

B. 70° ， 70°

C. 40° ， 100° 或 70° ， 70°

D. 40° ， 70° 或 70° ， 100°

【答案】C

【分析】分 40° 内角是顶角或底角两种情况讨论，利用等腰三角形两底角相等和三角形内角和定理求解即可.

【详解】解： $\because$ 等腰三角形的一个内角为 40° ，未说明是顶角还是底角，因此分两种情况讨论；

①当 40° 为顶角时， $\because$ 三角形内角和为 180° ，等腰三角形两底角相等，

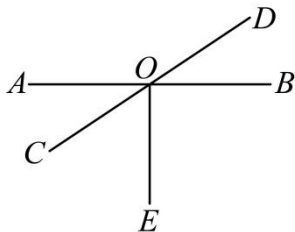
$\therefore$ 另外两个底角的度数都为 $\frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$ ，即另外两个内角为 70° ， 70° ；

②当 40° 为底角时，另一个底角为 40° ，

$\therefore$ 顶角为 $180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ$ ，即另外两个内角为 40° ， 100° ；

综上，另外两个内角为 40° ， 100° 或 70° ， 70° .

4. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $EO \perp AB$ ， $\angle DOB = 34^\circ$ ，则 $\angle COE$ 的度数为 ()



A. 34°

B. 54°

C. 56°

D. 66°

【答案】C

【详解】解： $\because OE \perp AB$ 于 O ，

$\therefore \angle AOE = 90^\circ$ ，

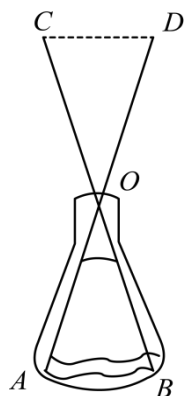
$\because \angle DOB = 34^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = \angle BOD = 34^\circ$ ，

$\therefore \angle COE = \angle AOE - \angle AOC = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$ ，

5. 数学课上老师布置了“测量锥形瓶内部底面的内径”的探究任务，善思小组想到了以下方案：如图，用螺丝钉将两根小棒 AD ， BC 的中点 O 固定，只要测得 C ， D 之间的距离，就

可知道内径 AB 的长度. 此方案依据的数学定理或基本事实是 ()



A. 边角边

B. 角边角

C. 边边边

D. 两点之间线段最短

【答案】A

【分析】 本题主要考查了全等三角形的实际应用, 先由线段中点的定义得到

$OC = OB$, $OA = OD$, 再由对顶角相等得到 $\angle AOB = \angle DOC$, 则可利用 SAS 证明

$\triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SAS) 即可得到 $AB = CD$.

【详解】 解: $\because$ 点 O 分别是 AD , BC 的中点,

$\therefore OC = OB$, $OA = OD$,

又 $\because \angle AOB = \angle DOC$,

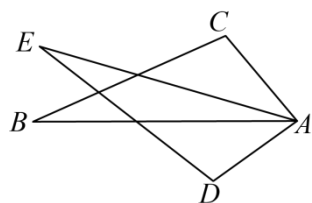
$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SAS),

$\therefore AB = CD$,

故选: A.

6. 如图, 已知 $\angle EAC = \angle BAD$, $AC = AD$, 增加下列条件: ① $AB = AE$; ② $BC = ED$;

③ $\angle C = \angle D$; ④ $\angle B = \angle D$. 其中能使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 的条件有 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】C

【分析】 本题主要考查全等三角形的判定, 掌握边边边, 边角边, 角边角, 角角边的判定方法是关键.

根据全等三角形的判定方法逐一验证即可.

【详解】解: $\because \angle EAC = \angle BAD$,

$\therefore \angle EAC + \angle BAE = \angle BAE + \angle BAD$, 即 $\angle BAC = \angle DAE$, 且 $AC = AD$,

添加① $AB = AE$, 运用边角边可判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

添加② $BC = ED$, 不能运用边边角判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

添加③ $\angle C = \angle D$, 运用角边角判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$;

添加④ $\angle B = \angle D$, 不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle AED$.

综上所述, 可以使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 的有①③, 共 2 个,

故选: C.

二、填空题 (本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分)

7. “3 与 x 的和不大于 1” 用不等式可表示为_____.

【答案】

$$3+x \leq 1$$

【详解】解: “3 与 x 的和不大于 1” 用不等式表示为 $3+x \leq 1$.

8. 已知 $a > b$, 则 $-a+1$ _____ $-b+1$ (填 “>” “<” 或 “=”).

【答案】<

【分析】本题考查了不等式性质的应用, 注意: ①不等式的两边都加上 (或减去) 同一个数或整式, 不等号的方向不变, ②不等式的两边都乘以 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变, ③不等式的两边都乘以 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变. 直接根据不等式的性质得出答案即可.

【详解】解: $\because a > b$,

$$\therefore -a < -b,$$

$$\therefore -a+1 < -b+1.$$

故答案为: <.

9. 不等式 $4x-1 \leq 2x+3$ 的所有非负整数解的和是_____.

【答案】3

【详解】解: $4x-1 \leq 2x+3$

$$4x-2x \leq 3+1$$

$$2x \leq 4$$

$$x \leq 2,$$

∴ 不等式 $4x-1 \leq 2x+3$ 的所有非负整数解为 0、1、2，

则所有非负整数解的和是 $0+1+2=3$ 。

10. 一个三角形三个内角的度数之比为1:3:4，则该三角形应为_____三角形。（按角分）

【答案】直角

【分析】根据三角形的内角和是 180° ，求得三个内角的度数即可判断。

此题考查了三角形的内角和定理以及三角形的分类。三角形按角分类有锐角三角形、直角三角形、钝角三角形。三个角都是锐角的三角形叫锐角三角形；有一个角是钝角的三角形叫钝角三角形；有一个角是直角的三角形叫直角三角形。

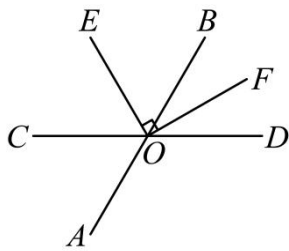
【详解】解：根据三角形的内角和定理，得

三角形的三个内角分别是 $180^\circ \times \frac{1}{8} = 22.5^\circ$ ， $180^\circ \times \frac{3}{8} = 67.5^\circ$ ， $180^\circ \times \frac{4}{8} = 90^\circ$ 。

故该三角形是直角三角形。

故答案为：直角。

11. 如图所示，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $OE \perp OF$ ， OF 平分 $\angle BOD$ ， $\angle BOF : \angle BOC = 1:4$ ，则 $\angle BOE$ 的度数为_____。



【答案】 60° /60度

【分析】本题考查角平分线的定义、垂线的定义及几何图形中的角度计算，熟练掌握角平分线的定义，正确找出图中各角的和差关系是解题关键。根据 $\angle BOF : \angle BOC = 1:4$ 及角平分线的定义可得出 $\angle BOF = 30^\circ$ ，根据 $OE \perp OF$ ，结合角的和差关系即可得答案。

【详解】解：∵ $\angle BOF : \angle BOC = 1:4$ ，

∴ $\angle BOC = 4\angle BOF$ ，

∵ OF 平分 $\angle BOD$ ，

∴ $\angle BOF = \angle DOF$ ，

∴ $\angle DOF + \angle BOF + \angle BOC = 6\angle BOF = 180^\circ$ ，

∴ $\angle BOF = 30^\circ$ ，

∵ $OE \perp OF$ ，

$$\therefore \angle EOF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle EOF - \angle BOF = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

故答案为： 60° .

12. 若不等式组 $\begin{cases} x > -a-6 \\ x < 3a+2 \end{cases}$ 无解，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \leq -2$

【分析】此题考查了已知不等式组的解集的情况求参数，正确理解不等式组的解集的确定方法：同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无解了，是解题的关键.

由不等式组无解得到 $3a+2 \leq -a-6$ ，求解即可.

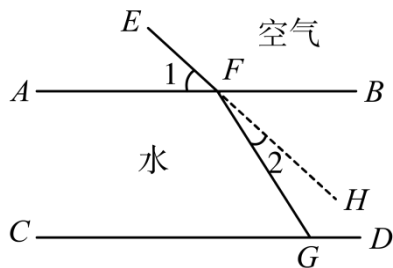
【详解】解： $\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} x > -a-6 \\ x < 3a+2 \end{cases}$ 无解，

$$\therefore 3a+2 \leq -a-6,$$

$$\therefore a \leq -2,$$

故答案为： $a \leq -2$.

13. 光从空气斜射入水中，传播方向会发生变化. 如图，表示水面的直线 AB 与表示水底的直线 CD 平行，光线 EF 从空气射入水中，改变方向后射到水底 G 处， FH 是 EF 的延长线. 若 $\angle 1 = 42^\circ$ ， $\angle 2 = 16^\circ$ ，则 $\angle DGF$ 的度数是_____.



【答案】 122°

【分析】本题考查平行线的性质，由平行线的性质推出 $\angle AFG = \angle DGF$ ，由平角定义得到 $\angle 2 + \angle 1 + \angle AFG = 180^\circ$ ，于是得到 $\angle DGF = \angle AFG = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2)$.

【详解】解 $\because AB \parallel CD$,

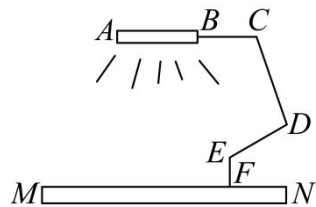
$$\therefore \angle AFG = \angle DGF,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 1 + \angle AFG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DGF = \angle AFG = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ - (42^\circ + 16^\circ) = 122^\circ.$$

故答案为： 122° .

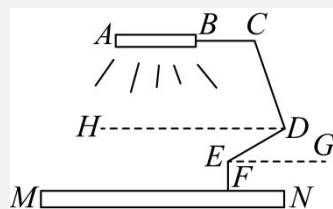
14. 一款长臂折叠 LED 护眼灯的示意图如图所示, EF 与桌面 MN 垂直, 当发光的灯管 AB 恰好与桌面 MN 平行时, $\angle DEF = 118^{\circ}$, $\angle BCD = 110^{\circ}$, 则 $\angle CDE$ 的度数为_____.



【答案】 98°

【分析】 本题考查平行线的判定和性质, 垂线的定义. 解题的关键是过拐点构造平行线. 过点 D 作 $DH \parallel AC$, 过点 E 作 $EG \parallel MN$, 则 $DH \parallel AC \parallel MN \parallel EG$, 根据平行线的性质和垂线的定义分别求出 $\angle CDH$, $\angle HDE$ 的度数即可得到答案.

【详解】 解: 过点 D 作 $DH \parallel AC$, 过点 E 作 $EG \parallel MN$, 则 $DH \parallel AC \parallel MN \parallel EG$,



$$\therefore \angle ACD + \angle CDH = 180^{\circ}, \angle GEF + \angle EFN = 180^{\circ}, \angle GEF = \angle MFE, \angle HDE = \angle DEG,$$

$$\because EF \perp MN, \angle DEF = 118^{\circ}, \angle BCD = 110^{\circ},$$

$$\therefore \angle CDH = 70^{\circ}, \angle GEF = 180^{\circ} - \angle EFM = 90^{\circ},$$

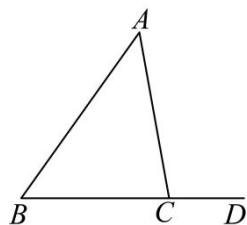
$$\therefore \angle DEG = \angle DEF - \angle GEF = 28^{\circ},$$

$$\therefore \angle HDE = \angle DEG = 28^{\circ},$$

$$\therefore \angle CDE = \angle CDH + \angle HDE = 98^{\circ},$$

故答案为: 98° .

15. 如图, 在 ABC 中, $\angle A = 45^{\circ}$, 外角 $\angle ACD = 100^{\circ}$, 则 $\angle B =$ _____.



【答案】 55° / 55 度

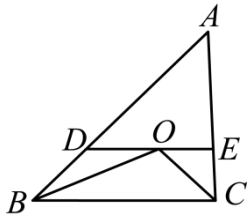
【分析】 本题考查三角形的外角性质, 关键是掌握三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和, 根据图示, 由三角形的外角性质得到 $\angle B = \angle ACD - \angle A = 55^{\circ}$ 即可.

【详解】解：∵ $\angle A = 45^\circ$, $\angle ACD = 100^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle ACD - \angle A = 55^\circ,$$

故答案为： 55° .

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 与 $\angle C$ 的平分线交于点 O ，过 O 点作 $DE \parallel BC$ ，分别交 AB 、 AC 于 D 、 E 。若 $AB = 6$ ， $AC = 5$ ，则 $\triangle ADE$ 的周长是_____。



【答案】 11

【分析】 本题考查了角平分线定义、平行线的性质、等腰三角形的判定，熟练掌握以上知识点，学会通过题目中的条件推出 $\triangle ADE$ 的周长等于 $AC + AB$ 是解题的关键。根据角平分线定义和平行线性质得出 $\angle DBO = \angle DOB$ ，推出 $BD = DO$ ，同理得出 $EO = CE$ ，推出 $\triangle ADE$ 的周长等于 $AB + AC$ ，即可解答。

【详解】解：∵ BO 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle DBO = \angle CBO,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DOB = \angle CBO,$$

$$\therefore \angle DBO = \angle DOB,$$

$$\therefore BD = DO,$$

同理得： $EO = CE$ ，

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长} = AD + DE + AE,$$

$$= AD + DO + EO + AE,$$

$$= AD + BD + CE + AE,$$

$$= AB + AC,$$

$$= 6 + 5,$$

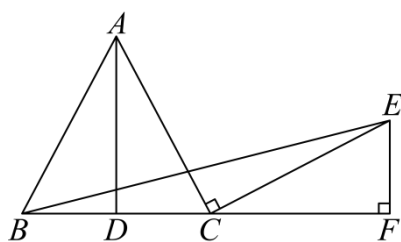
$$= 11,$$

$$\therefore \triangle ADE \text{ 的周长是 } 11.$$

故答案为： 11.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 为 BC 中点， $BD = 3$ ， $EC \perp AC$ 于点 C ，且 $EC = AC$ ，

$EF \perp BC$ 延长线于点 F , 则 $\triangle BCE$ 的面积 = _____.



【答案】9

【分析】此题考查全等三角形的判定与性质，三线合一，关键是证明 $\triangle ADC \cong \triangle CFE$ (AAS).

由三线合一得到 $BD = CD = 3$, $BC = 6$, $AD \perp DC$, 证明 $\triangle ADC \cong \triangle CFE$ (AAS), 进而利用全等三角形的性质和三角形面积公式解答即可.

【详解】解: $\because AB = AC$, D 为 BC 中点,

$$\therefore BD = CD = 3, \quad BC = 6, \quad AD \perp DC,$$

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because EC \perp AC,$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle ECF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle ECF,$$

$$\because EF \perp BC,$$

$$\therefore \angle CFE = 90^\circ,$$

在 $\triangle ADC$ 与 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CFE = 90^\circ \\ \angle DAC = \angle ECF \\ AC = CE \end{cases},$$

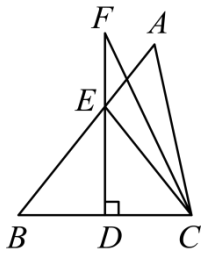
$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle CFE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore EF = DC = 3,$$

$$\therefore \triangle BCE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} BC \cdot EF = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9.$$

故答案为: 9.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 70^\circ$, 点 D 为 BC 中点, 过点 D 作 BC 的垂线, 交 AB 于点 E , 连接 CE , 作 $\angle ACE$ 的平分线, 与 DE 的延长线交于点 F , 则 $\angle F$ 的度数为_____.



【答案】 35°

【分析】 本题考查线段垂直平分线的性质，等腰三角形的判定和性质、与角平分线有关的三角形的内角和问题. 根据题意，易得 DE 垂直平分 BC ，进而推出 $\angle B = \angle BCE$ ，根据角平分线定义，得到 $\angle ACF = \angle ECF = \frac{1}{2} \angle ACE$ ，再由三角形的内角和定理得到 $\angle B + \angle ACB = 110^\circ$ ，进而得到 $\angle DCF = 55^\circ$ ，再根据三角形内角和定理求出的度数即可.

【详解】 解： $\because \angle A = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle B + \angle ACB = 110^\circ,$$

$\because$ 点 D 为 BC 中点，过点 D 作 BC 的垂线，交 AB 于点 E ，

$\therefore DE$ 垂直平分 BC ，

$$\therefore BE = CE, \angle FDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle BCE,$$

$\because CF$ 平分 $\angle ACE$ ，

$$\therefore \angle ACF = \angle ECF = \frac{1}{2} \angle ACE,$$

$$\because \angle ACB = \angle ACE + \angle BCE,$$

$$\therefore \angle B + \angle ACB = \angle B + \angle ACE + \angle BCE = 2(\angle BCE + \angle ECF) = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle ECF = 55^\circ, \text{ 即 } \angle DCF = 55^\circ,$$

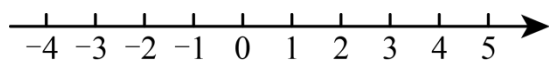
$$\therefore \angle F = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ,$$

故答案为： 35° .

三、解答题 (本题共 8 小题，共 64 分)

19. (本小题 6 分) 计算:

解不等式组: $\begin{cases} \frac{x-3}{4} \leq x \\ 5(x-2) > 8-x \end{cases}$ ，并把它解集在数轴上表示出来.



【答案】 $x > 3$ ；数轴见解析

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组，在数轴上表示不等式或不等式组的解集的应用，能求出不等式的解集和不等式组的解集是解此题的关键.

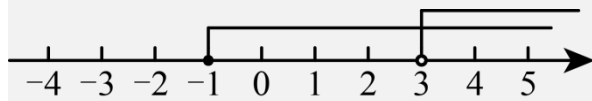
先求出每个不等式的解集，再在数轴上表示出不等式的解集，再求出不等式组的解集即可.

【详解】 解：
$$\begin{cases} \frac{x-3}{4} \leq x \textcircled{1} \\ 5(x-2) > 8-x \textcircled{2} \end{cases},$$

解不等式①得： $x \geq -1$,

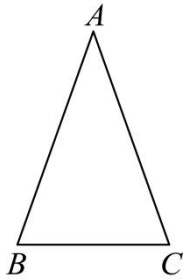
解不等式②得： $x > 3$,

将解集表示在数轴上，如图所示：



所以原不等式组的解集为 $x > 3$.

20. (本小题 6 分) 如图， $AB = AC$ ， AB 的垂直平分线 MN 交 AC 于点 D ，交 AB 于点 E ，连接 BD .



(1) 请对题干中的划线部分尺规作图 (保留作图痕迹)，并标记 D 、 E 两点；

(2) 若 $AE = 6$ ， $\triangle BCD$ 的周长为 19，求 BC 的长.

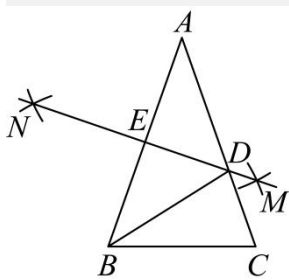
【答案】 (1) 见解析

(2) $BC = 7$

【分析】 (1) 根据垂直平分线的尺规作图，作出线段 MN 即可；

(2) 根据线段垂直平分线的性质证得 $AB = 2AE$ ， $AD = BD$ ，进而证得 $AB = 12$ ， $AC = 12$ ，根据 $\triangle BCD$ 的周长求出 BC 的长即可.

【详解】 (1) 解： 如图所示：



(2) 解: $\because MN$ 垂直平分 AB ,

$$\therefore AB = 2AE, \quad AD = BD,$$

$$\because AE = 6,$$

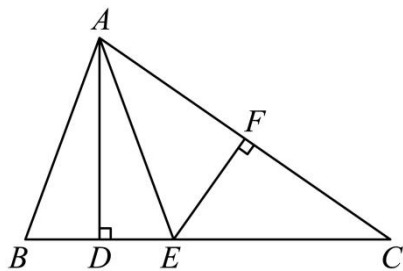
$$\therefore AB = 2AE = 12,$$

$$\therefore AC = AB = 12,$$

$$\because BD + CD + BC = AD + CD + BC = AC + BC = 19,$$

$$\therefore BC = 19 - 12 = 7.$$

21. (本小题 8 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 $\triangle ABC$ 的高, E 是 BC 上一点, $BD = DE$, 且 EF 垂直平分 AC , 交 AC 于点 F , 连接 AE .



(1) 若 $\angle BAE = 50^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的周长为 20, $AC = 8$, 求 DC 的长.

【答案】(1) 32.5°

(2) 6

【分析】(1) 先证明 AD 是线段 BE 的垂直平分线, 从而可得 $AB = AE$, 再根据等边对等角得出 $\angle ABE = \angle AEB$, 结合 $\angle BAE = 50^\circ$ 可求得 $\angle ABE = \angle AEB = 65^\circ$, 根据垂直平分线的性质得出 $AE = CE$, 再根据等边对等角得出 $\angle EAC = \angle C$, 然后利用三角形外角的性质得出 $\angle EAC + \angle C = 65^\circ$, 进而求得 $\angle EAC = \angle C = 32.5^\circ$;

(2) 先根据 $\triangle ABC$ 的周长为 20, 得到 $AB + BC + AC = 20$, 结合 $AC = 8$, 可得 $AB + BC = 12$, 再根据 $AE = CE = AB$, $BD = DE$, 可得 $AB + BE + EC = 12$, 进而得到 $DE + EC = 6$, 从而可求得 DC .

【详解】(1) 解: $\because AD$ 是 ABC 的高, $BD = DE$,

$\therefore AD$ 是线段 BE 的垂直平分线,

$\therefore AB = AE$,

$\therefore \angle ABE = \angle AEB$,

$\because \angle BAE = 50^\circ$,

$\therefore \angle ABE = \angle AEB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAE) = 65^\circ$,

$\because EF$ 垂直平分 AC ,

$\therefore AE = CE$,

$\therefore \angle EAC = \angle C$,

$\because \angle AEB$ 是 $\triangle AEC$ 的外角,

$\therefore \angle AEB = \angle EAC + \angle C = 65^\circ$,

$\therefore \angle EAC = \angle C = 32.5^\circ$;

(2) 解: $\because ABC$ 的周长为 20,

$\therefore AB + BC + AC = 20$,

$\because AC = 8$,

$\therefore AB + BC = 12$,

$\because AE = CE = AB$, $BD = DE$,

$\therefore AB + BE + EC = 12$,

$\therefore 2DE + 2EC = 12$,

$\therefore DE + EC = 6$,

$\therefore DC = DE + EC = 6$.

22. (本小题 8 分) 某超市购进甲、乙两种型号的节能灯共 700 只, 购进 700 只节能灯的进货款恰好为 20000 元, 这两种节能灯的进价、预售价如表:

型号	进价 (元/只)	预售价 (元/只)
甲	20	25
乙	35	42

(1) 求该超市购进甲、乙两种型号的节能灯各多少只?

(2) 在实际销售过程中, 超市按预售价将购进的甲型号节能灯全部售出, 购进的乙型号节能灯

部分售出后，决定将剩余乙型号节能灯打八折低价处理，全部售完后，两种节能灯共获得利润3880元，求乙型号节能灯按预售价售出了多少只？

【答案】(1)该超市购进甲型号的节能灯300只，购进乙型号的节能灯400只

(2)乙型号节能灯按预售价售出了350只

【分析】本题考查一元一次方程的应用，解题的关键是根据等量关系列出方程.

(1) 设该超市购进甲型号的节能灯 x 只，则购进乙型号的节能灯 $(700-x)$ 只，根据“购进700只节能灯的进货款恰好为20000元”列出方程，解方程即可；

(2) 设乙型号节能灯按预售价售出了 y 只，根据“购进的乙型号节能灯部分售出后，决定将剩余乙型号节能灯打八折低价处理，全部售完后，两种节能灯共获得利润3880元”列出方程，解方程即可.

【详解】(1) 解：设该超市购进甲型号的节能灯 x 只，则购进乙型号的节能灯 $(700-x)$ 只，依题意，得： $20x + 35(700-x) = 20000$,

解得： $x = 300$,

$\therefore 700-x = 700-300 = 400$ (只),

答：该超市购进甲型号的节能灯300只，购进乙型号的节能灯400只.

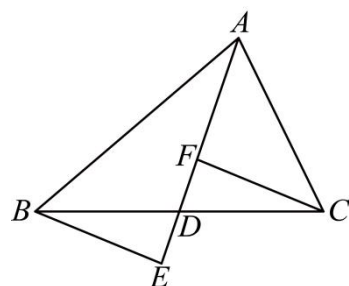
(2) 解：设乙型号节能灯按预售价售出了 y 只，

依题意，得： $300 \times (25-20) + (42-35)y + (400-y) \times (42 \times 80\% - 35) = 3880$,

解得： $y = 350$.

答：乙型号节能灯按预售价售出了350只.

23. (本小题8分) 如图， $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的中线， E, F 为直线 AD 上的点，连接 BE, CF ，且 $BE \parallel CF$.



(1) 求证： $\triangle BDE \cong \triangle CDF$ ；

(2) 若 $AE = 15$ ， $AF = 8$ ，试求 DE 的长.

【答案】(1)见解析

(2) $\frac{7}{2}$

【分析】(1) 根据三角形中线性质推出 $BD = CD$ ，利用平行线性质推出 $\angle CFD = \angle E$ ，再结合全等三角形判定定理证明即可；

(2) 根据全等三角形性质，以及线段的和差分析求解，即可解题.

熟知全等三角形的性质与判定定理是解题的关键.

【详解】(1) 证明： $\because AD$ 是 BC 边上的中线，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\because BE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle CFD = \angle E,$$

$$\because \angle BDE = \angle CDF,$$

$$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF \text{ (AAS)};$$

(2) 解： $\because \triangle BDE \cong \triangle CDF$,

$$\therefore DE = FD,$$

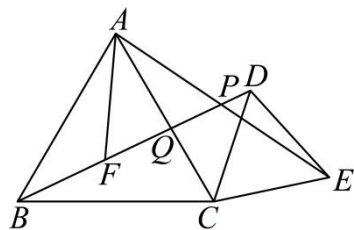
$$\because AE = 15, \quad AF = 8,$$

$$\because AE - AF = EF = DE + DF = 2DE,$$

$$\therefore 2DE = 15 - 8,$$

$$\text{解得 } DE = \frac{7}{2}.$$

24. (本小题 8 分) 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等边三角形，连接 BD 、 AE 交于点 P ， BD 、 AC 交于点 Q . 点 F 为线段 BD 上一点，且 $FP = AP$.



求证：

(1) $\triangle BCD \cong \triangle ACE$;

(2) $\triangle AFP$ 是等边三角形.

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

【分析】本题主要考查了全等三角形的性质与判定，等边三角形的性质与判定，三角形内角

和定理，熟知全等三角形的性质与判定定理，等边三角形的性质与判定定理是解题的关键.

(1) 由等边三角形的性质可得 $AC = BC$, $CD = CE$, $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$, 再证明 $\angle ACE = \angle BCD$, 据此可利用 SAS 证明 $\triangle BCD \cong \triangle ACE$;

(2) 由全等三角形的性质可得 $\angle CBD = \angle CAE$, 再由三角形内角和定理可证明 $\angle APQ = \angle BCQ = 60^\circ$, 据此可证明结论.

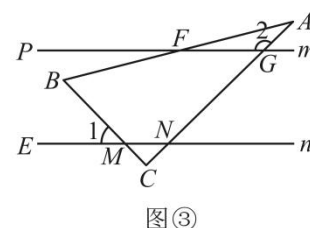
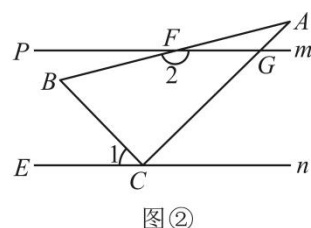
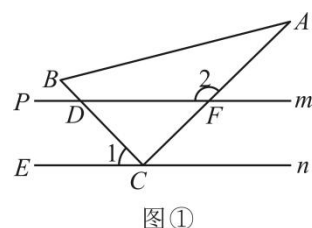
【详解】(1) 证明: $\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等边三角形,
 $\therefore AC = BC$, $CD = CE$, $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$,
 $\therefore \angle ACB + \angle ACD = \angle DCE + \angle ACD$, 即 $\angle ACE = \angle BCD$,
 $\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCD$ (SAS);

(2) 证明: $\because \triangle BCD \cong \triangle ACE$,
 $\therefore \angle CBD = \angle CAE$,
 $\because \angle CBQ + \angle CQB + \angle BCQ = 180^\circ$, $\angle AQP + \angle APQ + \angle PAQ = 180^\circ$, $\angle AQP = \angle CQB$,
 $\therefore \angle APQ = \angle BCQ = 60^\circ$,

又 $\because FP = AP$,

$\therefore \triangle AFP$ 是等边三角形.

25. (本小题 10 分) 综合与实践课上, 同学们以“一个含 30° 角的三角尺和两条平行线”为背景开展数学活动. 已知: 两直线 $m \parallel n$, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$. 结合图①, 图②, 图③完成下列问题:



(1) 基础计算

如图①, 若 $\angle 1 = 46^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数;

(2) 平移探究

小张同学把图①中的直线 m 向上平移得到图②, 判断图②中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系, 并说明理由;

(3) 拓展延伸

小李同学将图②中的直线 n 向上平移得到图③, 请直接写出图③中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的数量关系.

【答案】(1) 136°

(2) $\angle 2 - \angle 1 = 120^\circ$ ，理由见解析

(3) $\angle 2 - \angle 1 = 90^\circ$

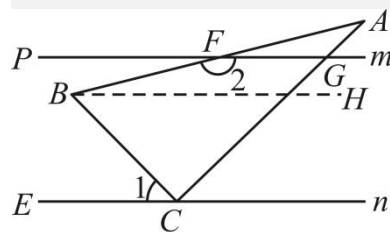
【分析】(1) 由 $m \parallel n$ ， $\angle ACE = \angle ACB + \angle 1 = 136^\circ$ 即可得 $\angle 2 = \angle ACE = 136^\circ$ ；

(2) 过点 B 作 $BH \parallel m$ ，利用平行线的内错角和同旁内角性质，结合 $\angle ABC = 60^\circ$ 推导得出 $\angle 2$ 与 $\angle 1$ 的差为 120° ；

(3) 过点 C 作 $CH \parallel n$ ，得 $\angle BCH = \angle 1$ ，进而得 $\angle ACH = \angle BCH + \angle ACB = \angle 1 + 90^\circ$ ，由 $CH \parallel n$ ， $m \parallel n$ 得 $CH \parallel m$ ，即可得 $\angle 2 = \angle ACH = \angle 1 + 90^\circ$ ，即 $\angle 2 - \angle 1 = 90^\circ$ 。

【详解】(1) 解： $\because m \parallel n$ ， $\angle ACE = \angle ACB + \angle 1 = 136^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2 = \angle ACE = 136^\circ$ ；

(2) 解：如图，过点 B 作 $BH \parallel m$ ，



图②

$\because m \parallel n$ ，

$\therefore BH \parallel m \parallel n$ ，

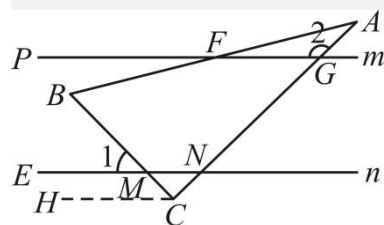
$\therefore \angle 1 = \angle CBH$ ， $\angle ABH = 180^\circ - \angle 2$ ，

又 $\because \angle ABC = \angle CBH + \angle ABH = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + (180^\circ - \angle 2) = 60^\circ$ ，

整理得： $\angle 2 - \angle 1 = 120^\circ$ ；

(3) 解：如图，过点 C 作 $CH \parallel n$ ，



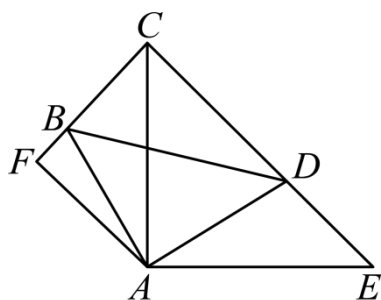
图③

$\therefore \angle BCH = \angle 1$ ，

$\therefore \angle ACH = \angle BCH + \angle ACB = \angle 1 + 90^\circ$ ，

$\because CH \parallel n, m \parallel n,$
 $\therefore CH \parallel m,$
 $\therefore \angle 2 = \angle ACH = \angle 1 + 90^\circ,$
 $\therefore \angle 2 - \angle 1 = 90^\circ.$

26. (本小题 10 分) 如图, 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,
 $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ, \angle E = 45^\circ, AB = AD, AC = AE$, 且点 D 在边 CE 上, 连接 CB , 过点 A 作
 $AF \perp CB$ 交 CB 的延长线于点 F .



- (1) 求证: $BC = DE$;
 (2) 求 $\angle EAF$ 的度数;
 (3) 求证: $CD = 2BF + DE$.

【答案】(1) 见解析

(2) 135°

(3) 见解析

【分析】(1) 根据 $\angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$, 推出 $\angle BAC = \angle DAE$, 证明 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$ (SAS) 即可解答.

(2) 先证明 $\angle E = \angle ACE = 45^\circ$, 得到 $\angle BCA = \angle E = 45^\circ$, 再求出 $\angle CFA = 90^\circ$, $\angle CAF = 45^\circ$, 即可解答.

(3) 延长 BF 到 G , 使得 $FG = FB$, 连接 AG , 先证明 $\triangle AFB \cong \triangle AFG$ (SAS), 则 $\angle ABF = \angle G$. 推导出 $\angle ABF = \angle CDA$, 则 $\angle G = \angle CDA$, 继而证明 $\triangle CGA \cong \triangle CDA$ (AAS), 得到 $CG = CD$, 则 $CG = DE + 2BF$, 即可解答.

【详解】(1) 解: $\because \angle BAD = \angle CAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAC + \angle CAD = 90^\circ, \angle CAD + \angle DAE = 90^\circ,$

$\therefore \angle BAC = \angle DAE.$

在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle DAE$ 中,

$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle BAC = \angle DAE \\ AC = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAC \cong \triangle DAE$ (SAS);

$\therefore BC = DE$;

(2) 解: $\because \angle E = 45^\circ$,

由 (1) 知 $\triangle BAC \cong \triangle DAE$,

$\therefore \angle BCA = \angle E = 45^\circ$,

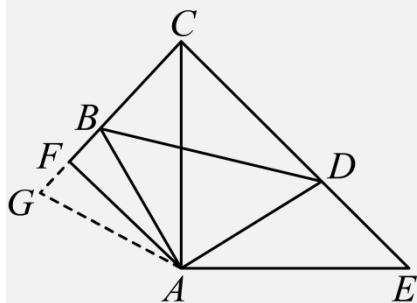
$\because AF \perp BC$,

$\therefore \angle CFA = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAF = 45^\circ$,

$\therefore \angle FAE = \angle FAC + \angle CAE = 135^\circ$;

(3) 证明: 延长 BF 到 G , 使得 $FG = FB$, 连接 AG , 如图所示.



$\because AF \perp BG$,

$\therefore \angle AFG = \angle AFB = 90^\circ$.

在 $\triangle AFB$ 和 $\triangle AFG$ 中,

$$\begin{cases} BF = GF \\ \angle AFB = \angle AFG \\ AF = AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle AFG$ (SAS),

$\therefore \angle ABF = \angle G$.

$\because \triangle BAC \cong \triangle DAE$,

$\therefore \angle CBA = \angle EDA, CB = ED$,

$$\therefore \angle ABF = \angle CDA ,$$

$$\therefore \angle G = \angle CDA .$$

在 $\triangle CGA$ 和 $\triangle CDA$ 中,

$$\begin{cases} \angle GCA = \angle DCA \\ \angle CGA = \angle CDA \\ AC = AC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CGA \cong \triangle CDA (\text{AAS}) ,$$

$$\therefore CG = CD .$$

$$\therefore CG = CB + BF + FG = CB + 2BF = DE + 2BF ,$$

$$\therefore CD = 2BF + DE .$$