

2025 学年第二学期阶段练习

七年级数学学科

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 已知 $x > y$, 则下列不等式不成立的是 ()

A. $x-1 > y-1$

B. $3x > 3y$

C. $-x < -y$

D. $-x+1 > -y+1$

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的性质求解即可.

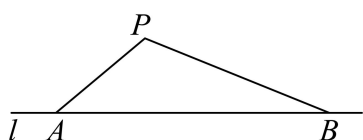
【详解】解: A、 $x > y$, 不等式两边同时减 1, 则 $x-1 > y-1$, 故 A 正确;

B、 $x > y$, 不等式两边同时乘以 3, 则 $3x > 3y$, 故 B 正确;

C、 $x > y$, 不等式两边同时乘以 -1 , 则 $-x < -y$, 故 C 正确;

D、 $x > y$, 不等式两边同时乘以 -1 , 则 $-x < -y$, 然后不等式两边同时加 1, 则 $-x+1 < -y+1$, 故 D 错误, 不成立.

2. 如图, 点 A , B 在直线 l 上, 点 P 在直线 l 外, 连接 PA , PB , 若 $PA=3$, $PB=5$, 则点 P 到直线 l 的距离可能是 ()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】A

【解析】

【分析】根据垂线段最短判断即可.

【详解】解: 因为垂线段最短,

$\therefore$ 点 P 到直线 l 的距离小于 3,

观察四个选项, 只有选项 A 符合题意.

3. 下列各组条件中, 不能组成三角形的是 ()

A. 2, $a+2$, $a+3(a>0)$

B. 3 厘米, 8 厘米, 10 厘米

C. 三条线段之比为1:2:3

D. 6 厘米, 6 厘米, 6 厘米

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查构成三角形的条件，解题的关键构成三角形的条件：两边之和大于第三边，两边之差小于第三边，只要验证较小两边长之和是否小于最长边，根据构成三角形的条件逐项判断即可.

【详解】 解： A. 由 $a>0$ 得 $2+(a+2)=a+4>a+3$ ，能构成三角形，故此选项不合题意；

B. $3+8=11>0$ ，能构成三角形，故此选项不合题意；

C. 设最小边为 a ，则剩余两边是 $2a$ ， $3a$. $a+2a=3a$ ，不能构成三角形，故此选项符合题意；

D. 因为 $6+6=12>6$ ，能构成三角形，故此选项不合题意.

故选： C.

4. 下列说法正确的是 ()

A. 如果 $|a|=|b|$ ，那么 $a=b$

B. 全等三角形的面积相等

C. 命题“同旁内角互补”是真命题

D. 三角形的一个外角大于任何一个内角

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据绝对值性质，全等三角形性质，命题真假判断，三角形外角性质，逐一判断各选项即可得到正确结论.

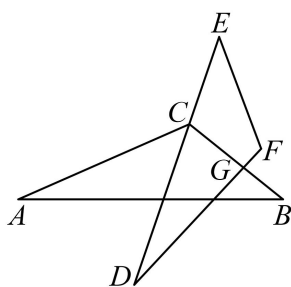
【详解】 解： A. 当 $|a|=|b|$ 时，可得 $a=b$ 或 $a=-b$ ，例如 $a=1, b=-1$ 满足 $|1|=|-1|$ 但 $1\neq-1$ ，故 A 错误；

B. 因为全等三角形能够完全重合，所以全等三角形的面积相等，故 B 正确；

C. 只有两直线平行时，同旁内角才互补，命题“同旁内角互补”没有给出两直线平行的前提，是假命题，故 C 错误；

D. 三角形的一个外角大于任何一个与它不相邻的内角，钝角三角形中钝角的外角为锐角，小于该钝角，故 D 错误.

5. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (点 A 、 B 、 C 的对应点分别是点 D 、 E 、 F)，点 C 在 DE 边上，若 $\angle A=30^\circ$ ， $\angle CGF=88^\circ$ ，则 $\angle DCB$ 的度数是 ()



- A. 38° B. 48° C. 58° D. 60°

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据全等三角形对应角相等求出 $\angle D$ 的度数，再利用三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和即可求解.

【详解】 解： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

$$\therefore \angle D = \angle A = 30^\circ,$$

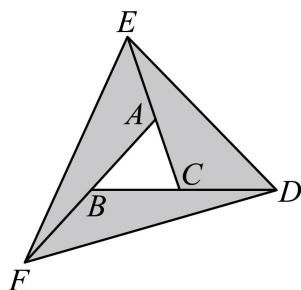
$\because \angle CGF$ 是 $\triangle DGC$ 的外角,

$$\therefore \angle CGF = \angle D + \angle DCB,$$

$$\because \angle CGF = 88^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle CGF - \angle D = 88^\circ - 30^\circ = 58^\circ.$$

6. 如图，若 $\triangle ABC$ 的面积为 2，且点 A, B, C 分别是 EC, AF, BD 的中点，那么阴影部分的面积为 ()



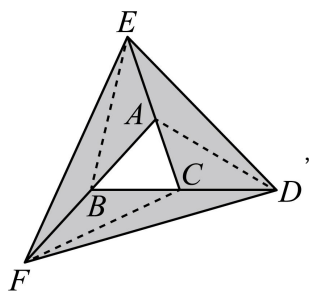
- A. 12 B. 10 C. 8 D. 6

【答案】 A

【解析】

【分析】 利用中点性质得出线段倍数关系，进而得出相关三角形面积的倍数关系，最后将阴影部分面积转化为几个已知面积三角形的和即可求解.

【详解】 解： 如图，连接 AD, BF, CF ,



∵ 点 A 是 EC 的中点

$$\therefore EA = AC$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABC} = 2$$

∵ 点 B 是 AF 的中点

$$\therefore FB = BA$$

$$\therefore S_{\triangle CBF} = S_{\triangle ABC} = 2$$

∵ 点 C 是 BD 的中点

$$\therefore BC = CD$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} = 2$$

∵ 点 B 是 AF 的中点，即 $AF = 2AB$

$$\therefore S_{\triangle FAE} = 2S_{\triangle ABE} = 2 \times 2 = 4$$

∵ 点 C 是 BD 的中点，即 $BD = 2BC$

$$\therefore S_{\triangle DBF} = 2S_{\triangle CBF} = 2 \times 2 = 4$$

∵ 点 A 是 EC 的中点，即 $EC = 2AC$

$$\therefore S_{\triangle ECD} = 2S_{\triangle ACD} = 2 \times 2 = 4$$

由图可知，阴影部分的面积为 $S_{\triangle FAE} + S_{\triangle DBF} + S_{\triangle ECD}$

$$\therefore \text{阴影部分的面积为 } 4 + 4 + 4 = 12$$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 不等式 $3x + 4 \geq 2 + x$ 的解集为_____.

【答案】 $x \geq -1$

【解析】

【分析】 按照移项，合并同类项，系数化为1的步骤解不等式即可得到答案.

【详解】 解： $3x + 4 \geq 2 + x$

移项得： $3x - x \geq 2 - 4$,

合并同类项得： $2x \geq -2$,

系数化为1得： $x \geq -1$.

8. 明明在解一元一次不等式组 $\begin{cases} x > 2 \\ x - \square > 0 \end{cases}$ 时，发现“ ”里的常数看不清楚，但知道这个不等式组的解集为 $x > 2$ ，若用字母 a 表示“ ”里的常数，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \leq 2$

【解析】

【分析】先解 $x - a > 0$ ，再根据不等式组的解集为 $x > 2$ ，即可求出 a 的取值范围.

【详解】解：用字母 a 表示“ ”里的常数，

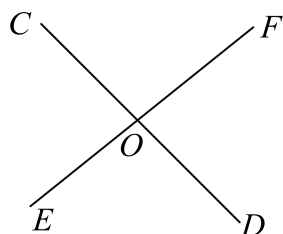
$$\therefore \begin{cases} x > 2 \\ x - a > 0 \end{cases},$$

解不等式 $x - a > 0$ 得： $x > a$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 2$,

$\therefore a \leq 2$.

9. 如图，直线 CD 、 EF 相交于点 O ，若 $\angle COF = 92^\circ$ ，那么直线 CD 与 EF 的夹角大小为_____.



【答案】 88° ## 88 度

【解析】

【分析】根据邻补角互补可得 $\angle COE$ 的度数，进而可得答案.

【详解】解： $\because \angle COF = 92^\circ$,

$\therefore \angle COE = 180^\circ - \angle COF = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$,

$\therefore$ 直线 CD 与 EF 的夹角大小为 88° .

10. 命题“等边三角形有三条对称轴”的逆命题是_____ (用“如果...那么...”的形式写出).

【答案】 如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形

【解析】

【分析】本题考查了命题的逆命题. 根据逆命题的定义，将原命题的条件和结论互换即可解答.

【详解】解：命题“等边三角形有三条对称轴”的逆命题是“如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形”。

故答案为：如果三角形有三条对称轴，那么这个三角形是等边三角形。

11. 用反证法证明：“ $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A > \angle B > \angle C$ ，则 $\angle A > 60^\circ$ ”，第一步应假设：_____。

【答案】 $\angle A \leq 60^\circ$

【解析】

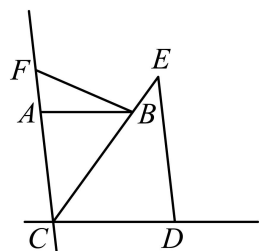
【分析】反证法的步骤中，第一步是假设结论不成立，反面成立，可据此进行判断；需注意的是 $\angle A > 60^\circ$ 的反面有多种情况，应一一否定。

【详解】解： $\angle A$ 与 60° 的大小关系有 $\angle A > 60^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle A < 60^\circ$ 三种情况，因而 $\angle A > 60^\circ$ 的反面是 $\angle A \leq 60^\circ$ 。因此用反证法证明“ $\angle A > 60^\circ$ ”时，应先假设 $\angle A \leq 60^\circ$ 。

故答案为： $\angle A \leq 60^\circ$ 。

【点睛】本题考查了反证法，解此题关键要懂得反证法的意义及步骤。在假设结论不成立时要注意考虑结论的反面所有可能的情况，如果只有一种，那么否定一种就可以了，如果有多种情况，则必须一一否定。

12. 如图， $AB \parallel CD$ ， $AC \parallel DE$ ， $\angle FAB = 96^\circ$ ， $\angle DCE = 62^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数_____。



【答案】 34° ## 34 度

【解析】

【分析】由平行线的性质可得 $\angle FCD = \angle FAB = 96^\circ$ ，则 $\angle FCE = 34^\circ$ ，再由平行线的性质即可求解。

【详解】解： $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle FCD = \angle FAB = 96^\circ$ ，

$\therefore \angle FCE = \angle FCD - \angle DCE = 96^\circ - 62^\circ = 34^\circ$ ，

$\because AC \parallel DE$ ，

$\therefore \angle E = \angle FCE = 34^\circ$ ，

$\therefore \angle E$ 的度数为 34° 。

13. 若 $\triangle ABC$ 的三个内角的比为 $2:3:4$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状是_____三角形。（填锐角、直角、钝角中的一个）

【答案】锐角

【解析】

【分析】先根据三角形的内角和定理求出 ABC 中最大角的度数，再根据三角形的分类求解即可.

【详解】解: $\because ABC$ 的三个内角的比为 $2:3:4$, 且三角形内角和为 180° ,

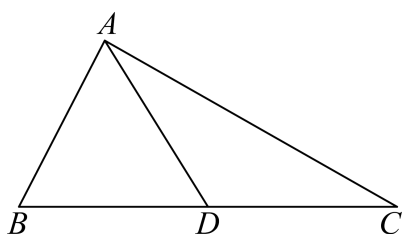
$\therefore ABC$ 中最大角的度数为:

$$180^\circ \times \frac{4}{2+3+4} = 80^\circ,$$

$\therefore ABC$ 中最大角为锐角,

$\therefore ABC$ 为锐角三角形.

14. 如图, 在 ABC 中, AD 是 BC 边上的中线, $\triangle ADC$ 的周长是 22cm , $\triangle ABD$ 的周长是 18cm , $AB = 2\text{cm}$, 则 $AC =$ _____ cm .



【答案】6

【解析】

【分析】根据三角形中线的定义可得 $BD = CD$, 再根据三角形周长公式表示出 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABD$ 的周长, 利用作差法建立等式即可求出 AC 的长.

【详解】解: $\because AD$ 是 ABC 的中线,

$\therefore BD = CD$,

$\because \triangle ADC$ 的周长是 22cm , $\triangle ABD$ 的周长是 18cm ,

$$\therefore \triangle ADC \text{ 的周长} - \triangle ABD \text{ 的周长} = (AC + CD + AD) - (AB + BD + AD)$$

$$= AC - AB$$

$$= 22 - 18$$

$$= 4(\text{cm}),$$

$$\because AB = 2\text{cm},$$

$$\therefore AC - 2 = 4,$$

$$\therefore AC = 6\text{cm}.$$

15. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, ABC 的三边长度为 4 、 $x+y$ 和 $2x$, $\triangle DEF$ 的三边长度为 6 、 x 、 $x+2y$,

则 ABC 的周长是_____.

【答案】 18

【解析】

【分析】 根据全等三角形对应边相等的性质，分情况列出方程组求解，舍去不符合三角形边长要求的解，得到三角形三边长后计算周长即可.

【详解】 解： $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，根据全等三角形的性质，对应边相等，分情况讨论如下：

$$\text{情况 1: 列方程组} \begin{cases} x = 4 \\ 6 = x + y \\ x + 2y = 2x \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases},$$

此时 ABC 的三边长为 4, $x + y = 6$, $2x = 8$, 满足三角形三边关系，符合题意；

$$\text{情况 2: 列方程组} \begin{cases} x = 4 \\ 2x = 6 \\ x + 2y = x + y \end{cases}, \text{由 } 2x = 6 \text{ 得 } x = 3, \text{ 与 } x = 4 \text{ 矛盾, 舍去;}$$

$$\text{情况 3: 列方程组} \begin{cases} x = 2x \\ 6 = x + y \\ x + 2y = 4 \end{cases},$$

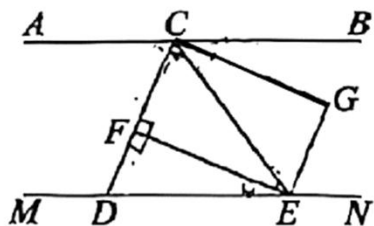
由 $x = 2x$ 得 $x = 0$, 边长不能为 0, 不符合题意，舍去；

$$\text{情况 4: 列方程组} \begin{cases} x = x + y \\ 2x = 6 \\ x + 2y = 4 \end{cases},$$

由 $x = x + y$ 得 $y = 0$, 则 $x + 2y = x = 4$, 此时 $2x = 2 \times 4 = 8$, 这与 $2x = 6$ 矛盾，舍去，

故 ABC 的周长为 $4 + 6 + 8 = 18$.

16. 如图, 已知 $AB \parallel MN$, 点 C 在 AB 上, 点 D, E 在 MN 上, 连接 CD, CE , $\angle DCE = \angle CDE$, $EF \perp CD$, $EG \parallel CD$, CG 平分 $\angle BCE$. 给出下列结论: ① EG 平分 $\angle CEN$; ② $\angle BCG = \angle DEF$; ③ $\angle G = 90^\circ$; ④ $\angle CDM - \angle CEF = 90^\circ$. 上述结论中, 正确的是_____



【答案】①②③④

【解析】

【分析】 求出 $\angle NEG = \angle CDE$ ， $\angle CEG = \angle DCE$ ，则 $\angle NEG = \angle CEG$ ，可得①正确；先求出 $\angle CEN + \angle BCE = 180^\circ$ ，再根据角平分线的定义可得 $\angle CEG + \angle ECG = 90^\circ$ ，根据三角形的内角和定理可得③正确；求出 $\angle FEG = 90^\circ$ ，则 $\angle NEG + \angle DEF = 90^\circ$ ，根据同角的余角相等可得②正确；先求出 $\angle CEF = \angle DEF$ ， $\angle DFE = 90^\circ$ ，再根据三角形的外角性质可得④正确。

【详解】解： $\because EG \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle NEG = \angle CDE, \quad \angle CEG = \angle DCE,$$

$$\because \angle DCE = \angle CDE,$$

$$\therefore \angle NEG = \angle CEG,$$

$$\therefore \angle NEG = \angle CEG = \frac{1}{2} \angle CEN, \text{ 即 } EG \text{ 平分 } \angle CEN, \text{ 结论①正确;}$$

$$\because CG \text{ 平分 } \angle BCE,$$

$$\therefore \angle BCG = \angle ECG = \frac{1}{2} \angle BCE,$$

$$\because AB \parallel MN,$$

$$\therefore \angle CEN + \angle BCE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CEG + \angle ECG = \angle NEG + \angle BCG = \frac{1}{2} \angle CEN + \frac{1}{2} \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle G = 180^\circ - (\angle CEG + \angle ECG) = 90^\circ, \text{ 结论③正确;}$$

$$\because EF \perp CD, \quad EG \parallel CD,$$

$$\therefore EF \perp EG,$$

$$\therefore \angle FEG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle NEG + \angle DEF = 180^\circ - \angle FEG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCG = \angle DEF, \text{ 结论②正确;}$$

$$\therefore \angle ECG = \angle DEF,$$

$$\because \angle FEG + \angle G = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel CG,$$

$$\therefore \angle ECG = \angle CEF,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle DEF,$$

$$\text{又} \because EF \perp CD,$$

$$\therefore \angle DFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDM = \angle DFE + \angle DEF = 90^\circ + \angle CEF,$$

$$\therefore \angle CDM - \angle CEF = 90^\circ, \text{ 结论④正确;}$$

综上, 结论正确的是①②③④.

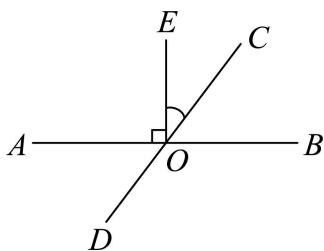
17. 在相交线与平行线这一章节中我们学习了垂直的定义, 仿照垂直的定义方法给出以下新定义: 两条直线相交所形成的四个角中, 如果有一个角是 60° , 就称这两条直线互为完美交线, 交点叫完美点, 已知直线 AB 、 CD 互为完美交线, O 为它们的完美点, $OE \perp AB$, 则 $\angle EOC$ 的度数为_____.

【答案】 30° 或 150°

【解析】

【分析】 本题考查了垂直定义和邻补角定义, 熟练掌握概念是解题的关键. 分当 OE 在直线 AB 的上方时及当 OE 在直线 AB 的下方时两种情况进行讨论, 求得 $\angle EOC$ 的度数.

【详解】 解: 如图, 当 OE 在直线 AB 的上方时,



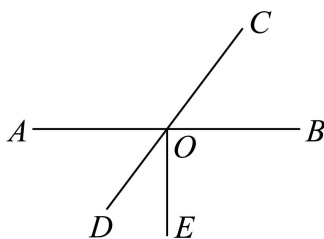
由题意可得: $\angle BOC = 60^\circ$,

$$\because OE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle BOE - \angle BOC = 30^\circ,$$

如图, 当 OE 在直线 AB 的下方时,



由题意可得: $\angle BOC = 60^\circ$,

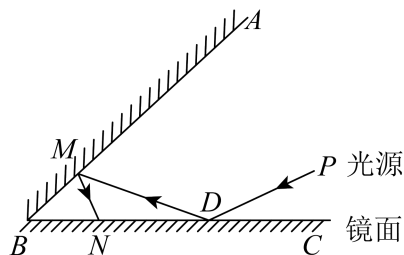
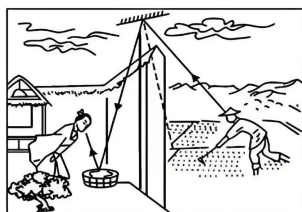
$$\because OE \perp AB,$$

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = \angle BOE + \angle BOC = 150^\circ,$$

故答案为: 30° 或 150°

18. 汉代初期《淮南万毕术》记载了我国古代学者在科学领域的成就. 如图是古人利用光的反射定律改变光路的方法. 在综合实践课上, 小圳固定镜面 BC , 将镜面 BA 绕点 B 逆时针转动 ($30^\circ < \angle ABC < 180^\circ$), 在光源 P 处发出的一束光射到水平镜面 BC 后沿 DM 反射到镜面 AB 上, 随后沿 MN 反射出去. 已知 $\angle PDC = 28^\circ$, 当反射光线 MN 所在直线与镜面 BC 所在直线的夹角为 60° 时, $\angle ABC =$ _____ 度



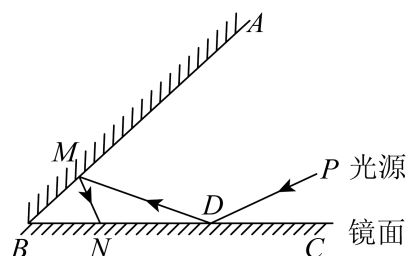
【答案】46 或 106 或 136

【解析】

【分析】本题主要考查了三角形内角和定理, 三角形外角的性质, 熟知反射角等于入射角以及分类讨论是解题的关键.

根据 $\angle ABC$ 的变化可知反射光线 MN 所在直线与镜面 BC 所在直线的交点可能在 CB 或 CB 延长线上, 分类讨论, 然后利用入射角等于反射角求解即可.

【详解】解: ①如图所示, $\angle MNB = 60^\circ$,



$$\therefore \angle PDC = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle BDM = \angle PDC = 28^\circ,$$

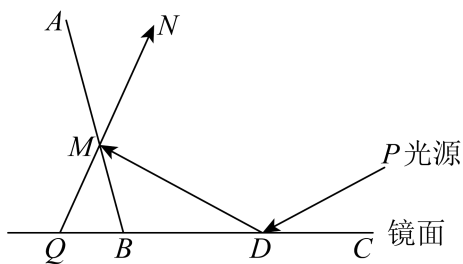
$$\therefore \angle MNB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DMN = \angle BNM - \angle BDM = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle AMD = \angle BMN = \frac{180^\circ - 32^\circ}{2} = 74^\circ,$$

在 $\triangle BMN$ 中, $\angle ABC = 180^\circ - 74^\circ - 60^\circ = 46^\circ$;

②如图所示, 当 $\angle ABC$ 是钝角时, 此时设反射光线 MN 所在直线与镜面 BC 所在直线交点为点 Q , 且 $\angle MQD = 60^\circ$, $\angle BDM = \angle PDC = 28^\circ$,



设 $\angle DMB = \angle AMN = \alpha$ ，则 $\angle BMQ = \angle AMN = \alpha$ ，

在 $\triangle QMD$ 中， $\angle MQD + \angle QMD + \angle BDM = 180^\circ$ ，

$$\therefore 2\alpha + 60 + 28 = 180,$$

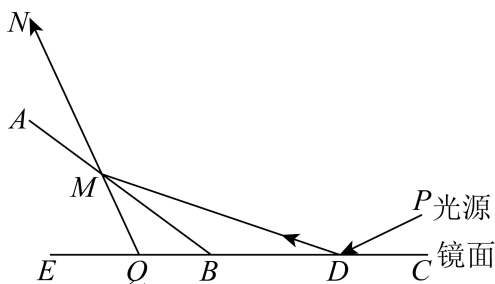
解得： $\alpha = 46^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle BMQ + \angle MQD = 106^\circ;$$

③如图所示，当 $\angle ABC$ 是钝角时，此时设反射光线 MN 所在直线与镜面 BC 所在直线交点为点 Q ，且

$$\angle MQE = 60^\circ, \angle BDM = \angle PDC = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle MQD = 120^\circ,$$



设 $\angle DMB = \angle AMN = \alpha$ ，则 $\angle BMQ = \angle AMN = \alpha$ ，

在 $\triangle QMD$ 中， $\angle MQD + \angle QMD + \angle BDM = 180^\circ$ ，

$$\therefore 2\alpha + 120 + 28 = 180,$$

解得 $\alpha = 16^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle BMQ + \angle MQD = 136^\circ;$$

综上， $\angle ABC = 46^\circ$ 或 106° 或 136° ；

故答案为：46 或 106 或 136.

三、解答题（本大题共 8 题，共 58 分）

19. 解不等式： $\frac{2(1+x)}{5} - 1 \leq \frac{5+x}{2}.$

【答案】 $x \geq -31$

【解析】

【分析】 先去分母，再去括号，然后移项，合并同类项，最后系数化为1即可.

【详解】 解: $\frac{2(1+x)}{5} - 1 \leq \frac{5+x}{2},$

去分母得: $4(1+x) - 10 \leq 5(5+x),$

去括号得: $4 + 4x - 10 \leq 25 + 5x,$

移项, 合并同类项得: $-x \leq 31,$

系数化为1得: $x \geq -31.$

20. 解不等式组: $\begin{cases} 2(x+2) > x+3 & \text{①} \\ \frac{x}{3} < \frac{x+2}{5} & \text{②} \end{cases}$, 并把解集在数轴上表示出来.

【答案】 $-1 < x < 3$, 数轴见解析

【解析】

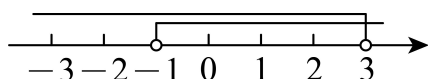
【分析】 本题考查了解一元一次不等式组, 分别求出每一个不等式的解集, 然后把解集表示在数轴上, 根据数轴即可确定不等式的解集.

【详解】 解不等式①得: $x > -1$

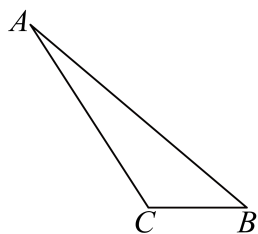
解不等式②得: $x < 3$

$\therefore$ 不等式组的解集为: $-1 < x < 3,$

如图所示,



21. 如图, 已知 $\triangle ABC$, 根据下列要求画图并回答问题:



(1) 过点 A 画 $AD \perp BC$, 垂足为 D ; 点 A 到 BC 的距离是线段_____的长;

(2) 过点 C 画 $CE \parallel AB$, 交 AD 于点 E ; 再画 $CF \perp AC$, 交 AB 于点 F ;

(3) 图中与 $\angle DAC$ 相等的角是_____.

【答案】 (1) 见解析, AD ;

(2) 见解析; (3) $\angle BCF$.

【解析】

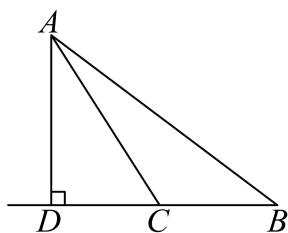
【分析】(1) 根据画垂线的方法即可, 然后通过点到直线的距离定义即可求解;

(2) 根据画平行线和画垂线的方法即可;

(3) 由垂直定义可得 $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ACF = 90^\circ$, 则有 $\angle DAC + \angle ACD = 90^\circ$, 又 $\angle ACD + \angle BCF + \angle ACF = 180^\circ$, 所以 $\angle ACD + \angle BCF = 90^\circ$, 然后通过同角的余角相等得出 $\angle DAC = \angle BCF$.

【小问 1 详解】

解: 如图, AD 即为所求,

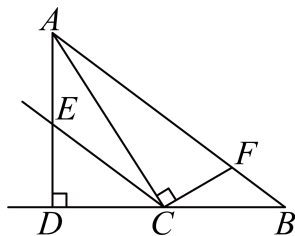


点 A 到 BC 的距离是线段 AD 的长,

故答案为: AD ;

【小问 2 详解】

解: 如图, CE 、 CF 即为所求;



【小问 3 详解】

解: $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\because CF \perp AC,$$

$$\therefore \angle ACF = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACD + \angle BCF + \angle ACF = 180^\circ,$$

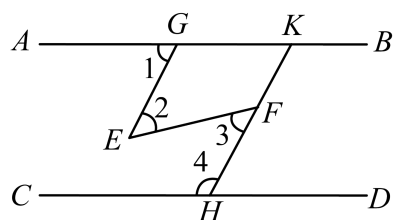
$$\therefore \angle ACD + \angle BCF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BCF,$$

故答案为: $\angle BCF$.

22. 阅读下列文字，补全推理过程，并填写依据.

如图，直线 AB 上有两点 G 、 K ，直线 CD 上有一点 H ，点 H 、 F 、 K 三点共线，点 E 在直线 AB 和直线 CD 之间，连接 EG 、 EF ， $\angle 2 = \angle 3$ ， $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ ，试说明： $AB \parallel CD$.



解： $\because \angle 2 = \angle 3$ (已知)，

$\therefore HK \parallel$ _____ (_____)，

$\therefore \angle 1 =$ _____ (_____)，

$\because \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (已知)，

$\therefore$ _____ $+\angle 4 = 180^\circ$ (等量代换)，

$\therefore AB \parallel CD$ (_____).

【答案】 EG ；内错角相等，两直线平行； $\angle AKH$ ；两直线平行，同位角相等； $\angle AKH$ ；同旁内角互补，两直线平行

【解析】

【分析】 根据平行线的判定和性质，先说明 $HK \parallel EG$ ，从而 $\angle 1 = \angle AKH$ ，再根据 $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ ，等量代换得 $\angle AKH + \angle 4 = 180^\circ$ ，即可说明.

【详解】 解： $\because \angle 2 = \angle 3$ (已知)，

$\therefore HK \parallel EG$ (内错角相等，两直线平行)，

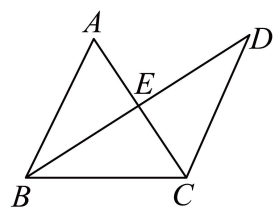
$\therefore \angle 1 = \angle AKH$ (两直线平行，同位角相等)，

$\because \angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ (已知)，

$\therefore \angle AKH + \angle 4 = 180^\circ$ (等量代换)，

$\therefore AB \parallel CD$ (同旁内角互补，两直线平行).

23. 如下图， $AB \parallel CD$ ， BD 平分 $\angle ABC$ ， CA 平分 $\angle BCD$ ，试说明： $AC \perp BD$. 下面是小明的解答过程，请补充完整.



解: $\because AB \parallel CD$ (已知),

$$\therefore \angle ABC + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ \text{ (_____)},$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$, CA 平分 $\angle BCD$ (已知),

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle ACB = \frac{1}{2} \angle BCD \text{ (角平分线的定义)},$$

$$\therefore \angle DBC + \angle ACB = \frac{1}{2} \text{ (_____)} \text{ (等式性质)},$$

$$\text{即 } \angle DBC + \angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle ACB + \angle BEC = \angle 180^\circ \text{ (_____)},$$

$$\therefore \angle BEC = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (等式性质)},$$

$$\therefore AC \perp BD.$$

【答案】 $\angle BCD$, 两直线平行, 同旁内角互补; $\angle ABC + \angle BCD$; 90° ; 三角形三个内角的和等于 180° ; 90° .

【解析】

【分析】 先由 $AB \parallel CD$ 得到 $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$, 再利用角平分线定义将两个角的和转化为 $\angle DBC + \angle ACB$, 结合三角形内角和定理求出 $\angle BEC = 90^\circ$, 最后根据垂直定义得出结论.

【详解】 解: $\because AB \parallel CD$ (已知),

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ \text{ (两直线平行, 同旁内角互补)},$$

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$, CA 平分 $\angle BCD$ (已知),

$$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle ACB = \frac{1}{2} \angle BCD \text{ (角平分线的定义)},$$

$$\therefore \angle DBC + \angle ACB = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BCD) \text{ (等式性质)},$$

$$\text{即 } \angle DBC + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle ACB + \angle BEC = \angle 180^\circ \text{ (三角形三个内角的和等于 } 180^\circ \text{)},$$

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ \text{ (等式性质)},$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

故答案为: $\angle BCD$, 两直线平行, 同旁内角互补; $\angle ABC + \angle BCD$; 90° ; 三角形三个内角的和等于 180° ; 90° .

24. 2026年2月1日起正式施行的《全民阅读促进条例》明确规定每年4月第四周为全民阅读活动周. 为

迎接首个全民阅读活动周，营造“书香校园”，学校计划采购两种型号的自助图书借阅机，方便学生借阅图书。相关信息如下表：

	A 型借阅机	B 型借阅机
单日最大借阅量 (册 / 天)	80	60
单台采购成本 (元 / 台)	7500	5000

如果学校计划用不超过10万元采购 A、B 两种借阅机共 15 台，并且要求单日总借阅量不低于1062 册，请通过计算说明该学校有哪几种采购方案。

【答案】 共有 2 种采购方案，方案一：采购 A 型借阅机 9 台，B 型借阅机 6 台；方案二：采购 A 型借阅机 10 台，B 型借阅机 5 台。

【解析】

【分析】 设学校采购 A 型借阅机 x 台，则采购 B 型借阅机 $(15 - x)$ 台，根据题意得

$$\begin{cases} 7500x + 5000(15 - x) \leq 100000 \\ 80x + 60(15 - x) \geq 1062 \end{cases}, \text{ 然后解不等式组即可.}$$

【详解】 解：10 万元 = 100000 元，设学校采购 A 型借阅机 x 台，则采购 B 型借阅机 $(15 - x)$ 台，

根据题意得
$$\begin{cases} 7500x + 5000(15 - x) \leq 100000 \\ 80x + 60(15 - x) \geq 1062 \end{cases},$$

解第一个不等式得 $x \leq 10$;

解第二个不等式得 $x \geq 8.1$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $8.1 \leq x \leq 10$,

因为 x 为正整数,

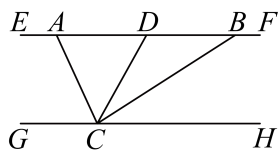
所以 x 的取值为 9 或 10,

当 $x = 9$ 时, $15 - x = 6$;

当 $x = 10$ 时, $15 - x = 5$,

答：共有 2 种采购方案，方案一：采购 A 型借阅机 9 台，B 型借阅机 6 台；方案二：采购 A 型借阅机 10 台，B 型借阅机 5 台。

25. 如图，已知直线 $EF \parallel GH$ ，给出下列信息：



① $AC \perp BC$ ；② BC 平分 $\angle DCH$ ；③ $\angle ACD = \angle DAC$ 。

请在上述3条信息中选择其中两条作为条件，其余的一条信息作为结论组成一个真命题，你选择的条件是_____，结论是_____。（只要填写序号），并说明理由。

【答案】条件：①②，结论：③，理由见解析（或条件：②③，结论：①或条件：①③，结论：②，选择一种即可）。

【解析】

【分析】根据角平分线定义，平行线的性质，垂直定义逐一求解即可。

【详解】解：条件：①②，结论：③，理由如下：

$\because BC$ 平分 $\angle DCH$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle BCH$ ，

$\because AC \perp BC$ ，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，即 $\angle ACD + \angle BCD = 90^\circ$ ，

$\because \angle ACG + \angle ACD + \angle BCD + \angle BCH = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ACG + \angle BCH = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle ACG$ ，

$\because EF \parallel GH$ ，

$\therefore \angle ACG = \angle DAC$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle DAC$ ，

故答案为：①②，③；

条件：②③，结论：①，理由如下：

$\because BC$ 平分 $\angle DCH$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle BCH$ ，

$\because EF \parallel GH$ ，

$\therefore \angle ACG = \angle DAC$ ，

$\because \angle ACD = \angle DAC$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle ACG$ ，

$$\therefore \angle ACG + \angle ACD + \angle BCD + \angle BCH = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ, \text{ 即 } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \perp BC,$$

故答案为: ②③, ①;

条件: ①③, 结论: ②, 理由如下:

$$\therefore AC \perp BC,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \text{ 即 } \angle ACD + \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACG + \angle ACD + \angle BCD + \angle BCH = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACG + \angle BCH = 90^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel GH,$$

$$\therefore \angle ACG = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle DAC,$$

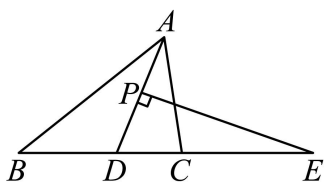
$$\therefore \angle ACD = \angle ACG,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BCH,$$

$$\therefore BC \text{ 平分 } \angle DCH,$$

故答案为: ①③, ②.

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, P 为线段 AD 上的一个动点, $PE \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 E .



(1) 若 $\angle ACB = 75^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 求 $\angle E$ 的度数;

(2) 当 P 点在线段 AD 上运动时, 猜想 $\angle B$ 、 $\angle ACB$ 与 $\angle E$ 的数量关系, 并证明.

【答案】 (1) $\angle E = 15^\circ$

(2) $\angle E = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle B)$; 证明见解析

【解析】

【分析】 (1) 首先根据三角形的内角和定理求得 $\angle BAC$ 的度数, 再根据角平分线的定义求得 $\angle BAD$ 的度数, 从而根据三角形的内角和定理即可求出 $\angle ADE$ 的度数, 进一步求得 $\angle E$ 的度数;

(2) 根据第 (1) 小题的思路即可推导这些角之间的关系.

【小问 1 详解】

解: $\because \angle ACB = 75^\circ, \angle B = 45^\circ,$

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ACB - \angle B = 60^\circ,$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC,$

$\therefore \angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ,$

$\because PE \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 $E,$

$\therefore \angle DPE = 90^\circ,$

$\because \angle ADE = \angle B + \angle BAD = 75^\circ,$

$\therefore \angle E = 90^\circ - \angle ADE = 15^\circ.$

【小问 2 详解】

解: $\angle E = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle B);$

证明: $\because \angle BAC = 180^\circ - \angle ACB - \angle B, AD$ 平分 $\angle BAC,$

$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle ACB - \angle B) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ACB - \frac{1}{2} \angle B,$

$\therefore \angle ADE = \angle B + \angle BAD = \angle B + 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ACB - \frac{1}{2} \angle B = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle ACB + \frac{1}{2} \angle B,$

$\because PE \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 $E,$

$\therefore \angle DPE = 90^\circ,$

$\therefore \angle E = 90^\circ - \angle ADE = 90^\circ - \left(90^\circ - \frac{1}{2} \angle ACB + \frac{1}{2} \angle B\right) = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle B),$

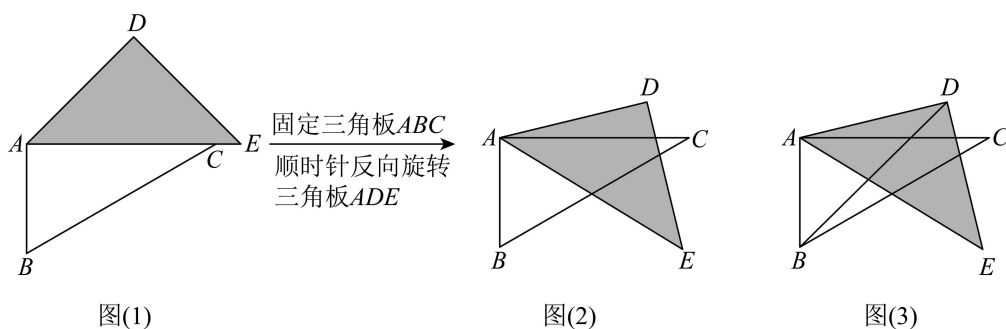
即 $\angle E = \frac{1}{2}(\angle ACB - \angle B).$

27. 综合与实践

如图 (1) 将三角板 ABC 与三角板 ADE 摆放在一起, 其中 $\angle ABC = 60^\circ, \angle DAE = 45^\circ,$

$\angle BAC = \angle D = 90^\circ;$ 如图 (2), 固定三角板 $ABC,$ 将三角板 ADE 绕点 A 按顺时针方向旋转, 记

$\angle CAE = \alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ).$



【操作发现】

- (1) 在旋转过程中，当 α 为_____度时， $AD \perp BC$ ；
- (2) 当 BC 与 ADE 的某一边平行（不共线）时，直接写出旋转角 α 的所有可能的度数；

【拓展应用】

- (3) 当 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ 时，连接 BD ，利用图 (3) 探究 $\angle BDE + \angle CAE + \angle DBC$ 的值的大小是否变化，并说明理由。

【答案】 (1) 105°

(2) $15^\circ, 105^\circ, 150^\circ$

(3) 当 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ， $\angle BDE + \angle CAE + \angle DBC = 105^\circ$ ，保持不变，理由见解析

【解析】

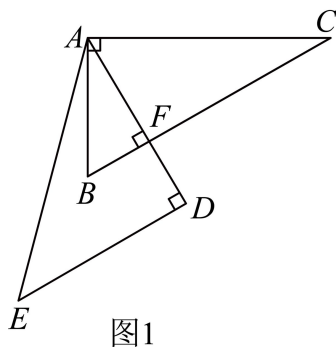
【分析】 (1) 如图 1 所示，记 AD 与 BC 的交点为 F ，根据三角形内角和定理得出 $\angle DAC$ ，进而根据 $\angle CAE = \angle DAC + \angle DAE$ ，即可求解；

(2) 分三种情况求解：①当 $AD \parallel BC$ 时，② $DE \parallel BC$ ，③ $AE \parallel BC$ ，再结合图形求解；

(3) 在 $\triangle AMN$ 中，根据三角形内角和定理 $\angle AMN + \angle CAE + \angle ANM = 180^\circ$ ，根据 $\angle ANM = \angle E + \angle BDE$ ， $\angle AMN = \angle C + \angle DBC$ ，可得 $\angle E + \angle BDE + \angle CAE + \angle C + \angle DBC = 180^\circ$ ，即可得出 $\angle BDE + \angle CAE + \angle DBC = 105^\circ$ 。

【小问 1 详解】

解：如图 1 所示，记 AD 与 BC 的交点为 F ，



$\therefore AD \perp BC$ ，

$$\therefore \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 180^\circ - \angle AFC - \angle C = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = \angle DAC + \angle EAD = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ,$$

$$\text{即 } \alpha = 105^\circ;$$

【小问 2 详解】

解：①当 $AD \parallel BC$ 时，如图 2 所示，

记 DE 与 AC 的交点为点 F ，

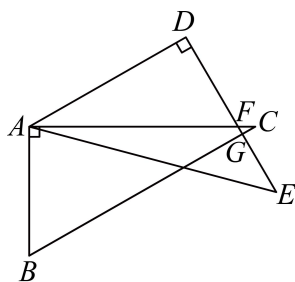


图2

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle C = 30^\circ,$$

$$\because \angle DAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = 15^\circ, \text{ 即 } \alpha = 15^\circ;$$

②当 $DE \parallel BC$ 时，如图 1 所示，

结合 (1) 得， $AD \perp BC$ ， $\angle CAE = 105^\circ$ ，

$$\therefore \alpha = 105^\circ;$$

③当 $AE \parallel BC$ 时，如图 3 所示， $\angle EAC + \angle C = 180^\circ$ ，

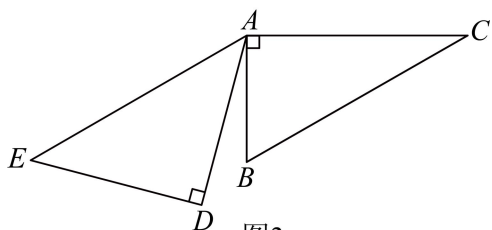


图3

$$\because \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EAC = 150^\circ, \text{ 即 } \alpha = 150^\circ,$$

综上所述：旋转角 α 的所有可能的度数是： 15° ， 105° ， 150° ；

【小问 3 详解】

拓展应用：当 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ， $\angle BDE + \angle CAE + \angle DBC = 105^\circ$ ，保持不变，理由如下：

如图 4, 设 BD 分别交 AC 、 AE 于点 M 、 N ,

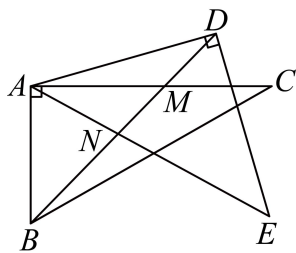


图4

在 $\triangle AMN$ 中, $\angle AMN + \angle CAE + \angle ANM = 180^\circ$,

$\because \angle ANM = \angle E + \angle BDE$, $\angle AMN = \angle C + \angle DBC$,

$\therefore \angle E + \angle BDE + \angle CAE + \angle C + \angle DBC = 180^\circ$,

$\because \angle C = 30^\circ$, $\angle E = 45^\circ$,

$\therefore \angle BDE + \angle CAE + \angle DBC = 105^\circ$.