

2025 学年第二学期七年级期中考试数学试题考试

时间 90 分钟，满分 100 分

一、选择题（本大题为单选题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 下列各式中属于一元一次不等式的是（ ）

A. $x+2y \geq 2$

B. $8x+2 < 1$

C. $\frac{1}{x} < 12$

D. $\begin{cases} x+2 < 0 \\ 1-x > 1 \end{cases}$

【答案】B

【解析】

【分析】一元一次不等式需满足：只含一个未知数，未知数次数为 1，左右两边为整式，是单个不等式；

【详解】解：式子 $x+2y \geq 2$ 含有 x, y 两个未知数，不是一元一次不等式， $\therefore$ A 不符合要求；

式子 $8x+2 < 1$ 只含 1 个未知数 x ，未知数次数为 1，两边都是整式，符合一元一次不等式的定义， $\therefore$ B 符合要求；

式子 $\frac{1}{x} < 12$ 中， $\frac{1}{x}$ 是分式，不是整式，不是一元一次不等式， $\therefore$ C 不符合要求；

选项 D 是由两个一元一次不等式组成的不等式组，不是一元一次不等式， $\therefore$ D 不符合要求。

2. 若 $a > b$ ，以下一定成立的是（ ）

A. $-a > -b$

B. $3a > 4b$

C. $a^2 > b^2$

D. $a+3m > b+3m$

【答案】D

【解析】

【分析】根据不等式的性质逐一判断选项即可得到结论。

【详解】解：A 选项： $\because a > b$ ，根据不等式的基本性质三，不等式两边同时乘 -1 ，不等号方向改变， $\therefore -a < -b$ ，

故 A 选项不成立；

B 选项：举反例：若 $a = 3.5$ ， $b = 3$ ，满足 $a > b$ ，但 $3a = 10.5$ ， $4b = 12$ ， $3a < 4b$ ，

故 B 选项不一定成立；

C 选项：举反例：若 $a = 1$ ， $b = -2$ ，满足 $a > b$ ，但 $a^2 = 1$ ， $b^2 = 4$ ， $a^2 < b^2$ ，

故 C 选项不一定成立；

D 选项： $\because a > b$ ，根据不等式的基本性质一，不等式两边同时加 $3m$ ，不等号方向不变，

$\therefore a+3m > b+3m$ ，

故 D 选项一定成立.

3. 下列命题是假命题的是 ()

- A. 如果两条线被第三条线所截, 所截得的同位角相等
- B. 对顶角相等
- C. 同角的余角相等
- D. 三角形的一个外角等于与其不相邻的两个内角的和

【答案】A

【解析】

【详解】解: A、只有两条平行线被第三条直线所截, 同位角才相等, 是假命题, 故本选项符合题意;
B、对顶角相等是真命题, 故本选项不符合题意;
C、同角的余角相等是真命题, 故本选项不符合题意;
D、三角形的一个外角等于与其不相邻的两个内角的和是真命题, 故本选项不符合题意.

4. 下列各组线段中, 能组成三角形的是 ()

- A. $2cm$ 、 $3cm$ 、 $5cm$
- B. $3cm$ 、 $4cm$ 、 $8cm$
- C. $4cm$ 、 $5cm$ 、 $6cm$
- D. $5cm$ 、 $6cm$ 、 $12cm$

【答案】C

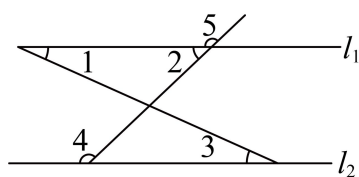
【解析】

【分析】本题考查构成三角形的条件.
根据构成三角形的条件, 对各选项进行分析判断即可.

【详解】解: A. $2cm + 3cm = 5cm$, 不能组成三角形, 不符合题意;
B. $3cm + 4cm = 7cm < 8cm$, 不能组成三角形, 不符合题意;
C. $4cm < 5cm < 6cm$, $4cm + 5cm = 9cm > 6cm$, 能组成三角形, 符合题意;
D. $5cm + 6cm = 11cm < 12cm$, 不能组成三角形, 不符合题意.

故选: C.

5. 如图, 下列条件中, 不能判断直线 $l_1 \parallel l_2$ 的是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 3$
- B. $\angle 2 = \angle 3$
- C. $\angle 4 = \angle 5$
- D. $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了平行线的判定，解题的关键是熟练掌握平行线的判定定理：同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行．根据平行线的判定定理逐项进行判断即可．

【详解】解：A、 $\because \angle 1 = \angle 3$ ，

$\therefore l_1 \parallel l_2$ ，故不符合题意；

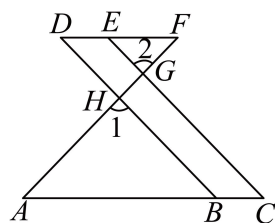
B、当 $\angle 2 = \angle 3$ 时，无法判断 $l_1 \parallel l_2$ ，故符合题意；

C、 $\because \angle 4 = \angle 5$ ， $\therefore l_1 \parallel l_2$ ，故不符合题意；

D、 $\because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ ， $\therefore l_1 \parallel l_2$ ，故不符合题意；

故选：B．

6. 如图，下列说法正确的有（ ）个



①若 $\angle 1 = \angle 2$ ，则 $DB \parallel EG$ ；②若 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle A = 55^\circ$ ，则 $\angle DBA = 45^\circ$

③ $\angle A$ 和 $\angle F$ 是内错角；④若 $DB \parallel EG$ ，则 $\angle A + \angle DBA + \angle 2 = 180^\circ$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】D

【解析】

【分析】根据平行线的判定和性质，三角形的内角和定理，逐一进行判断即可．

【详解】解： $\because \angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 1 = \angle DHG$ ，

$\therefore \angle DHG = \angle 2$ ，

$\therefore DB \parallel EG$ ；故①正确；

$\because \angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle A = 55^\circ$ ，

$\therefore \angle DBA = 180^\circ - 80^\circ - 55^\circ = 45^\circ$ ；故②正确；

由图可知， $\angle A$ 和 $\angle F$ 是内错角，故③正确；

$\because DB \parallel EG$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle DHG$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle DHG,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle A + \angle DBA = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle DBA + \angle 2 = 180^\circ; \text{ 故④正确;}$$

综上, 正确的有①②③④.

二、填空题 (本大题每题 2 分, 满分 24 分)

7. 不等式 $3x-2>0$ 的解集是___.

【答案】 $x > \frac{2}{3}$

【解析】

【详解】 移项得: $3x > 2$, 系数化为 1 得: $x > \frac{2}{3}$. 故答案为 $x > \frac{2}{3}$.

8. 命题“对顶角相等”的条件是_____.

【答案】 两个角是对顶角

【解析】

【分析】 根据命题由题设与结论组成可得到对顶角相等”的“条件”是若两个角是对顶角, 结论是这两个角相等.

【详解】 “对顶角相等”的“条件”是两个角是对顶角.

故答案为两个角是对顶角.

【点睛】 本题考查了写命题的题设和结论, 熟练掌握条件和结论是解题的关键.

9. 不等式组 $\begin{cases} 2x-7 < 0 \\ x+3 > 2 \end{cases}$ 的正整数解是_____.

【答案】 1, 2, 3

【解析】

【详解】 解: $\begin{cases} 2x-7 < 0 \text{①} \\ x+3 > 2 \text{②} \end{cases},$

解不等式①得 $x < 3.5$,

解不等式②得 $x > -1$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-1 < x < 3.5$,

$\therefore$ 该不等式组的正整数解为 1, 2, 3.

10. 若分式 $\frac{-3}{5x+3}$ 的值为正数, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x < -\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】 根据分式值为正数可确定分母为负数, 由此求解即可.

【详解】 解: 因为分式 $\frac{-3}{5x+3}$ 的值为正数,

而分子为 -3 是负数, 可知分母 $5x+3$ 为负数,

即 $5x+3 < 0$, 解得 $x < -\frac{3}{5}$,

x 的取值范围是 $x < -\frac{3}{5}$.

11. 若一个角不大于其补角, 那么这个角最大为_____°.

【答案】 90

【解析】

【详解】 解: 设这个角为 x , 则其补角为 $180^\circ - x$,

由题意, 得 $x \leq 180^\circ - x$,

解得 $x \leq 90^\circ$,

$\therefore$ 这个角最大为 90° .

12. 若不等式组 $\begin{cases} 3x-2 \leq a \\ x-3 > 1 \end{cases}$ 有一个整数解为 $x=7$, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \geq 19$

【解析】

【分析】 求出不等式组的解集, 根据不等式组有一个整数解为 7, 列出关于 a 的不等式, 进行求解即可.

【详解】 解: 解 $\begin{cases} 3x-2 \leq a \\ x-3 > 1 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x \leq \frac{a+2}{3} \\ x > 4 \end{cases}$,

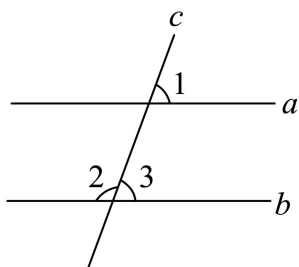
$\therefore$ 不等式组 $\begin{cases} 3x-2 \leq a \\ x-3 > 1 \end{cases}$ 有一个整数解为 $x=7$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $4 < x \leq \frac{a+2}{3}$,

$\therefore \frac{a+2}{3} \geq 7$,

$$\therefore a \geq 19.$$

13. 如图，已知 $\angle 1 = x$ ， $\angle 2 = 2x - 30^\circ$ ，直线 $a \parallel$ 直线 b ，则 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



【答案】 70

【解析】

【分析】 根据平行线的性质和邻补角列出方程进行求解即可。

【详解】 解： $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = x,$$

$$\because \angle 2 = 2x - 30^\circ, \quad \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore x + 2x - 30^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore x = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 70^\circ.$$

14. 把命题“等角的补角相等”改写成“如果……，那么……”的形式：_____。

【答案】 如果两个角相等，那么这两个角的补角相等

【解析】

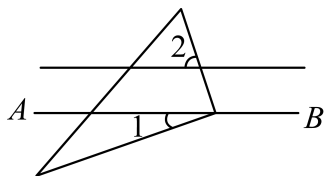
【分析】 本题考查了命题的改写，理解命题的构成成为解题的关键。

根据命题的条件与结论即可改写即可。

【详解】 解：命题“等角的补角相等”改写成“如果……，那么……”的形式为：如果两个角相等，那么这两个角的补角相等。

故答案为：如果两个角相等，那么这两个角的补角相等。

15. 将三角尺的直角顶点放在两条平行线中的直线 AB 上，若 $\angle 1 = 24^\circ$ ，则 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

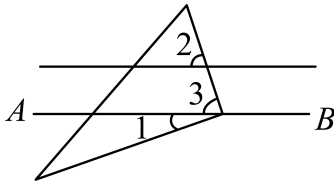


【答案】 66

【解析】

【分析】由平行线的性质，可得 $\angle 2 = \angle 3$ ，由 $\angle 3 + \angle 1 = 90^\circ$ ，求出 $\angle 3 = 66^\circ$ ，进而可得 $\angle 2$ 的度数.

【详解】解：如图所示，



$\therefore$ 将三角尺的直角顶点放在两条平行线中的直线 AB 上，

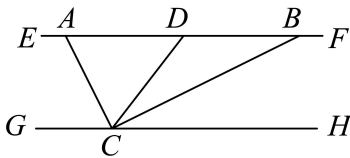
$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\text{又} \because \angle 3 + \angle 1 = 90^\circ, \quad \angle 1 = 24^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ,$$

$$\angle 2 = 66^\circ.$$

16. 如图，已知 $EF \parallel GH$ ，点 A 、 D 、 B 在直线 EF 上，点 C 在直线 GH 上， $AC \perp BC$ ，垂足为点 C ， CB 平分 $\angle DCH$ ，若 $\angle ACD : \angle BCH = 7 : 3$ ，则 $\angle DAC =$ _____ $^\circ$.



【答案】 63

【解析】

【分析】设 $\angle BCH = 3x$ ，根据比例关系表示出 $\angle ACD$ ，利用角平分线的定义表示出 $\angle DCB$ ，结合垂直定义建立方程求出 x 的值，进而求出 $\angle BCH$ 的度数，最后利用平角的定义和平行线的性质求解即可.

【详解】设 $\angle BCH = 3x$

$$\because \angle ACD : \angle BCH = 7 : 3,$$

$$\therefore \angle ACD = 7x,$$

$\because CB$ 平分 $\angle DCH$,

$$\therefore \angle BCH = \angle DCB = 3x,$$

$\because AC \perp BC,$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD + \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore 7x + 3x = 90^\circ,$$

$$\therefore x = 9^\circ,$$

$$\therefore \angle BCH = 3 \times 9^\circ = 27^\circ,$$

$\because$ 点 C 在直线 GH 上,

$$\therefore \angle ACG = 180^\circ - \angle ACB - \angle BCH = 180^\circ - 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ,$$

$\therefore EF \parallel GH$,

$$\therefore \angle DAC = \angle ACG = 63^\circ.$$

17. 已知三个连续正奇数之和不小于 1000, 则符合条件的最小正奇数是_____.

【答案】 333

【解析】

【分析】 设三个连续的正奇数为 $2x+1, 2x+3, 2x+5$, 根据题意, 列出不等式进行求解即可.

【详解】 解: 设三个连续的正奇数为 $2x+1, 2x+3, 2x+5$, 由题意,

$$2x+1+2x+3+2x+5 \geq 1000,$$

$$\text{解得 } x \geq \frac{991}{6},$$

$\therefore x$ 的最小整数解为 166,

$\therefore$ 符合条件的最小正奇数是 $2 \times 166 + 1 = 333$.

18. 求不等式 $(2x-2)(x+2) < 0$ 的解集有如下方法:

根据“异号两数相乘, 积为负”可得 (1) $\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ x+2 < 0 \end{cases}$ 或 (2) $\begin{cases} 2x-2 < 0 \\ x+2 > 0 \end{cases}$

解得 (1) 无解 (2) $-2 < x < 1$

所以不等式的解集为 $-2 < x < 1$

请用上述方法直接求出不等式 $x^2 - 11x - 26 < 0$ 的解集: _____.

【答案】 $-2 < x < 13$

【解析】

【分析】 先对不等式左边因式分解, 再根据“异号两数相乘, 积为负”将原不等式转化为两个一元一次不等式组, 分别求解不等式组后即可得到原不等式的解集.

【详解】 解: $x^2 - 11x - 26 < 0$,

$$(x-13)(x+2) < 0,$$

$$\therefore (1) \begin{cases} x-13 < 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \text{ 或 } (2) \begin{cases} x-13 > 0 \\ x+2 < 0 \end{cases},$$

解得 (1) $-2 < x < 13$; (2) 无解;

∴ 不等式的解集为 $-2 < x < 13$.

三、解答题

19. 解不等式: $\frac{x-1}{2} + 2 > x + \frac{2x-1}{3}$

【答案】

$$x < \frac{11}{7}$$

【解析】

【详解】解: $\frac{x-1}{2} + 2 > x + \frac{2x-1}{3}$,

去分母, 得 $3(x-1) + 12 > 6x + 2(2x-1)$,

去括号, 得 $3x - 3 + 12 > 6x + 4x - 2$,

移项, 得 $3x - 6x - 4x > -2 + 3 - 12$,

合并同类项, 得 $-7x > -11$,

系数化为1, 得 $x < \frac{11}{7}$,

∴ 原不等式的解集为 $x < \frac{11}{7}$.

20. 解不等式组并将其解集用数轴表示:
$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} \leq 3-2x \\ -\frac{x}{3} > x-3 \end{cases}$$

【答案】

$x \leq 2$, 数轴见解析

【解析】

【分析】先分别求出每个不等式的解集, 再根据不等式组解集的确定原则得到最终解集, 再将解集表示在数轴上即可.

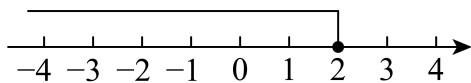
【详解】解: 不等式组为
$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} \leq 3-2x \text{ ①} \\ -\frac{x}{3} > x-3 \text{ ②} \end{cases}$$
,

解不等式①, $\frac{x-4}{2} \leq 3-2x$, 可得 $x-4 \leq 6-4x$, 解得 $x \leq 2$,

解不等式②， $-\frac{x}{3} > x-3$ ，可得 $-x > 3x-9$ ，解得 $x < \frac{9}{4}$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x \leq 2$ 。

用数轴表示为：



21. 若不等式 $3(2x-3) > 5x-1$ 的最小整数解是关于 x 的方程 $-x+a=2(x-3)$ 的解，求 a 的值。

【答案】 $a=21$

【解析】

【详解】解： $3(2x-3) > 5x-1$ ，

$$6x-9 > 5x-1,$$

解得 $x > 8$ ，

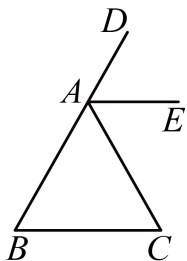
$\therefore$ 不等式的最小整数解为 $x=9$ ，

把 $x=9$ 代入 $-x+a=2(x-3)$ ，得 $-9+a=2 \times (9-3)$ ，

解得 $a=21$ 。

22. 如图，已知三角形 ABC ，点 D 在 BA 的延长线上， AE 是 $\angle DAC$ 的平分线，若 $\angle B = \angle C$ ，求证：

$AE \parallel BC$



(请把证明过程补充完整)

$\because$ 点 D 在 BA 延长线上

$$\therefore \angle BAC + \angle \text{_____} = 180^\circ$$

$$\because \angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ \quad (\quad)$$

$$\therefore \angle B + \angle C = \text{_____}$$

$$\therefore \text{_____} = \text{_____}$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle \text{_____}$$

$\because AE$ 是 $\angle DAC$ 的平分线

∴ _____

∴ _____

∴ $AE \parallel BC$ ()

【答案】见解析

【解析】

【详解】证明：∵点 D 在 BA 延长线上

$$\therefore \angle BAC + \angle DAC = 180^\circ$$

$$\because \angle B + \angle C + \angle BAC = 180^\circ \text{ (三角形内角和定理)}$$

$$\therefore \angle B + \angle C = \angle DAC$$

$$\because \angle B = \angle C$$

$$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle DAC$$

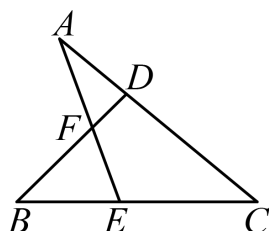
∵ AE 是 $\angle DAC$ 的平分线

$$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAC$$

$$\therefore \angle B = \angle DAE$$

$$\therefore AE \parallel BC \text{ (同位角相等, 两直线平行)}$$

23. 如图, 已知 $\angle B = 45^\circ$, $\angle A : \angle C = 3 : 4$, $\angle DFE = 115^\circ$, 求 $\angle A$



【答案】 $\angle A = 30^\circ$

【解析】

【分析】根据三角形的外角的性质可得 $\angle BEF = \angle DFE - \angle B = 70^\circ$, $\angle BEF = \angle A + \angle C$, 结合已知即可求解.

【详解】解: $\because \angle B = 45^\circ$, $\angle DFE = 115^\circ$,

$$\therefore \angle BEF = \angle DFE - \angle B = 115^\circ - 45^\circ = 70^\circ$$

$$\text{又} \because \angle BEF = \angle A + \angle C,$$

$$\therefore \angle A + \angle C = 70^\circ,$$

$$\because \angle A : \angle C = 3 : 4,$$

∴ ∠A = 30°.

24. 根据下列信息，探索完成任务：

信息一	2024 年巴黎奥运会，即第 33 届夏季奥林匹克运动会（The 33rd Summer Olympic Games），是由法国巴黎举办的国际性奥林匹克赛事，2024 年 7 月 26 日本届奥运会在巴黎塞纳河上举行开幕式. 某校七年级举行了关于“奥林匹克运动会”的线上知识竞赛，竞赛试卷共 30 道题目，每道题都给出四个答案，其中只有一个答案正确，参赛者选对得 4 分，不选或者选错扣 2 分，得分不低于 78 分者获奖.
信息二	为奖励获奖同学，学校准备购买 A、B 两种文具作为奖品，已知购买 1 个 A 型文具和 4 个 B 型文具共需 44 元，购买 2 个 A 型文具和购买 3 个 B 型文具所花的钱一样多.
信息三	学校计划完成本次活动的总费用（包含支付线上平台使用费和购买奖品两部分）不超过 850 元，其中支付线上平台使用费刚好用了 180 元，剩余的钱用于购买两种型号的文具共 60 个作为奖品，其中 A 型文具数量大于 45 个.
解决问题	
任务一	小明同学是获奖者，他至少应选对多少道题.
任务二	求 A 型文具和 B 型文具的单价.
任务三	通过计算说明该校共有哪几种购买方案.

【答案】任务一：若小明同学是获奖者，他至少应选对 23 道题；任务二：A 型文具的单价为 12 元，B 型文具的单价为 8 元；任务三：该校共①购买 A 型文具 46 个，购买 B 型文具 14 个；②购买 A 型文具 47 个，购买 B 型文具 13 个两种购买方案

【解析】

【分析】 本题主要考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式（组）的应用，理解题意，弄清数量关系是解题关键.

任务一： 设小明同学选对 a 道题，则不选或者选错的有 $(30-a)$ 道题，根据题意列出一元一次不等式，求解即可获得答案；

任务二： 设 A 型文具的单价为 x 元， B 型文具的单价为 y 元，根据题意列出二元一次方程组，求解即可获得答案；

任务三： 设学校购买 A 型文具 m 个，则购买 B 型文具 $(60-m)$ 个，根据题意列出一元一次不等式组，求解确定 m 的取值范围，即可确定答案.

【详解】 任务一：

解： 设小明同学选对 a 道题，则不选或者选错的有 $(30-a)$ 道题，

根据题意，可得 $4a-2(30-a) \geq 78$ ，

解得 $a \geq 23$ ，

$\therefore$ 若小明同学是获奖者，他至少应选对 23 道题；

任务二：

解： 设 A 型文具的单价为 x 元， B 型文具的单价为 y 元，

根据题意，可得
$$\begin{cases} x+4y=44 \\ 2x=3y \end{cases}$$
，

解得
$$\begin{cases} x=12 \\ y=8 \end{cases}$$
，

$\therefore A$ 型文具的单价为 12 元， B 型文具的单价为 8 元；

任务三：

解： 设学校购买 A 型文具 m 个，则购买 B 型文具 $(60-m)$ 个，

根据题意，可得
$$\begin{cases} m > 45 \\ 12m+8(60-m) \leq 850-180 \end{cases}$$
，

解得 $45 < m \leq 47.5$ ，

$\therefore m$ 为整数，

$\therefore m = 46, 47$ ，

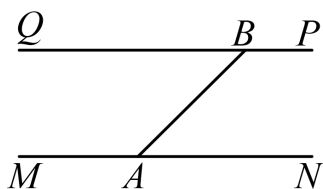
∴ 购买方案有:

① 购买 A 型文具 46 个, 购买 B 型文具 $60 - 46 = 14$ 个;

② 购买 A 型文具 47 个, 购买 B 型文具 $60 - 47 = 13$ 个;

综上, 该校共①购买 A 型文具 46 个, 购买 B 型文具 14 个; ②购买 A 型文具 47 个, 购买 B 型文具 13 个两种购买方案.

25. 某江两岸的主道路 MN , PQ 上安置了两座可旋转射灯 A , B . 如图所示, 已知 $PQ \parallel MN$, 且 $\angle BAM$ 是 $\angle BAN$ 的三倍, 灯 A 发出的光束从 AM 开始按顺时针方向旋转至 AN 便立即回转, 灯 B 发出的光束从 BQ 开始按逆时针方向旋转至 BP 便立即回转. 已知灯 A 的转动速度是每秒 4 度, 灯 B 的转动速度是每秒 1 度.



(1) $\angle BAN = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

(2) 如果灯 A 和灯 B 同时转动, 过了多少秒时两灯光束第一次平行?

(3) 如果灯 A 先转动 40 秒后, 灯 B 开始转动, 再过多少秒两灯光束第二次平行, 请直接写出结果.

【答案】(1) 45

(2) 36

(3) $t = \frac{20}{3}$

【解析】

【分析】(1) 根据平角的定义, 结合已知得出 $\angle BAN = \frac{1}{4} \times 180^\circ$ 即可求解;

(2) 根据题意画出图形, 根据平行线的性质得出 $\angle QBD = \angle CAN$, 进而表示出 $\angle QBD, \angle CAN$, 建立方程, 解方程即可求解.

(3) 同 (2) 的方法, 即可求解.

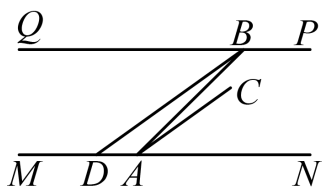
【小问 1 详解】

解: $\because \angle BAM + \angle BAN = 180^\circ$, $\angle BAM$ 是 $\angle BAN$ 的三倍

$$\therefore \angle BAN = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ$$

【小问 2 详解】

解: 如图, 当两灯光束第一次平行, $AC \parallel BD$,



$$\therefore PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle QBD = \angle BDA,$$

$$\therefore AC \parallel BD,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle CAN$$

$$\therefore \angle QBD = \angle CAN$$

依题意, $\angle QBD = t^\circ, \angle MAC = 4t^\circ$

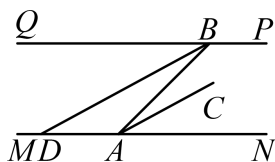
$$\therefore \angle CAN = 180^\circ - 4t^\circ$$

$$\therefore t = 180 - 4t$$

解得: $t = 36$

【小问 3 详解】

解: 当两灯光束第二次平行, 如图, $AC \parallel BD$,



$$\therefore PQ \parallel MN,$$

$$\therefore \angle QBD = \angle BDA,$$

$$\therefore AC \parallel BD,$$

$$\therefore \angle BDA = \angle CAN$$

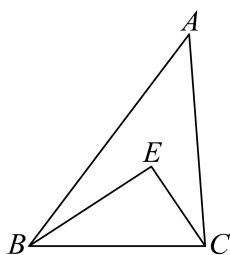
$$\therefore \angle QBD = \angle CAN$$

依题意, $\angle QBD = t^\circ, \angle CAN = 4(t^\circ + 40^\circ) - 180^\circ = 4t^\circ - 20^\circ$

$$\therefore t = 4t - 20$$

解得: $t = \frac{20}{3}$

26. 如图, 已知三角形 ABC , 连接 BE , CE



(1) 当点 E 在三角形内部时,

①若 $\angle A = 40^\circ$, $\angle E = 90^\circ$, 如图 1, 则 $\angle ABE + \angle ACE =$ _____ $^\circ$.

②若 $\angle A = m^\circ$, $\angle E = n^\circ$, 试用 m 、 n 表示 $\angle ABE + \angle ACE$ 的度数.

(2) 当点 E 在三角形的外部时, $\angle A = m^\circ$, $\angle E = n^\circ$, $\angle ABE$ 与 $\angle ACE$ 之间是否存在确定的数量关系? 如存在, 请直接用 m 、 n 表示, 如不存在, 请写出理由.

【答案】 (1) ① 50 ; ② $n^\circ - m^\circ$

(2) $\angle ACE - \angle ABE = n^\circ - m^\circ$ 或 $\angle ACE - \angle ABE = m^\circ - n^\circ$ 或 $\angle ABE + \angle ACE = 360^\circ - (m^\circ + n^\circ)$

【解析】

【分析】 (1) ①根据三角形内角和定理分别得出 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$, $\angle EBC + \angle ECB = 180^\circ - \angle E$, 进而可得 $\angle ABE + \angle ACE = \angle E - \angle A$, 即可求解;

②根据①的方法, 即可求解;

(2) 分三种情况讨论, ①如图, 当 E 在 AB 的左侧时, 设 AB, CE 交于点 F , ②如图, 当 E 在 AB 的右侧时, 设 AC, BE 交于点 G , ③如图, 当 E 在 BC 的下方时, 根据三角形的内角和定理以及三角形的外角的性质, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: ① $\because \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$, $\angle E + \angle EBC + \angle ECB = 180^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$, $\angle EBC + \angle ECB = 180^\circ - \angle E$

又 $\because \angle ABE + \angle ACE = (\angle ABC + \angle ACB) - (\angle EBC + \angle ECB)$

$= 180^\circ - \angle A - (180^\circ - \angle E)$

$= \angle E - \angle A$

$\because \angle A = 40^\circ$, $\angle E = 90^\circ$,

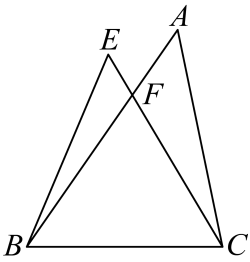
$\therefore \angle ABE + \angle ACE = \angle E - \angle A = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

② $\because \angle A = m^\circ$, $\angle E = n^\circ$,

$\therefore \angle ABE + \angle ACE = \angle E - \angle A = n^\circ - m^\circ$

【小问 2 详解】

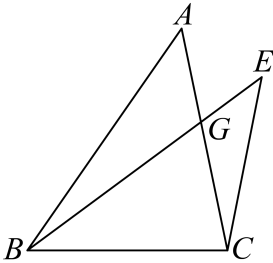
解：①如图，当 E 在 AB 的左侧时，设 AB, CE 交于点 F



$$\therefore \angle AFE = \angle A + \angle ACE = \angle E + \angle ABE,$$

$$\therefore \angle ACE - \angle ABE = \angle E - \angle A = n^\circ - m^\circ$$

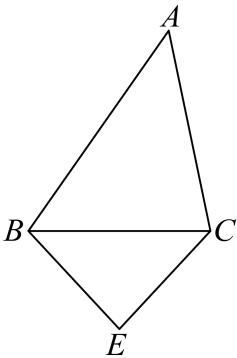
②如图，当 E 在 AB 的右侧时，设 AC, BE 交于点 G



$$\therefore \angle AGE = \angle A + \angle ABE = \angle E + \angle ACE$$

$$\therefore \angle ACE - \angle ABE = \angle A - \angle E = m^\circ - n^\circ$$

③如图，当 E 在 BC 的下方时，



$$\therefore \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ, \quad \angle E + \angle EBC + \angle ECB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A, \quad \angle EBC + \angle ECB = 180^\circ - \angle E$$

$$\text{又} \therefore \angle ABE + \angle ACE = (\angle ABC + \angle ACB) + (\angle EBC + \angle ECB)$$

$$= 180^\circ - \angle A + (180^\circ - \angle E)$$

$$= 360^\circ - (\angle A + \angle E)$$

$$= 360^{\circ} - (m^{\circ} + n^{\circ})$$

综上所述, $\angle ACE - \angle ABE = \angle E - \angle A = n^{\circ} - m^{\circ}$ 或 $\angle ACE - \angle ABE = \angle A - \angle E = m^{\circ} - n^{\circ}$ 或

$$\angle ABE + \angle ACE = 360^{\circ} - (m^{\circ} + n^{\circ})$$