

# 2025 学年度第二学期期中考试七年级数学学科试卷

(满分 100 分, 时间 90 分钟)

注意:

1. 本练习卷含四个大题, 共 27 题. 答题时, 请务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分) [下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. 下列各式中, 是不等式的是 ( )

- A.  $x=1$                       B.  $x+2$                       C.  $x-y=3$                       D.  $4x+5>0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式是用不等号( $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ ,  $\neq$ )连接, 表示不等关系的式子判断即可.

【详解】解: A、 $x=1$  是等式, 不符合不等式定义, 故此选项错误;

B、 $x+2$  是代数式, 不表示不等关系, 故此选项错误;

C、 $x-y=3$  是等式, 不符合不等式定义, 故此选项错误;

D、 $4x+5>0$  是用不等号连接的表示不等关系的式子, 符合不等式的定义, 故此选项正确.

2. 在  $-4$ 、 $-2$ 、 $0$ 、 $2$ 、 $4$  中, 能使不等式  $4x+3\geq 1+3x$  成立的  $x$  的值有几个 ( )

- A. 2 个                      B. 3 个                      C. 4 个                      D. 5 个

【答案】C

【解析】

【分析】先解一元一次不等式得到  $x$  的取值范围, 再统计给定数组中满足条件的数的个数即可.

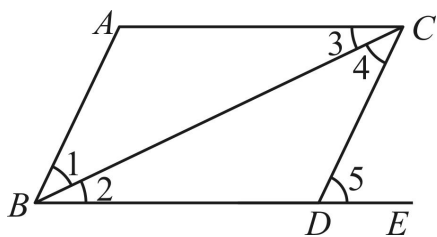
【详解】解:  $4x+3\geq 1+3x$ ,

$$4x-3x\geq 1-3,$$

$$x\geq -2,$$

在  $-4, -2, 0, 2, 4$  中, 满足  $x\geq -2$  的数为  $-2, 0, 2, 4$ , 共 4 个.

3. 如图, 下列条件中, 能判定  $AB\parallel CD$  的是 ( )



- A.  $\angle 1 = \angle 4$                       B.  $\angle 2 = \angle 3$                       C.  $\angle 2 = \angle 4$                       D.  $\angle ACD = \angle 5$

【答案】A

【解析】

【分析】根据平行线的判定方法，分析各选项中角是由哪两条直线被哪一条直线所截形成的，从而判断能否判定  $AB \parallel CD$  .

【详解】解：A.  $\because \angle 1 = \angle 4$  ,  $\therefore AB \parallel CD$  , 故 A 符合题意;

B.  $\because \angle 2 = \angle 3$  ,  $\therefore AC \parallel BD$  , 故 B 不符合题意;

C. 由  $\angle 2 = \angle 4$  不能得到任何两条直线平行，故 C 不符合题意;

D.  $\because \angle ACD = \angle 5$  ,  $\therefore AC \parallel BD$  , 故 D 不符合题意.

4. 下列长度的三根铁条能首尾顺次连接做成三角形框架的是 (     )

- A. 5cm、2cm、2cm                      B. 5cm、4cm、8cm  
C. 5cm、7cm、12cm                      D. 5cm、5cm、12cm

【答案】B

【解析】

【详解】解：三角形三边关系为任意两边之和大于第三边，只需比较较短两边的和与最长边的大小即可，

A 选项，最长边为 5cm， $2+2 < 5$ ，不能做成三角形框架，不符合题意;

B 选项，最长边为 8cm， $4+5 > 8$ ，能做成三角形框架，符合题意;

C 选项，最长边为 12cm， $5+7 = 12$ ，不能做成三角形框架，不符合题意;

D 选项，最长边为 12cm， $5+5 < 12$ ，不能做成三角形框架，不符合题意.

5. 对于命题“如果  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，那么  $\angle 1 = \angle 2$ ”，能说明它是假命题的反例是 (     )

- A.  $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$                       B.  $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 130^\circ$   
C.  $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$                       D.  $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】要说明原命题是假命题，需要找到满足命题条件，但不满足命题结论的例子.

【详解】解：A、 $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ ，则  $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，满足条件也满足结论，不能作为反例，故 A 不符

合题意；

B、 $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 130^\circ$ ，则 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，满足条件，但 $\angle 1 \neq \angle 2$ ，不满足结论，可以作为反例，故 B 符合题意；

C、 $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 50^\circ$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 100^\circ \neq 180^\circ$ ，不满足条件，不能作为反例，故 C 不符合题意；

D、 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ \neq 180^\circ$ ，不满足条件，不能作为反例，故 D 不符合题意.

6. 下列命题中，真命题的个数是 ( )

①钝角大于直角；②对顶角相等；③同位角相等，两直线平行；④如果两条直线被第三条直线所截，那么一对同旁内角的平分线互相垂直.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】 逐个判断四个命题的真假，统计真命题的个数，用到钝角的定义，对顶角的性质，平行线的判定与性质等知识点.

【详解】 解：① $\because$ 钝角是大于 $90^\circ$ 且小于 $180^\circ$ 的角，直角为 $90^\circ$ ， $\therefore$ 钝角大于直角，①是真命题.

② $\because$ 对顶角相等是对顶角的性质， $\therefore$ ②是真命题.

③ 同位角相等，两直线平行是平行线的判定定理， $\therefore$ ③是真命题.

④只有两条平行直线被第三条直线所截时，同旁内角互补，同旁内角的平分线才互相垂直，命题未说明被截的两条直线平行， $\therefore$ ④是假命题.

综上，真命题共有 3 个.

二、填空题 (本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 如果 $a > b$ 且 $m > 0$ ，那么 $am$  \_\_\_\_\_  $bm$  (填“>”、“=”或“<”).

【答案】

>

【解析】

【详解】 解： $\because a > b$ ， $m > 0$ ，

$\therefore am > bm$ .

8. 不等式 $3x - 6 < 0$ 的解集是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x < 2$

【解析】

【详解】 解： $3x - 6 < 0$ ，

$$3x < 6,$$

$$x < 2.$$

9. 不等式组  $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$  的解集是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x \leq -1$

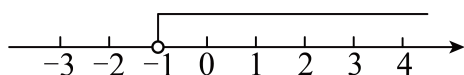
【解析】

【分析】 本题考查的是确定不等式组的解集，掌握确定不等式组的解集的方法是解本题的关键.  
根据“同小取小”即可得到答案.

【详解】 解：不等式组  $\begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$  的解集是  $x \leq -1$ ,

故答案为：  $x \leq -1$ .

10. 写出一个关于  $x$  的一元一次不等式\_\_\_\_\_, 使其解集在数轴上的表示如图所示.



【答案】  $x + 1 > 0$  (答案不唯一)

【解析】

【分析】 先观察数轴确定不等式的解集，再根据解集构造一个一元一次不等式即可.

【详解】 解：由数轴可知，空心圆圈在  $-1$  处，且折线向右延伸，

$\therefore$  不等式的解集为  $x > -1$ ,

$\therefore$  解集是  $x > -1$  的一元一次不等式可以为  $x + 1 > 0$  (答案不唯一).

11. 某商家以每个 8 元的进价购入 50 个杯子，并以每个 12 元的价格销售. 一段时间后，售出杯子的销售款超过这批杯子的进货款，这时至少已售出\_\_\_\_\_个杯子.

【答案】

34

【解析】

【分析】 根据销售款超过进货款的不等关系列出一元一次不等式，结合杯子数量为正整数，即可求得最小售出数量.

【详解】 解：设这时已售出  $x$  个杯子，这批杯子的总进货款为  $8 \times 50 = 400$  元，  
根据题意，得  $12x > 400$ ,

$$\text{解得 } x > \frac{100}{3} \approx 33.33,$$

$\because x$  为正整数,

$\therefore x$  的最小值为 34,

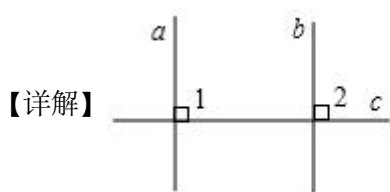
则这时至少已售出 34 个杯子.

12. 已知直线  $a$ 、 $b$ 、 $c$  在同一平面内, 如果  $a \perp c$ ,  $b \perp c$ , 那么直线  $a$ 、 $b$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

【答案】 平行

【解析】

【分析】 根据垂直的定义得到相等的角, 然后根据同位角相等, 两直线平行即可判定.



如图,  $\because a \perp c$ ,

$\therefore \angle 1 = 90^\circ$ ,

$\because b \perp c$

$\therefore \angle 2 = 90^\circ$

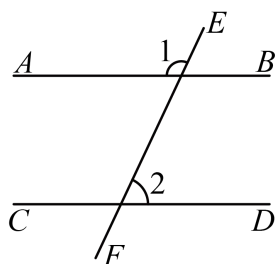
$\therefore \angle 1 = \angle 2$

$\therefore a \parallel b$

故答案为: 平行.

【点睛】 本题考查了平行线的判定定理: 同位角相等, 两直线平行; 内错角相等, 两直线平行; 同旁内角互补, 两直线平行.

13. 如图, 直线  $AB$ 、 $CD$  被直线  $EF$  所截, 如果  $AB \parallel CD$ ,  $\angle 1 = 115^\circ$ , 那么  $\angle 2$  的度数为\_\_\_\_\_°.

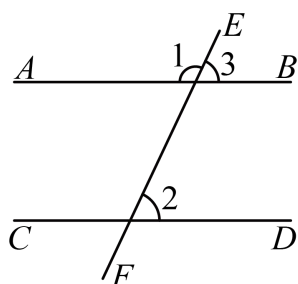


【答案】

65

【解析】

【详解】 解: 如图,



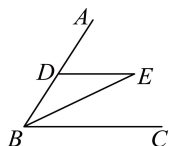
$\because AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 2 = \angle 3,$

$\because \angle 1 = 115^\circ,$

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 180^\circ - \angle 1 = 65^\circ.$

14. 如图,  $BE$  平分  $\angle ABC$ , 且  $DE \parallel BC$ , 如果  $\angle ADE = 60^\circ$ , 那么  $\angle DEB$  的度数为\_\_\_\_\_°.



**【答案】** 30

**【解析】**

**【分析】** 根据平行线的性质得出  $\angle ABC = \angle ADE$ , 由角平分线的定义得出  $\angle CBE$  的度数, 再根据平行线的性质得出  $\angle DEB = \angle CBE$  即可求解.

**【详解】** 解:  $\because DE \parallel BC,$

$\therefore \angle ABC = \angle ADE$  (两直线平行, 同位角相等).

$\because \angle ADE = 60^\circ,$

$\therefore \angle ABC = 60^\circ.$

$\because BE$  平分  $\angle ABC,$

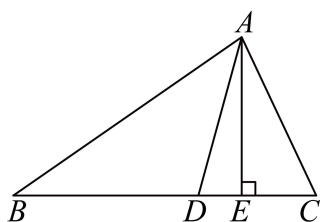
$\therefore \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$  (角平分线的定义).

$\because DE \parallel BC,$

$\therefore \angle DEB = \angle CBE$  (两直线平行, 内错角相等).

$\therefore \angle DEB = 30^\circ.$

15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $\angle BAC$  的角平分线,  $AE$  是  $BC$  边上的高, 如果  $\angle B = 35^\circ$ ,  $\angle C = 65^\circ$ , 那么  $\angle DAE =$  \_\_\_\_\_°.



【答案】 15

【解析】

【分析】 此题考查了三角形内角和定理，熟记三角形内角和定理是解题的关键．根据三角形内角和定理求出  $\angle BAC = 80^\circ$ ，根据角平分线定义求出  $\angle DAC = 40^\circ$ ，结合垂直的定义根据三角形内角和定理求出  $\angle CAE = 25^\circ$ ，然后根据  $\angle DAE = \angle DAC - \angle CAE$  求解即可．

【详解】 解：  $\because \angle B = 35^\circ$ ，  $\angle C = 65^\circ$ ，  $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 80^\circ,$$

$\because AD$  是  $\angle BAC$  的角平分线，

$$\therefore \angle DAC = \frac{1}{2} \angle BAC = 40^\circ,$$

$\because AE$  是  $BC$  边上的高，

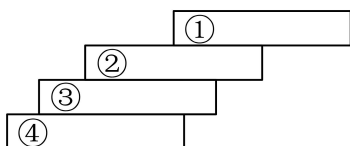
$$\therefore \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = 180^\circ - \angle C - \angle AEC = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC - \angle CAE = 15^\circ.$$

故答案为： 15.

16. 如图，4 块长、宽、高分别对应相同且材质均匀、质量相等的积木，将它们一块一块向上叠放并向外延伸．已知积木的长度均为 24cm，在不倾倒的前提下，积木①②③组合的最大延伸长度为\_\_\_\_\_ cm．



【答案】

22

【解析】

【分析】 要使积木不倾倒，上方所有积木的重心必须落在下方积木的支撑范围内，分别计算积木①相对于积木②、积木①②整体相对于积木③的最大延伸距离，积木①②③整体相对于积木④的最大延伸距离，最后求和即可．

【详解】 解： 设积木长度为  $L = 24\text{cm}$ ，

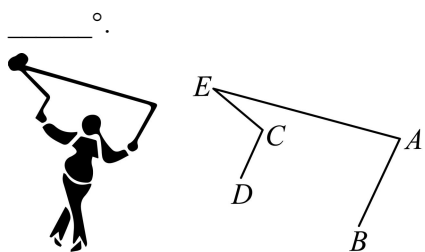
最上方积木①放在②上：①的重心刚好落在②右边缘，①伸出②的最大长度为  $\frac{L}{2} = 12(cm)$ ；

①②整体放在③上：①②总重心刚好落在③右边缘，可得②伸出③的最大长度为  $\frac{L}{4} = 6(cm)$ ；

①②③整体放在最下方的④上：①②③总重心刚好落在④右边缘，可得③伸出④的最大长度为  $\frac{L}{6} = 4(cm)$ ；

则积木①②③组合的最大延伸长度为：  $12 + 6 + 4 = 22(cm)$ 。

17. 为增强学生体质，感受中国的传统文化，学校将国家级非物质文化遗产“抖空竹”引入午间锻炼时间，小丽把它抽象成下图的数学问题。已知  $AB \parallel CD$ ， $\angle EAB = 80^\circ$ ， $\angle ECD = 105^\circ$ ，那么  $\angle E$  的度数为

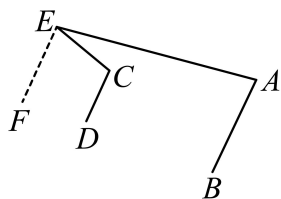


【答案】 25

【解析】

【分析】过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ ，先根据平行线的性质可得  $\angle AEF$  的度数，再根据平行公理推论、平行线的性质可得  $\angle CEF$  的度数，然后根据角的和差即可得。

【详解】解：如图，过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ ，



$$\because \angle EAB = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = 180^\circ - \angle EAB = 100^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore CD \parallel EF,$$

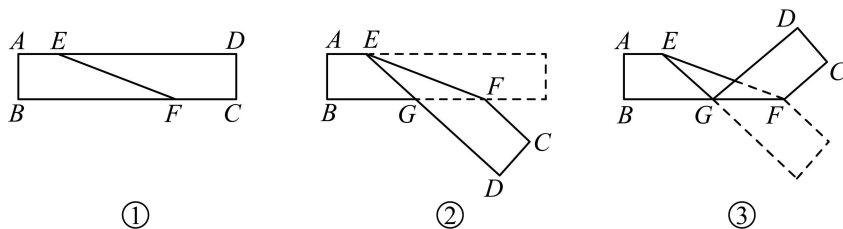
$$\therefore \angle CEF + \angle ECD = 180^\circ,$$

$$\because \angle ECD = 105^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = 180^\circ - \angle ECD = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle AEF - \angle CEF = 100^\circ - 75^\circ = 25^\circ.$$

18. 如图①，已知长方形纸片  $ABCD$ ， $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ，点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AD$ 、 $BC$  上， $\angle DEF = 20^\circ$ 。将纸片先沿  $EF$  折叠成图②，再沿  $GF$  折叠成图③，那么图③中的  $\angle CFE =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。



【答案】 120

【解析】

【分析】 根据折叠的性质和平行线的性质，进行求解即可.

【详解】 解：图①中， $\because AD \parallel BC$ ， $\angle DEF = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle CFE = 180^\circ - \angle DEF = 160^\circ$ ， $\angle BFE = \angle DEF = 20^\circ$ ，

图②中，由折叠可知 $\angle CFE = 160^\circ$ ，

$\therefore \angle CFG = \angle CFE - \angle BFE = 140^\circ$ ；

图③中，由折叠可知 $\angle CFG = 140^\circ$ ，

$\therefore \angle CFE = \angle CFG - \angle BFE = 120^\circ$ .

三、简答题（本大题共 7 题，第 19 题 6 分，第 20 题 7 分，第 21 题 6 分，第 22 题 6 分，第 23 题 6 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分，满分 46 分）

19. 解不等式： $4x - 5 \geq 3 + 2(x - 1)$ .

【答案】  $x \geq 3$

【解析】

【分析】 按照去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤求解一元一次不等式即可得到最终解集.

【详解】 解： $4x - 5 \geq 3 + 2(x - 1)$

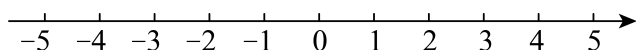
去括号可得， $4x - 5 \geq 3 + 2x - 2$

移项可得， $4x - 2x \geq 3 - 2 + 5$

合并同类项可得， $2x \geq 6$

系数化为 1 可得， $x \geq 3$

20. 解不等式： $\frac{1+2x}{5} > \frac{3+x}{2} - 1$ ，并在下图的数轴上表示出它的解集.



【答案】  $x < -3$ ，在数轴上表示见解析

【解析】

【分析】 利用不等式的性质求出不等式的解集，再在数轴上表示即可.

【详解】解：  $\frac{1+2x}{5} > \frac{3+x}{2} - 1$ ,

$$2(1+2x) > 5(3+x) - 10,$$

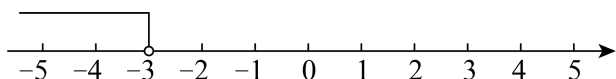
$$2+4x > 15+5x-10,$$

$$4x-5x > 15-10-2,$$

$$-x > 3,$$

$$x < -3,$$

在数轴上表示如下图所示：



21. 解不等式组：  $\begin{cases} x < \frac{5x+2}{3} \text{ ①} \\ 4x-2 < 4+x \text{ ②} \end{cases}$ ，并求出这个不等式组的整数解.

【答案】不等式组的解集为  $-1 < x < 2$ ，整数解为 0，1.

【解析】

【分析】先分别解出两个一元一次不等式的解集，取两个解集的公共部分得到不等式组的解集，再找出解集中的整数即可.

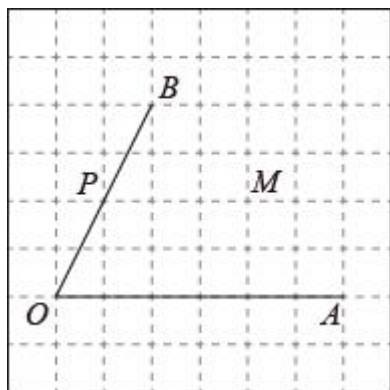
【详解】解：解不等式  $x < \frac{5x+2}{3}$  ①，得  $x > -1$ ，

解不等式  $4x-2 < 4+x$  ②，得  $x < 2$ ，

因此原不等式组的解集为  $-1 < x < 2$ ，

所以这个不等式组的整数解为 0，1.

22. 如图，点  $P$  是  $\angle AOB$  的边  $OB$  上的一点.



(1) 过点  $M$  画  $OA$  的平行线  $MN$ ;

(2) 过点  $P$  画  $OB$  的垂线，交  $OA$  于点  $C$ ;

(3) 点  $C$  到直线  $OB$  的距离是线段\_\_\_\_\_的长度.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3)  $CP$

【解析】

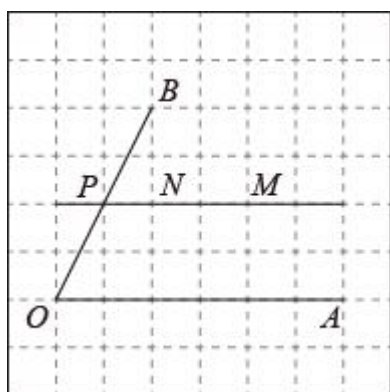
【分析】(1) 根据网格线互相平行可知  $MP \parallel OA$ ，作图即可；

(2) 根据垂直定义作图即可；

(3) 根据点到直线的距离是垂线段的长度可求.

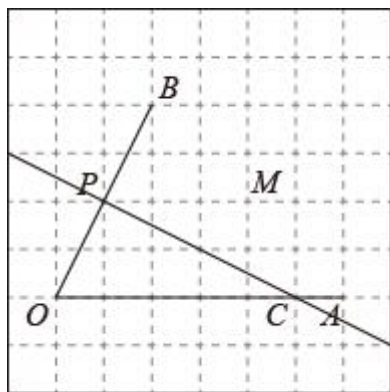
【小问 1 详解】

解：如图所示， $MN$  即为所求；



【小问 2 详解】

解：如图， $PC$  即为所求；



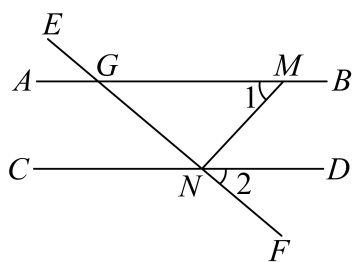
【小问 3 详解】

解：根据点到直线的距离是垂线段的长度，可知点  $C$  到直线  $OB$  的距离为线段  $CP$  的长度

故答案为： $CP$ 。

【点睛】本题考查了复杂作图，掌握平行线和垂线的画法、点到直线的距离的概念是解题的关键。

23. 阅读并填空：如图， $AB \parallel CD$ ，直线  $EF$  分别交直线  $AB$ 、 $CD$  于点  $G$ 、 $N$ ，点  $M$  在  $AB$  上，连接  $MN$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2 = 40^\circ$ ，试证明： $MN \perp EF$ 。



证明:  $\because AB \parallel CD$  (已知),

$\therefore \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$  ( )

$\because \angle 1 = 50^\circ$ ,

$\therefore \underline{\hspace{2cm}} = 50^\circ$ .

$\because \angle MNF = \angle \underline{\hspace{2cm}} + \angle \underline{\hspace{2cm}}$ , 且  $\angle 2 = 40^\circ$ ,

$\therefore \angle MNF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ .

$\therefore MN \perp EF$  ( ).

【答案】见解析

【解析】

【详解】证明:  $\because AB \parallel CD$  (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle MND$  (两直线平行, 内错角相等)

$\because \angle 1 = 50^\circ$ ,

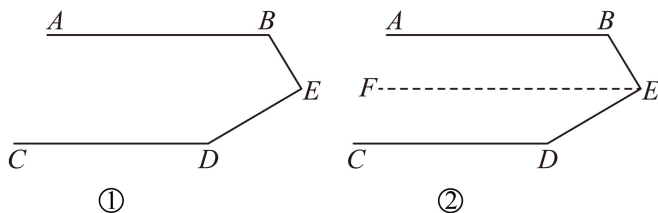
$\therefore \angle MND = 50^\circ$ .

$\because \angle MNF = \angle 2 + \angle MND$ , 且  $\angle 2 = 40^\circ$ ,

$\therefore \angle MNF = 90^\circ$ .

$\therefore MN \perp EF$  (垂线的定义).

24. 阅读并填空: 如图①, 已知  $\angle B + \angle E + \angle D = 360^\circ$ , 求证:  $AB \parallel CD$ .



证明: 如图②, \_\_\_\_\_,

$\because EF \parallel AB$  (已作),

$\therefore \angle B + \angle BEF = 180^\circ$  ( ).

$\because \angle B + \angle BED + \angle D = 360^\circ$  (已知),

即  $\angle B + \angle \underline{\hspace{1cm}} + \angle \underline{\hspace{1cm}} + \angle D = 360^\circ$ .

$\therefore \angle FED + \angle D = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ .

$\therefore FE \parallel CD$  ( $\underline{\hspace{2cm}}$ ).

$\therefore AB \parallel CD$  ( $\underline{\hspace{2cm}}$ ).

**【答案】** 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ ；两直线平行，同旁内角互补； $BEF$ ， $FED$ ；180；同旁内角互补，两直线平行；平行于同一条直线的两条直线平行

**【解析】**

**【分析】** 过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ ，将  $\angle BED$  分割为两个角，利用平行线的性质得到同旁内角互补，再结合已知条件  $\angle B + \angle E + \angle D = 360^\circ$ ，通过等量代换推出另一组同旁内角互补，从而判定平行，最后利用平行公理的推论得出结论

**【详解】** 证明：如图，过点  $E$  作  $EF \parallel AB$ ，

$\because EF \parallel AB$  (已作)，

$\therefore \angle B + \angle BEF = 180^\circ$  (两直线平行，同旁内角互补).

$\because \angle B + \angle BED + \angle D = 360^\circ$  (已知)，

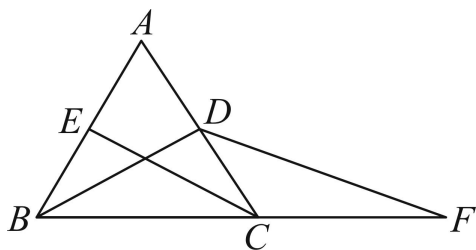
即  $\angle B + \angle BEF + \angle FED + \angle D = 360^\circ$ .

$\therefore \angle FED + \angle D = 180^\circ$ .

$\therefore FE \parallel CD$  (同旁内角互补，两直线平行).

$\therefore AB \parallel CD$  (平行于同一条直线的两条直线平行).

25. 如图， $\angle ABC = \angle ACB$ ， $BD$  平分  $\angle ABC$ ， $CE$  平分  $\angle ACB$ ， $\angle DBF = \angle F$ . 试说明： $EC \parallel DF$ .



**【答案】** 见解析

**【解析】**

**【分析】** 根据  $BD$  平分  $\angle ABC$ ， $CE$  平分  $\angle ACB$ ，得出  $\angle DBF = \frac{1}{2} \angle ABC$ ， $\angle ECB = \frac{1}{2} \angle ACB$ ， $\angle DBF = \angle ECB$ ，再根据  $\angle DBF = \angle F$ ，得出  $\angle ECB = \angle F$ ，即可证出  $EC \parallel DF$ .

**【详解】** 解：  $\because BD$  平分  $\angle ABC$

$\therefore \angle DBF = \frac{1}{2} \angle ABC$

$\because CE$  平分  $\angle ACB$

$$\therefore \angle ECB = \frac{1}{2} \angle ACB$$

$$\because \angle ABC = \angle ACB$$

$$\therefore \angle DBF = \angle ECB$$

$$\because \angle DBF = \angle F$$

$$\therefore \angle ECB = \angle F$$

$$\therefore EC \parallel DF.$$

【点睛】此题主要考查平行线的性质判定，解题的关键是熟知角平分线的性质及平行线的判定定理.

#### 四、综合题 (本大题共 2 题, 第 26 题 9 分, 第 27 题 9 分, 满分 18 分)

26. 我们定义: 如果两个一元一次不等式有公共整数解, 那么称这两个不等式互为“和谐不等式”, 其中一个不等式是另一个不等式的“和谐不等式”.

(1) 不等式  $x \leq -3$  \_\_\_\_\_  $x \geq 2$  的“和谐不等式” (填“是”或“不是”).

(2) 如果关于  $x$  的不等式  $x - m \geq 0$  不是  $3x + 1 < 2x + 4$  的“和谐不等式”, 求  $m$  的取值范围.

(3) 当  $n \neq 2$  时, 关于  $x$  的不等式  $x + 4 > n$  与不等式  $nx + 2 \leq n + 2x$  互为“和谐不等式”, 求  $n$  的取值范围.

【答案】(1) 不是 (2)  $m > 2$

(3)  $n < 2$  或  $2 < n < 5$

【解析】

【分析】(1) 根据“和谐不等式”的定义即可得解;

(2) 解不等式  $x - m \geq 0$  可得  $x \geq m$ , 解不等式  $3x + 1 < 2x + 4$  得  $x < 3$ , 再根据“和谐不等式”的定义可得  $m > 2$ ;

(3) 分  $n - 2 < 0$  和  $n - 2 > 0$  两种情况讨论, 根据“和谐不等式”的定义得到含  $n$  的不等式求解即可.

【小问 1 详解】

解: 根据“和谐不等式”的定义可知: 不等式  $x \leq -3$  与  $x \geq 2$  没有公共整数解,

$\therefore$  不等式  $x \leq -3$  不是  $x \geq 2$  的“和谐不等式”,

【小问 2 详解】

解: 解不等式  $x - m \geq 0$  可得  $x \geq m$ ,

解不等式  $3x + 1 < 2x + 4$  得  $x < 3$ ,

$\therefore$  关于  $x$  的不等式  $x - m \geq 0$  不是  $3x + 1 < 2x + 4$  的“和谐不等式”,

即两个不等式的公共解集  $m \leq x < 3$  中没有整数;

因为小于 3 的最大整数是 2，所以要使公共解集中没有整数，

$$\therefore m > 2;$$

### 【小问 3 详解】

解：解不等式  $x + 4 > n$  得  $x > n - 4$ ，

解不等式  $nx + 2 \leq n + 2x$  得  $(n - 2)x \leq n - 2$ ，

①当  $n - 2 < 0$ ，即  $n < 2$  时，则  $x \geq 1$ ，

此时不等式  $x + 4 > n$  与不等式  $nx + 2 \leq n + 2x$  总有公共整数解，

$\therefore n < 2$  时，不等式  $x + 4 > n$  与不等式  $nx + 2 \leq n + 2x$  总是互为“和谐不等式”

②当  $n - 2 > 0$ ，即  $n > 2$  时， $x \leq 1$ ，

$\therefore$  不等式  $x + 4 > n$  与不等式  $nx + 2 \leq n + 2x$  互为“和谐不等式”，

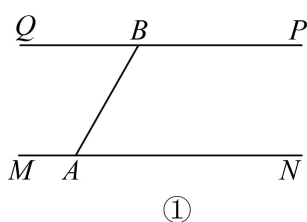
$$\therefore n - 4 < 1,$$

解得  $n < 5$ ，

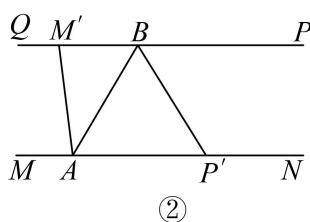
$$\therefore 2 < n < 5,$$

综上， $n$  的取值范围为： $n < 2$  或  $2 < n < 5$ 。

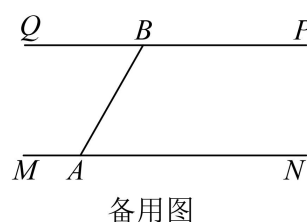
27. 如图①所示，某江两岸的主道路  $MN$ 、 $PQ$  上安装了两座可旋转射灯  $A$ 、 $B$ ，已知， $PQ \parallel MN$ ，且  $\angle BAM = 2\angle BAN$ 。灯  $A$  发出的光束从  $AM$  开始顺时针旋转至  $AN$  便立即回转，灯  $B$  发出的光束从  $BP$  开始顺时针旋转至  $BQ$  便立即回转，已知灯  $A$  转动的速度是每秒 2 度，灯  $B$  转动的速度是每秒 1 度。



①



②



备用图

(1) 填空：  $\angle BAN =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ 。

(2) 如图②，如果灯  $B$  光束先转动 30 秒，灯  $A$  光束才开始转动，在转动过程中，灯  $A$  光束与  $PQ$  交于点  $M'$ ，灯  $B$  光束与  $MN$  交于点  $P'$ ，设灯  $A$  转动  $t$  秒 ( $t > 0$ )。

①当  $0 < t < 90$  时，则  $\angle MAM' =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ，  $\angle PBP' =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$  (用含  $t$  的式子表示)。

②当灯  $A$  转动 \_\_\_\_\_ 秒时，两灯发出的光束第一次互相平行；

当灯  $A$  转动 \_\_\_\_\_ 秒时，两灯发出的光束第二次互相平行。

(3) 已知点  $G$  在直线  $MN$  上且在点  $A$  右侧，连接  $BG$ 。如果两灯同时转动，在灯  $B$  光束到达  $BQ$  之前，

两灯光束交于点  $O$ ， $O$  恰好是  $\angle ABG$  与  $\angle AGB$  的角平分线交点，求  $\angle AGB$  的度数.

【答案】(1) 60

(2) ①  $2t$ ， $30+t$ ；② 30，110

(3)  $30^\circ$  或  $90^\circ$

【解析】

【分析】1) 根据  $\angle BAM + \angle BAN = 180^\circ$ ， $\angle BAM = 2\angle BAN$ ，即可得到  $\angle BAN$  的度数；

(2) ①根据路程 = 速度  $\times$  时间即可求出；②当  $0 < t < 90$ ，两灯发出的光束第一次互相平行，当  $90 \leq t < 150$ ，两灯发出的光束第二次互相平行，进而求解；

(3) 分  $0 < t < 90$ ， $90 \leq t < 180$ ，两种情况讨论即可.

【小问 1 详解】

解： $\because \angle BAM + \angle BAN = 180^\circ$ ， $\angle BAM : \angle BAN = 2 : 1$ ，

$$\therefore \angle BAN = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ;$$

【小问 2 详解】

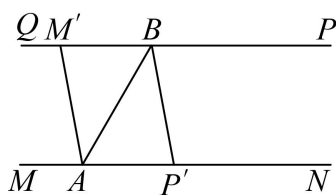
解：①设灯  $A$  转动  $t$  秒 ( $0 < t < 90$ )，

则  $\angle MAM' = (2t)^\circ$ ， $\angle PBP' = (30+t)^\circ$ ；

②灯  $A$  发出的光束从  $AM$  开始顺时针旋转至  $AN$  时，则  $180^\circ \div 2 = 90$  (秒)，

灯  $B$  发出的光束从  $BP$  开始顺时针旋转至  $BQ$  时，则  $(180^\circ - 30 \times 1^\circ) \div 1 = 150$  (秒)

当  $0 < t < 90$ ，两灯发出的光束第一次互相平行时，如图，



则  $AM' \parallel BP'$ ，

$$\therefore \angle MAM' = \angle BP'A,$$

又  $\because QP \parallel MN$ ，

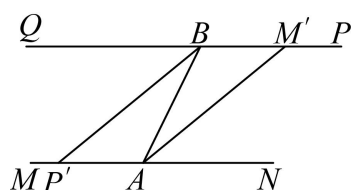
$$\therefore \angle PBP' = \angle BP'A,$$

$$\therefore \angle PBP' = \angle MAM',$$

$$\therefore 2t = 30 + t,$$

$$\therefore t = 30;$$

当  $90 \leq t < 150$ ，两灯发出的光束第二次互相平行时，如图，此时  $AM$  从  $AN$  折回，



此时， $\angle M'AN = (2t - 180)^\circ$ ， $\angle PBP' = (30 + t)^\circ$

$\because AM' \parallel BP'$ ，

$\therefore \angle M'AN = \angle BP'N$ ，

又  $\because QP \parallel MN$ ，

$\therefore \angle BP'N = 180^\circ - \angle PBP'$ ，

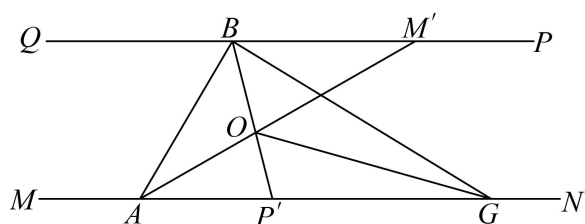
$\therefore \angle M'AN = 180^\circ - \angle PBP'$ ，

$\therefore 2t - 180 = 180 - (30 + t)$ ，

$\therefore t = 110$ ；

【小问3详解】

解：如图，当  $0 < t < 90$  时，



$\because$  点  $O$  恰好是  $\angle ABG$  与  $\angle AGB$  的角平分线交点，

$\therefore AO$  平分  $\angle BAG$ ，

$\therefore \angle BAG = \angle BAN = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle M'AG = \frac{1}{2} \angle BAG = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle M'AM = 180^\circ - \angle M'AG = 150^\circ$ ，

$\therefore 2t = 150$ ，

$\therefore t = 75$ ，

$\therefore \angle PBP' = 75^\circ$ ，

又  $\because QP \parallel MN$ ，

$\therefore \angle M'BA = 180^\circ - \angle BAN = 120^\circ$ ，

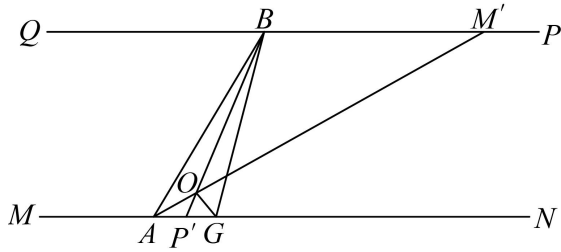
$$\therefore \angle ABP' = \angle M'BA - \angle PBP' = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG = 2\angle ABP' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle M'BG = \angle M'BA - \angle ABG = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle M'BG = 30^\circ;$$

如图, 当  $90 \leq t < 180$  时,



同理, 得  $2t - 180 = 30$ , 解得  $t = 105$ ,

$$\therefore \angle PBP' = 105^\circ,$$

又  $\because QP \parallel MN$ ,

$$\therefore \angle M'BA = 180^\circ - \angle BAN = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP' = \angle M'BA - \angle PBP' = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG = 2\angle ABP' = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle M'BG = \angle M'BA - \angle ABG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle M'BG = 90^\circ;$$

综上,  $\angle AGB$  的度数为  $30^\circ$  或  $90^\circ$ .