

2025-2026 学年七年级数学下学期期末真题重组卷

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. (24-25 七下 · 上海静安区西初级中学 · 期末) 下列长度的三条线段, 能组成三角形的是 () .

A. 2, 2, 3 B. 5, 6, 11 C. 3, 4, 8 D. 10, 5, 5

【答案】A

【分析】本题考查三角形三边的关系.

根据三角形三边之间的关系, 对各选项进行分析判断即可.

【详解】解: A. 2, 2, 3, 最长的边为 3, $2+2=4>3$, 能组成三角形, 符合题意;
B. 5, 6, 11, 最长的边为 11, $5+6=11$, 不能组成三角形, 不符合题意;
C. 3, 4, 8, 最长的边为 8, $3+4=7<8$, 不能组成三角形, 不符合题意;
D. 10, 5, 5, 最长的边为 10, $5+5=10$, 不能组成三角形, 不符合题意.

故选: A.

2. (24-25 七下 · 上海黄浦区 · 期末) 若 $a < b$, 则下列不等式正确的是 ()

A. $a+2 > b+2$ B. $a-5 > b-3$ C. $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$ D. $-3a > -3b$

【答案】D

【分析】本题主要考查不等式的基本性质; 根据不等式的基本性质, 逐一分析各选项即可.

【详解】解: $\because a < b$,

选项 A: $a+2 > b+2$

两边同时加 2, 不等号方向不变, 应为 $a+2 < b+2$, 故 A 错误.

选项 B: $a-5 > b-3$

左边减 5，右边减 3，应为 $a-5 < b-3$ ，故 B 错误.

选项 C: $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

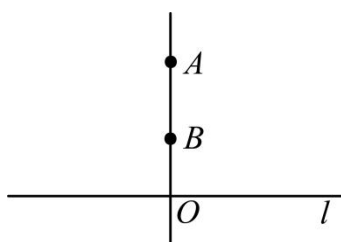
两边同时除以正数 3，不等号方向不变，应为 $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$ ，故 C 错误.

选项 D: $-3a > -3b$

两边同时乘以负数 -3 ，不等号方向改变，由 $a < b$ 可得 $-3a > -3b$ ，故 D 正确.

故选: D.

3. (24-25 七下·上海普陀区·期末)如图，在同一平面上，如果直线 OA 垂直于直线 l ，直线 OB 垂直于直线 l ，垂足为点 O ，那么直线 OA 与直线 OB 重合的理由是 ()



A. 垂线段相等

B. 两点确定一条直线

C. 在同一平面上，已知直线的垂线只有一条

D. 在同一平面上，经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线

【答案】D

【分析】本题考查了垂线的定义，直接利用垂线的性质：在平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，进而判断得出答案，掌握垂线的定义是解题的关键.

【详解】解：在同一平面内， $OA \perp l$ ， $OB \perp l$ ，垂足为 O ，则直线 OA 和直线 OB 重合的理由是：同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，

故选: D.

4. (23-24 七下·上海长宁区·期末)已知等腰三角形的周长为 16，其底边长为 a ，那么 a 的取值范围是 ()

A. $a > 0$

B. $0 < a < 8$

C. $0 < a < 16$

D. $a < 16$

【答案】B

【分析】本题考查了三角形三边之间的关系，等腰三角形的定义，解题的关键是掌握三角形两边之和大于第三边，两边之差小于第三边.

根据题意得出两腰之和为 $16-a$ ，两腰之差为 0，结合三角形三边之间的关系，即可解答.

【详解】解：∵底边长为 a ，

∴两腰之和为 $16 - a$ ，

∴ $16 - a > a$ ，解得： $a < 8$ ，

∵等腰三角形两腰长相等，

∴两腰之差为 0，

∴ $a > 0$ ，

∴那么 a 的取值范围是 $0 < a < 8$ ．

故选：B．

5. (24-25 七下·上海外国语大学附属奉贤外国语学校·期末)3 月 12 日是我国的植树节，某校学生会组织七年级和八年级共 65 名同学参加植树活动，七年级学生平均每人植 2 棵树，八年级学生平均每人植 4 棵树，为了保证植树总数不少于 220 棵，则八年级学生参加活动的人数至少需 ()

A. 50 名

B. 45 名

C. 40 名

D. 35 名

【答案】B

【分析】本题考查用一元一次不等式解决实际问题，解题关键是根据题意列出不等式．设需要 x 名八年级学生参加活动，则参加活动的七年级学生为 $(65 - x)$ 名，由“保证植树总数不少于 220 棵”列出不等式求解即可．

【详解】解：设需要 x 名八年级学生参加活动，则参加活动的七年级学生为 $(65 - x)$ 名，

由题意得，

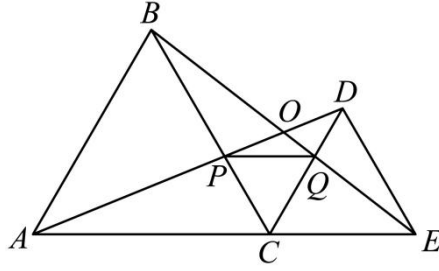
$$4x + 2(65 - x) \geq 220,$$

解得， $x \geq 45$ ，

∴八年级学生参加活动的人数至少需 45 名．

故选：B．

6. (24-25 七下·上海北初级中学教育集团·期末)如图， C 为线段 AE 上一动点 (不与点 A, E 重合)，在 AE 同侧分别作等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle ECD$ ， AD 与 BE 交于点 O ， AD 与 BC 交于点 P ， BE 与 CD 交于点 Q ，连接 PQ ．以下结论不正确的是 ()



- A. $AD = BE$ B. $DE = DP$ C. $AP = BQ$ D. $\angle AOB = 60^\circ$

【答案】B

【分析】通过证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE (SAS)$ ，得到 $AD = BE$ 可判断 A 正确，通过证明 $\triangle CDP \cong \triangle CEQ (ASA)$ ，得到 $DP = EQ$ ，可判断 B 错误；证明 $\triangle CQB \cong \triangle CPA (ASA)$ ，得到 $BQ = AP$ ，故判定结论 C 正确；利用 $\angle AOB = \angle OAE + \angle AEO = \angle CBE + \angle AEO = \angle ACB = 60^\circ$ ，可判断 D 正确。

【详解】解：由于 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 是等边三角形，
可知 $AC = BC$ ， $CD = CE$ ， $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle BCD = 60^\circ$ ， $\angle ACD = \angle BCE = 120^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE (SAS)$ ，

$\therefore AD = BE$ ， $\angle ADC = \angle BEC$ ，

可判断 A 正确；

$\therefore \angle DCP = \angle ECQ = 60^\circ$ ， $CD = CE$ ，

$\therefore \triangle CDP \cong \triangle CEQ (ASA)$ ，

$\therefore DP = EQ$ ，

$\therefore DE \neq EQ$ ，

$\therefore DE \neq DP$ ，可判断 B 错误；

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle EBC$ ，

又 $\therefore \angle ACP = \angle BCQ = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle CQB \cong \triangle CPA (ASA)$ ，

$\therefore BQ = AP$ ，故结论 C 正确；

$\therefore \angle AOB = \angle OAE + \angle AEO = \angle CBE + \angle AEO = \angle ACB = 60^\circ$ ，可判断 D 正确。

故选：B。

【点睛】 本题考查了等边三角形的性质，全等三角形的判定与性质，三角形外角的定义和性质，平角的定义等知识点，熟练掌握等边三角形的性质，证明三角形全等是解题的关键.

第Ⅱ卷

二、填空题(本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分)

7. (24-25 七下·上海外国语大学附属奉贤外国语学校·期末) 根据要求写出不等式“ x 的一半与 y 的 2 倍的和是非负数”：_____.

【答案】 $\frac{1}{2}x + 2y \geq 0$

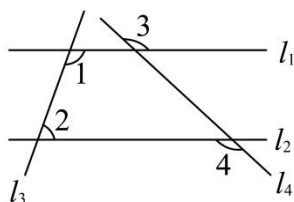
【分析】 本题考查了不等式的列法，熟练掌握不等式的列式方法是解题的关键.

根据题意列出式子即可.

【详解】 解：由题意可得： $\frac{1}{2}x + 2y \geq 0$ ；

故答案为： $\frac{1}{2}x + 2y \geq 0$.

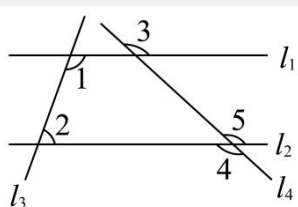
8. (24-25 七下·上海松江区东华大学附属实验学校·期末) 如图，已知 $\angle 1 = 110^\circ$ ， $\angle 2 = 70^\circ$ ， $\angle 3 = 138^\circ$ ，那么 $\angle 4 =$ _____ $^\circ$.



【答案】 138

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键. 根据平行线的判定和性质，易得 $l_1 \parallel l_2$ ，则 $\angle 3 = \angle 5$ ，得到 $\angle 5 = 138^\circ$ ，再根据对顶角相等，得到结果.

【详解】 解：如图，



$\because \angle 1 = 110^\circ$ ， $\angle 2 = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

$\therefore l_1 \parallel l_2$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 5,$$

$$\therefore \angle 3 = 138^\circ,$$

$$\angle 5 = 138^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 5,$$

$$\therefore \angle 4 = 138^\circ,$$

故答案为： 138° .

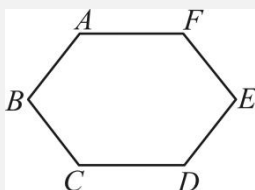
9. (24-25 七下 · 上海宝山区上海大学附属宝山外国语学校 · 期末)凸六边形共有_____组同旁内角.

【答案】 6

【分析】 两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线之间，并且在第三条直线（截线）的同旁，则这样一对角叫做同旁内角，由此即可得到答案.

【详解】 解：图中同旁内角有 $\angle A$ 和 $\angle B$ ， $\angle B$ 和 $\angle C$ ， $\angle C$ 和 $\angle D$ ， $\angle D$ 和 $\angle E$ ， $\angle E$ 和 $\angle F$ ， $\angle A$ 和 $\angle F$ ，共有 6 对.

故答案为： 6.



【点睛】 本题考查同旁内角，关键是掌握同旁内角的定义.

10. (24-25 七下 · 上海青浦区 · 期末)把 $\triangle ABC$ 的中线 AD 延长到点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 BE . 如果 $AB = 3$ ， $\triangle ACD$ 的周长比 $\triangle ABD$ 的周长大 2，那么 $BE = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 5

【分析】 本题考查全等三角形的判定与性质，根据中线性质的 $BD = DC$ ，根据周长差可得 $AC - AB = 2$ ，结合 $AB = 3$ 求出 $AC = 5$ ，再通过证明 $\triangle ADC \cong \triangle EDB$ 得出 $BE = AC$ ，进而可求解.

【详解】 解： $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$$\therefore BD = DC,$$

$\because \triangle ACD$ 的周长比 $\triangle ABD$ 的周长大 2，

$$\therefore (AC + CD + AD) - (AB + BD + AD) = 2,$$

$$\text{即 } AC - AB = 2,$$

$$\therefore AB = 3,$$

$$\therefore AC = 5,$$

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle EDB$ 中,

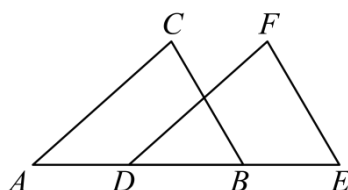
$$\because AD = DE, \quad BD = DC, \quad \angle ADC = \angle EDB \text{ (对顶角相等)},$$

$$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDB \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BE = AC = 5.$$

故答案为: 5.

11. (24-25 七下 · 上海虹口区 · 期末) 如图, 已知 $AC \parallel DF$, $CB \parallel FE$, 添加一个条件, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 这个条件可以是_____ (填写一个即可) .



【答案】 $AD = BE$ (答案不唯一)

【分析】 此题主要考查三角形全等的判定方法, 判定两个三角形全等的一般方法有: SSS、SAS、ASA、AAS、HL、注意: AAA、SSA 不能判定两个三角形全等, 判定两个三角形全等时, 必须有边的参与, 若有两边一角对应相等时, 角必须是两边的夹角.

要使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 由条件可得到 $\angle A = \angle FDB$, $\angle E = \angle CBD$, 再加条件 $AD = BE$, 可以用 (ASA) 证明其全等.

【详解】 解: 添加条件 $AD = BE$;

$$\because AD = BE$$

$$\therefore AD + DB = BE + DB$$

$$\text{即: } AB = DE,$$

$$\because AC \parallel DF,$$

$$\therefore \angle A = \angle FDB,$$

$$\because CB \parallel FE,$$

$$\therefore \angle E = \angle CBD,$$

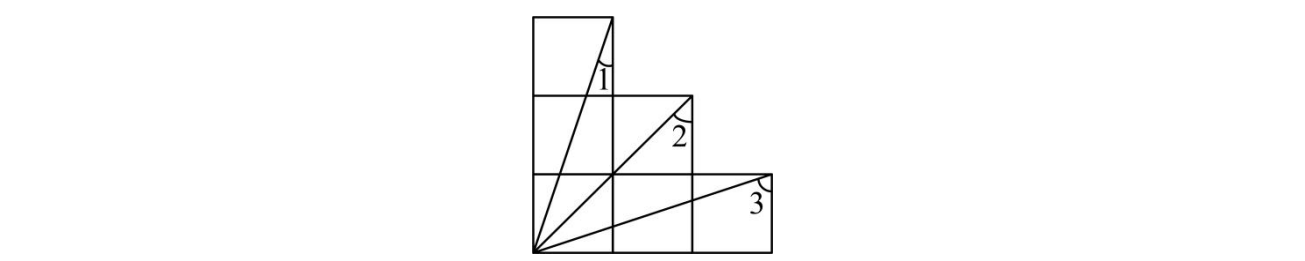
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle FDB \\ AB = DE \\ \angle E = \angle CBD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (ASA)}$$

故答案为： $AC = DF$ （答案不唯一） ．

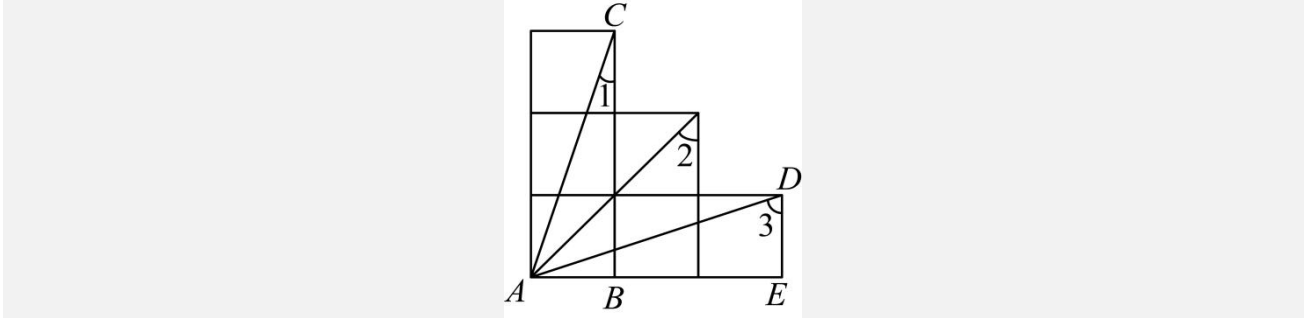
12. (24-25 七下·上海民办至德实验学校·期末)如图为 6 个边长相等的正方形的组合图形, 则

$$\frac{2}{3}(\angle 1 + \angle 3) + \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$


【答案】 $105^{\circ}/105$ 度

【分析】利用“边角边”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEA$ ，根据全等三角形对应角相等可得 $\angle 1 = \angle DAE$ ，然后求出 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ，再判断出 $\angle 2 = 45^\circ$ ，然后计算即可得解．本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的性质．

【详解】解：6个边长相等的正方形的组合图形，如图，



在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEA$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle ABC = \angle DEA = 90^\circ, \\ BC = EA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEA \quad (SAS) ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle DAE ,$$

$$\therefore \angle 3 + \angle DAE = 90^\circ,$$

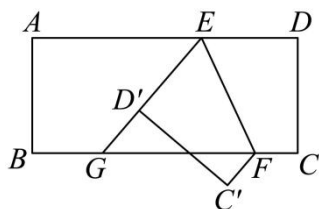
$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ,$$

又 $\because \angle 2 = 45^\circ$,

$$\therefore \frac{2}{3}(\angle 1 + \angle 3) + \angle 2 = \frac{2}{3} \times 90^\circ + 45^\circ = 105^\circ,$$

故答案为： 105° ．

13. (24-25 七下·上海外国语大学附属奉贤外国语学校·期末)如图，将长方形纸条折叠， $AD \parallel BC$ ．按如图折叠， $\angle BGE = 130^{\circ}$ ，则 $\angle EFC' = \underline{\hspace{2cm}}^{\circ}$ ．



【答案】 115° /115 度

【分析】本题考查了平行线的性质，折叠的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键．

根据平行线的性质得到 $\angle DEG = \angle BGE = 130^{\circ}$ ，由折叠的性质得到 $\angle DEF = \angle GEF = \frac{1}{2}\angle DEG$ ，即可通过平行线的性质求解．

【详解】解： $\because AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle DEG = \angle BGE = 130^{\circ},$$

$\because$ 折叠，

$$\therefore \angle DEF = \angle GEF = \frac{1}{2}\angle DEG = \frac{1}{2} \times 130^{\circ} = 65^{\circ},$$

$$\therefore \angle EFC' = \angle EFC = 180^{\circ} - \angle DEF = 180^{\circ} - 65^{\circ} = 115^{\circ},$$

故答案为： 115° ．

14. (24-25 七下·上海民办至德实验学校·期末)关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -x+2>1 \\ x-2m\geq 1 \end{cases}$ 有 4 个整数解，那么 m 的取值范围是_____．

【答案】 $-2.5 < m \leq -2$

【分析】根据题意，得出关于 m 的不等式，据此进行计算即可．本题主要考查了一元一次不等式组的整数解，能根据题意得出关于 m 的不等式是解题的关键．

【详解】解：解不等式 $-x+2>1$ 得， $x<1$ ，

解不等式 $x-2m\geq 1$ 得， $x\geq 2m+1$ ，

因此不等式组有 4 个整数解，

$$\text{所以 } -4 < 2m+1 \leq -3,$$

$$\text{解得 } -2.5 < m \leq -2.$$

故答案为： $-2.5 < m \leq -2$ ．

15. (24-25 七下·上海宝山区同洲中学·期末)已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 40^{\circ}$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BD

交 AC 于点 D ，那么 $\angle ADB =$ _____.

【答案】 $105^\circ/105$ 度

【分析】 根据等腰三角形的性质得两底角的度数，结合角平分线的性质和三角形内角和定理即可求解.

本题考查了三角形内角和定理及等腰三角形的性质、角平分线的定义；综合运用各种知识是解答本题的关键.

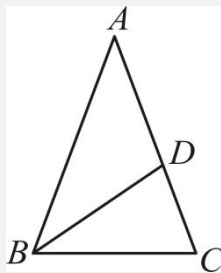
【详解】 解： $\because AB = AC$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle C = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ,$$

又 $\because BD$ 为 $\angle ABC$ 的平分线，

$$\therefore \angle ABD = \angle CDB = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ.$$



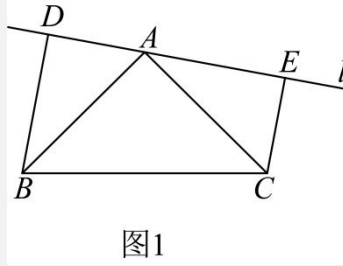
故答案为： 105° .

16. (24-25 七下·上海松江区东华大学附属实验学校·期末) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ， 直线 l 经过点 A ， 分别过点 B 、 C 作直线 l 的垂线， 垂足分别为 D 、 E . 如果 $BD = 5$ ， $CE = 3$ ， 那么 $DE =$ _____.

【答案】 8 或 2

【分析】 此题重点考查直角三角形的两个锐角互余、同角的余角相等、全等三角形的判定与性质、分类讨论数学思想的运用等知识与方法，分两种情况讨论，一是点 B 、点 C 在直线 l 同侧，由 $BD \perp l$ 于点 D ， $CE \perp l$ 于点 E ， 得 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$ ， 而 $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = CA$ ， 由 $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$ ， $\angle CAE + \angle BAD = 90^\circ$ ， 推导出 $\angle ABD = \angle CAE$ ， 可根据 AAS 证明 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ ， 则 $BD = AE = 5$ ， $AD = CE = 3$ ， 求得 $DE = AE + AD = 8$ ；二是点 B 、点 C 在直线 l 异侧，同理可证明 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ ， 则 $BD = AE = 5$ ， $AD = CE = 3$ ， 求得 $DE = AE - AD = 2$ ， 于是得到问题的答案.

【详解】 解： 如图 1， 点 B 、点 C 在直线 l 同侧，



$\because BD \perp l$ 于点 D , $CE \perp l$ 于点 E ,

$$\therefore \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中,

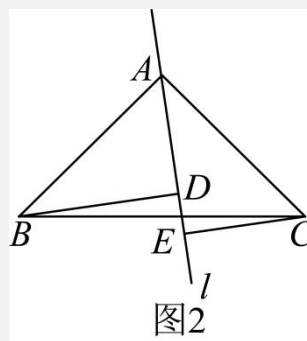
$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle AEC, \\ AB = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BD = AE = 5, \quad AD = CE = 3,$$

$$\therefore DE = AE + AD = 5 + 3 = 8;$$

如图 2, 点 B 、点 C 在直线 l 异侧,



$\because BD \perp l$ 于点 D , $CE \perp l$ 于点 E ,

$$\therefore \angle BDA = \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle CAE + \angle BAD = \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CAE,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle CAE \\ \angle BDA = \angle AEC, \\ AB = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE (\text{AAS}),$$

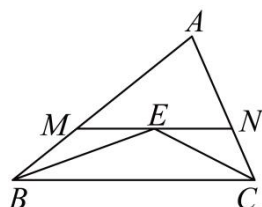
$$\therefore BD = AE = 5, \quad AD = CE = 3,$$

$$\therefore DE = AE - AD = 5 - 3 = 2.$$

综上所述, DE 的长为 8 或 2.

故答案为: 8 或 2.

17. (24-25 七下 · 上海长宁区复旦中学 · 期末)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 E , 过点 E 作 $MN \parallel BC$ 交 AB 于 M , 交 AC 于 N , 若 $BM + CN = 7$, 则线段 MN 的长为_____.



【答案】7

【分析】本题考查平行线的性质, 等角对等边的性质, 角平分线的定义, 熟练掌握平行线的性质是解题的关键, 根据角平分线的定义和平行线的性质可得 $\angle MBE = \angle EBC$, $\angle NEC = \angle ECB$, 从而可得

$BM = EM, NE = NC$, 进而得到 $MN = ME + NE = BM + CN = 7$.

【详解】解: $\because \angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的平分线交于点 E ,

$$\therefore \angle MBE = \angle EBC, \angle NCE = \angle ECB,$$

$$\because MN \parallel BC,$$

$$\therefore \angle MEB = \angle EBC, \angle NEC = \angle ECB,$$

$$\therefore \angle MBE = \angle MEB, \angle NCE = \angle NEC$$

$$\therefore BM = EM, NE = NC,$$

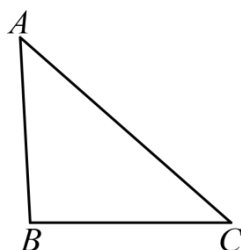
$$\because BM + CN = 7,$$

$$\therefore MN = ME + NE = BM + CN = 7,$$

故答案为: 7.

18. (24-25 七下 · 上海普陀区 · 期末)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 42^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得 $\triangle DBE$, 点 A 、 C 的对应点分别是点 D 、 E , 线段 BE 交边 AC 于点 F , 连接 CE 、 AD , 如果 $\triangle CEF$ 是等腰三角形,

那么 $\angle ADE$ 的度数是_____.



【答案】 29° 或 43°

【分析】 本题考查了图形旋转，等腰三角形，三角形的内角和定理，解题的关键是熟练掌握旋转的性质. 由图形旋转可得两个等腰三角形底角对应相等，分类讨论，根据三角形的内角和定理，分别可得每种情况下 $\angle BEC$ ($\angle BDA$) 的度数，从而可得 $\angle ADE$ 的度数.

【详解】 解： $\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转得 $\triangle DBE$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle BDE = 45^\circ, AB = AD, CB = EB, \angle ABD = \angle DBE - \angle ABE = \angle ABC - \angle ABE = \angle EBC$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BAD = \frac{180^\circ - \angle ABD}{2} = \frac{180^\circ - \angle CBE}{2} = \angle BEC = \angle BCE,$$

$\therefore \triangle CEF$ 是等腰三角形，

$$\therefore CE = CF \text{ 或 } CE = EF,$$

当 $CE = CF$ 时，设 $\angle ECF = \alpha$ ，

$$\therefore \angle ACB = 42^\circ,$$

$$\therefore \angle CFE = \angle BEC = \angle BCE = 42^\circ + \alpha,$$

$$\therefore \angle CFE + \angle BEC + \angle ECF = 42^\circ + \alpha + 42^\circ + \alpha + \alpha = 180^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BEC = 42^\circ + \alpha = 74^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BDA - \angle BDE = 74^\circ - 45^\circ = 29^\circ,$$

当 $EC = EF$ 时，设 $\angle ECF = \beta$ ，则 $\angle EFC = \angle ECF = \beta$ ，

$$\therefore \angle ACB = 42^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle BCE = 42^\circ + \beta$$

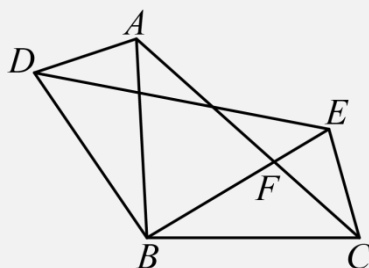
$$\therefore \angle BEC + \angle CFE + \angle ECF = 42^\circ + \beta + \beta + \beta = 180^\circ,$$

$$\therefore \beta = 46^\circ,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BEC = 42^\circ + \beta = 42^\circ + 46^\circ = 88^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BDA - \angle BDE = 88^\circ - 45^\circ = 43^\circ$$

故答案为：29° 或 43°.



三、解答题:(本大题共 7 题, 共 78 分, 19-22 题每题 10 分, 23-24 每题 12 分, 25 题 14 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (24-25 七下·上海民办至德实验学校·期末)解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 3 \\ -\frac{1}{2}x-1 \leq 0 \end{cases}$, 并写出它的非负整数解.

【答案】 $-2 \leq x < 2$, 不等式组的非负整数解为 0, 1.

【分析】 本题考查了解一元一次不等式组, 不等式组的非负整数解, 分别求出每一个不等式的解集, 然后确定不等式组的解集, 继而可得其非负整数解, 掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】 解: $\begin{cases} 2x-1 < 3 \text{ ①} \\ -\frac{1}{2}x-1 \leq 0 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式 ① 得: $x < 2$,

解不等式 ② 得: $x \geq -2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 \leq x < 2$,

$\therefore$ 不等式组的非负整数解为 0, 1.

20. (24-25 七下·上海崇明区·期末)某工人制造机器零件, 如果每天比计划多做 1 件, 那么 8 天所做的零件总数超过 100 件; 如果每天比计划少做 1 件, 那么 8 天所做的零件总数不足 99 件. 这个工人计划每天做多少件零件?

【答案】 这个工人计划每天做 12 件或 13 件零件

【分析】 本题主要考查了解不等式组, 根据题意列出不等式组, 求出解集, 再判断整数解即可.

【详解】 解: 设这个工人计划每天做 x 个零件, 根据题意, 得

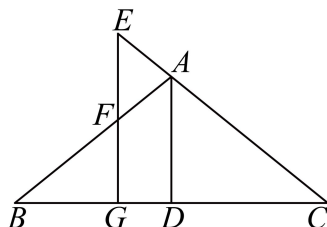
$$\begin{cases} 8(x+1) > 100 \\ 8(x-1) < 99 \end{cases},$$

解得 $11.5 < x < 13\frac{3}{8}$,

则 $x=12$ 或 13 ,

所以这个工人计划每天做 12 或 13 个零件.

21. (24-25 七下·上海虹口区·期末) 已知: 如图, ABC 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $EG \perp BC$ 于点 G , 线段 $AE = AF$, 点 E 、 A 、 C 在同一直线上, 求证: AD 平分 $\angle BAC$. 请把以下证明过程补充完整.



证明: $\because AD \perp BC$ 于点 D , $EG \perp BC$ 于点 G ,

$$\therefore \angle EGC = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\therefore EG \parallel AD \text{ ()}$$

$$\therefore \angle E = \text{ } \text{ () },$$

$$\angle EFA = \text{ } \text{ ()}$$

$$\because AE = AF,$$

$$\therefore \angle E = \text{ } \text{ ()}$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD, \text{ 即 } AD \text{ 平分 } \angle BAC.$$

【答案】 见解析

【分析】 根据平行线的判定和性质, 等腰三角形性质, 角的平分线定义证明即可.

本题考查了平行线的判定和性质, 等腰三角形性质, 角的平分线定义, 熟练掌握平行线的判定和性质是解题的关键.

【详解】 证明: $\because AD \perp BC$ 于点 D , $EG \perp BC$ 于点 G ,

$$\therefore \angle EGC = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\therefore EG \parallel AD \text{ (同位角相等, 两直线平行)}$$

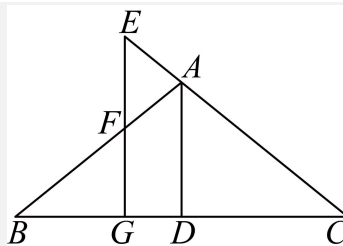
$$\therefore \angle E = \angle DAC \text{ (两直线平行, 同位角相等) },$$

$$\angle EFA = \angle FAD \text{ (两直线平行, 内错角相等)}$$

$$\because AE = AF,$$

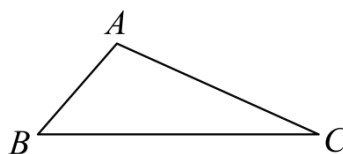
$$\therefore \angle E = \angle EFA \text{ (等边对等角)}$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD, \text{ 即 } AD \text{ 平分 } \angle BAC.$$



故答案为：同位角相等，两直线平行； $\angle DAC$ ；两直线平行，同位角相等； $\angle FAD$ ；两直线平行，内错角相等； $\angle EFA$ ；等边对等角。

22. (24-25 七下·上海金山区·期末)如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线与 BC 交于点 D 。



(1)尺规作图：请用无刻度的直尺和圆规，在线段 BC 上作点 D (要求：不写作法，保留作图痕迹)；

(2)连接 AD 。如果 $\angle ADC = 96^\circ$ ， $\angle CAD$ 与 $\angle DAB$ 的度数之比为 $5:4$ ，那么 $\angle BAC$ 的度数是多少？

【答案】(1)见解析

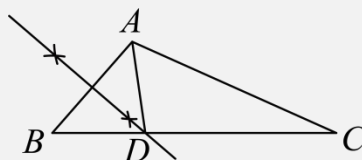
(2) 108°

【分析】本题考查作垂直平分线、线段垂直平分线的性质，等边对等角，三角形的外角的性质，熟练掌握线段垂直平分线的性质是解答本题的关键。

(1) 根据线段垂直平分线的作图方法作线段 AB 的垂直平分线，交 BC 于点 D ，则点 D 即为所求。

(2) 由线段垂直平分线的性质可得 $AD = BD$ ，则 $\angle B = \angle BAD$ 。根据 $\angle ADC = \angle B + \angle BAD = 2\angle BAD = 96^\circ$ ，可得 $\angle BAD = 48^\circ$ ，则 $\angle CAD = 60^\circ$ ，则可得 $\angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 48^\circ + 60^\circ = 108^\circ$ 。

【详解】(1) 解：如图，作线段 AB 的垂直平分线，交 BC 于点 D ，
则点 D 即为所求。



(2) $\because AB$ 的垂直平分线与 BC 交于点 D ，

$\therefore AD = BD$ ，

$\therefore \angle B = \angle BAD$ 。

$\because \angle ADC = \angle B + \angle BAD = 2\angle BAD = 96^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD = 48^\circ$ 。

$\because \angle CAD$ 与 $\angle DAB$ 的度数之比为 $5:4$ ，

$$\therefore \angle CAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAD + \angle CAD = 48^\circ + 60^\circ = 108^\circ.$$

23. (24-25 七下·上海长宁区·期末)定义：在等腰三角形中，过某底角顶点的一条射线分这个底角所成的两个角中恰好有一个角等于这个等腰三角形的顶角，那么称这条射线为这个等腰三角形的“等角分割线”。已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在边 AC 上。

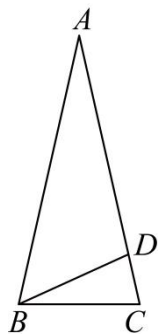


图1

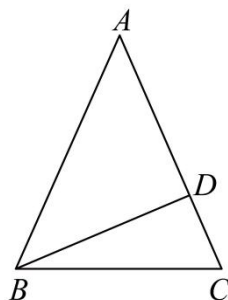


图2

- (1)如图 1，如果 $BD = BC$ ，求证： BD 是 $\triangle ABC$ 的“等角分割线”；
- (2)如图 2，如果 $BD \perp AC$ ，且 BD 是 $\triangle ABC$ 的“等角分割线”，求 $\angle C$ 的度数；
- (3) BD 是 $\triangle ABC$ 的“等角分割线”， $\angle BAC$ 的平分线交 BD 于点 F 。如果 $DF = DC$ ，那么 $\angle BAC$ 的度数为

【答案】(1)详见解析

(2) 67.5°

(3) 45° 或 $\frac{180^\circ}{7}$

【分析】本题考查了等腰三角形的性质，线段垂直平分线的性质，全等三角形的判定与性质，三角形的外角性质，三角形内角和定理等知识点。

- (1) 由等边对等角得到 $\angle ABC = \angle C$ ， $\angle BDC = \angle C$ ，则 $\angle ABC = \angle BDC$ ，再由三角形的外角性质即可求证；
- (2) 先由等腰三角形性质以及三角形内角和定理得到 $\angle A = 180^\circ - 2\angle C$ ，再由外角性质得到 $\angle ABD = 2\angle C - 90^\circ$ ， $\angle DBC = 90^\circ - \angle C$ ，然后再分类讨论即可；
- (3) 分两种情况讨论，当 $\angle DBC = \angle BAC$ 时，由三线合一得到 $AE \perp BC$ ， $BE = CE$ ，设 $\angle BAE = \angle CAE = x$ ，则 $\angle DBC = \angle BAC = 2x$ ，可得 AE 垂直平分 BC ，则 $\angle DBC = \angle FCB = 2x$ ，然后根据外角性质表示出 $\angle DFC = \angle DCF = 4x$ 再由三角形内角和定理得到 $\angle CAE + \angle ACE + \angle AEC = 180^\circ$ ；当 $\angle ABD = \angle BAC$ 时，设 $\angle BAE = \angle CAE = x$ ，则 $\angle ABD = \angle BAC = 2x$ ，则 $\angle FDC = \angle BAC + \angle ABD = 4x$ ，由 $\triangle ABF \cong \triangle ACF$ (SAS)，以及等腰三角形性质得到 $\angle DFC = \angle DCF = 2x$ ，在 $\triangle DFC$ 中由三角形内角和定理建立方程求解。

【详解】 (1) 证明: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\because BD = BC,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle C,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BDC,$$

$$\because \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC, \angle BDC = \angle A + \angle ABD,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle DBC = \angle A + \angle ABD,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBC,$$

$\therefore BD$ 是 ABC 的“等角分割线”;

(2) 解: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C,$$

$$\because \angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2\angle C,$$

$$\because BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ, \angle BDA = 90^\circ,$$

$$\because \angle BDC = \angle A + \angle ABD, \angle BDA = \angle DBC + \angle C,$$

$$\therefore \angle ABD = 2\angle C - 90^\circ, \angle DBC = 90^\circ - \angle C,$$

$\because BD$ 是 ABC 的“等角分割线”,

$$\therefore \textcircled{1} \angle A = \angle ABD, 180^\circ - 2\angle C = 2\angle C - 90^\circ,$$

解得: $\angle C = 67.5^\circ$;

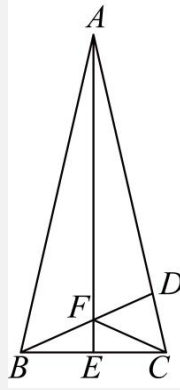
$$\textcircled{2} \angle A = \angle DBC, 180^\circ - 2\angle C = 90^\circ - \angle C,$$

解得: $\angle C = 90^\circ$ (舍去),

综上: $\angle C = 67.5^\circ$;

(3) 解: 记 $\angle BAC$ 的平分线与 BC 交于点 E ,

$\textcircled{1}$ 当 $\angle DBC = \angle BAC$ 时,



$\because AB = AC$, AE 平分 $\angle BAC$,

$\therefore AE \perp BC$, $\angle BAE = \angle CAE$, $BE = CE$,

设 $\angle BAE = \angle CAE = x$, 则 $\angle DBC = \angle BAC = 2x$

$\because AE \perp BC$, $BE = CE$,

$\therefore AE$ 垂直平分 BC ,

$\therefore FB = FC$,

$\therefore \angle DBC = \angle FCB = 2x$,

$\therefore \angle DFC = \angle FBC + \angle FCB = 2x + 2x = 4x$,

$\because DF = DC$,

$\therefore \angle DFC = \angle DCF = 4x$,

$\therefore \angle ACE = \angle DCF + \angle FCB = 4x + 2x = 6x$,

$\because AE \perp BC$,

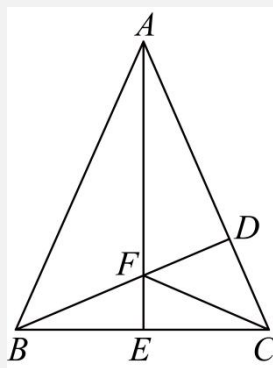
$\therefore \angle CAE + \angle ACE + \angle AEC = 180^\circ$,

$\therefore x + 6x + 90^\circ = 180^\circ$,

解得: $x = \frac{90^\circ}{7}$,

$\therefore \angle BAC = 2 \times \frac{90^\circ}{7} = \frac{180^\circ}{7}$;

②当 $\angle ABD = \angle BAC$ 时,



$\therefore AE$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAE = \angle CAE$,

设 $\angle BAE = \angle CAE = x$, 则 $\angle ABD = \angle BAC = 2x$,

$\therefore \angle FDC = \angle BAC + \angle ABD = 4x$,

$\therefore AB = AC$, $\angle BAE = \angle CAE$, $AF = AF$,

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle ACF$ (SAS),

$\therefore \angle ACF = \angle ABD = 2x$,

$\therefore DF = DC$,

$\therefore \angle DFC = \angle DCF = 2x$,

在 $\triangle DFC$ 中, $\angle FDC + \angle DFC + \angle DCF = 180^\circ$,

$\therefore 4x + 2x + 2x = 180^\circ$,

解得: $x = 22.5^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 2 \times 22.5^\circ = 45^\circ$,

综上: $\angle BAC$ 的度数为 45° 或 $\frac{180^\circ}{7}$.

24. (24-25 七下·上海崇明区·期末)学习了平行线的判定与性质后, 某兴趣小组进行如下探究: 已知 $AB \parallel CD$.

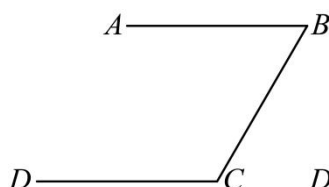


图1

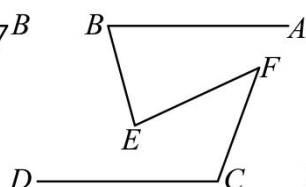


图2

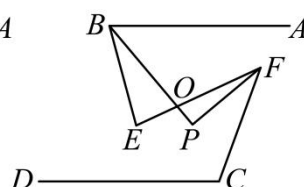


图3

(1)如图 1, 若 $\angle C = 2\angle B$, 求 $\angle B$ 的度数.

(2)如图 2, 当点 E , F 在两条平行线之间, 且 B 、 E 、 F 、 C 四点不在同一条直线上时, 求证:

$$\angle B + \angle BEF = \angle C + \angle CFE.$$

(3)如图 3, 若 $\angle ABE = 3\angle EBP$, $\angle CFE = 3\angle EFP$, $\angle E = 87^\circ$, $\angle C = 135^\circ$, 直接写出 $\angle BPF$ 的度数.

【答案】(1) $\angle B = 60^\circ$

(2)见解析

(3) 106°

【分析】 本题考查了平行线的性质与判定, 三角形内角和, 熟练掌握平行线的性质与判定是解答本题的关键.

(1) 由 $AB \parallel CD$, 得 $\angle B + \angle C = 180^\circ$, 再代入 $\angle C = 2\angle B$, 可求得 $\angle B$;

(2) 过 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$, 根据平行公理的推论得 $AB \parallel CD \parallel EM \parallel FN$, 由平行线的性质 $\angle B + \angle BEM = 180^\circ$, $\angle C + \angle CFN = 180^\circ$, 可得 $\angle B + \angle BEM = \angle C + \angle CFN$, 由平行线的性质得 $\angle NFE = \angle FEM$, 从而 $\angle B + \angle BEF = \angle C + \angle EFC$;

(3) 由上结论知 $\angle ABE + \angle E = \angle CFE + \angle C$, 进而得 $\angle ABE - \angle CFE = 42^\circ$, 从而 $\angle EBP - \angle EFP = 14^\circ$, 由 “8” 字三角形得 $\angle EBO + 90^\circ = \angle BPE + \angle EFP$, 进而便可求得 $\angle BPF$ 的度数.

【详解】 (1) 解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\because \angle C = 2\angle B$$

$$\therefore \angle B + 2\angle B = 180^\circ$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ$$

(2) 证明: 过 E 作 $EM \parallel AB$, 过点 F 作 $FN \parallel AB$.

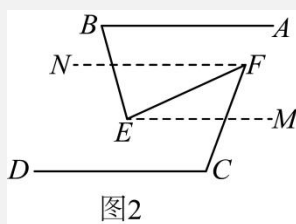


图2

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore AB \parallel CD \parallel EM \parallel FN,$$

$$\therefore \angle B + \angle BEM = 180^\circ, \angle C + \angle CFN = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle BEM = \angle C + \angle CFN,$$

$$\text{即 } \angle B + \angle BEF + \angle FEM = \angle C + \angle CFE + \angle EFN,$$

$$\therefore EM \parallel FN,$$

$$\therefore \angle NFE = \angle FEM,$$

$$\therefore \angle B + \angle BEF = \angle C + \angle EFC;$$

(3) 解: 由上结论知, $\angle ABE + \angle E = \angle CFE + \angle C$,

$$\therefore \angle ABE - \angle CFE = \angle C - \angle BEF = 135^\circ - 87^\circ = 48^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 3\angle EBP, \quad \angle CFE = 3\angle EFP,$$

$$\therefore \angle EBP - \angle EFP = \frac{1}{3} \times 48^\circ = 16^\circ,$$

$$\therefore \angle EBO + \angle E + \angle BOE = \angle POF + \angle EFP + \angle BPE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BOE = \angle FOB, \quad \angle E = 87^\circ,$$

$$\therefore \angle EBO + 90^\circ = \angle BPE + \angle EFP,$$

$$\therefore \angle BPF = 90^\circ + \angle EBO - \angle EFP = 90^\circ + 16^\circ = 106^\circ.$$

25. (24-25 七下·上海黄浦区·期末) (1) 观察理解: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 直线 l 过点 C , 点 A, B 在直线 l 同侧, $BD \perp l$, $AE \perp l$, 垂足分别为 D, E , 由此可得: $\angle AEC = \angle CDB = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE + \angle ACE = 90^\circ$, 又因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE = \angle BCD$, 又因为 $AC = BC$, 所以 $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ _____; (请填写全等判定的方法)

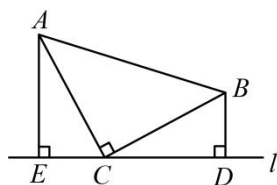


图1

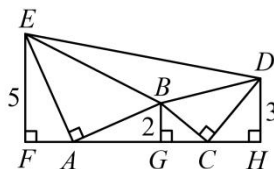


图2

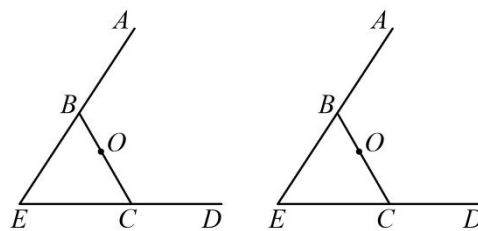


图3

(2) 理解应用: 如图 2, $AE \perp AB$, 且 $AE = AB$, $BC \perp CD$, 且 $BC = CD$, 利用 (1) 中的结论, 请按照图 中所标的数据计算图中 $\triangle ABC$ 的面积是_____;

(3) 拓展提升: 如图 3, 等边 $\triangle EBC$ 中, $EC = 8\text{cm}$, 点 O 在 BC 上, 且 $OC = 5\text{cm}$, 动点 P 在射线 EC 上, 连接 OP , 将线段 OP 绕点 O 逆时针旋转 120° 得到线段 OF .

①当 $OF \parallel ED$ 时, OP 的长是_____.

②当点 F 恰好落在射线 EB 上时, 请直接写出 EP 的长.

【答案】 (1) AAS; (2) 8; (3) ① 5cm; ② 11cm

【分析】 (1) 根据证明过程, 不难发现其判定的依据是 AAS, 解答即可.

(2) 利用 (1) 的全等三角形结论, 解答即可.

(3) ①当 $OF \parallel ED$ 时, 证明 $\triangle POC$ 是等边三角形, 解答即可.

②证明 $\triangle FOB \cong \triangle OPC$ (AAS) 解答即可.

【详解】(1) 解: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 直线 l 过点 C , 点 A, B 在直线 l 同侧, $BD \perp l$, $AE \perp l$, 垂足分别为 D, E , 由此可得: $\angle AEC = \angle CDB = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE + \angle ACE = 90^\circ$, 又因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle BCD + \angle ACE = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE = \angle BCD$, 又因为 $AC = BC$, 所以 $\triangle AEC \cong \triangle CDB$ (AAS), 故答案为: AAS;

(2) 解: 由 (1) 同理可证, $\triangle AEF \cong \triangle BAG$ (AAS), $\triangle CBG \cong \triangle DCH$ (AAS),

$$\therefore EF = AG, \quad GC = DH,$$

$$\because EF = 5, DH = 3,$$

$$\therefore AG = 5, GC = 3,$$

$$\therefore AC = AG + GC = 8,$$

$$\because BG = 2,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积是 } \frac{1}{2} AC \cdot BG = \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 8,$$

故答案为: 8.

(3) ①如图, 当 $OF \parallel ED$ 时,

则 $\angle FOC = \angle PCO$,

$\because$ 等边 $\triangle EBC$ 中, $EC = 8\text{cm}$, 且 $OC = 5\text{cm}$,

$$\therefore \angle BEC = \angle ECB = \angle CBE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FOC = \angle PCO = 60^\circ,$$

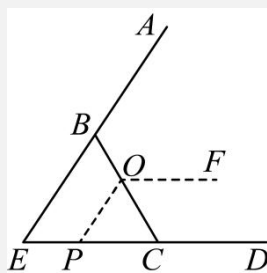
$$\because \angle FOP = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle POC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OPC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle POC$ 是等边三角形,

$$\therefore OP = OC = 5\text{cm},$$



故答案为：5cm.

②如图所示，当点 F 恰好落在射线 EB 上时，

$\because$ 等边 $\triangle EBC$ 中， $EC = 8\text{cm}$ ，且 $OC = 5\text{cm}$ ，

$\therefore \angle BEC = \angle ECB = \angle CBE = 60^\circ$ ， $BC = EC = 8\text{cm}$ ， $BO = BC - OC = 3\text{cm}$ ，

$\therefore \angle FBO = \angle OCP = 120^\circ$ ，

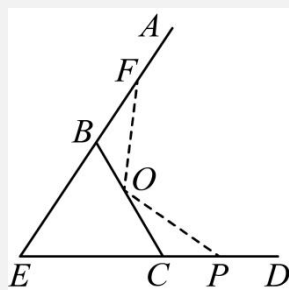
$\therefore \angle FOP = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle FOB + \angle POC = 60^\circ$ ，

又 $\because \angle ECB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle OPC + \angle POC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle FOB = \angle OPC$ ，



又 $\because FO = OP$ ，

$\therefore \triangle FOB \cong \triangle OPC$ (AAS)，

$\therefore PC = OB = 3\text{cm}$ ，

$\therefore EP = EC + PC = 11\text{cm}$ 。

【点睛】 本题考查了等边三角形的判定和性质，平行线的性质，三角形全等的判定和性质，等腰直角三角形的性质，熟练掌握性质是解题的关键。