

2025-2026 学年上海市杨浦双语学校七年级（下）期中数学试卷

一、选择题：本题共 8 小题，共 28 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如果 $a > b$ ，那么下列不等式中正确的是（ ）

A. $a - b < 0$

B. $a + 3 < b + 3$

C. $ac^2 > bc^2$

D. $-\frac{a}{3} + 2 < -\frac{b}{3} + 2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据 $a > b$ ，应用不等式的性质，逐项判断即可。

【详解】解：∵ $a > b$ ，

$$\therefore a - b > 0,$$

∴ 选项 A 不符合题意；

$$\because a > b,$$

$$\therefore a + 3 > b + 3,$$

∴ 选项 B 不符合题意；

$$\because a > b, \text{ 当 } c = 0 \text{ 时, } ac^2 = bc^2 = 0,$$

$$\therefore a > b, ac^2 > bc^2 \text{ 不一定成立,}$$

∴ 选项 C 不符合题意；

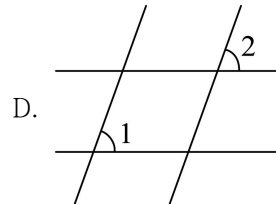
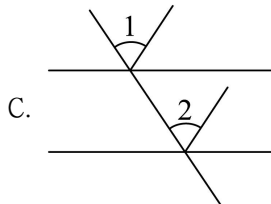
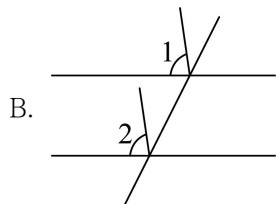
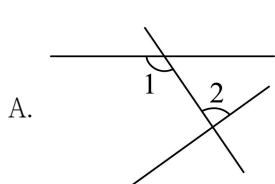
$$\because a > b,$$

$$\therefore -\frac{a}{3} < -\frac{b}{3},$$

$$\therefore -\frac{a}{3} + 2 < -\frac{b}{3} + 2,$$

∴ 选项 D 符合题意。

2. 图中， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角的有（ ）



【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查了三线八角，关键是掌握同位角的边构成“F”形，内错角的边构成“Z”形，同旁内角的边构成“U”形，根据同位角的意义，结合图形进行判断即可.

【详解】解：A、是内错角，不是同位角，故此选项不符合题意；

B、不是同位角，故此选项不符合题意；

C、是同位角，故此选项符合题意；

D、不是同位角，故此选项不符合题意.

故选 C.

3. 下列说法中正确的个数为 ()

①不相交的两条直线叫做平行线；

②在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直；

③从直线外一点到这条直线的垂线段，叫做这点到直线的距离；

④两条直线被第三条直线所截，同位角相等.

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的定义，垂线，点到直线的距离，平行线的性质进行判断作答即可.

【详解】解：由题意知，在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线，①错误，故不符合要求；

在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，②正确，故符合要求；

从直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做这点到直线的距离，③错误，故不符合要求；

两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等，④错误，故不符合要求；

故选：B.

【点睛】本题考查了平行线的定义，垂线，点到直线的距离，平行线的性质等知识. 熟练掌握平行线的定义，垂线，点到直线的距离，平行线的性质是解题的关键.

4. 下列三条线段能组成三角形的是 ()

A. 23, 10, 8;

B. 15, 23, 8;

C. 18, 10, 23;

D. 18, 10, 8.

【答案】C

【解析】

【分析】根据三角形三边关系定理：三角形两边之和大于第三边，针对每一个选项进行计算即可.

【详解】A 选项： $\because 10+8<23$ ， $\therefore$ 以 23，10，8 为边长不能组成三角形，故本选项错误；

B 选项： $\because 15+8=23$ ， $\therefore$ 以 15，23，8 为边长不能组成三角形，故本选项错误；

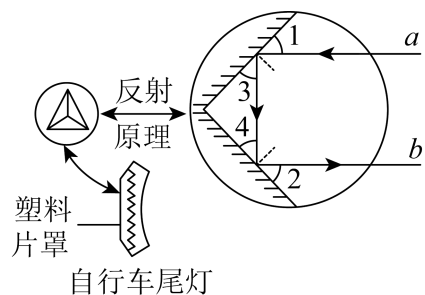
C 选项： $\because 18+10>23$ ， $\therefore$ 以 18，10，23 为边长能组成三角形，故本选项正确；

D 选项： $\because 10+8=18$ ， $\therefore$ 以 18，10，8 为边长不能组成三角形，故本选项错误。

故选 C.

【点睛】考查了三角形的三边关系，在运用三角形三边关系判定三条线段能否构成三角形时并不一定要列出三个不等式，只要两条较短的线段长度之和大于第三条线段的长度即可判定这三条线段能构成一个三角形.

5. 如图，自行车的尾部通常会安装一种塑料制成的反光镜，夜间骑车时，在车灯照射下，能把光线按原来方向返回（即 $a \parallel b$ ），根据光的反射可知 $\angle 1 = \angle 3$ ， $\angle 2 = \angle 4$ ，其原理如图 2 所示，若 $\angle 1 = 48^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



A. 52°

B. 54°

C. 48°

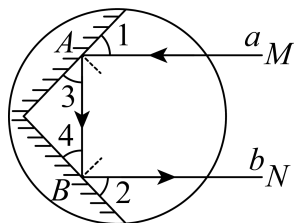
D. 42°

【答案】D

【解析】

【分析】由平角的定义求出 $\angle MAB = 84^\circ$ ，由平行线的性质求出 $\angle ABN = 96^\circ$ ，即可得到 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ - \angle ABN = 84^\circ$ ，最后根据 $\angle 2 = \angle 4$ 即可求解.

【详解】解：如图，



$$\because \angle 1 = \angle 3 = 48^\circ,$$

$$\therefore \angle MAB = 180^\circ - \angle 1 - \angle 3 = 180^\circ - 48^\circ - 48^\circ = 84^\circ,$$

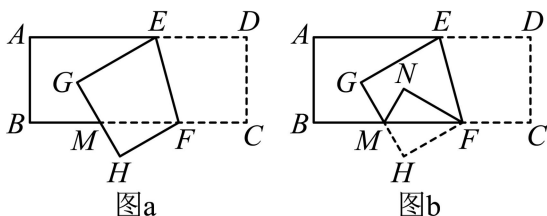
$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle ABN = 180^\circ - \angle MAB = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ - \angle ABN = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 4 = 42^\circ.$$

6. 如图 a, 已知长方形纸带 $ABCD$, 将纸带沿 EF 折叠后, 点 C 、 D 分别落在 H 、 G 的位置, 再沿 BC 折叠成图 b, 若 $\angle DEF = 72^\circ$, 则 $\angle GMN =$ ()



A. 68°

B. 70°

C. 78°

D. 72°

【答案】D

【解析】

【分析】先根据平行线的性质得到 $\angle CFE = 108^\circ$, $\angle EFB = 72^\circ$, 再由折叠的性质得到 $\angle EFH = \angle CFE = 108^\circ$, 则 $\angle BFH = \angle EFH - \angle EFB = 36^\circ$, 根据三角形内角和定理得到 $\angle FMH = 54^\circ$, 则 $\angle GMN = 180^\circ - \angle FMH - \angle NMF = 72^\circ$.

【详解】解: $\because$ 长方形 $ABCD$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle CFE = 180^\circ - \angle DEF = 108^\circ, \angle EFB = \angle DEF = 72^\circ,$$

$\because$ 纸带沿 EF 折叠后, 点 C 、 D 分别落在 H 、 G 的位置,

$$\therefore \angle EFH = \angle CFE = 108^\circ, \angle H = \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BFH = \angle EFH - \angle EFB = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle FMH = 180^\circ - \angle H - \angle BFH = 54^\circ,$$

由折叠的性质可得 $\angle NMF = \angle HMF = 54^\circ$,

$$\therefore \angle GMN = 180^\circ - \angle FMH - \angle NMF = 72^\circ.$$

7. 若 $x = 4.5$ 是某不等式的解, 则该不等式可以是 ()

A. $x < 4$

B. $x < 5$

C. $x > 5$

D. $x > 6$

【答案】B

【解析】

【分析】本题将 $x = 4.5$ 代入各选项不等式, 判断不等式是否成立即可得到正确答案.

【详解】解: 选项 A: 不等式为 $x < 4$, $4.5 < 4$ 不成立, 故 A 错误;

选项 B: 不等式为 $x < 5$, $4.5 < 5$ 成立, 故 B 正确;

选项 C: 不等式为 $x > 5$, $4.5 > 5$ 不成立, 故 C 错误;

选项 D: 不等式为 $x > 6$, $4.5 > 6$ 不成立, 故 D 错误.

8. x 和 y 是有理数, 满足 $x < x^2 < |x|$ 和 $y < -y < y^2$. 那么下列哪个结论是错误的 ()

- A. $x > y$ B. $y + x < 0$ C. $y - x > 0$ D. $xy > 0$

【答案】 C

【解析】

【分析】 确定 x 的范围: 由 $x < x^2 < |x|$, 排除 $x \geq 0$, 得 $x < 0$, 进一步推出 $-1 < x < 0$; 确定 y 的范围:
由 $y < -y < y^2$, 得 $y < 0$, 进一步推出 $y < -1$; 然后依次判断即可

【详解】 解: 根据题意得: $x < x^2 < |x|$, $x^2 \geq 0$,

若 $x \geq 0$, 则 $|x| = x$,

此时 $x^2 < |x| = x$,

$\therefore x^2 - x < 0$,

即 $x(x-1) < 0$,

解得: $0 < x < 1$,

但此时 $x^2 < x$ 与 $x < x^2$ 矛盾,

$\therefore x < 0$,

当 $x < 0$ 时, $|x| = -x$,

不等式变为 $x < x^2 < -x$,

由 $x < x^2$ 得 $x^2 - x > 0$,

即 $x(x-1) > 0$, 结合 $x < 0$, 成立;

由 $x^2 < -x$ 得 $x^2 + x < 0$,

即 $x(x+1) < 0$,

解得: $-1 < x < 0$,

$\therefore y < -y < y^2$,

由 $y < -y$ 得 $2y < 0$, 即 $y < 0$;

由 $-y < y^2$ 得 $y^2 + y > 0$ ，即 $y(y+1) > 0$ ，结合 $y < 0$ ，

解得 $y < -1$ ，

$\therefore y < -1$ ，

A 选项， $\because -1 < x < 0$ ， $y < -1$ ，

$\therefore x > y$ ，选项正确；

B 选项， x 是大于 -1 的负数， y 是小于 -1 的负数，两个负数相加结果仍为负数，即 $y + x < 0$ ，选项正确；

C 选项， $\because x > y$ ，

$\therefore y - x < 0$ ，选项错误；

D 选项， x 和 y 均为负数，负数相乘结果为正数，即 $xy > 0$ ，选项正确.

二、填空题：本题共 16 小题，共 56 分.

9. 根据要求写出不等式“ x 的一半与 y 的 3 倍的和是非负数”：_____.

【答案】 $\frac{1}{2}x + 3y \geq 0$

【解析】

【详解】解：根据题意，得 $\frac{1}{2}x + 3y \geq 0$.

10. 若 $(a+2)x^{|a|-1} > 1$ 是关于 x 的一元一次不等式，则 $a =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】只含有一个未知数，未知数的次数是 1 的不等式，叫做一元一次不等式，根据一元一次不等式的定义可得 $|a| - 1 = 1$ ，且 $a + 2 \neq 0$ ，据此即可解答.

【详解】解：由题意得： $|a| - 1 = 1$ ，且 $a + 2 \neq 0$ ，
解得 $a = 2$.

11. 不等式组 $\begin{cases} x < 5 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq -\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】根据判断不等式组解集的口诀：“同大取大，同小取小，大小小大中间找，大大小小无解”，对各个不等式组进行解答即可.

【详解】解：因为 $5 > -\frac{1}{3}$ ，根据“同小取小”原则，

所以不等式组 $\begin{cases} x < 5 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$ 的解集是 $x \leq -\frac{1}{3}$.

12. 谷雨，春雨渐多，气温回升，寒潮褪去，空气湿润，降雨频繁，正是雨生百谷的时节. 今年谷雨这一天上海市的最高气温是 26°C ，最低气温是 16°C ，则当天我市气温 t ($^{\circ}\text{C}$) 满足的不等关系为_____.

【答案】 $16 \leq t \leq 26$

【解析】

【分析】直接根据题意表示出 t 的取值范围即可.

【详解】解：由题意可得，当天我市气温 t ($^{\circ}\text{C}$) 满足的不等关系为： $16 \leq t \leq 26$

13. 在读书节活动中，老师把一些图书分给勤奋小组的同学们，如果每人分 5 本，那么剩余 12 本；如果每人分 8 本，那么最后一人虽分到书但不足 8 本，勤奋小组一共有_____人.

【答案】 5 或 6

【解析】

【分析】设勤奋小组一共有 x 人，根据“如果每人分 5 本，那么剩余 12 本”可得这些图书的总数为： $5x + 12$ ，根据“如果每人分 8 本，那么最后一人虽分到书但不足 8 本”，即可列出不等式组，进一步可得解.

【详解】解：设勤奋小组一共有 x 人，

$\therefore$ 如果每人分 5 本，那么剩余 12 本，

$\therefore$ 这些图书的总数为： $5x + 12$ ，

$\therefore$ 如果每人分 8 本，那么最后一人虽分到书但不足 8 本，

$\therefore 0 < 5x + 12 - 8(x - 1) < 8$ ，即 $\begin{cases} 5x + 12 - 8(x - 1) > 0 \text{ ①} \\ 5x + 12 - 8(x - 1) < 8 \text{ ②} \end{cases}$ ，

由①得： $x < \frac{20}{3}$ ，

由②得： $x > 4$ ，

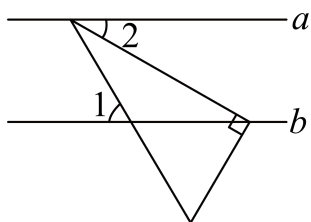
$\therefore$ 不等式组的解集为： $4 < x < \frac{20}{3}$ ，

$\therefore x$ 为正整数，

$\therefore x = 5$ 或 $x = 6$ ，

∴ 勤奋小组一共有 5 人或 6 人.

14. 将含 30° 角的三角板如图放置, 已知 $a \parallel b$, $\angle 1 = 65^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____.



【答案】 35°

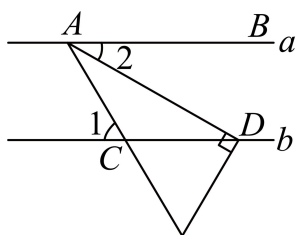
【解析】

【分析】 利用平行线的性质得出 $\angle BAC = \angle 1 = 65^\circ$, 再根据角的和差即可求出 $\angle 2$ 的度数.

【详解】 解: 如图,

∵ $a \parallel b$,

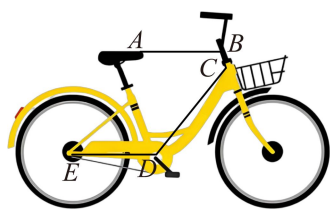
∴ $\angle BAC = \angle 1 = 65^\circ$,



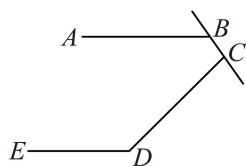
∴ $\angle CAD = 30^\circ$,

∴ $\angle 2 = \angle BAC - \angle CAD = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$.

15. 共享单车为市民的绿色出行提供了方便. 图①是某品牌共享单车的实物平面图, 图②是其部分结构示意图, 其中 $AB \parallel ED$, $\angle ABC = 125^\circ$, $\angle EDC = 135^\circ$, 则 $\angle BCD$ 的度数为_____.



图①



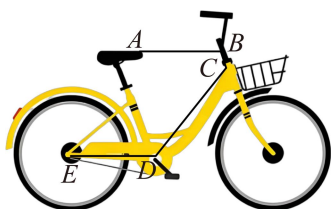
图②

【答案】 100°

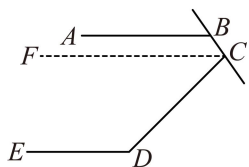
【解析】

【分析】 过点 C 作 $CF \parallel AB$, 将复杂图形转化为熟悉的平行线模型. 通过作平行线, 利用“两直线平行, 同旁内角互补”的性质, 分别求出相关角度, 再计算目标角的度数.

【详解】 解: 过点 C 作 $CF \parallel AB$,



图①



图②

$$\because AB \parallel ED ,$$

$$\therefore CF \parallel ED ,$$

$$\therefore CF \parallel AB ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCF = 180^\circ ,$$

$$\because \angle ABC = 125^\circ ,$$

$$\therefore \angle BCF = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ ,$$

$$\because CF \parallel ED$$

$$\text{同理可得: } \angle EDC + \angle DCF = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle EDC = 135^\circ ,$$

$$\therefore \angle DCF = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ ,$$

$$\angle BCD = \angle BCF + \angle DCF = 55^\circ + 45^\circ = 100^\circ .$$

16. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 2 : 6$, 如果按角分类, 那么 $\triangle ABC$ 是_____ 三角形.

【答案】钝角

【解析】

【分析】由题意得 $\angle A = \frac{1}{2}\angle C$, $\angle B = \frac{1}{3}\angle C$, 由三角形内角和定理得 $\frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{3}\angle C + \angle C = 180^\circ$, 则

$$\angle C = \left(\frac{1080}{11}\right)^\circ > 90^\circ, \text{ 可知 } \triangle ABC \text{ 是钝角三角形.}$$

【详解】解: $\because \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 2 : 6$,

$$\therefore \angle A = \frac{3}{6}\angle C = \frac{1}{2}\angle C, \quad \angle B = \frac{2}{6}\angle C = \frac{1}{3}\angle C,$$

$$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

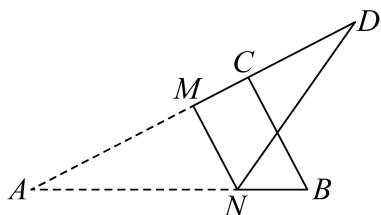
$$\therefore \frac{1}{2}\angle C + \frac{1}{3}\angle C + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \left(\frac{1080}{11}\right)^\circ > 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是钝角三角形.

17. 如图, 一张直角三角形纸片 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 23^\circ$, $MN \parallel BC$, 将纸片沿 MN 折叠,

使点 A 落在点 D 处，则 $\angle DNB$ 的度数为_____.



【答案】 46°

【解析】

【分析】由 $MN \parallel BC$ ，得 $\angle AMN = \angle ACB = 90^\circ$ ，由折叠得 $\angle DMN = \angle AMN = 90^\circ$ ， $\angle D = \angle A = 23^\circ$ ，可证明 A 、 M 、 D 三点在同一条直线上，根据三角形外角和定理即可解答.

【详解】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $MN \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AMN = \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 沿 MN 折叠，点 A 落在点 D 处，

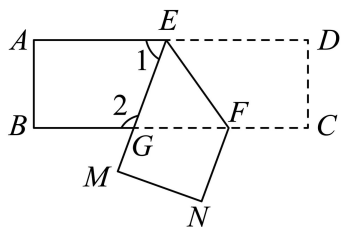
$\therefore \angle DMN = \angle AMN = 90^\circ$ ， $\angle D = \angle A = 23^\circ$ ，

$\therefore \angle DMN + \angle AMN = 180^\circ$ ，

$\therefore A$ 、 M 、 D 三点在同一条直线上，

$\therefore \angle DNB = \angle A + \angle D = 46^\circ$.

18. 如图，将一张长方形纸片进行折叠，若 $\angle 2 - \angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle EFB$ 的度数为_____.



【答案】 55°

【解析】

【分析】由翻折的性质得 $\angle DEF = \angle MEF$ ，再根据长方形的性质得出 $AD \parallel BC$ ，由平行线的性质得出 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle EFB = \angle DEF$ ，结合已知求出 $\angle 1$ 的度数，再根据邻补角互补即可求出 $\angle DEF$ 的度数，即可求出 $\angle EFB$ 的度数.

【详解】解：由翻折得 $\angle DEF = \angle MEF$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是长方形，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \angle EFB = \angle DEF,$$

$$\therefore \angle 2 - \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 70^\circ, \angle 2 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle MEF = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle EFB = 55^\circ.$$

19. 2026 年春晚机器人表演武术，动作精准，难度极高，视觉冲击力极强意义重大。如图 1，这是捕捉某款机器人表演的姿态，图 2 为其某一瞬间姿态的平面示意图，其中 $\angle BAE = 110^\circ$ ， $\angle BCD = 140^\circ$ ， $\angle ABC = 3\angle CBF$ ，若 $AE \parallel CD$ ，则 $\angle ABF =$ _____ 度。



图1

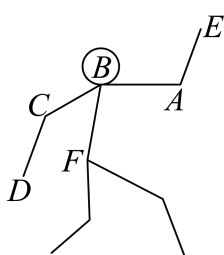


图2

【答案】 100

【解析】

【分析】过点 B 作 $TH \parallel CD$ ，结合平行线的性质得 $\angle TBA = \angle BAE$ ， $\angle BCD + \angle CBT = 180^\circ$ ，代入数值得 $\angle TBA = 110^\circ$ ， $\angle CBT = 40^\circ$ ，再运算角的和差以及根据 $\angle ABC = 3\angle CBF$ 列式计算即可解答。

【详解】解：过点 B 作 $TH \parallel CD$ ，如图 2 所示：

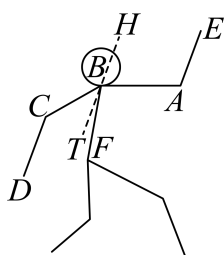


图2

$$\therefore AE \parallel CD, TH \parallel CD,$$

$$\therefore TH \parallel CD \parallel AE,$$

$$\therefore \angle TBA = \angle BAE, \angle BCD + \angle CBT = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = 110^\circ, \angle BCD = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle TBA = 110^\circ, \angle CBT = 40^\circ,$$

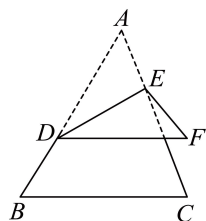
$$\therefore \angle ABC = 40^\circ + 110^\circ = 150^\circ ,$$

$$\because \angle ABC = 3\angle CBF$$

$$\therefore \angle CBF = 50^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABF = 150^\circ - 50^\circ = 100^\circ .$$

20. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 和 AC 上的点，将这个 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠，点 A 落到点 F 的位置. 如果 $DF \parallel BC$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle CEF = 30^\circ$ ，那么 $\angle A =$ _____度.



【答案】 50

【解析】

【分析】先根据平行线的性质求出 $\angle ADF$ 的度数，根据翻折变换的性质求出 $\angle ADE$ 的度数，再由 $\angle CEF = 30^\circ$ 求出 $\angle AED$ 的度数，根据三角形内角和定理即可得出 $\angle A$ 的度数，进而可得出结论.

【详解】解： $\because DF \parallel BC$ ， $\angle B = 50^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADF = 50^\circ$$

$\because \triangle DEF$ 由 $\triangle DEA$ 翻折而成，

$$\therefore \angle ADE = \angle EDF = \frac{1}{2} \angle ADF = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ , \quad \angle A = \angle F .$$

$$\because \angle CEF = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle AED = \frac{180^\circ + 30^\circ}{2} = 105^\circ \text{ 度},$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle AED - \angle ADE = 180^\circ - 105^\circ - 25^\circ = 50^\circ .$$

21. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x + m < 0 \\ x > -4.5 \end{cases}$ 的所有整数解的和为 -7 ，则 m 的取值范围为_____.

【答案】 $10 \leq m < 15$ 或 $-15 \leq m < -10$

【解析】

【分析】先求出不等式组的解集，然后根据题意确定是哪几个整数解，最后确定 m 的取值范围即可解答.

【详解】解：解第一个不等式得 $x < -\frac{m}{5}$,

$$\therefore \text{不等式组的解集为 } -4.5 < x < -\frac{m}{5},$$

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x + m < 0 \\ x > -4.5 \end{cases}$ 的所有整数解的和为 -7 ,

∴ 整数解为大于 -4.5 且小于 $-\frac{m}{5}$ 的整数, 和为 -7 ,

∴ $-4 - 3 = -7$ 或 $-4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 = -7$,

∴ 它的整数解为: $-4, -3$ 或 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$,

当整数解为: $-4, -3$ 时, $-3 < -\frac{m}{5} \leq -2$,

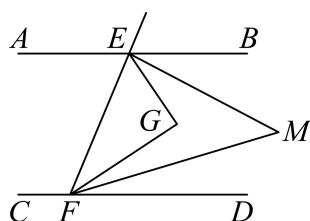
解得 $10 \leq m < 15$,

当整数解为: $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 时, $2 < -\frac{m}{5} \leq 3$,

解得 $-15 \leq m < -10$,

故答案为: $10 \leq m < 15$ 或 $-15 \leq m < -10$.

22. 已知: 如图 $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB, CD 于点 E, F . $\angle BEF$ 的角平分线 EG 与 $\angle DFE$ 的角平分线 FG 交于点 G . 作 $\angle BEG$ 的角平分线 EM 与 $\angle DFG$ 的角平分线 FM 交于点 M , 则 $\angle EMF =$ _____.



【答案】 45° ##45 度

【解析】

【分析】先求 $\angle EGF$ 的度数, 然后过 M 作 $MN \parallel AB$, 得到 $MN \parallel CD$, 由平行线的性质推得 $\angle EMF = \angle BEM + \angle MFD$, 同理 $\angle EGF = \angle BEG + \angle DFG$, 由角平分线定义得到 $\angle EGF = 2(\angle BEM + \angle MFD) = 2\angle EMF$, 即可求出 $\angle EMF = 45^\circ$.

【详解】解: ∵ $AB \parallel CD$,

∴ $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$,

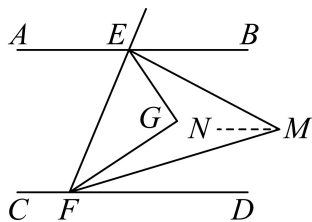
∵ EG 平分 $\angle BEF$, FG 平分 $\angle EFD$,

∴ $\angle GEF = \frac{1}{2}\angle BEF$, $\angle GFE = \frac{1}{2}\angle EFD$,

∴ $\angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle EFD) = 90^\circ$,

∴ $\angle EGF = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$,

如图, 过 M 作 $MN \parallel AB$,



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore MN \parallel CD$,

$\therefore \angle EMN = \angle BEM$, $\angle FMN = \angle MFD$,

$\therefore \angle EMN + \angle FMN = \angle BEM + \angle MFD$,

$\therefore \angle EMF = \angle BEM + \angle MFD$,

同理: $\angle EGF = \angle BEG + \angle DFG$,

$\because EM$ 平分 $\angle BEG$, FM 平分 $\angle DFG$,

$\therefore \angle BEG = 2\angle BEM$, $\angle DFG = 2\angle MFD$,

$\therefore \angle EGF = 2(\angle BEM + \angle MFD) = 2\angle EMF$,

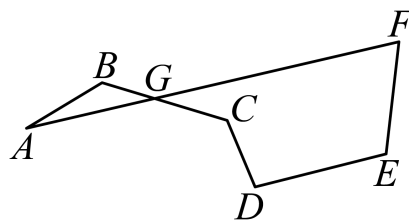
又 $\angle EGF = 90^\circ$,

$\therefore \angle EMF = \frac{1}{2}\angle EGF = 45^\circ$.

23. 如图①为北斗七星的位置图, 如图②将北斗七星分别标为 A 、 B 、 G 、 C 、 D 、 E 、 F , 将 A 、 B 、 G 、 C 、 D 、 E 、 F 顺次首尾连接. 若 B 、 G 、 C 三点共线, AF 恰好经过点 G , 且 $AF \parallel DE$, $\angle B - \angle BCD = 12^\circ$, $\angle D = 98^\circ$, 则 $\angle B - \angle CGF =$ _____.



图①



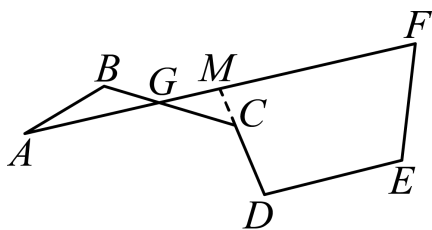
图②

【答案】 110° ## 110 度

【解析】

【分析】 延长 DC 交 AF 于点 M , 根据平行线的性质和三角形外角的性质, 得到 $\angle BCD = 98^\circ + \angle CGF$, 再根据已知条件得到 $\angle BCD = \angle B - 12^\circ$, 即可得解.

【详解】 解: 如图, 延长 DC 交 AF 于点 M ,



$$\because AF \parallel DE, \angle D = 98^\circ,$$

$$\therefore \angle GMC = \angle D = 98^\circ,$$

$$\because \angle BCD = \angle GMC + \angle CGF,$$

$$\therefore \angle BCD = 98^\circ + \angle CGF,$$

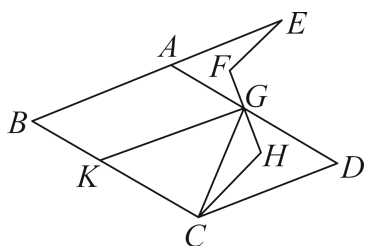
$$\because \angle B - \angle BCD = 12^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle B - 12^\circ,$$

$$\therefore \angle B - 12^\circ = 98^\circ + \angle CGF,$$

$$\therefore \angle B - \angle CGF = 98^\circ + 12^\circ = 110^\circ.$$

24. 如图, E 在线段 BA 的延长线上, $\angle EAD = \angle D$, $\angle B = \angle D$, $EF \parallel HC$, 连接 FH 交 AD 于 G , $\angle FGA$ 的余角比 $\angle DGH$ 大 16° , K 为线段 BC 上一点, 连接 CG , 使 $\angle CKG = \angle CGK$. 则下列结论: ① $AD \parallel BC$; ② $AB \parallel DC$; ③ GK 平分 $\angle AGC$; ④ $\angle DGH = 37^\circ$ 其中正确结论为_____.



【答案】①②③④

【解析】

【分析】根据平行线的判定定理得到 $AD \parallel BC$, 故①正确; 根据平行线的判定定理得到 $AB \parallel CD$, 故②正确; 由平行线的性质得到 $\angle AGK = \angle CKG$, 等量代换得到 $\angle AGK = \angle CGK$, 求得 GK 平分 $\angle AGC$; 故③正确; 根据题意列方程得到 $\angle FGA = \angle DGH = 37^\circ$, 故④正确.

【详解】解: $\because \angle EAD = \angle D, \angle B = \angle D$,

$$\therefore \angle EAD = \angle B,$$

$$\therefore AD \parallel BC; \text{ 故①正确, 符合题意;}$$

$$\because \angle EAD = \angle D,$$

$$\therefore AB \parallel CD, \text{ 故②正确, 符合题意;}$$

$$\therefore \angle AGK = \angle CKG,$$

$$\therefore \angle CKG = \angle CGK ,$$

$$\therefore \angle AGK = \angle CGK ,$$

$$\therefore GK \text{ 平分 } \angle AGC ;$$

故③正确，符合题意；

$$\therefore \angle FGA \text{ 的余角比 } \angle DGH \text{ 大 } 16^\circ ,$$

$$\therefore 90^\circ - \angle FGA = \angle DGH + 16^\circ ,$$

$$\therefore \angle FGA = \angle DGH ,$$

$$\therefore 90^\circ - 2\angle FGA = 16^\circ ,$$

$$\therefore \angle FGA = \angle DGH = 37^\circ , \text{ 故④正确，符合题意.}$$

三、计算题：本大题共 4 小题，共 32 分.

25. 解不等式组：
$$\begin{cases} 4x-3(x-1) < 4 \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{2x}{3} \end{cases}$$
 , 并写出所有负整数解.

【答案】 $-3 \leq x < 1$ ，负整数解为 $-3, -2, -1$

【解析】

【分析】先分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，在其公共解集内找出符合条件的 x 的所有负整数解即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} 4x-3(x-1) < 4 \text{ ①} \\ \frac{x-1}{2} \leq \frac{2x}{3} \text{ ②} \end{cases}$$
 ,

解不等式①得：

$$4x-3x+3 < 4 ,$$

$$4x-3x < 4-3 ,$$

$$x < 1 ,$$

解不等式②得：

$$3(x-1) \leq 4x ,$$

$$3x-3 \leq 4x ,$$

$$3x-4x \leq 3 ,$$

$$-x \leq 3 ,$$

$$x \geq -3 ,$$

则不等式组的解集为 $-3 \leq x < 1$,

故不等式组的负整数解为 $-3, -2, -1$.

26. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $a = 5$, $b : c = 4 : 3$, 求三角形周长 C 的取值范围.

【答案】 $10 < C < 40$

【解析】

【分析】 设 $b = 4x$, $c = 3x$, 结合三角形的三边关系列出不等式, 进而求出周长的取值范围即可解答.

【详解】 解: $\because b : c = 4 : 3$,

$\therefore$ 设 $b = 4x$, $c = 3x$ ($x > 0$),

$\therefore$ 这个三角形的周长 $C = 7x + 5$,

由三角形三边关系定理得到: $b - c < a < b + c$,

$\therefore 4x - 3x < 5 < 4x + 3x$,

$\therefore \frac{5}{7} < x < 5$,

$\therefore 5 < 7x < 35$,

$\therefore 10 < 7x + 5 < 40$,

$\therefore 10 < C < 40$.

27. 在平面内, 对于 $\angle P$ 和 $\angle Q$, 给出如下定义: 若存在一个常数 $t(t > 0)$, 使得 $\angle P + t\angle Q = 180^\circ$, 则称 $\angle Q$ 是 $\angle P$ 的“ t 系数补角”. 例如, $\angle P = 80^\circ$, $\angle Q = 20^\circ$, 有 $\angle P + 5\angle Q = 180^\circ$, 则 $\angle Q$ 是 $\angle P$ 的“5系数补角”.

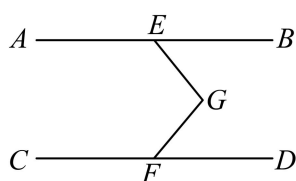


图1

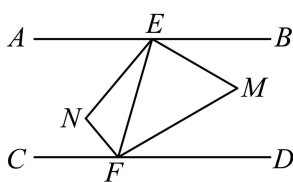
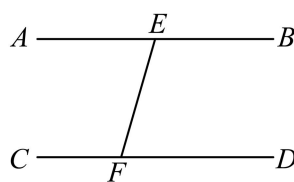


图2



备用图

【概念理解】

(1) 若 $\angle P = 90^\circ$, 在 $\angle 1 = 60^\circ$, $\angle 2 = 45^\circ$, $\angle 3 = 30^\circ$ 中, $\angle P$ 的“2系数补角”是_____;

【初步认识】

(2) 在平面内, $AB \parallel CD$, 点 E 为直线 AB 上一点, 点 F 为直线 CD 上一点. 如图 1, 点 G 为平面内一点, 连接 GE, GF , $\angle DFG = 40^\circ$, 若 $\angle BEG$ 是 $\angle EGF$ 的“3系数补角”, 求 $\angle BEG$ 的大小;

【问题解决】

(3) 连接 EF ，点 M 、 N 为直线 AB 与直线 CD 间的动点（点 M 、 N 不在直线 EF 上）， $\angle AEN = \frac{1}{3}\angle AEM$ ， $\angle CFN = \frac{1}{3}\angle CFM$ ， $\angle EMF$ 是 $\angle ENF$ 的“2 系数补角”，此时 $\angle ENF$ 的度数？

【答案】(1) $\angle 2$

(2) $\angle BEG = 35^\circ$

(3) $\angle ENF$ 的度数为 108° 或 $(\frac{180}{7})^\circ$

【解析】

【分析】(1) 设 $\angle P$ 的“2 系数补角”是 a ，由“ t 系数补角”定义列方程即可得出；

(2) 过 G 作 $GH \parallel AB$ ，利用平行线的内错角相等得出 $\angle EGF = \angle BEG + \angle DFG$ ，设 $\angle BEG = m$ ， $\angle EGF = n$ ，则 $n = m + 40^\circ$ ①，由“3 系数补角”定义得 $n + 3m = 180^\circ$ ②，联立方程求解即可；

(3) 设 $\angle AEN = x$ ， $\angle CFN = y$ ，则 $\angle AEM = 3x$ ， $\angle CFM = 3y$ ，根据 M 、 N 的位置（异侧/同侧），结合平行线性质，用 x 、 y 表示 $\angle ENF$ 和 $\angle EMF$ ，代入“2 系数补角”的关系 $\angle ENF + 2\angle EMF = 180^\circ$ ，求解 $x + y$ ，即可得 $\angle ENF$ 的度数。

【小问 1 详解】

解：设 $\angle P$ 的“2 系数补角”是 a ，

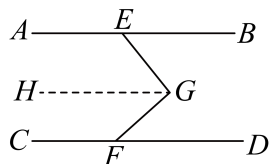
$\therefore \angle P + 2a = 180^\circ$ ，即 $90^\circ + 2a = 180^\circ$ ，

解得 $a = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle P$ 的“2 系数补角”是 $\angle 2 = 45^\circ$ ；

【小问 2 详解】

解：如图，过 G 作 $GH \parallel AB$ ，



由条件可知 $GH \parallel AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle BEG = \angle HGE$ ， $\angle HGF = \angle DFG$ ，

$\therefore \angle EGF = \angle BEG + \angle DFG$ ，

设 $\angle BEG = m$ ， $\angle EGF = n$ ，

$\therefore n = m + 40^\circ$ ①，

由条件可知 $\angle EGF + 3\angle BEG = 180^\circ$, 即 $n + 3m = 180^\circ$ ②,

$$\text{联立①②得} \begin{cases} n = m + 40^\circ \\ n + 3m = 180^\circ \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} n = 75^\circ \\ m = 35^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \angle BEG = 35^\circ ;$$

【小问3详解】

解: 由“2系数补角”定义可知 $\angle ENF + 2\angle EMF = 180^\circ$

设 $\angle AEN = x$, $\angle CFN = y$, 则 $\angle AEM = 3x$, $\angle CFM = 3y$,

当点 M 、 N 在直线 EF 异侧时,

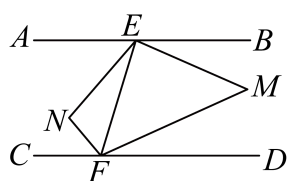


图2

此时 $\angle BEM = 180^\circ - 3x$, $\angle DFM = 180^\circ - 3y$,

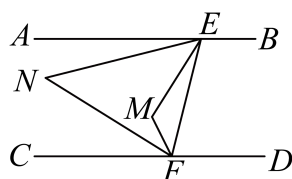
同 (2) 中方法可得 $\angle ENF = \angle AEN + \angle CFN = x + y$, $\angle EMF = \angle BEM + \angle DFM = 360^\circ - 3(x + y)$,

$$\therefore x + y + 2[360^\circ - 3(x + y)] = 180^\circ ,$$

$$\text{解得} x + y = 108^\circ ,$$

$$\therefore \angle ENF = 108^\circ ;$$

当点 M 、 N 在线段 EF 同侧时,



同理可知 $\angle ENF = \angle AEN + \angle CFN = x + y$, $\angle EMF = \angle AEM + \angle CFM = 3(x + y)$,

$$\therefore x + y + 6(x + y) = 180^\circ ,$$

$$\text{解得} x + y = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ ,$$

$$\therefore \angle ENF = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ ,$$

综上, $\angle ENF$ 的度数为 108° 或 $\left(\frac{180}{7}\right)^\circ$.

28. 将一副三角板中的两块直角三角板如图 1 放置, 已知 $PQ \parallel MN$, $\angle ACB = \angle EDF = 90^\circ$,

$$\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ, \angle DFE = 30^\circ, \angle DEF = 60^\circ.$$

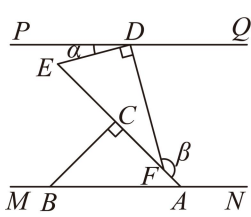


图1

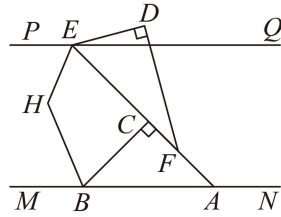


图2

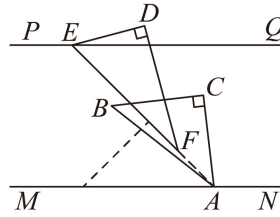


图3

(1) 若三角板如图1摆放时, 则 $\angle\alpha = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$, $\angle\beta = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$;

(2) 现固定 $\triangle ABC$ 位置不变, 将 $\triangle DEF$ 沿 AC 方向平移至点 E 正好落在 PQ 上, 如图2所示, 作 $\angle PEA$ 和 $\angle MBC$ 的角平分线交于点 H , 求 $\angle EHB$ 的度数;

(3) 将(2)中的 $\triangle DEF$ 固定, 在 $\triangle ABC$ 绕点 A 以每秒 5° 的速度顺时针旋转至 AB 与直线 AN 首次重合的过程中, 当 $\triangle ABC$ 的 BC 边与 $\triangle DEF$ 的一条边平行时, 所需的时长为 t 秒, 请求出符合条件 t 的值.

【答案】 (1) 15, 150

(2) 135°

(3) 6 或 18 或 24

【解析】

【分析】 (1) 过点 E 作射线 $EG \parallel MN$, 则 $PQ \parallel EG$, 先求出 $\angle GEA$ 的度数, 则可得 $\angle DEG$ 的度数, 再根据平行线的性质可得 $\angle\alpha$ 的度数; 根据邻补角的定义可得 $\angle\beta$ 的度数;

(2) 过点 H 作 $HR \parallel MN$, 分别求出 $\angle EHR$, $\angle BHR$ 的度数即可;

(3) 分三种情况: ① $BC \parallel DE$, ② $BC \parallel EF$, ③ $BC \parallel DF$, 分别求出旋转角的度数, 再除以旋转速度即可.

【小问1详解】

解: 如图1, 过点 E 作射线 $EG \parallel MN$,

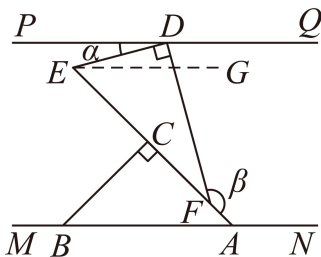


图1

$$\therefore \angle GEA = \angle CAB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DEF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DEG = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ,$$

$$\because PQ \parallel MN, EG \parallel MN,$$

$$\therefore PQ \parallel EG,$$

$$\therefore \angle \alpha = \angle DEG = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DFE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle \beta = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ.$$

【小问2详解】

解：如图2，过点 H 作 $HR \parallel MN$ ，

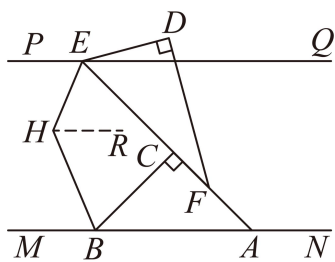


图2

$$\because PQ \parallel MN,$$

$$\therefore HR \parallel PQ, \angle PEA = 180^\circ - \angle CAB = 135^\circ,$$

$$\because EH \text{ 平分 } \angle PEA,$$

$$\therefore \angle PEH = \frac{1}{2} \angle PEA = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle EHR = \angle PEH = 67.5^\circ,$$

$$\because \angle CBA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MBC = 180^\circ - \angle CBA = 135^\circ,$$

$$\because HB \text{ 平分 } \angle MBC,$$

$$\therefore \angle MBH = \frac{1}{2} \angle MBC = 67.5^\circ,$$

$$\text{又} \because HR \parallel MN,$$

$$\therefore \angle BHR = \angle MBH = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle EHB = \angle EHR + \angle BHR = 135^\circ.$$

【小问3详解】

解：①如图3，当 $BC \parallel DE$ 时，设 BC 与 EF 交于点 K ，

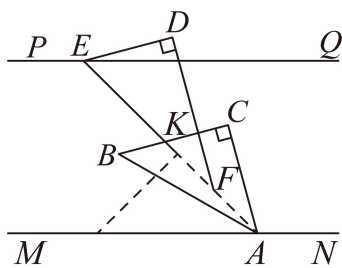


图3

$$\therefore \angle CKA = \angle DEF = 60^\circ ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle CAK = 90^\circ - \angle CKA = 30^\circ ,$$

$$\because \angle CAB = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAK = \angle CAB - \angle CAK = 15^\circ ,$$

$$\because \angle MAK = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle MAB = \angle MAK - \angle BAK = 30^\circ ,$$

$$\therefore t = \frac{\angle MAB}{5^\circ} = 6 \text{ (秒)};$$

②如图4, 当 $BC \parallel EF$ 时,

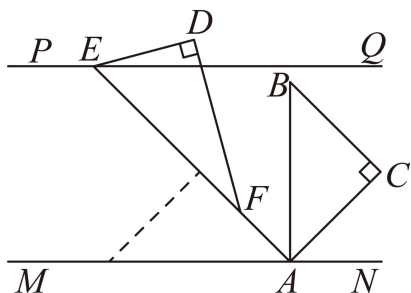


图4

$$\therefore \angle EAC = 180^\circ - \angle ACB = 90^\circ ,$$

$$\therefore t = \frac{\angle EAC}{5^\circ} = 18 \text{ (秒)};$$

③如图5, 当 $BC \parallel DF$ 时, 延长 BC 交 MN 于点 S , 延长 CB 交 PQ 于点 W ,

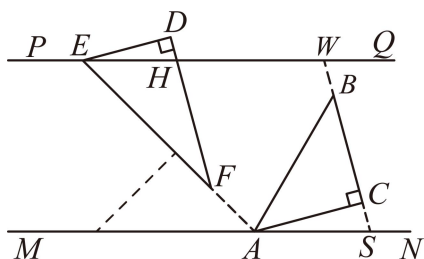


图5

$$\therefore PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle QEA = \angle MAE = 45^\circ, \quad \angle QWS = \angle WSA,$$

$$\therefore \angle QHF = \angle QEA + \angle DFE = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore BC \parallel DF,$$

$$\therefore \angle QWS = \angle QHF = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle WSA = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MAB = \angle WSA + \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\therefore t = \frac{\angle MAB}{5^\circ} = 24 \quad (\text{秒});$$

综上, t 的值为 6 或 18 或 24.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 34 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

29. 解下列不等式 $\frac{3+2x}{2} - 1 < \frac{1+x}{5}$.

【答案】 $x < -\frac{3}{8}$

【解析】

【分析】 根据解一元一次不等式基本步骤: 去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 可得.

【详解】 解: $\frac{3+2x}{2} - 1 < \frac{1+x}{5},$

$$5(3+2x) - 10 < 2(1+x),$$

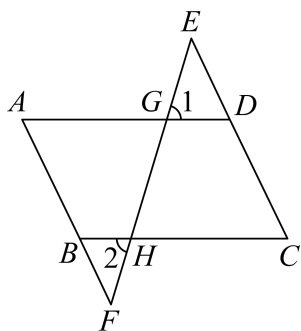
$$15 + 10x - 10 < 2 + 2x,$$

$$10x - 2x < 2 - 15 + 10,$$

$$8x < -3,$$

$$x < -\frac{3}{8}.$$

30. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是 CD 、 AB 延长线上的点, 连接 EF . 分别交 AD 、 BC 于点 G 、 H . 若 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle A = \angle C$. 证明: $AB \parallel CD$.



【答案】证明： $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\angle 1 = \angle AGH,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle AGH,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle C,$$

$$\because \angle A = \angle C,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle A,$$

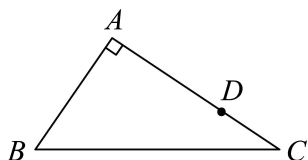
$$\therefore AB \parallel CD$$

【解析】

【分析】先根据同位角相等，两直线平行，判定 $AD \parallel BC$ ，进而得到 $\angle ADE = \angle C$ ，再根据内错角相等，两直线平行，即可得到 $AB \parallel CD$

【详解】略

31. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 56^\circ$ ，点 D 是线段 AC 上一点，按要求完成问题.

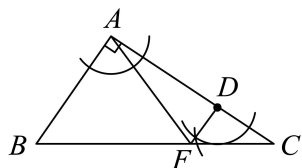


(1) 过点 D 作 $DF \parallel AB$ 交 BC 于点 F ，连接 AF ；

(2) 点 F 到 AC 的距离是_____的长度；

(3) $\angle DFC =$ _____°，如果设 $\angle FAD = \alpha^\circ$ ，那么 $\angle BFA =$ _____°。（用含 α 的代数式表示）

【答案】(1)



(2) DF

(3) 56, $(34 + \alpha)$

【解析】

【分析】(1) 在 AC 的下方作 $DF \parallel AB$ ，交 BC 于点 F ，连接 AF 即可；

(2) 根据点到直线的距离的定义可得答案；

(3) 由平行线的性质得 $\angle DFC = \angle B = 56^\circ$ ，由题意得 $\angle BAF = \angle BAC - \angle FAD = 90^\circ - \alpha^\circ$ ，则可得 $\angle BFA = 180^\circ - \angle B - \angle BAF = (34 + \alpha)^\circ$ 。

【小问 1 详解】

解：如图，在 AC 的下方作 $\angle CDF = \angle BAC = 90^\circ$ ，交 BC 于点 F ，连接 AF ，

则 DF 即为所求，作图略；

【小问 2 详解】

由题意得，点 F 到 AC 的距离是 DF 的长度；

【小问 3 详解】

$\because DF \parallel AB$ ，

$$\therefore \angle DFC = \angle B = 56^\circ，$$

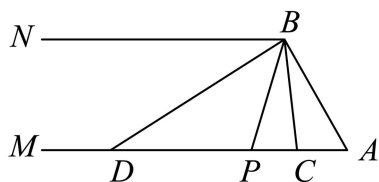
$$\because \angle BAC = 90^\circ，\angle FAD = \alpha^\circ，$$

$$\therefore \angle BAF = \angle BAC - \angle FAD = 90^\circ - \alpha^\circ，$$

$$\therefore \angle BFA = 180^\circ - \angle B - \angle BAF = (34 + \alpha)^\circ。$$

32. 【问题情境】在综合实践课上，老师组织班上的同学开展了探究两角之间数量关系的数学活动，如图，

已知射线 $AM \parallel BN$ ，连接 AB ，点 P 是射线 AM 上的一个动点（与点 A 不重合）， BC, BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$ ，且分别交射线 AM 于点 C, D 。



(1) 【探索发现】当 $\angle A = 60^\circ$ 时，求： $\angle CBD$ 的度数；

(2) “快乐小组”经过探索后发现：不断改变 $\angle A$ 的度数， $\angle CBD$ 与 $\angle A$ 始终存在某种数量关系。

①当 $\angle A = 40^\circ$ 时， $\angle CBD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

②当 $\angle A = x^\circ$ 时， $\angle CBD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ （用含 x 的代数式表示）；

(3) 【操作探究】“智慧小组”利用量角器量出 $\angle APB$ 和 $\angle ADB$ 的度数后，探究二者之间的数量关系。他们惊奇地发现，当点 P 在射线 AM 上运动时，无论点 P 在 AM 上的什么位置， $\angle APB$ 与 $\angle ADB$ 之间的

数量关系都保持不变. 请写出它们的关系, 并说明理由.

【答案】(1) 60° ;

(2) ① 70° ; ② $\left(90 - \frac{x}{2}\right)^\circ$;

(3) 结论: $\angle APB = 2\angle ADB$; 理由见详解.

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的性质、角平分线的定义, 熟练掌握这些性质是解此题的关键.

(1) 由 $AM \parallel BN$, 得到 $\angle A + \angle ABN = 180^\circ$, 由 BC, BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$, 可得

$$\angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABN, \text{ 代入 } \angle A \text{ 的度数即可求解;}$$

(2) ①根据 (1) 的结论, 代入 $\angle A = 40^\circ$, 即可得到 $\angle CBD$ 的度数;

②根据 (1) 的结论, 代入 $\angle A = x^\circ$, 即可得到 $\angle CBD$ 的度数;

(3) 由 $AM \parallel BN$, 得到 $\angle APB = \angle PBN$, $\angle ADB = \angle DBN$, 由 BD 平分 $\angle PBN$, 可得

$$\angle DBN = \frac{1}{2}\angle PBN, \text{ 进而推出 } \angle APB \text{ 和 } \angle ADB \text{ 的数量关系.}$$

【小问 1 详解】

解: $\because AM \parallel BN$,

$$\therefore \angle A + \angle ABN = 180^\circ,$$

$$\because \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABN = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ,$$

$\because BC, BD$ 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$,

$$\therefore \angle CBP = \frac{1}{2}\angle ABP, \quad \angle DBP = \frac{1}{2}\angle PBN,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CBP + \angle DBP = \frac{1}{2}(\angle ABP + \angle PBN) = \frac{1}{2}\angle ABN = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ;$$

【小问 2 详解】

解: ① 当 $\angle A = 40^\circ$ 时:

$\because AM \parallel BN$,

$$\therefore \angle A + \angle ABN = 180^\circ,$$

$$\because \angle A = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ABN = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ,$$

∵ BC, BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$,

$$\therefore \angle CBP = \frac{1}{2} \angle ABP, \quad \angle DBP = \frac{1}{2} \angle PBN,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CBP + \angle DBP = \frac{1}{2} (\angle ABP + \angle PBN) = \frac{1}{2} \angle ABN = \frac{1}{2} \times 140^\circ = 70^\circ ;$$

② 当 $\angle A = x^\circ$ 时:

∵ $AM \parallel BN$,

$$\therefore \angle A + \angle ABN = 180^\circ ,$$

$$\therefore \angle A = x^\circ ,$$

$$\therefore \angle ABN = 180^\circ - x^\circ = (180 - x)^\circ ,$$

∵ BC, BD 分别平分 $\angle ABP$ 和 $\angle PBN$, ,

$$\therefore \angle CBP = \frac{1}{2} \angle ABP, \quad \angle DBP = \frac{1}{2} \angle PBN ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CBP + \angle DBP = \frac{1}{2} (\angle ABP + \angle PBN) = \frac{1}{2} \angle ABN = \frac{1}{2} \times (180 - x)^\circ = \left(90 - \frac{x}{2} \right)^\circ ;$$

故答案为: ① 70° ; ② $\left(90 - \frac{x}{2} \right)^\circ$;

【小问 3 详解】

解: 结论: $\angle APB = 2\angle ADB$;

理由如下:

∵ $AM \parallel BN$,

$$\therefore \angle ADB = \angle DBN ,$$

∵ BD 平分 $\angle PBN$,

$$\therefore \angle DBN = \angle DBP = \frac{1}{2} \angle PBN ,$$

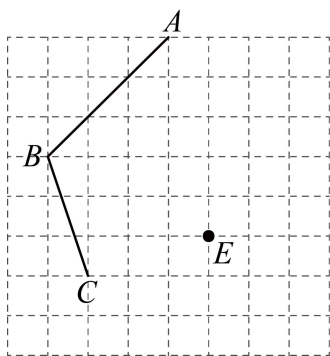
$$\therefore \angle ADB = \frac{1}{2} \angle PBN ,$$

又∵ $AM \parallel BN$,

$$\therefore \angle APB = \angle PBN ,$$

$$\therefore \angle APB = 2\angle ADB .$$

33. 在如图所示的 8×8 方格纸中, 横竖线的交点称为格点, A, B, C, E 为格点. (利用方格纸作图, 画出的点、线用铅笔描粗描黑)



(1) 过点 E 画直线 $DE \parallel AB$;

(2) 在线段 AB 上找一点 P , 使得点 P 与点 E 距离最短, 在图中作出点 P , 此时 PE 最短蕴含的数学道理是_____;

(3) 点 Q 为图中的格点, 点 Q 与点 E 不重合, 满足 $S_{\triangle ACQ} = S_{\triangle ACE}$ 的点 Q 有_____个. 请在图中标注出来.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析; 垂线段最短

(3) 4, 见解析

【解析】

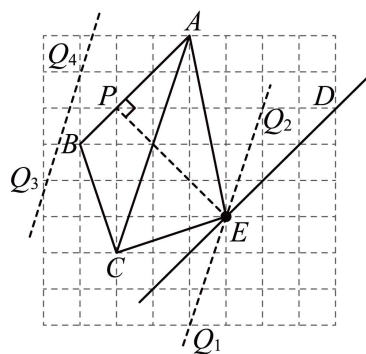
【分析】 (1) 先确定 AB 的方向 (从 B 到 A 是向右 3 格、向上 3 格), 再从点 E 出发, 按相同方向 (向右 3 格、向上 3 格) 找到格点, 连接直线 DE 即可;

(2) 过点 E 作 AB 的垂线, 此时 PE 最短, 依据是: 垂线段最短;

(3) 要使 $S_{\triangle ACQ} = S_{\triangle ACE}$, 则点 Q 必须在与 AC 平行且到 AC 的距离等于点 E 到 AC 的距离的两条直线上, 即可得出答案.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, DE 即为所求,



【小问 2 详解】

解: 点 P 是过 E 作 AB 的垂线的垂足, 此时 PE 最短,

依据是: 垂线段最短;

【小问 3 详解】

解: 要使 $S_{\triangle ACQ} = S_{\triangle ACE}$, 则点 Q 必须在与 AC 平行且到 AC 的距离等于点 E 到 AC 的距离的两条直线上, 在图中, 这样的格点 Q (不与 E 重合) 共有 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 共 4 个.